

## 运筹与优化作业 1

截止日期: MARCH 15

**0.1.** 矩阵  $X, Y \in \mathbb{R}^{m \times m}$  为  $m$  阶正定矩阵, 且  $X - Y$  正定。证明:  $X^{1/2} - Y^{1/2}$  也为正定矩阵。

**0.2.** 集合  $S \subset \mathbb{R}^n$  且  $S$  为凸集, 给定  $S$  中的一点  $\mathbf{x}$ , 证明  $\mathbf{x}$  可以表示为  $S$  中至多  $n + 1$  个点的凸组合。

**0.3.** 已知

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 3 & 6 & 3 & 0 & 0 \\ 8 & 1 & -4 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = (9, 10, 0).$$

求多面体  $S = \{\mathbf{x} : A\mathbf{x} = \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq \mathbf{0}\}$  的所有极点。

**0.4.** 设你的学号最后三位数为  $x$ , 用 matlab 编程生成随机矩阵  $\text{randi}(10 \times x, 5, 5)$ , 并求该随机矩阵的所有元素的和, 以及各行元素的和, 各列元素的和。若果该矩阵可逆, 求其逆矩阵。附上代码和最后结果。

**0.5.** 设  $f(x) = x^2 + \sin(x)/x$ , 用 matlab 编程画出  $f(x)$  在  $x$  取值从 1 到  $2\pi$  之间的函数图像。附上代码和最后结果。