

运筹与优化作业 4

截止日期: JUNE 22

0.1. 已知 $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, $\mathbf{x}, \mathbf{c}, \mathbf{d} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$ 且 $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 。请将下列规划问题转化为标准的线性规划问题并写出其对偶形式。

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{x}} \quad & \frac{\mathbf{c}^T \mathbf{x} + \alpha}{\mathbf{d}^T \mathbf{x} + \beta} \\ \text{s.t.} \quad & A^T \mathbf{x} = \mathbf{b}, \\ & \mathbf{d}^T \mathbf{x} + \beta \geq 0, \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{0}. \end{aligned}$$

0.2. 考虑最优化问题

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & f(\mathbf{x}) = x_1 + x_3 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 + x_3 \geq 2 \\ & x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 2 \end{aligned}$$

给出上述优化问题的拉格朗日函数, KKT 方程, 并求其最优解。

0.3. 已知 $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}^+$, 用凸函数的性质证明下列不等式:

$$\left(\prod_{i=1}^n x_i \right)^{1/n} \leq \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$