

线性规划的概念和基本理论（二）

徐欢乐

xuhl@dgut.edu.cn

计算机与网络安全学院

2017.3.1

投影唯一性定理

- $S \subset R^n$ 是一个封闭的凸集。对于任意的 $\boldsymbol{x} \in R^n$ ，存在唯一的 $\boldsymbol{z}^* \in S$ 使得 \boldsymbol{z}^* 离 \boldsymbol{x} 最近。
- $\boldsymbol{z}^* = \Pi_S(\boldsymbol{x})$
- $\boldsymbol{z}^* = \Pi_S(\boldsymbol{x})$ iff $(\boldsymbol{z} - \boldsymbol{z}^*)^T (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{z}^*) \leq 0$ for all $\boldsymbol{z} \in S$

分离定理

- $S \subset R^n$ 是一个封闭的凸集。对于 $x \in R^n$ 且 $x \notin S$, 存在 $y \in R^n$ 使得

$$\sup_{z \in S} y^T z < y^T x$$

- Let $S_1, S_2 \subset R^n$ 是两个封闭的凸集且 $S_1 \cap S_2 = \emptyset$ 存在 $y \in R^n$ 使得

$$\sup_{u_1 \in S_1} y^T u_1 < \inf_{u_2 \in S_2} y^T u_2$$