

# 线性规划的概念和基本理论（二）

徐欢乐

[xuhl@dgut.edu.cn](mailto:xuhl@dgut.edu.cn)

计算机与网络安全学院

2017.3.1

# 投影唯一性定理

- $S \subset R^n$  是一个封闭的凸集。对于任意的  $\boldsymbol{x} \in R^n$ ，存在唯一的  $\boldsymbol{z}^* \in S$  使得  $\boldsymbol{z}^*$  离  $\boldsymbol{x}$  最近。
- $\boldsymbol{z}^* = \Pi_S(\boldsymbol{x})$
- $\boldsymbol{z}^* = \Pi_S(\boldsymbol{x})$  iff  $(\boldsymbol{z} - \boldsymbol{z}^*)^T (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{z}^*) \leq 0$  for all  $\boldsymbol{z} \in S$

# 分离定理

- $S \subset R^n$  是一个封闭的凸集。对于  $x \in R^n$  且  $x \notin S$ , 存在  $y \in R^n$  使得

$$\sup_{z \in S} y^T z < y^T x$$

- Let  $S_1, S_2 \subset R^n$  是两个封闭的凸集且  $S_1 \cap S_2 = \emptyset$  存在  $y \in R^n$  使得

$$\sup_{u_1 \in S_1} y^T u_1 < \sup_{u_2 \in S_2} y^T u_2$$