

MODUL LOGIKA MATEMATIKA

INFERENSI LOGIKA

MI041 – 3 SKS



**FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI
UNIVERSITAS BUDI LUHUR**

**JAKARTA
SEPTEMBER 2019**

TIM PENYUSUN

Rizky Pradana, M.Kom

Riri Irawati, M.Kom



UNIVERSITAS BUDI LUHUR
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI



MODUL PERKULIAHAN #5
JUDUL POKOK BAHASAN

Capaian Pembelajaran	:	Mahasiswa dapat menyelesaikan masalah dengan memanfaatkan metode inferensi untuk mendapatkan suatu kesimpulan dari hipotesa-hipotesa yang ada.
Sub Pokok Bahasan	:	1.1. Konsep Inferensi 1.2. Penggunaan Inferensi
Daftar Pustaka	:	1. Ayres. (1965). Modern Algebra. Schaum's 2. Gallier, Jean H, (1986.) Logic for Computer Science. Harper & Row Publisher. New York 3. JP Tremblay & R.Manohar. (1975). Discrete Mathematical Structure with Application to comp.science. Mc Graw Hill Cs.Series. 4. Lipschutz. (2007). Discrete Mathematics. Schaum's outline series. 5. Siang, Jong Taek. (2002). Matematika Diskrit dan Aplikasinya Pada ilmu Komputer.

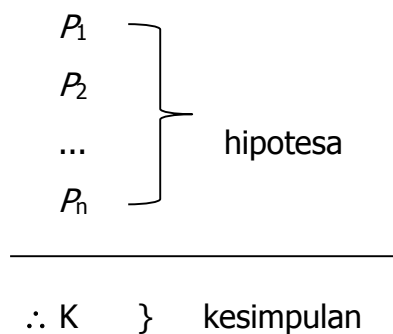
1. Konsep Inferensi

Logika selalu berhubungan dengan pernyataan-pernyataan yang ditentukan nilai kebenarannya. Sering kali diinginkan untuk menentukan benar tidaknya kesimpulan berdasarkan sejumlah kalimat yang diketahui nilai kebenarannya.

1.1 Argumen valid (sah) dan invalid (tidak sah)

Argumen adalah rangkaian-rangkaian kalimat. Semua kalimat-kalimat tersebut kecuali yang terakhir disebut hipotesa (premis atau asumsi), kalimat terakhir disebut kesimpulan (konklusi).

Secara umum, hipotesa dan kesimpulan dapat digambarkan sebagai berikut:



Suatu argumen dikatakan valid (sah) apabila untuk sembarang pernyataan yang disubstitusikan kedalam hipotesa, jika semua hipotesa tersebut benar, maka kesimpulan juga benar. Sebaliknya, meskipun semua hipotesa benar tetapi ada kesimpulan yang salah, maka argumen tersebut dikatakan Invalid (tidak sah). Suatu argumen dikatakan valid (sah) jika bentuk proposisinya adalah suatu tautologi. Suatu argumen dikatakan invalid (tidak sah) jika proposisinya bukan tautologi. Pembuktian argumen valid (sah) atau invalid (tidak valid) dapat menggunakan pembuktian tabel kebenaran atau penggunaan hukum logika (aljabar proposisi).

Contoh 1.

Periksa apakah argumen berikut sah atau tidak sah dengan menggunakan tabel kebenaran dan hukum logika (aljabar proposisi).

"Jika hari hujan maka saya membawa payung. Ternyata, saya tidak membawa payung. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa hari tidak hujan."

Penyelesaian :

Misalkan : p : hari hujan
 q : saya membawa payung

Argumen diatas biasa dituliskan sebagai berikut ini :

$$\begin{array}{l} P_1 : p \rightarrow q \\ P_2 : \sim q \\ \hline \therefore K : \sim p \end{array}$$

- Untuk memeriksa apakah argumen tersebut sah atau tidak sah, maka harus diperiksa apakah implikasi $(P_1 \wedge P_2) \rightarrow K$ berupa suatu tautologi dengan menggunakan tabel kebenaran.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge \sim q$	$((p \rightarrow q) \wedge \sim q) \rightarrow \sim p$
T	T	F	F	T	F	T
T	F	F	T	F	F	T
F	T	T	F	T	F	T
F	F	T	T	T	T	T

Terbukti benar Tautologi, sehingga argumen tersebut valid (sah).

- Pembuktian dengan menggunakan hukum logika (aljabar proposisi).

$$\begin{aligned} & (P_1 \wedge P_2) \rightarrow K \\ & ((p \rightarrow q) \wedge \sim q) \rightarrow \sim p \\ & ((\sim p \vee q) \wedge \sim q) \rightarrow \sim p \\ & \sim((\sim p \vee q) \wedge \sim q) \vee \sim p \\ & (p \wedge \sim q) \vee q \vee \sim p \\ & (p \vee q) \wedge (\sim q \vee q) \vee \sim p \\ & (p \vee q) \wedge T \vee \sim p \\ & (p \vee q) \vee \sim p \\ & p \vee \sim p \vee q \\ & T \vee q \\ & T \end{aligned}$$

Perlu diingat :
 $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ (Hukum Implikasi)

\therefore terbukti benar Tautologi, maka argumen tersebut valid (sah)

2. Penggunaan Inferensi

Ada beberapa metode inferensi yang merupakan teknik untuk menurunkan kesimpulan berdasarkan hipotesa yang ada, tanpa harus menggunakan tabel

kebenaran. Beberapa metode inferensi untuk menentukan kevalidan suatu argumen adalah sebagai berikut:

2.1 Modus Ponens

Perhatikanlah implikasi “jika p maka q ” yang diasumsikan bernilai benar. Apabila selanjutnya diketahui bahwa p benar, supaya implikasi $p \rightarrow q$ benar, maka q juga harus bernilai benar. Inferensi seperti itu disebut Modus Ponens. Secara simbolik, Modus Ponens dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

Contoh 3.

Jika digit terakhir suatu bilangan adalah 0, maka bilangan tersebut habis dibagi 10.

Digit terakhir suatu bilangan adalah 0

\therefore Bilangan tersebut habis dibagi 10

2.2 Modus Tollens

Bentuk modus Tollens mirip dengan Modus Ponens, hanya saja hipotesa kedua dan kesimpulan merupakan kontraposisi hipotesa pertama modus ponens. Hal ini mengingat kenyataan bahwa suatu implikasi selalu ekuivalen dengan kontraposisinya. Secara simbolik, bentuk inferensi Modus Tollens adalah sebagai berikut:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \sim q \\ \hline \therefore \sim p \end{array}$$

Contoh 4.

Jika Zeus seorang manusia, maka ia dapat mati

Zeus tidak dapat mati

\therefore Zeus bukan seorang manusia

2.3 Silogisme Hipotesis

Prinsip inferensi Silogisme Hipotesis adalah jika dua implikasi $p \rightarrow q$ dan $q \rightarrow r$ adalah benar, maka kesimpulan $p \rightarrow r$ juga benar. Dengan lambang, kaidah silogisme dapat dituliskan dengan:

$$\begin{array}{l}
 p \rightarrow q \\
 q \rightarrow r \\
 \hline
 \therefore p \rightarrow r
 \end{array}$$

Contoh 5.

Jika 18486 habis dibagi 18, maka 18486 habis dibagi 9

Jika 18486 habis dibagi 9, maka jumlah digit-digitnya habis dibagi 9

\therefore Jika 18486 habis dibagi 18, maka jumlah digit-digitnya habis dibagi 9

2.4 Silogisme Disjungtif

Prinsip dasar Silogisme Disjungtif adalah kenyataan bahwa apabila kita diperhadapkan pada satu diantara 2 pilihan yang ditawarkan (A atau B), sedangkan kita tidak memilih A, maka satu-satunya pilihan yang mungkin adalah memilih B. Hal ini sering dijumpai dalam kehidupan sehari-hari. Jika seseorang ditanyai oleh penjual di warung: "kamu minum es jeruk atau es teh?" dan orang yang ditanyai tersebut harus memilih salah satu, sedangkan ia tidak suka es jeruk, pastilah ia memilih es teh.

Secara simbolik, bentuk metode inferensi Silogisma Disjungtif adalah sebagai berikut:

$$\begin{array}{l}
 \text{a. } p \vee q \\
 \sim p \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\therefore q$$

$$\begin{array}{l}
 \text{b. } p \vee q \\
 \sim q \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\therefore p$$

Contoh 6.

Kunci kamarku ada di sakuku atau tertinggal di rumah

Kunci kamarku tidak ada di sakuku

\therefore Kunci kamarku tertinggal di rumah

2.5 Penambahan Disjungtif

Inferensi Penambahan Disjungtif didasarkan atas fakta bahwa suatu kalimat dapat digeneralisasikan dengan penghubung "v". Alasannya adalah karena penghubung "v" bernilai benar jika salah satu komponennya bernilai benar.

Sebagai contoh, perhatikan kalimat yang diucapkan Monde: "Saya suka jeruk" (bernilai benar). Kalimat tersebut tetap bernilai benar jika ditambahkan kalimat lain

dengan penghubung “v”. Jadi kalimat “Saya suka jeruk atau durian” yang diucapkan Monde juga tetap bernilai benar dan tidak tergantung pada suka/tidaknya Monde akan durian.

Bentuk simbolis metode Inferensi Penambahan Disjungtif adalah sebagai berikut:

$$\begin{array}{l} \text{a.} \quad \frac{p}{\therefore p \vee q} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{b.} \quad \frac{q}{\therefore p \vee q} \end{array}$$

Contoh 7.

Simon adalah siswa SMU (Sekolah Menengah Umum)

\therefore Simon adalah siswa sekolah menengah (SMU atau SMP)

2.6 Penyederhanaan Konjungtif

Inferensi Penyederhanaan Konjungtif merupakan kebalikan dari inferensi Penambahan Disjungtif. Jika beberapa kalimat dihubungkan dengan penghubung “^”, kalimat tersebut dapat diambil salah satunya secara khusus. Penyempitan kalimat ini merupakan kebalikan dari Penambahan Disjungtif yang merupakan perluasan suatu kalimat. Bentuk simbolis metode inferensi Penyederhanaan Konjungtif adalah sebagai berikut:

$$\begin{array}{l} \text{a.} \quad \frac{p \wedge q}{\therefore p} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{b.} \quad \frac{p \wedge q}{\therefore q} \end{array}$$

Contoh 8.

Lina menguasai bahasa Basic dan Pascal

\therefore Lina menguasai bahasa Basic

Penghubung “dan” dalam hipotesa di atas berarti Lina menguasai bahasa Basic dan sekaligus Lina menguasai bahasa Pascal, sehingga secara khusus dapat dikatakan bahwa Lina menguasai Basic.

2.7 Konjungsi

Prinsip Inferensi Konjungsi adalah jika ada 2 kalimat yang masing-masing benar, maka gabungan kedua kalimat tersebut dengan menggunakan penghubung

" \wedge " (Konjungsi) juga bernilai benar. Bentuk inferensi dengan Konjungsi adalah sebagai berikut:

$$\begin{array}{c} p \\ q \\ \hline \therefore p \wedge q \end{array}$$

Contoh 9.

Perhatikan argumen berikut :

"Ronaldo tidak berambut gondrong atau Rivaldo mendapat sepatu emas. Jika Rivaldo mendapat sepatu emas, maka Zidane membeli talas di Bogor. Ronaldo berambut gondrong atau tadi pagi turun hujan. Ternyata, Zidane tidak membeli talas di Bogor. Jadi kesimpulannya, tadi pagi turun hujan."

Tentukan kesahan argumen tersebut!

Penyelesaian:

p : Ronaldo berambut gondrong

q : Rivaldo mendapatkan sepatu emas

r : Zidane membeli talas di bogor

s : tadi pagi turun hujan

Argumen tersebut dapat dituliskan sebagai :

$$P_1: \sim p \vee q \quad \equiv p \rightarrow q$$

$$P_2: q \rightarrow r$$

$$P_3: p \vee s \quad \equiv \sim p \rightarrow s$$

$$P_4: \sim r$$

$$\hline K: s$$

Dengan menggunakan aturan inferensia diperoleh:

$$P_1: p \rightarrow q$$

$$P_2: q \rightarrow r$$

$$K_1: p \rightarrow r \quad \text{(kaidah silogisme)}$$

$$P_4: \sim r$$

$$K_2: \sim p \quad \text{(modus tollens)}$$

$$P_3: \sim p \rightarrow s$$

$$K : s \quad \text{(modus ponens)}$$

Jadi argumen tersebut valid (sah).

Rangkuman

1. Argumen adalah rangkaian-rangkaian kalimat. Semua kalimat-kalimat tersebut kecuali yang terakhir disebut hipotesa (premis atau asumsi), kalimat terakhir disebut kesimpulan (konklusi).
2. Pembuktian argumen valid (sah) atau invalid (tidak valid) dapat menggunakan pembuktian tabel kebenaran atau penggunaan hukum logika (aljabar proposisi).
3. Metode-metode Inferensi

ATURAN	BENTUK ARGUMEN	
Modus Ponens	$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ p \\ \hline \therefore q \end{array}$	
Modus Tollens	$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ \sim q \\ \hline \therefore \sim p \end{array}$	
Silogisme Hipotesis	$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline \therefore p \rightarrow r \end{array}$	
Silogisme Disjungtif	$\begin{array}{c} p \vee q \\ \sim p \\ \hline \therefore q \end{array}$	$\begin{array}{c} p \vee q \\ \sim q \\ \hline \therefore p \end{array}$
Penambahan Disjungtif	$\begin{array}{c} p \\ \hline \therefore p \vee q \end{array}$	$\begin{array}{c} p \\ \hline \therefore p \vee q \end{array}$
Penyederhanaan Konjungtif	$\begin{array}{c} p \wedge q \\ \hline \therefore p \end{array}$	$\begin{array}{c} p \wedge q \\ \hline \therefore q \end{array}$
Konjungsi	$\begin{array}{c} p \\ q \\ \hline \therefore p \wedge q \end{array}$	

Latihan

1. Periksa apakah argumen berikut Valid atau Invalid dengan menggunakan tabel kebenaran dan hukum logika (aljabar proposisi).
 - a. "Jika gaji pegawai negeri naik, maka harga sembako naik. Jika harga sembako naik, maka masyarakat berpenghasilan kurang dari Rp 1.000.000 per bulan akan menderita penyakit maag. Jadi, dapat disimpulkan bahwa jika gaji pegawai negeri naik, maka masyarakat berpenghasilan kurang dari Rp 1.000.000 per bulan akan menderita penyakit maag."
 - b. "Jika hari ini hari ulang tahunku, maka pastilah hari ini tanggal 25 Desember. Hari ini tanggal 25 Desember. Oleh karena itu, hari ini adalah hari ulang tahunku."
 - c. "Jika terdakwa bersalah, maka dia akan berada ditempat kejadian perkara. Terdakwa tidak berada ditempat kejadian perkara. Jadi terdakwa tidak bersalah."
 - d. "Bayi tidak lapar atau dia menangis. Bayi tertawa atau dia tidak menangis. Jika bayi tertawa, maka mukanya merah. Jadi, jika bayi lapar maka mukanya merah."
2. Buktikan kevalidan Argumen di bawah inidengan menggunakan prinsip-prinsip inferensi logika.

$$\begin{array}{l} p \wedge q \\ (p \wedge q) \rightarrow r \\ \hline \therefore r \end{array}$$



FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI

UNIVERSITAS BUDI LUHUR

Jl. Raya Ciledug, Petukangan Utara, Pesanggrahan

Jakarta Selatan, 12260

Telp: 021-5853753 Fax : 021-5853752

<http://fti.budiluhur.ac.id>