MODUL LOGIKA MATEMATIKA

MULTI PENGHUBUNG

MI041 - 3 SKS

ampus





UNIVERSIT BUDE

FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI UNIVERSITAS BUDI LUHUR

JAKARTA SEPTEMBER 2019 TIM PENYUSUN

Rizky Pradana, M.Kom Riri Irawati, M.Kom





MODUL PERKULIAHAN #3 JUDUL POKOK BAHASAN

Capaian Pembelajaran	:	Mahasiswa dapat memahami konsep pendalaman pembentukan tabel kebenaran dengan konsep multi penghubung (konjungsi, disjungsi, implikasi dan biimplikasi), pemahaman tautologi, kontradiksi dan kontingensi serta kaitan antara implikasi dengan kontraposisi, invers dan konvers.			
Sub Pokok Bahasan	 1.1. Multi penghubung konsep implikasi (konvers, invers, kontraposisi) 1.2. Pemahaman tautologi, kontradiksi dan kontigensi 1.3. Tabel kebenaran multi penghubung 				
Daftar Pustaka	:	 Ayres. (1965). Modern Algebra. Schaum's Gallier, Jean H, (1986.) Logic for Computer Science. Harper & Row Publisher. New York JP Tremblay & R.Manohar. (1975). Discrete Mathematical Structure with Application to comp.science. Mc Graw Hill Cs.Series. Lipschutz. (2007). Discrete Mathematics. Schaum's outline series. Siang, Jong Taek. (2002). Matematika Diskrit dan Aplikasinya Pada ilmu Komputer. 			

1. Multi penghubung konsep implikasi (konvers, invers, kontraposisi)

Definisi:

Misalkan diberikan proposisi bersyarat $p \rightarrow q$, maka proposisi:

- \square Konvers dari implikasi p \rightarrow q adalah q \rightarrow p
- \square Invers dari implikasi p \rightarrow q adalah $-p \rightarrow -q$
- \square Kontraposisi dari implikasi p \rightarrow q adalah \neg q \rightarrow \neg p

р	q	-р	-q	$\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{q}$	$\mathbf{q} \rightarrow \mathbf{p}$	- p → - q	- q → - p
Т	Т	F	F	Т	Т	Т	Т
Т	F	F	Т	F	Т	Т	F
F	Т	Т	F	Т	F	F	Т
F	F	Т	Т	Т	Т	T	Т

Contoh 1.1

Diketahui proposisi "Jika Amir mempunyai mobil, maka ia orang kaya." Lambangkan proposisi bersyarat tersebut, kemudian tentukan konvers, invers dan kontraposisi dalam bentuk kalimat.

Penyelesaian:

Proposisi-proposisi tunggalnya adalah

- p : Amir mempunyai mobil
- q: Amir orang kaya
- a. Konvers: Jika Amir orang kaya, maka ia mempunyai mobil.
- b. Invers: Jika Amir tidak mempunyai mobil, maka ia bukan orang kaya.
- c. Kontraposisi: Jika Amir bukan orang kaya, maka ia tidak mempunyai mobil.

2. Pemahaman Tautologi, Kontradiksi dan Kontigensi

a. Tautologi

Argumen yang dibuktikan validitasnya dengan tabel kebenaran harus menunjukkan nilai benar. Jika pada tabel kebenaran untuk semua pasangan nilai variabel-variabel proposional yang ada bernilai benar atau *True*, maka disebut Tautologi.

Contoh 1.2

Buktikan dengan menggunakan tabel kebenaran apakah ($p \lor -p$) adalah tautologi!

Penyelesaian:

р	~p	p v ~p
Т	F	Т
F	Т	Т

b. Kontradiksi

Kebalikan dari tautologi adalah kontradiksi, yakni jika pada semua pasangan nilai dari tabel kebenaran menghasilkan nilai salah atau *False*.

Contoh 1.3

Buktikan dengan menggunakan tabel kebenaran apakah (p \wedge -p) adalah kontradiksi!

Penyelesaian:

р	~p	р∧~р
Т	F	F
F	Т	F

c. Kontigensi

Kontigensi adalah suatu proposisi majemuk yang bukan termasuk tautologi dan bukan juga kontradiksi.

Contoh 1.4

Buktikan dengan menggunakan tabel kebenaran apakah (p \lor q) adalah kontigensi!

Penyelesaian:

р	q	p v q
Т	Т	Т
Т	F	Т
F	Т	Т
F	F	F

Dengan demikian Tautologi selalu memiliki nilai kebenaran T, sedangkan kontradiksi selalu memiliki nilai kebenaran F dan kontigensi selalu memiliki nilai kebenara T dan F.

3. Tabel kebenaran multi penghubung

Suatu proposisi yang dinyatakan dengan:

P(p,q,....), Q(p,q,....),atau P,Q,.... Adalah polinomial Boole dalam variabel p,q,.... Untuk menentukan harga kebenaran dari suatu proposisi dapat digunakan Tabel Kebenaran (Truth Table).

Contoh 1.5

Tentukan apakah dari ekspresi-ekspresi logikan berikut termasuk tautologi, kontradiksi atau kontigensi!

a.
$$\neg \neg p \rightarrow p$$

р	¬ p	¬¬p	¬¬p → p
T	F	T	Т
F	Т	F	Т

Jawab: Tautologi

b. $p \rightarrow (q \rightarrow p)$

р	q	(q → p)	$p\to (q\top)$
Т	Т	Т	Т
Т	F	Т	Т
F	Т	F	Т
F	F	Т	Т

Jawab: Tautologi

c. $(p \land (p \rightarrow q)) \lor q$

р	q	$p \rightarrow q$	$p \wedge (p \rightarrow q)$	$(p \land (p \to q)) \lor q$
Т	Т	Т	Т	Т
Т	F	F	F	F
F	Т	Т	F	Т
F	F	Т	F	F

Jawab: Kontigensi

d. $\neg (p \lor (q \land r)) \leftrightarrow ((p \lor q) \land (p \lor r))$

р	q	r	(q ^ r)	(p ∨ q)	(p ∨ r)	$(p \lor (q \land r)$	$\neg (p \lor (q \land r))$	$(p \lor q) \land (p \lor r)$	$\neg (p \lor (q \land r)) \leftrightarrow ((p \lor q) \land (p \lor r))$
Т	T	T	Т	Т	Т	Т	F	Т	F
Т	T	F	F	Т	Т	Т	F	Т	F
Т	F	Т	F	Т	Т	Т	F	Т	F
Т	F	F	F	Т	Т	Т	F	Т	F
F	T	Т	Т	Т	Т	Т	F	Т	F
F	Т	F	F	Т	F	F	Т	F	F
F	F	Т	F	F	Т	Т	F	F	Т
F	F	F	F	F	F	F	Т	F	F

Jawab: Kontigensi

Rangkuman

1. Multi penghubung konsep implikasi (konvers, invers, kontraposisi)

```
Konvers dari implikasi p \to q adalah q \to p 
Invers dari implikasi p \to q adalah -p \to -q 
Kontraposisi dari implikasi p \to q adalah -q \to -p
```

- 2. Jika pada tabel kebenaran untuk semua pasangan nilai variabel-variabel proposional yang ada bernilai benar atau *True*, maka disebut Tautologi.
- 3. Kebalikan dari tautologi adalah kontradiksi, yakni jika pada semua pasangan nilai dari tabel kebenaran menghasilkan nilai salah atau *False*.
- 4. Kontigensi adalah suatu proposisi majemuk yang bukan termasuk tautologi dan bukan juga kontradiksi.
- 5. Dua proposisi p dan q disebut ekivalen logik bila keduanya mempunyai tabel kebenaran yang sama.

Latihan

1. Buktikan bahwa ekspresi-ekspresi logika berikut ini ekivalen dengan menggunakan tabel kebenaran.

a.
$$\neg A \leftrightarrow B \equiv (\neg A \lor B) \land (\neg B \lor A)$$

b.
$$A \rightarrow (\neg A \rightarrow B) \equiv T$$

c.
$$(A \lor \neg B) \rightarrow C \equiv (A \land B) \lor C$$

d.
$$A \rightarrow B \equiv \neg (A \land \neg B)$$

e.
$$\neg(\neg(A \land B) \lor B) \equiv F$$

2. Tentukan apakah dari ekspresi-ekspresi logika berikut termasuk tautologi, kontradiksi atau kontigensi.

a.
$$\neg \neg A \rightarrow A$$

b.
$$A \rightarrow (B \rightarrow A)$$

c.
$$(A \land (A \rightarrow B)) \rightarrow B$$

d.
$$A \rightarrow B \leftrightarrow (\neg A \lor B)$$

e.
$$\neg (A \lor (B \land C)) \leftrightarrow ((A \lor B) \land (A \lor C))$$

f.
$$(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow ((A \land B) \lor (\neg A \land \neg B))$$

g.
$$(A \rightarrow B) \land (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C)$$

3. Tentukan konvers, invers dan kontraposisi dari:

[&]quot;Jika Budi rajin belajar maka dia naik kelas."



FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI UNIVERSITAS BUDI LUHUR

Jl. Raya Ciledug, Petukangan Utara, Pesanggrahan Jakarta Selatan, 12260

Telp: 021-5853753 Fax : 021-5853752

http://fti.budiluhur.ac.id