

MODUL LOGIKA MATEMATIKA

LOGIKA MATEMATIKA

MI041 – 3 SKS



**FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI
UNIVERSITAS BUDI LUHUR**

**JAKARTA
SEPTEMBER 2019**

TIM PENYUSUN

Rizky Pradana, M.Kom

Riri Irawati, M.Kom



UNIVERSITAS BUDI LUHUR

FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI



MODUL PERKULIAHAN #1

JUDUL POKOK BAHASAN

Capaian Pembelajaran	:	Mahasiswa dapat mengetahui dasar2x dari logika matematika (himpunan, kalimat deklaratif, penghubung kalimat, tabel kebenaran, logika proposisi, logika predikat) dan penerapannya di ilmu komputer.
Sub Pokok Bahasan	:	1.1. Konsep dasar logika 1.2. Penggunaan logika
Daftar Pustaka	:	1. Ayres. (1965). Modern Algebra. Schaum's 2. Gallier, Jean H, (1986.) Logic for Computer Science. Harper & Row Publisher. New York 3. JP Tremblay & R.Manohar. (1975). Discrete Mathematical Structure with Application to comp.science. Mc Graw Hill Cs.Series. 4. Lipschutz. (2007). Discrete Mathematics. Schaum's outline series. 5. Siang, Jong Taek. (2002). Matematika Diskrit dan Aplikasinya Pada ilmu Komputer.

1. Logika Matematika

Dalam kehidupan sehari-hari, kita menggunakan pikiran untuk memecahkan berbagai masalah yang ada. Sering kali kita menemukan suatu gagasan baru dari informasi dan gagasan yang telah ada. Proses ini dikenal sebagai bernalar. Dalam bernalar kita memiliki argumen untuk sampai pada suatu kesimpulan. Kaidah-kaidah dalam logika akan mempermudah kita untuk menilai apakah proses pengambilan kesimpulan ini adalah sah (valid) atau tidak.

Pada bab ini dibahas beberapa terminologi dan operasi dasar yang akan digunakan dalam logika matematika serta beberapa cara pengambilan kesimpulan yang sah. Hal ini berkaitan dengan perumusan jalan pikiran, dimaksudkan untuk mempermudah seseorang mempelajari liku-liku pikiran yang terdapat dalam matematika.

Ilmu Logika berhubungan dengan kalimat-kalimat (argumen-argumen) dan hubungan yang ada di antara kalimat-kalimat tersebut. Tujuannya adalah memberikan aturan-aturan sehingga orang dapat menentukan apakah suatu kalimat bernilai benar. Kalimat yang dipelajari dalam logika bersifat umum, baik bahasa sehari-hari maupun bukti matematika yang didasarkan atas hipotesa-hipotesa. Oleh karena itu, aturan-aturan yang berlaku di dalamnya haruslah bersifat umum dan tidak tergantung pada kalimat atau disiplin ilmu tertentu. Ilmu logika lebih mengarah pada bentuk kalimat (sintaks) daripada arti kalimat itu sendiri (semantik).

1.1 Konsep Dasar Logika

- 1) Logika (*logic*) yang berasal dari kata bahasa Yunani 'logos' adalah ilmu pengetahuan yang mempelajari atau berkaitan dengan prinsip-prinsip dari penalaran argumen/ Pernyataan yang benar dan tepat (valid).
- 2) Logika merupakan ilmu yang mempelajari aturan - aturan matematika, sains, hukum, dan bidang lainnya. Logika berhubungan dengan Pernyataan. Oleh karena itu, dalam logika hanya terdapat dua kemungkinan kebenarannya, yaitu benar atau salah.
- 3) Dalam pengoperasian komputer hanya dikenal dua kondisi analog dengan logika yaitu ada atau tidak adanya Aliran Listrik. Kondisi ini dapat diartikan dalam bahasa logika sebagai kondisi "True" atau "False".

4) Secara umum logika dibedakan menjadi dua yaitu Logika Pasti dan Logika Tidak Pasti. Logika pasti meliputi Logika Pernyataan (Propositional Logic), Logika Predikat (Predicate Logic), Logika Hubungan (Relation Logic) dan Logika Himpunan. Sedangkan logika tidak pasti meliputi Logika Samar atau kabur (Fuzzy Logic).

- Logika Pernyataan membicarakan tentang pernyataan tunggal dan kata hubungnya sehingga didapat kalimat majemuk yang berupa kalimat deklaratif.
- Logika Predikat menelaah variabel dalam suatu kalimat, kuantifikasi dan validitas sebuah argumen.
- Logika Hubungan mempelajari hubungan antara pernyataan, relasi simetri, refleksif, antisimtris, dll.
- Logika himpunan membicarakan tentang unsur-unsur himpunan dan hukum-hukum yang berlaku di dalamnya.
- Logika Samar merupakan pertengahan dari dua nilai biner yaitu ya-tidak, nol-satu, benar-salah. Kondisi yang ditunjukkan oleh logika samar ini antara lain: banyak, sedikit, sekitar x , sering, umumnya. Logika samar banyak diterapkan dalam kecerdasan buatan, mesin pintar atau sistem cerdas dan alat-alat elektronika. Program komputer dengan menggunakan logika samar mempunyai kapasitas penyimpanan lebih kecil dan lebih cepat bila dibanding dengan logika biner.

1.2 Kalimat Deklaratif (Proposisi)

Kalimat Deklaratif (proposisi) adalah suatu kalimat pernyataan yg bernilai benar saja atau salah saja tetapi tidak sekaligus benar dan salah. Biasanya disimbolkan dengan huruf p , q , r , dan seterusnya. Nilai kebenaran masing-masing dinyatakan dengan "True (T)" jika benar dan "False (F)" jika salah.

Contoh 1.1

Berikut ini adalah beberapa contoh Proposisi:

- a. $2 + 2 = 4$
- b. 4 adalah bilangan prima
- c. Jakarta adalah ibukota negara Indonesia
- d. Penduduk Indonesia berjumlah 50 juta.

Kalimat-kalimat di atas adalah kalimat deklaratif karena dapat diketahui benar/salahnya. Kalimat (a) dan (c) bernilai benar, sedangkan kalimat (b) dan (d) bernilai salah.

Contoh 1.2

Berikut ini adalah beberapa contoh kalimat yang **bukan** merupakan proposisi:

- a. Dimanakah letak pulau Bali?
- b. Siapakah namamu?
- c. Simon lebih tinggi dari Lina
- d. $x + y = 2$
- e. 2 mencintai 3

Kalimat (a) dan (b) jelas bukan proposisi karena merupakan kalimat tanya sehingga tidak dapat ditentukan nilai kebenarannya.

Kalimat (c) juga bukan proposisi karena ada banyak orang di dunia ini yang bernama Simon dan Lina. Kalimat tersebut tidak menunjuk kepada Simon dan Lina yang spesifik sehingga tidak diketahui apakah benar bahwa Simon lebih tinggi dari Lina. Kalimat ini tergantung dari konteksnya (semesta pembicaraan). Kalau konteksnya adalah mahasiswa-mahasiswa yang mengambil kuliah Matematika Diskrit di Universitas X dan di antara mahasiswa-mahasiswa tersebut hanya ada 1 orang yang bernama Simon dan Lina, maka kalimat (c) merupakan suatu proposisi.

Dalam Kalimat (d), nilai kebenaran kalimat tergantung pada harga x dan y yang ada. Jika $x=1$ dan $y=1$, maka kalimat tersebut menjadi kalimat yang bernilai benar. Tetapi jika $x=2$ dan $y=3$, maka kalimat tersebut menjadi kalimat yang salah. Jadi, secara umum tidak dapat ditentukan apakah kalimat tersebut benar ataukah salah.

Kalimat (e), walaupun mempunyai susunan kalimat yang benar, tetapi tidak mempunyai arti karena relasi mencintai tidak berlaku pada bilangan. Oleh karena itu, kalimat tersebut tidak dapat ditentukan benar/salahnya.

1.2.1 Jenis-jenis pernyataan

- a. Pernyataan sederhana

Pernyataan sederhana adalah pernyataan yang hanya menyatakan pikiran tunggal dan tidak mengandung kata hubung kalimat.

Contoh :

1. Rambut saya berwarna hitam.
2. Ibukota negara Indonesia adalah Jakarta.
3. Matahari terbit pada malam hari.

b. Pernyataan Majemuk

Pernyataan majemuk adalah pernyataan yang terdiri dari pernyataan sederhana (satu atau lebih) dengan bermacam-macam kata hubung kalimat (*connective*).

Contoh 1.3

1. Saya menyukai warna merah **dan** hari ini cerah.
2. Adi suka kopi **atau** lina suka roti.

1.3 Tabel Kebenaran

Tabel kebenaran adalah suatu tabel yang menunjukkan secara sistematis satu demi satu nilai-nilai kebenaran sebagai hasil kombinasi dari proposisi-proposisi yang sederhana.

Dalam Logika Matematika tabel kebenaran adalah tabel dalam yang digunakan untuk melihat nilai kebenaran dari suatu premis/ Pernyataan.

Pada tabel kebenaran hanya menggunakan konstanta proposisional T untuk *True* dan F untuk *False*, bukan B atau S.

Pada masing-masing kasus, tabel kebenaran disusun berdasarkan sub-sub bagian. Jika bentuk simbol logika terdiri dari n variabel, maka tabel kebenaran terdiri dari 2^n baris.

Dibawah ini adalah tabel kebenaran untuk semua logikal operasi binary.

P	Q		0	1	2	3	4	5	6	7		8	9	10	11	12	13	14	15
T	T		F	F	F	F	F	F	F	F		T	T	T	T	T	T	T	T
T	F		F	F	F	F	T	T	T	T		F	F	F	F	T	T	T	T
F	T		F	F	T	T	F	F	T	T		F	F	T	T	F	F	T	T
F	F		F	T	F	T	F	T	F	T		F	T	F	T	F	T	F	T

Pada tabel kebenaran terdapat perangkat logika atau operator (ditunjukkan pada tabel dibawah ini).

Perangkai	Simbol
Dan	\wedge
Atau	\vee
Tidak/bukan	\neg
Jika...maka...	\rightarrow
Jika dan hanya jika	\leftrightarrow

1.4 Penghubung Kalimat

Sering kali, beberapa kalimat perlu digabungkan menjadi satu kalimat yang lebih panjang. Misalnya kalimat : "4 adalah bilangan genap dan 3 adalah bilangan ganjil" merupakan gabungan dari 2 buah kalimat : "4 adalah bilangan genap" dan kalimat "3 adalah bilangan ganjil". Dalam logika dikenal 5 buah penghubung:

Simbol	Arti	Bentuk
\neg	Tidak / Not / Negasi	Tidak...
\wedge	Dan / And / Konjungsi	... dan ...
\vee	Atau / Or / Disjungsi	... atau ...
\rightarrow	Implikasi	Jika...maka...
\leftrightarrow	Bi-implikasi	... jika dan hanya jika...

Dalam matematika digunakan huruf-huruf kecil seperti p, q, r, ... untuk menyatakan sub kalimat dan simbol-simbol penghubung untuk menyatakan penghubung kalimat.

Rangkuman

1. Logika merupakan ilmu yang mempelajari aturan - aturan matematika, sains, hukum, dan bidang lainnya. Logika berhubungan dengan Pernyataan. Oleh karena itu, dalam logika hanya terdapat dua kemungkinan kebenarannya, yaitu benar atau salah.
2. Kalimat Deklaratif (proposisi) adalah suatu kalimat pernyataan yg bernilai benar saja atau salah saja tetapi tidak sekaligus benar dan salah.
3. Dalam Logika Matematika tabel kebenaran adalah tabel dalam yang digunakan untuk melihat nilai kebenaran dari suatu premis/pernyataan.
4. Kata hubung kalimat pada logika terdiri dari 5 yaitu negasi (tidak), Konjungsi (dan), Disjungsi (atau), Implikasi dan Biimplikasi.

Latihan

Manakah dari pernyataan-pernyataan berikut yang merupakan proposisi?

- (a) Apakah ini jawabanmu sudah benar, Bowo?
- (b) Santi pergi kuliah.
- (c) 10 adalah angka pecahan
- (d) Jawablah pertanyaan ini!
- (e) Bandung adalah ibukota Jawa Timur.
- (f) Jam berapakah ini?
- (g) Musim kemarau di Indonesia adalah panas dan kering.
- (h) Badu kaya raya dan memiliki banyak harta.
- (i) $7 + x = 10$
- (j) Angka 8 adalah anggota bilangan genap.
- (k) Yogyakarta adalah kota pelajar.
- (l) 2. $2+2=4$
- (m) Semua manusia adalah fana.



FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI

UNIVERSITAS BUDI LUHUR

Jl. Raya Ciledug, Petukangan Utara, Pesanggrahan

Jakarta Selatan, 12260

Telp: 021-5853753 Fax : 021-5853752

<http://fti.budiluhur.ac.id>