

## Лекция №5

Параметры и характеристики моделей систем массового обслуживания

Структурные:

- $K$  – количество приборов/каналов
- $k$  – количество накопителей/очередей
- $E_j$  – ёмкость накопителя/очереди
- способ взаимосвязи накопителей с приборами

Нагрузочные:

- $N$  – количество классов заявок (Если написано, что поток заявок однородный,  $N=1$ )
- закон распределения  $A_i(\tau)$  (обычно экспоненциальный), интенсивность  $\lambda_i$  и коэффициент вариации  $v_{ai}$  интервалов времени между поступающими в систему заявками класса  $i$
- закон распределения  $B_i(\tau)$ , интенсивность  $\mu_i$  и коэффициент вариации  $v_{bi}$  длительности обслуживания заявок класса  $i$

Функциональные:

- дисциплина буферизации
- дисциплина обслуживания

$a = 1/\lambda$  – средний интервал времени поступления заявок

$b = 1/\mu$  – среднее время обслуживания заявок

СМО режимы функционирования:

1. Установившийся (стационарный) – характеристики системы не меняются со временем;
2. Неустановившийся:
  - 2.1. переходный – значения характеристик, меняясь со временем, стремятся к предельным (стационарным) значениям;
  - 2.2. нестационарный – характеристики меняются во времени;
  - 2.3. режим перегрузки – интенсивность поступления заявок превышает интенсивность обслуживания и система не справляется с возлагаемой на неё нагрузкой (только в СМО без потерь/неограниченная очередь).

Условие отсутствия перегрузок в СМО с неограниченной очередью:  $\lambda < \mu K$  (если по условию СМО с потерями, то проверять не надо)

$y = \lambda / \mu$  – нагрузка, количество работы, которую требуется выполнить системе

$\rho = \min((1 - \pi_n)y/K; 1)$  – загрузка системы, количество выполняемой работы системы, вероятность работы системы, доля времени работы системы

$\eta = 1 - \rho$  – простой (простаивать) системы, доля времени простоя системы

$\pi_o = (1 - \pi_n)$  – вероятность обслуживания заявки

$\pi_n = \lim_{T \rightarrow \infty} (N_n(T)/N(T))$  – вероятность потери заявки (при неограниченной очереди равен 0)

$\lambda' = \pi_o \lambda$  – производительность системы, интенсивность потока обслуженных заявок

$\lambda'' = \pi_n \lambda$  – интенсивность потока потерянных заявок

$w$  – среднее время ожидания в очереди

$u = w + b$  – среднее время пребывания заявки в системе

$l = \lambda' w$  – средняя длина очереди заявок (при СМО без потерь  $\lambda' = \lambda$ )

$m = \lambda' u$  – среднее число заявок в системе

ы

СМО с неоднородным потоком заявок

$\Lambda(\lambda) = \text{SUM}[H](\lambda_i)$

$Y(y) = \text{SUM}[H](y_i)$

$L(l) = \text{SUM}[H](l_i)$

$M(\mu) = \text{SUM}[H](\mu_i)$

$R(\rho) = \text{SUM}[H](\rho_i)$

$W = \text{SUM}[H](\xi_i w_i)$

$U = \text{SUM}[H](\xi_i u_i)$

$V = \text{SUM}[H](\xi_i b_i)$

$\xi_i = \lambda_i / \Lambda$  – коэффициент доли потока  $i$ -го класса в суммарном потоке, вероятность того, что заявка принадлежит к класса  $i$

$$U = W + B$$

$$L = \Lambda W$$

$$M = \Lambda U$$

### СеМО

$n$  – число узлов в сети

$\lambda_0$  – интенсивность источника заявок для РСемо (разомкнутая)

$M$  – число заявок для ЗСеМО (замкнутая)

$P = [p_{ij} \mid i, j = 0..n]$  – матрица вероятностей передач

$\text{SUM}[n](p_{ij}) = 1 \ (i=0..n)$  – для линейных систем

$a_j = \lambda_j / \lambda_0 \ (j=1..n)$  – коэффициент передачи узла

$\rho_j = \lambda_j b_j / K_j = \alpha_j \lambda_0 b_j / K_j < 1$  – условие

$\lambda_0 < \min(K_1 / \alpha_1 b_1, \dots, K_n / \alpha_n b_n)$

$Y(y) = \text{SUM}[n](y_i)$

$R(\rho) = \text{SUM}[n](\rho_i)$

$L(l) = \text{SUM}[n](l_i)$

$W = \text{SUM}[n](\alpha_i w_i)$

$U = \text{SUM}[n](a_i u_i)$

$M(\mu) = \text{SUM}[n](\mu_i)$  – для РСемо

$\lambda_0 = M/U$  – для ЗСеМО

$$U = W + B$$

$$L = \Lambda W$$

$$M = \Lambda U$$

s

В замкнутой системе не может быть перегрузок, но на входе некоторых систем может скапливаться очередь, но она не будет бесконечной.

### Одноканальная экспоненциальная СМО

$$w = \rho b / (1 - \rho)$$

$$u = b / (1 - \rho)$$

$$\rho = \lambda b < 1$$

### Многоканальная экспоненциальная СМО

$$w = \rho b / (K(1 - \rho))$$

$$\rho = \lambda b / K < 1$$

Со слайдов