Лекция №3

$SUM[i=1..m]SUM[j=1..n](c_{ij}x_{ij}) \to min$
$SUM[j=1..n](x_{ij}) = bj;\ j = 1..n;$
$SUM[i=1..m](x_{ij}) = ai;\ i = 1..m;$
$0 \leqslant x_{ii} \leqslant d_{ij}$

1. Элемент матрицы $c_{ij} = 0$ называется х-неполным нулём, если соответствующая ему коммуникация в плане $x_{ij} <= d_{ij}$;
2. Элемент матрицы $c_{ij} = 0$ называется х-полным нулём, если соответствующая ему коммуникация в плане $x_{ij} = d_{ij}$;
3. Элемент матрицы c_{ij} = o– если $x_{ij} > 0$;
4. $c_{ij} = 0$, если $x_{ij} = 0$.

$\delta_j = b_j - SUM[i=1..m](x_{ij})$
$\delta_i = a_i - SUM[j=1..n](x_{ij})$
$\Delta = SUM[i=1..m](\delta_i) + SUM[j=1..n](\delta_j) = SUM[i=1..m](a_i) + SUM[j=1..n](b_i) - 2*SUM[j=1..n](x_{ij})$

Преобразование:

1. Найти в каждом столбце матрицы С минимальный элемент, который затем вычесть из всех элементов столбца, получив матрицу С';
2. Найти в каждой строке матрицы С' минимальный элемент, который затем вычесть из всех элементов строки, получив матрицу C_0;
3. $x_{ij} = min\{a_i\sim, b_j\sim, d_{ij}\}$
   $a_i\sim = a_i\sim - x_{ij};$
   $b_j\sim = b_j\sim - x_{ij};$

Х-неполный существенный ноль обозначаем одной точкой над $0^{\cdot}$
Х-полный существенный ноль обозначаем двумя точками над $0^{\cdot\cdot}$
Остальные нули остаются без индексации.
В задаче поиска пути необходимо найти неполный ноль независимо от его существенности, который бы находился в строке с положительной невязкой. Для этого матрицу С просматривают по не выделенным столбцам, первый найденный 0 отмечают штрихом и интересуются его невязкой, когда она 0 строку выделяют + и просматривают её по выделенным столбцам. Если на пересечении строки и столбца стоит существенный 0, то 0 отмечается *, выделение со столбца снимается и он стаёт доступный для поиска. Цепочка строится от последнего найденного 0. Правильная цепочка (может быть из 1 элемента) начнётся и закончится в строке с положительной невязкой.

$\Theta = min\ \{\delta_i^{Н}, \delta_j^{К}, x_{ij}|_{cij=0*}, r_{ij}|_{c_{ij}=0'}\}$
$r_{ij} = d_{ij} - x_{ij};$

Этапы эквивалентных преобразований
$h = min\{c_{ij}>0, |c_{ij}<0|+\}$
Если дважды веделенный отрицательный элемент на этапе эквивалентных преобразований становится нулём, то его отмечают *, а знак выделения над столбцом уничтожается.

Задача о назначениях
n – исполнителей – обладают свойством универсальности (универсальная единица программиста)
n – работ

Эффективность или издержки i-го исполнителя при выполнении j-ой работы задаются в виде матрицы $C = [c_{ij}]$, она может иметь разное смысловое наполнение (затраты, производительность – они обычно обраты $c_{ij}^{произв} = 1/c_{ij}^{затрат}$). Задача состоит в распределении исполнителей по работам (работ по исполнителям) таким образом, что бы обеспечить оптимум. Если производительность – максимизация, затраты – минимизация. Задача также называется задачей выбора или распределения. Является экстремальной комбинаторной задачей по нахождению оптимальной перестановки n исполнителей по n работам. Является частным случаем транспортной задачи:

- число работ = число исполнителей – число пунктов потребления = число пунктов производства;
- элементы векторов производства и элементы векторов потребления являются единичными.

Будем решать задачу максимизации (матрица С имеет смысл производительности).
$SUM[i=1..m]SUM[j=1..n](c_{ij}x_{ij}) \to max$

Матрица X нулевая и содержит единицу в тех позициях, где i-й исполнитель поставлен на j-ю работу.