

Пример у Маши

Штрафом называется разница между минимальным элементом строки или столбца и следующим за ним по величине другим минимальным элементом строки либо столбца. Штраф определяется на каждом этапе для каждой строки и каждого столбца. Заполнение плана производится для столбца либо строки с максимальным штрафом в позицию минимального элемента. Возможно обнуление запаса или потребности, при этом не производится учёт такого столбца или строки. Когда всё заполнено кроме одного столбца или строки, то заполнение происходит в порядке возрастания элементов.

Венгерский метод решения транспортной задачи

$$\sum_{i=1..m; j=1..n} (c_{ij} \cdot x_{ij}) \rightarrow \min$$

Невязка по строке – $\delta_i = a_i - \sum_{j=1..n} (x_{ij}); i=1..m$

Невязка по столбцу – $\delta_j = b_j - \sum_{i=1..m} (x_{ij}); j=1..n$

Сумма всех невязок – $\Delta = \sum_{i=1..m} (a_i) + \sum_{j=1..n} (b_j) - 2 \cdot \sum_{i=1..m; j=1..n} (c_{ij} \cdot x_{ij});$

Элемент матрицы C , равный 0, называется существенным нулём, если соответствующий ему элемент плана X положителен. Элемент, стоящий на выделенной строке или выделенном столбце, в ходе работы алгоритма называется выделенным. Элемент, стоящий на пересечении выделенной строки и столбца, называется дважды выделенным.

Рисунок у Маши

Предварительный этап:

Строят из матрицы C матрицу C_0 и начальный план (план не является опорным)

1. В каждом столбце матрицы C отыскивается минимальный элемент, который затем вычитается из всех элементов столбца и результаты записываются в новую матрицу C' ;
2. В каждой строке C' отыскивается минимальный элемент, который вычитается из всех элементов строки и результаты записываются в новую матрицу C_0 ;
3. Двигаясь по столбцам сверху вниз выписываются из C_0 в X_0 ;
 $x_{ij|c_{ij}=0} = \min\{a_i, b_j\}$

P – разметка

Отмечают существенные нули. Знаками + отмечаются столбцы с нулевыми невязками.

1. P – этап поиска

- 1.1. Ищем 0 в матрице C , который стоит в строке с положительной невязкой (независимо от существенности) в не выделенной части матрицы;
- 1.2. Матрица C_T просматривается по не выделенным столбцам сверху-вниз;
- 1.3. Первый попавшийся 0 (существенный или нет) отмечается штрихом ' и анализируем невязку по строке
 - 1.3.1. Если положительно, то этап 2 (ζ)
 - 1.3.2. Иначе выделяем строку + (она отныне выделена) и просматриваем выделенные столбцы по этой строке. Если на пересечении этой строки и первого попавшегося выделенного столбца стоит существенный ноль, то ему присваивается индекс *, а знак выделения над столбцом уничтожаем (столбец становится доступным для поиска). Если не находится существенный ноль на пересечении, то этап неудачен, переход к преобразованию матрицы – 3η (Θ)

2. ζ – построение цепочки и коррекции плана

По строке идём к 0^* , от него по столбцу к $0'$ и так далее, построенная таким образом цепочка начнётся и закончится в строке с положительной невязкой. После построения цепочки выбирается элемент для коррекции $\Theta = \min\{\delta_{iнач}, \delta_{jкон}, x_{ij|c_{jn}=0^*}\}$. Этот элемент прибавляется к элементам плана X , которые соответствуют $0'$ и вычитается из элементов, планы которого соответствуют 0^* . Также на эту величину корректируются и величины невязок строки начала и столбца конца. Т.о. суммарная невязка уменьшается одновременно на $2 \cdot \Theta$;

3. Θ – эквивалентные преобразования матрицы C

В не выделенной части матрицы выделяется корректирующий элемент h (минимальный

элемент в не выделенной части матрицы). Этот элемент прибавляется к элементам выделенных столбцов матрицы C , и вычитается от не выделенных строк.

ЦФ – расчёт целевой функции

Пример у Маши