Лекция №6

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	f_i
x_1	1	0	0	2	2	5
x_2	0	1	0	2	1	4
x_3	2	2	1	2	2	9
x_4	0	0	0	1	0	1
x_5	0	1	0	2	1	4

Исходные данные матрицы:
x1 > x4
x1 > x5
x2 > x4
x3 > x1
x3 > x2
x3 > x4
x3 > x5
x5 > x4

Суммирование построчно позволяет получить значение f_i степени доминирования данного i-го решения над остальными. На основе значений f_i может быть выполнено упорядочивание элементов x_i множества X. В данном случае порядок частичный. В соответствии со значениями f_i упорядочивание примет вид:
$x_3 > x_1 > x_2 \sim x_5 > x_4$, где > – отношение строгого порядка, ~ – отношение эквивалентности

Сравнение решений по свойствам

Сравнение по свойствам реализуется в случае, если каждое решение характеризуется множеством (набором) характеристик, признаков и в итоге критериев. В этом случае каждому решению ставится в соответствие вектор скалярных оценок критериев.

Задан набор критериев, тогда связывание решений x_i и x_j (сравнений решений) с помощью отношений (>, ⩾, ~) происходит по принципу:

$x_i \sim x_j \Leftrightarrow f_i =_F f_j$

$(f_{i1}, f_{i2}, \ldots, f_{iQ}) =_F (f_{j1}, f_{j2}, \ldots, f_{jQ})$ (1)
fiq = fjq при q = 1..Q

$x_i > x_j \Leftrightarrow f_i > f_j$

$(f_{i1}, f_{i2}, \ldots, f_{iQ}) > (f_{j1}, f_{j2}, \ldots, f_{jQ})$ (2)
$f_{iq} > f_{jq}$ при q = 1..Q

$x_i \geqslant x_j \Leftrightarrow f_i \geqslant f_j$

$(f_{i1}, f_{i2}, \ldots, f_{iQ}) \geqslant (f_{j1}, f_{j2}, \ldots, f_{jQ})$ (3)
$f_{iq} \geqslant f_{jq}$ при q = 1..Q

Выражение (3) соответствует условию Парета, которое требует, что бы все кроме одной скалярной оценки были связаны в виде f_{iq} >= f_{jq} и для одной оценки $f_{iq`} > f_{jq`}$, где q != q`

Пример реализации доминирования отношений

ГРАФИК У МАШИ

Решение x_i, находящееся внутри множества возможных решений, доминируется всем, что выше и левее него, такая область называется конусом доминирования.

Решение x_j, находящееся на границе множества возможных решений, доминируется всем, что имеет большее значение критерия, вдоль которого проходит граница.

Условие несравнимости:

$f_{1i} >_{K1} f_{1j}$
$f_{1i} <_{K1} f_{1j}$
$x_i \not\succ x_j$
$x_j \not\succ x_i$

Так как x_i и x_j несравнимые решения образуют Парето границу множества возможных решений. Эффективные решения выделяются среди Парето-оптимальных решений (среди решений, лежащих на Парето границу).

Этап выбора эффективных решений, предполагающий выделение наилучших, упорядочивание решений, либо их классификацию ?

Принятие решений на основе бинарных отношений

Общие понятия бинарных отношений:

Бинарное отношение – это некоторое свойство, которое связывает пары элементов множества X^2.

Бинарное отношение – это подмножество пар, входящих в декартово произведение X^2, для которых рассматриваемое свойство выполняется.

$R = \{(x_i, x_j) \in X^2 \mid x_i R x_j\}$

$(x_i, x_j) \in R \subseteq X^2$

$(x_i, x_j) \notin R \Rightarrow (x_i, x_j) \in X^2 \setminus R$

$!R = X^2 \setminus R \Rightarrow (xi, xj) \in !R$

Способы задания отношений – матрица, граф, сечение

Операции над отношениями

Вложение отношений $R_2 > R_1$; $R_2 \subseteq R_1 \subseteq X^2$

$(x_i, x_j) \in R_2 \Rightarrow (x_i, x_j) \in R_1$

Дополнение отношения R и $!R = X^2 \setminus R$

Для отношения R существует обратное отношение R^{-1}, при этом если $x_i R x_j$, то $x_j R^{-1} x_i$

Свойства отношений