Лекция №7

Свойства отнщений

1. Рефлексивность
   Отношение R является рефлективным, если x_iRx_i
   В матрице отношения A_R единичной является главная диагональ
   На графе отображается дугой, начинающейся и заканчивающейся в одной и той же вершине
   Антирефлексивность
   Если отношение R является антирефлексивным, то условие x_iRx_i не выполняется
2. Симметричность
   Если R симметрично, то из x_iRx_j следует, что x_jRx_i
   В матрице отношения A_R будут единицы симметрично главной диагонали
   На графе будут 2 дуги: одна из первого решения во второе, вторая в обратном направлении
3. Асимметричность
   Отношение R связывает либо пару (x_i, x_j), либо пару (x_j, x_i), но не одновременно оба
4. Антисимметричность
   Если x_jRx_i и $x_iRx_j \Rightarrow x_i \sim x_j$
5. Транзитивность
   x_iRx_j и x_jRx_k, то x_iRx_k
6. Ацикличность
   На графе отношения R имеется путь из вершины x_i в вершину x_m вида $x_i, x_{i+1}, \ldots, x_{m-1}, x_m$, такие что $x_iRx_{i+1}, x_{i+1}Rx_{i+2}, \ldots, x_{m-2}Rx_{m-1}, x_{m-1}Rx_m, x_i \mathrel{!=} x_m$

Виды отношений, используемых в ТПР

1. Эквивалентности ~ (рефлексивно, симметрично, транзитивно (при реализации критериального подхода))
2. Отношение нестрогого предпочтения $\succcurlyeq$ (рефлексивно, антисимметрично, транзитивно)
   Отношение нестрогого предпочтения индуцирует (из него вытекает) отношение частичного порядка (Почему порядок частичный?)
3. Отношение строгого предпочтения (антирефлексивность, асимметричность, не транзитивность)
   Отношение строгого предпочтения индуцирует отношение строгого порядка

$x_i > x_j \sim x_l > x_k$

Функция выбора решений, порожденная бинарными отношениями

Если X множество решений, тогда на нём может быть определено подмножество $C(X) \subseteq X$, называемое множеством предпочитаемых решений, для определения C(X) должно быть введено некоторое условие, называемое функцией выбора.

<u>Функция выбора</u> – способ формирования множества предпочитаемых решений C(X) в множестве X (способ отображения X на C(X)). C: X -> C(X)

Если на множестве X определено бинарное отношение R (в частности строгого предпочтения), тогда может быть определенно по этому отношению множество предпочитаемых решений C(X).

Рассуждение, используемое при формировании множества C(X)

1. Если $x_i > x_j$, тогда $x_j \notin C(X)$
2. Если $x_i > x_j$, тогда x_i может входить C(X) и войдёт в него только в том случае, если не будет таких решений, которые бы его доминировали

Условия формирования C(X):

1. $C^R(X) = \{x_i \in X \mid \forall x_j \in X,\ x_j \not> x_i\}$ – Множество блокировки
2. $C_R(X) = \{x_i \in X \mid \forall x_j \in X,\ x_i > x_j\}$ – Множество предпочтения

Пример

РИСУНОК У МАШИ