

Лекция №14

Формализация понятия иерархии $> \notin \rightarrow \Rightarrow$

$x_i, x_j \in H$;

$x_i > x_j$ – x_i выше x_j , x_j непосредственно связан с x_i

$> \rightarrow H^2$

Для каждого $x_i \in H$ могут быть определены 2 множества: x_i^- и x_i^+

x_i^- – это те элементы системы, которые являются иерархически подчинёнными рассматриваемому элементу x_i

$x_i^- = \{x_j \in H \mid x_i > x_j\}$

x_i^+ – это те элементы системы, которым рассматриваемый элемент x_i является иерархически подчинённым

$x_i^+ = \{x_j \in H \mid x_j > x_i\}$

В соответствии с введённым понятием иерархической подчиненности понятие иерархии может быть определено как:

H – это множество элементов, образующих систему. Множество H является частично упорядоченными (элементы на одном уровне являются эквивалентными).

Цель $>$ Подцель _{i} , где $i=1 \dots n_2$

Подцель₁ \sim Подцель₂ и так далее

Подцель _{i} $>$ Действие _{j} ; $j=1 \dots n_3$

Действие₁ \sim Действие₂ и так далее

Действие _{j} $>$ Исход _{k} ; $k=1 \dots n_4$

Исход₁ \sim Исход₂ и так далее

Множество H может быть разделено на подмножества L_k эквивалентных элементов следующим образом:

1. $L_1 = \{x_1\}$, где x_1 – цель т.е. множество H является ограниченным
2. Если $x_i \in L_k \Rightarrow x_i^- \subset L_{k+1}$

Примечание: $x_1^- = L_2$

Понятие степени влияния

Для элементов x_j входящих в x_i^- должна быть определена функция $w_{xi}(x_j)$, характеризующая степень влияния x_j на x_i . $w_{xi}(x_j)$ способ отображения x_i^- на интервал $[0; 1]$

$w_{xi}(x_j): x_i^- \rightarrow (0; 1]$. Условие по $SUM[j](w_{xi}(x_j)) = 1$

Таким образом определяет степень влияния x_j на x_i , стоящий на уровне выше.

Упрощённый вид иерархии элементов

Способ определения степеней влияния

$w_{xi}(x_j)$ определяется для тех элементов x_j , которые $x_j \in L_{k-1}$; $x_i > x_j$ ($x_j \in x_i^-$)

Парные сравнения будут определять важность одних элементов по сравнению с другими

Алгоритм определения $w_{xi}(x_j)$:

1. Выполняется попарное сравнение элементов нижестоящего уровня по степени их влияния на k -й элемент i -го уровня.
2. Формируется матрица парных сравнений влияния на элемент $x_i \in L_k$ элементов $x_j \in L_{k-1}$
3. Определяется собственный вектор w_i степеней влияния нижестоящих элементов на i -й вышестоящий элемент

Вектор w_i – это собственный вектор матрицы парных сравнений степеней влияния элементов $x_j \in x_i^-$ на элемент x_i

Вид вектора:

$w_i = (w_{1i}, w_{2i}, \dots, w_{Li})$;

Если $w_{ji} > w_{ii}$, то влияние x_j больше влияния x_i на x_i

Степень влияния w_{ij} определяет важность элемента x_j для элемента x_i , тогда элемент a_{pj} матрицы парных сравнений определяет насколько элемент x_p является для элемента x_i более важным чем элемент x_j .

Сформированные оценки парных сравнений для различных компонент системы должны быть хорошо согласуемыми (коэффициент согласованности матрицы $\rightarrow 1$).

Пример хорошей согласованности оценок

Результатом определения степеней влияния элементов x_1 - x_3 на элемент x_i является вектор вида: $w_i = ()$

Определение оценок каждой из альтернатив при принятии решений методом анализа иерархии