

## Алгоритм Белмана-Форда

Матрица  $W$  весов дуг (граф ориентированный).

$d[V_0, V_j]$  – кратчайший путь из исходной вершины в  $V_j$

$D^k$  вектор кратчайших путей на  $k$  шаге, где  $d^k[V_j]$  – наикратчайший путь из исходной вершины до рассматриваемой вершины  $V_j$ .  $k = 0 \dots n-1$ , при  $k = 0$  вектор представляет собой начальные оценки весов дуг, при  $k = n-1$  оценки кратчайших путей.

Последовательность шагов алгоритма Белмана-Форда:

1.  $\forall V_j \in V: \exists (V_0, V_j) \in R \Rightarrow d^0[V_j] = w_{0j};$   
 $\nexists (V_0, V_j) \in R \Rightarrow d^0[V_j] = \infty;$
2.  $k = 1$
3. Выбор вершины  $V_j \in V \setminus \{V_0\}$
4. Выбор вершины  $V_i \in V$
5. Определение (модификация)  $d[V_j] = \min[d[V_j]; d[V_i] + w_{ij}]$ , если изменилось обновить  $p_i[V_j] = \{V_i\}$
6. Если рассмотрены не все вершины  $V_i \in V$ , тогда извлекается следующая вершина  $V_i \in V$  и реализуется переход на шаг 5 (шаги 4-6 это цикл  $i = 0 \dots n$  с телом в шаге 5)
7. Выполнить выбор вершины  $V_j \in V \setminus \{V_0\}$  если выбор возможен переход на шаг 4
8.  $k++$ , если  $k < n-1$  переход к шагу 3

Особенности алгоритма:

1. Шаг 5 представляет собой реализацию процедуры обновления весов для текущей рассматриваемой вершины  $V_j$
2. Шаги 6 и 7 позволяют производить последовательное обновление весов

Пример реализации у Маши, мне рисовать лень. Там пару ошибок.

Примечание, при переопределении значения текущей оценки  $d[V_j]$  должно быть изменено значение параметра  $p_i[V_j]$

Псевдокод алгоритма Белмана-Форда самостоятельно к экзамену.

## Параллельная реализация алгоритма Белмана-Форда

$P$  – количество ПЭ

$|R| \gg 1$  – мощность множества дуг является много больше 1 (много дуг), граф является плотно заполненным.

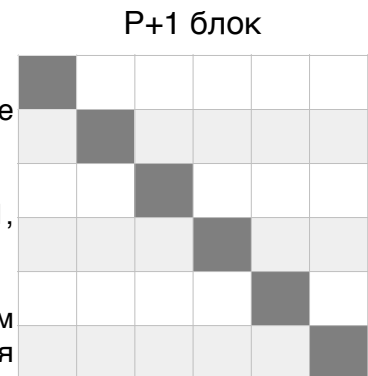
Задана матрица весов  $W[V_i, V_j]$

На матрицу весов накладывается сетка размера  $P+1 \times P+1$ , в результате формируются подматрицы весов дуг графа.

$(P+1)^2$  блоков

1. Для тех вершин, которые соответствуют диагональным подматрицам значений весов дуг выполняется параллельная реализация процедуры обновления.
2. Для каждого вертикального блока матриц (столбца) за исключением диагонального элемента выполняется параллельно процедура обновления

**Сначала диагональные блоки, потом по столбцам.**



## Параллельная реализация метода Белмана-Форда для разреженного графа

$N \gg P$  – количество вершин много больше количества ПЭ

Аналогично с предыдущим способом матрица весов разбивается на блоки путём наложения сетки  $N+1 \times N+1$

В данном алгоритме параллельно реализуется процедура обновления для тех вершин, которые соответствуют подматрицам весов дуг в строках.

**Сначала диагональные блоки, потом по строкам.**