Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Севастопольский государственный университет»

Кафедра информационных систем

КУРСОВОЙ ПРОЕКТ

ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ»

НА ТЕМУ:

«ПРИМЕНЕНИЕ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ В ИНФОРМАТИКЕ»

Студента 2 курса группы ИС/б-21-о

направление подготовки 09.03.02

*(подпись)\_\_\_\_\_\_\_* Куркчи А.Э.

« » \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2015г.

Руководитель \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(должность, ученое звание, фамилия и инициалы)

Оценка: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

г. Севастополь

2015 г.

ПЗ 1

Приближенное решение нелинейных уравнений

1. Цель

Выполнение практического задания имеет целью формирование навыков практических расчетов при решении нелинейных уравнений. В данной работе необходимо изучить правила выбора начального приближения, критерии останова вычислений и условия сходимости методов ложного положения и Ньютона-Рафсона.

1. Ход работы
   1. Графическое определение действительных корней уравнения

Дано уравнение с коэффициентами График функции изображён на рисунке 1.

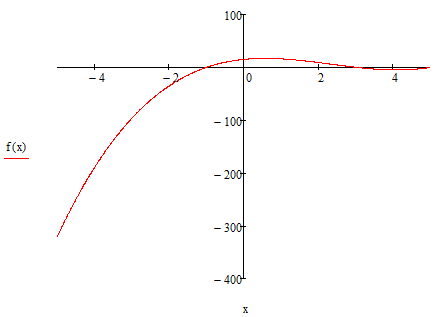


Рисунок 1 – график функции f(x)

Из графика видно, что приближенное значение корня – абсцисса точки пересечения графика функции с осью 0х, то есть x ∈ [-2, 0].

* 1. Уточнение значения минимального по абсолютному значению корня уравнения, используя МЛП

При решении нелинейных уравнений, если известен интервал изоляции корня, его значение можно выяснить методом ложного положения. При этом неподвижный конец интервала изоляции выбирается исходя из условия Фурье: C:\Users\justnero\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\IMG0015_428383015.pngC:\Users\justnero\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\IMG0016_428383015.png

Тогда х0=b, и на каждом шаге значение х уточняется по формуле:

(1)



Погрешность на каждом шаге вычисляется по формуле:

**** (2),где.



Найти корень уравнения  методом ложного положения с точностью ε = 10-4 на отрезке [-2,0]. Так как f(a)<0, а f(b)>0, то на данном интервале график функции переходит через ось абсцисс. Последовательно найдем приближения.

C:\Users\justnero\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\IMG0036_428383015.png



C:\Users\justnero\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\IMG0038_428383015.png



На десятом приближении можно увидеть, что необходимая точность достигнута.

Ответ: число итераций – 10, C:\Users\justnero\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\IMG0036_428383015.png

Блок-схема алгоритма реализации алгоритма ложного положения приведена в приложении А.

* 1. Уточнение значения минимального по абсолютному значению корня уравнения, используя МНР

Если корень уравнения f(x)=0 отделен, и f'(x) и f''(x) непрерывны и сохраняют определенные знаки на интервале [a,b], то для уточнения значения корня используют метод Ньютона-Рафсона. Первое значение х определяется из условия: f(b)f''(b)>0. На каждом шаге значение х уточняются по формуле:

(3)



А погрешность по формуле:

 (4)

Последовательно найдем приближения.



C:\Users\justnero\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\IMG0052_428383031.png



На шестом приближении можно увидеть, что необходимая точность достигнута.

Ответ: 6 итерации, C:\Users\justnero\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\IMG0050_428383031.png

Блок-схема алгоритма реализации алгоритма Ньютона – Рафсона приведена в приложении Б.

ВЫВОДЫ

В процессе выполнения практического задания были изучены алгоритмы практических расчетов при решении нелинейных уравнений. Были изучены правила выбора начального приближения, критерии останова вычислений и условия сходимости методов ложного положения и Ньютона-Рафсона.

Графическое определение действительных корней уравнения является простейшим методом нахождения приближенного значения корня уравнения, но он не дает результата высокой точность, поэтому мы можем определить к какому промежутку относится корень заданного уравнения.

После проведений расчетов можно сделать вывод, что самым быстрым в реализации оказался алгоритм Ньютона-Рафсона, так как нужная точность была достигнута на четвёртой итерации, в то время как при алгоритме ложного положения только на шестой. Однако, следует отметить, что при реализации алгоритма Ньютона-Рафсона может возникнуть сложность с нахождением производной функции,

ПРИЛОЖЕНИЕ А

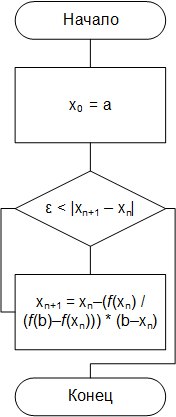


Рисунок 1 – Блок-схема алгоритма реализации алгоритма ложного положения.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

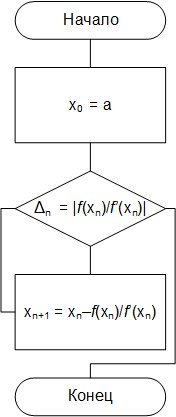


Рисунок 2 – Блок-схема алгоритма Ньютона-Рафсона.

ПЗ 2

Решение систем линейных уравнений прямыми и итерационными методами

1. Цель

Выполнение практического задания имеет целью формирование навыков практических расчетов при решении систем линейных уравнений прямыми и итерационными методами. В данной работе необходимо изучить правила выбора вектора начального приближения, критерии останова вычислений и условия сходимости методов простой итерации и Зейделя.

1. Ход работы

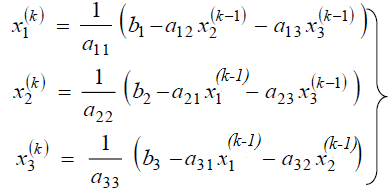
Рассматривается линейная система из трех уравнений с тремя неизвестными:

Расположим уравнения в порядке убывания их b. После этого записываем уравнения относительно x, y, z.

Первое приближение – x(0)=0, y(0)=0, z(0)=0.

1. Метод простой итерации.

Для решения СЛАУ этим методом используем формулы (2.1).



(2.1)

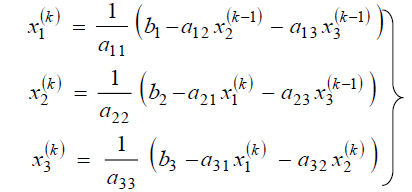
Используя первое приближение к решению системы вычисляем новое значение x, y, z. Далее, используя выше вычисленные значения и используем на следующем шаге итерации. Производим такие действия, пока не достигнута необходимая точность ε=10-4 . В Таблице 1 представлены этапы вычисления. Видно, что для достижения нужной точности понадобилось 4 итерации.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| # | **x** | **y** | **z** |  | Dx | Dy | Dz | Dmax |  | ε |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | - | - | - | - |  | 0,0001 |
| 1 | 0,81428571 | 1,92500000 | 2,71666667 |  | 0,81428571 | 1,92500000 | 2,71666667 | 2,71666667 |  |  |
| 2 | 0,80117857 | 2,00855357 | 2,68557143 |  | 0,01310714 | 0,08355357 | 0,03109524 | 0,08355357 |  |  |
| 3 | 0,79997105 | 2,00768241 | 2,68454476 |  | 0,00120753 | 0,00087116 | 0,00102667 | 0,00120753 |  |  |
| 4 | 0,79997785 | 2,00767108 | 2,68456443 |  | 0,00000680 | 0,00001133 | 0,00001967 | 0,00001967 |  |  |

Таблица 1 – Нахождение корней уравнения методом простых итераций.

1. Итерационный метод Зейделя.

Для решения СЛАУ этим методом используем формулы (2.2).



(2.2)

Используя первое приближение к решению системы вычисляем новое значение x(1). Далее вычисляют новое значение y(1), используя уже вычисленный x(1). Используя вычисленные значения x(1) и y(1), находим новое значение z(1). Производим такие действия, пока не достигнута необходимая точность ε=10-4. В Таблице 2 представлены этапы вычисления. Видно, что для достижения нужной точности понадобилось 4 итерации.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| # | **x** | **y** | **z** |  | Dx | Dy | Dz | Dmax |  | ε |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | - | - | - | - |  | 0,0001 |
| 1 | 0,81428571 | 1,90667857 | 2,68581571 |  | 0,81428571 | 1,90667857 | 2,68581571 | 2,68581571 |  |  |
| 2 | 0,80128191 | 2,00768925 | 2,68455560 |  | 0,01300380 | 0,10101067 | 0,00126012 | 0,10101067 |  |  |
| 3 | 0,79997781 | 2,00767133 | 2,68456453 |  | 0,00130411 | 0,00001791 | 0,00000893 | 0,00130411 |  |  |
| 4 | 0,79997807 | 2,00767166 | 2,68456452 |  | 0,00000027 | 0,00000033 | 0,00000001 | 0,00000033 |  |  |

Таблица 2 – Нахождение корней уравнения итерационный метод Зейделя.

ВЫВОДЫ

В процессе выполнения практического задания были сформированы навыки практических расчетов решения систем линейных уравнений методом простых итераций и итерационным методом Зейделя.

Метод простой итерации — один из простейших численных методов решения уравнений. численный метод решения математических задач, приближённый метод решения системы линейных алгебраических уравнений. Суть такого метода заключается в нахождении по приближённому значению величины следующего приближения (являющегося более точным). Метод позволяет получить значения корней системы с заданной точностью.

Итерационный метод Зейделя является модификацией метода простых итераций, где после задания начального приближения х(0) вместо параллельного итерирования производится последовательное итерирование, причем на каждой итерации в каждое последующее уравнение подставляются значения неизвестных, полученных из предыдущих уравнений. Используя этот метод, мы можем достигнуть заданной точности за меньшее количество итераций, чем при методе простых итераций.

Для данной системы линейных алгебраических уравнений мы достигли заданной точности в первом и втором методе за 4 итерации.

ПЗ 3

Численное интегрирование функций. Численное дифференцирование функций.

1. Цель

Выполнение практического задания имеет целью формирование навыков практических расчетов при дифференцировании и интегрировании функций методом построения линейных квадратурных формул, выявление особенностей применения формул трапеций и Симпсона, применением формул симметричной аппроксимации с остаточным членом при интерполировании по трем и пяти точкам.

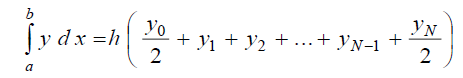
1. Ход работы

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **y=f(x)** | **Значения Хi** | | | | | **Значения Yi** | | | | |
| **X0** | **X1** | **X2** | **X3** | **X4** | **Y0** | **Y1** | **Y2** | **Y3** | **Y4** |
| cos(x) | 0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 1,0000 | 0,9950 | 0,9801 | 0,9553 | 0,9211 |

http://pastexen.com/i/2MXdFuSPd8.png Дана подынтегральная функция и 5 точек:

Таблица 1 – Исходные данные

Рассчитаем значение определенного интеграла p1 = , используя общую формулу трапеций (3.1).



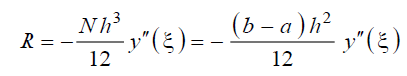
(3.2)

(3.1)

http://pastexen.com/i/W9SOFeN51C.png

Результат : h1 = 0,1; p1 = 0,389095.

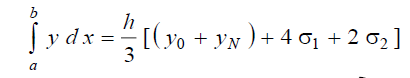
http://pastexen.com/i/Nh4zf365A5.pngПо формуле (3.3), где , рассчитаем значение остаточного члена определенного интеграла. За ξ примем значение 0,25.



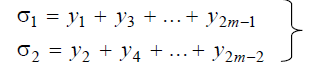
(3.3)

Результат: R1 = 0,000333.

Рассчитаем значение определенного интеграла p2 = , используя общую формулу Симпсона (3.4).



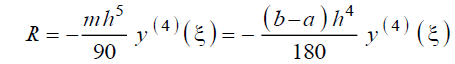
(3.4)



(3.5)

Результат : σ1 = 1,9503, σ2 = 0,9801, p2 = 0,389417.

По формуле (3.6) рассчитаем значение остаточного члена определенного интеграла.



(3.6)

Результат : R2 = -0,0000002.

Выполним расчеты по значениям подынтегральной функции в узлах x0, x2, x4 по тем же формулам.

Результат : h2 = 0,2, p3 = 0,388130, R3 = 0,001333; σ1 = 0,9801, σ2 = 0, p2 = 0,389433, R4 = -0,00000355.

Составим таблицу значений интеграла и сравним их.

|  |  |
| --- | --- |
| Метод | Результат |
| - | 0,389418 |
| Трапеции(5 точек) | 0,389095 |
| Симпсона(5 точек) | 0,389417 |
| Трапеции(3 точек) | 0,388130 |
| Симпсона(3 точек) | 0,389433 |

Таблица 2 – Конечные результаты.

ВЫВОДЫ

В процессе выполнения практического задания были сформированы навыки практических расчетов при дифференцировании и интегрировании функций методом построения линейных квадратурных формул, выявление особенностей применения формул трапеций и Симпсона, применением формул симметричной аппроксимации с остаточным членом при интерполировании по трем и пяти точкам.

После нахождения интеграла двумя методами с 5, а затем с 3 точками была составлена таблица результатов, где найденные значения сравниваются с теоретическим значением. Видно, наиболее близким оказался метод Симпсона с 5 точками. Также можно сделать вывод, что увеличение количества точек приводит к уточнению, и тем самым улучшению, результата интегрирования.