

Modelización y Simulación de Sistemas  
**Guía de Trabajos Prácticos: Evaluación de Modelos**

Se ha utilizado un modelo demográfico con el objetivo de predecir la dinámica de una población de escarabajos de harina *Tribolium* bajo condiciones de laboratorio. Este modelo consiste de tres ecuaciones acopladas, no lineales y estocásticas que bajo ciertas condiciones muestran un comportamiento caótico.

El modelo describe la relación entre las poblaciones de escarabajos *Tribolium* de tres distintos estados de madurez. Las ecuaciones en diferencias de este modelo son las siguientes:

$$\begin{aligned} L_{n+1} &= bA_n e^{-c_{el}L_n - c_{ea}A_n + E_1n} \\ P_{n+1} &= (1 - \mu_l)L_n e^{E_2n} \\ A_{n+1} &= (P_n e^{-c_{pa}A_n} + (1 - \mu_a)A_n) e^{E_3n} \end{aligned} \tag{1}$$

donde:

- $n$  es el tiempo discreto cuya unidad corresponde con dos semanas en este modelo.
- $L_n$  es la cantidad de larvas que sirven de alimento en el instante  $n$ .
- $P_n$  es la cantidad de larvas que no sirven de alimento, de pupas y de adultos jóvenes en el instante  $n$ .
- $A_n$  es la cantidad de adultos en el instante  $n$ .
- $b$  el número de larvas reclutadas por adulto y por unidad de tiempo en ausencia de canibalismo.
- $\mu_l$  es la tasa de mortandad de larvas.
- $\mu_a$  es la tasa de mortandad de adultos.
- $e^{-c_{el}L_n}$  es la probabilidad de que un huevo no sea comido en la presencia de  $L_n$  larvas, por unidad de tiempo.
- $e^{-c_{ea}A_n}$  es la probabilidad de que un huevo no sea comido en la presencia de  $A_n$  adultos, por unidad de tiempo.
- $e^{-c_{pa}A_n}$  es la probabilidad de supervivencia de pupas en presencia de  $A_n$  adultos, por unidad de tiempo.
- $E_{Nn}$  son variables de ruido aleatorio con distribución normal.

Las no linealidades exponenciales presentes en el modelo representan el canibalismo sobre los huevos que realizan larvas y adultos y sobre las larvas que realizan pupas y adultos. Las variables aleatorias representan desviaciones impredecibles de las observaciones realizadas sobre la estructura determinística del modelo, provocadas por cambios ambientales entre otras causas.

El primer objetivo de este trabajo es analizar el efecto de los distintos parámetros sobre la evolución del modelo, i.e. que tan sensible es el sistema para el cambio en distintos parámetros.

De acuerdo a las condiciones de laboratorio en la que evolucionó la población podemos estimar cierto rango para los valores de los parámetros. Además en relación al papel que desempeñan en el modelo sabemos que todos deben ser mayores que cero. Todas estas consideraciones nos permitirán reducir el espacio de búsqueda:  $b < 15$ ,  $\mu_l < 1$ ,  $\mu_a < 1$ ,  $c_{el} < 0,1$ ,  $c_{ea} < 0,1$  y  $c_{pa} < 1$ .

A partir de una población inicial de 250 larvas pequeñas, 5 pupas y 100 adultos, se realizaron los recuentos de la cantidad de escarabajos en cada etapa durante 80 semanas con una periodicidad de 2 semanas. Los resultados se guardaron en archivos de texto que contienen tres columnas y 40 filas. En cada fila se encuentran los recuentos correspondientes a un período de 2 semanas que según las columnas corresponden a  $L_n$ ,  $P_n$  y  $A_n$ .

Las características no lineales, el comportamiento posiblemente caótico y las variables aleatorias presentes en el modelo dificultan la identificación de parámetros del sistema (calibración). Mediante distintos métodos de identificación de parámetros se han obtenido los tres posibles conjuntos de parámetros que se presentan en la Tabla 1. Se le solicita que elija el conjunto de parámetros que considera mas adecuado.

Tabla 1: Posibles conjuntos de parámetros.

Modelo	$b$	$\mu_l$	$\mu_a$	$c_{el}$	$c_{ea}$	$c_{pa}$
1	3,75	0,125	0,5	$3,12 \times 10^{-3}$	$6,82 \times 10^{-3}$	$6,25 \times 10^{-3}$
2	9,882	$1,56 \times 10^{-2}$	0,8867	$3,95 \times 10^{-2}$	$6,3 \times 10^{-3}$	0,1016
3	9,59	$9,77 \times 10^{-3}$	0,88	$3,82 \times 10^{-2}$	$6,24 \times 10^{-3}$	$9,59 \times 10^{-2}$

Evalúe cualitativamente el modelo final de acuerdo a los diferentes criterios que conoce.

## Referencias

- [1] Costantino, R. F., R. A. Desharnais, J. M. Cushing, and Brian Dennis. "Chaotic dynamics in an insect population." *Science* 275, no. 5298: 389-391. 1997.
- [2] "Matlab, User's. Guide." The mathworks Inc., Natick, MA.