9 Fricción

Objetivos del capítulo

- Analizar el fenómeno de la fricción y su influencia en las situaciones habituales.
- Estudiar las leyes y características de la fricción seca.
- Analizar el equilibrio de cuerpos sometidos a fuerzas donde intervienen fuerzas de fricción.

9.1 Introducción y antecedentes

La *fricción* es un fenómeno físico que abordamos en casi todas las situaciones de la vida diaria. En unas, resulta conveniente y la usamos a nuestro favor, y en otras, optamos mejor por reducirla o eliminarla completamente, si es posible.

Cuando se introduce un clavo en la pared o se enchufa el terminal del cable de un electrodoméstico, la fricción ayuda a que se mantenga en su lugar. La fricción también es necesaria cuando pisamos en el suelo y nos impulsamos para caminar; y lo mismo sucede cuando las ruedas de un vehículo se apoyan en el pavimento para poder avanzar, por eso se afirma que el desplazamiento se hace más eficiente y seguro cuando la fuerza de fricción entre las ruedas y el pavimento es más alta, caso contrario, es conocido que cuando el pavimento está mojado, lo cual disminuye la fricción, la respuesta a la conducción no es la mejor y puede llevar a que ocurran accidentes.

La acción de frenado de un vehículo también requiere de una gran fricción, por lo cual se busca aumentar sus valores en el sistema de frenos; en cambio, en otros mecanismos, como en la caja de velocidades, entre otros, se requiere más bien disminuirla al máximo, porque impide el libre movimiento de las partes, y para ese efecto se adicionan lubricantes entre los elementos en contacto, como aceite o grasa.

Por las anteriores razones, se distinguen básicamente dos tipos de fricción:

— *Fricción lubricada:* cuando entre las partes en rozamiento se aplican sustancias para disminuir sus efectos.
— *Fricción seca:* cuando entre las superficies en contacto no existen sustancias adicionales.

Como referentes históricos del estudio de la fricción se puede mencionar inicialmente a Leonardo da Vinci, en 1492, cuando descubrió que la fricción es una fuerza directamente proporcional a la carga, o fuerza con que se presionan las superficies, después a Guillaume Amontons, en 1699, cuando definió formalmente las leyes que rigen el comportamiento de la fricción, a lo cual se le sumó la comprobación de estas leyes por parte de Charles-Augustin de Coulomb, en 1781, además de establecer la diferencia entre una fricción estática y otra dinámica.

9.2 Leyes de la fricción seca

Para empezar a entender el fenómeno de la fricción y las leyes que la gobiernan, se puede realizar el siguiente experimento: se aplica una fuerza $\vec{P}$ para intentar mover una caja de peso $\vec{W}$, con dimensiones $(a)(b)(h)$, la cual reposa sobre una superficie de apoyo, mediante el área de contacto $A = (a)(b)$, como se aprecia en la figura 9.1(a), por lo que, en consecuencia, se presenta una fuerza $\vec{F}$, que se resiste al movimiento, denominada *fuerza de fricción*.

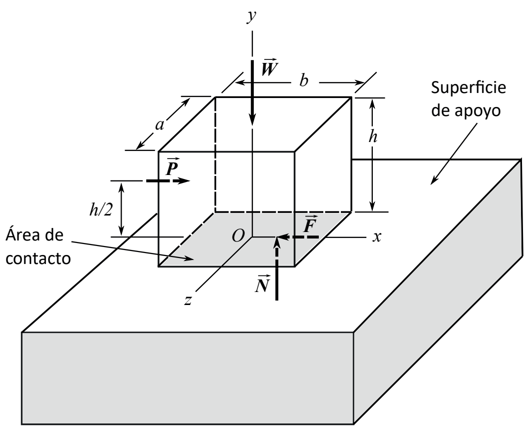


Figura 9.1

Inicialmente, cuando la fuerza $\vec{P}$ es igual a cero y en consecuencia no existe fuerza de fricción $\vec{F}$, entonces, el peso $\vec{W}$, y la fuerza normal $\vec{N}$ son iguales, de sentidos contrarios y se encuentran sobre la misma línea de acción, o eje y, como se observa en la figura 9.2(a), al cumplirse lo establecido por el principio de acción y reacción, expresado mediante la tercera ley de Newton.

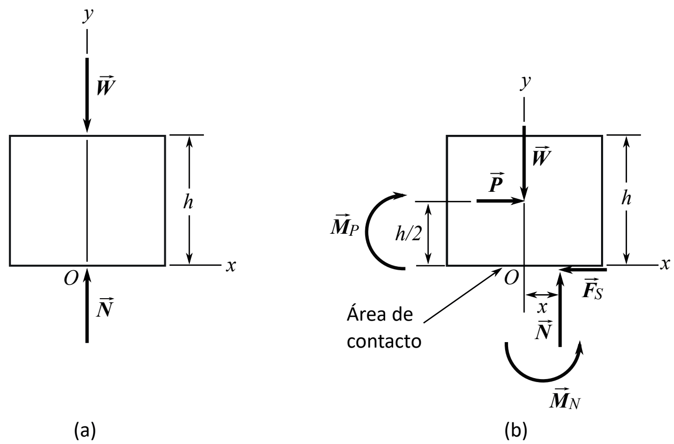


Figura 9.2

Se va incrementando la fuerza $\vec{P}$, aplicada a la altura $h/2$, desde cero hasta un valor máximo, en el que la caja empieza a moverse, la cual corresponde al valor denominado *fricción estática* (F_S), como se aprecia en la figura 9.2(b).

Las fuerzas $\vec{P}$ y $\vec{F}_S$, al ser iguales y de sentidos contrarios, forman un par de momento $M_P = (F_S)(h/2)$, que intenta voltear la caja en el sentido de las manecillas del reloj, por tal razón, la línea de acción de la fuerza normal $\vec{N}$ se traslada la distancia x, para generar un par de momento $M_N = (N)(x)$, igual y de sentido opuesto, para compensar dicha acción de volteo.

Superado el valor de fricción máxima o fricción estática (F_S), la caja entra en movimiento, el cual se mantiene, aunque se le aplique una fuerza menor, denominada *fricción cinética* (F_K). Dicho comportamiento se describe en la gráfica de fuerza de fricción F versus fuerza aplicada P, como se indica en la figura 9.3, en donde se diferencian dos zonas: la de fricción estática, según la cual el valor de la fuerza de fricción F desarrollada por las superficies en contacto permanece en equilibrio con la magnitud de la fuerza aplicada P, hasta llegar a un punto máximo en el cual la fuerza resistente baja súbitamente y el cuerpo empieza a moverse, entonces pasa a la otra zona, la de fricción cinética.

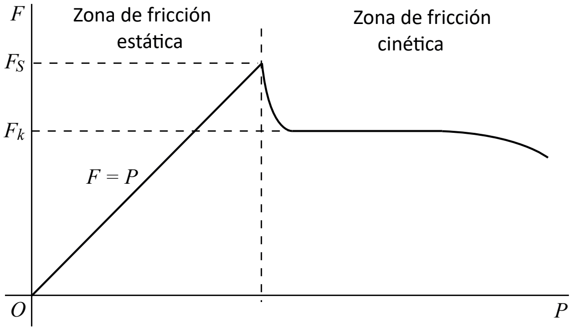


Figura 9.3

Experimentalmente se demuestra que el valor de la fuerza de fricción estática F_S es directamente proporcional a la magnitud de fuerza normal N, existente en las superficies en contacto, lo cual responde a la siguiente expresión:

$$F_S = u_S N \tag{9.1}$$

Siendo u_S la constante de proporcionalidad denominada coeficiente de fricción estático.

Una relación similar se puede hallar entre la fricción cinética F_k y la fuerza normal N, dada así:

$$F_K = u_K N \tag{9.2}$$

En donde la constante de proporcionalidad u_K se llama coeficiente de fricción cinética.

Los coeficientes de fricción, tanto estático u_S como cinético u_K, se miden para cada par de materiales en contacto, con valores que van desde 0 hasta 1 y representan un porcentaje de la fuerza normal N, o fuerza con la cual se presionan las superficies en contacto. Se ha encontrado que los valores de u_K son aproximadamente un 25 % menores que los de u_S correspondientes.

En la tabla 9.1 se muestran valores típicos de u_S y de u_K para diferentes materiales, los cuales se pueden usar en términos generales, aunque para obtener datos más precisos es necesario recurrir a experimentos específicos, puesto que en el fenómeno de la fricción influyen muchas variables, como las condiciones ambientales de temperatura o humedad del aire, además del estado de las superficies.

Las leyes y características de la fricción seca se pueden resumir en las siguientes:

— La fricción es una fuerza que se opone al movimiento relativo entre dos superficies en contacto y, por lo tanto, se manifiesta como una fuerza de reacción; además, se afirma que es una fuerza tangencial, porque actúa en dirección paralela a dichas superficies.

— La magnitud de la fuerza de fricción es directamente proporcional a la fuerza con que se presionan las superficies y es prácticamente independiente del área de contacto.
— La fuerza de fricción cinética es independiente de la velocidad relativa de las superficies en contacto y es ligeramente inferior a la fuerza de fricción estática, desarrollada por las mismas superficies.
— La teoría más aceptada acerca de la naturaleza de la fuerza de fricción explica que se debe a las rugosidades presentes en las superficies en contacto y a la existencia de fuerzas electromagnéticas entre los materiales, aunque los fundamentos enteramente satisfactorios todavía son en la actualidad objeto de estudio entre los investigadores.

Tabla 9.1

Superficies en contacto		
acero-latón	0.5	0.4
acero-teflón	0.04	0.04
caucho-cemento	0.3	0.25
madera-cuero	0.5	0.4
madera-piedra	0.7	0.3
madera-metal	0.4	0.2

9.2.1 Ejemplo 9.1

Una caja de 120 lb se encuentra sobre un plano inclinado, como se indica en la figura 9.4, siendo $u_S = 0.4$. Determinar: *a*) la magnitud de la fuerza horizontal máxima *P* para que la caja no se desplace hacia arriba y *b*) el valor de la fuerza horizontal mínima *P* necesaria para evitar que la caja se deslice hacia abajo.

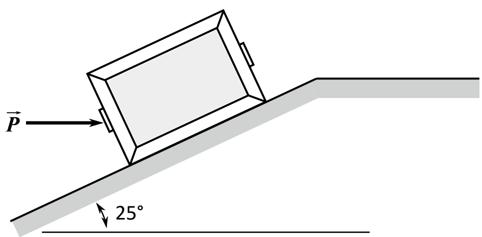


Figura 9.4

Análisis preliminar

Desde el punto de vista de la fuerza de fricción, se pueden analizar tres situaciones de equilibrio, que se ilustran mediante los diagramas de cuerpo libre de la figura 9.5, considerando que la caja no va a presentar acciones de volteo, así:

- *Posición intermedia:* en donde la caja se considera en equilibrio, independiente de la fuerza de fricción, sometida solo a las tres fuerzas: $\vec{P}$, $\vec{W}$, y $\vec{N}$, para lo cual se establecen los ejes x y y, de forma paralela y perpendicular al plano, respectivamente, como se indica en la figura 9.5(b), siendo $\vec{F}_s = 0$.
- *Fuerza máxima de fricción negativa:* representada por un vector de magnitud F_S, de sentido hacia abajo del plano, como se ilustra en la figura 9.5(a), la cual responde a la expresión $F_S = u_S N$ y determina la magnitud de la máxima fuerza horizontal P requerida para que la caja no se desplace hacia arriba.
- *Fuerza máxima de fricción positiva:* representada por un vector de magnitud F_S, de sentido hacia arriba del plano, como se ilustra en la figura 9.5(c), la cual está dada mediante la relación $F_S = u_S N$ y define el valor de la fuerza horizontal mínima P necesaria para evitar que la caja deslice hacia abajo.

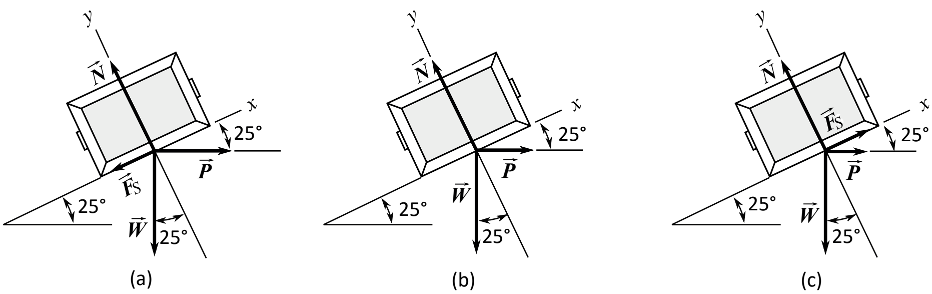


Figura 9.5

La diferencia entre las fuerzas máximas de fricción estática, positiva y negativa, determina el rango de valores en el cual la caja se encuentra en equilibrio, en relación con la fricción, siempre que no se superen dichos valores, en donde el cuerpo pasará al estado de fricción cinética y, por lo tanto, dejará de estar en equilibrio, desde el punto de vista estático.

Solución (a)

Con base en la figura 9.5(a), se descompone cada una de las fuerzas según los ejes x y y, así:

$$\vec{\boldsymbol{P}} = P\ cos\ 25°\boldsymbol{i} - P\ sen\ 25°\boldsymbol{j} = 0.906P\boldsymbol{i} - 0.422P\boldsymbol{j}$$

$$\vec{\boldsymbol{W}} = -W\ sen\ 25°\boldsymbol{i} - W\ cos\ 25°\boldsymbol{j} = -(120\text{ lb})(0.422)\boldsymbol{i} - (120\text{ lb})(0.906)\boldsymbol{j}$$

$$= -50.64\text{ lb}\boldsymbol{i} - 108.72\text{ lb}\boldsymbol{j}$$

$$\vec{\boldsymbol{F}}_s = -F_S\boldsymbol{i} = -u_S N\boldsymbol{i} = -0.4N\boldsymbol{i}$$

$$\vec{\boldsymbol{N}} = N\boldsymbol{j}$$

Se aplican las ecuaciones de equilibrio:

$$\begin{aligned} &\sum F_x + \nearrow = 0:\ 0.906P - 50.64\text{ lb} - 0.4N = 0 \\ &0.4N = 0.906P - 50.64\text{ lb} \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} &\sum F_y + \nwarrow = 0:\ N - 0.422P - 108.72\text{ lb} = 0 \\ &N = 0.422P + 108.72\text{ lb} \end{aligned} \tag{2}$$

Al resolver las ecuaciones 1 y 2:

$$\boldsymbol{P = 128\ \text{lb}}$$

Solución (b)

Se realiza nuevamente el análisis de equilibrio según los ejes x y y, aunque ahora conforme a la figura 9.5(c), así:

$$\vec{\boldsymbol{P}} = P\ cos\ 25°\boldsymbol{i} - P\ sen\ 25°\boldsymbol{j} = 0.906P\boldsymbol{i} - 0.422P\boldsymbol{j}$$

$$\vec{\boldsymbol{W}} = -W\ sen\ 25°\boldsymbol{i} - W\ cos\ 25°\boldsymbol{j} = -(120\text{ lb})(0.422)\boldsymbol{i} - (120\text{ lb})(0.906)\boldsymbol{j}$$

$$= -50.64\text{ lb}\boldsymbol{i} - 108.72\text{ lb}\boldsymbol{j}$$

$$\vec{\boldsymbol{F}}_s = F_S\boldsymbol{i} = u_S N\boldsymbol{i} = 0.4N\boldsymbol{i}$$

$$\vec{\boldsymbol{N}} = N\boldsymbol{j}$$

Se aplican nuevamente las ecuaciones de equilibrio:

$$\begin{aligned} &\sum F_x + \nearrow = 0:\ 0.906P - 50.64\ lb + 0.4N = 0 \\ &0.4N = 50.64\ lb - 0.906P \end{aligned} \tag{1}$$

$$\sum F_y + \nwarrow = 0: \; N - 0.422P - 108.72 \text{ lb} = 0$$

$$N = 108.72\, lb + 0.422P \qquad (2)$$

De las ecuaciones 1 y 2 resulta:

$$\boldsymbol{P = 6.7 \text{ lb}}$$

9.2.2 Ejemplo 9.2

Un paquete de peso W = 550 N se encuentra sobre una superficie horizontal, donde u_S = 0.4 y u_K = 0.3, sometido a una fuerza $\vec{\boldsymbol{P}}$ y otra fuerza horizontal de 450 N, como se ilustra en la figura 9.6(a). Determinar la magnitud y el sentido de la fuerza de fricción desarrollada, para los casos cuando *a*) P = 480 N, *b*) P = 580 N y *c*) P = 300 N.

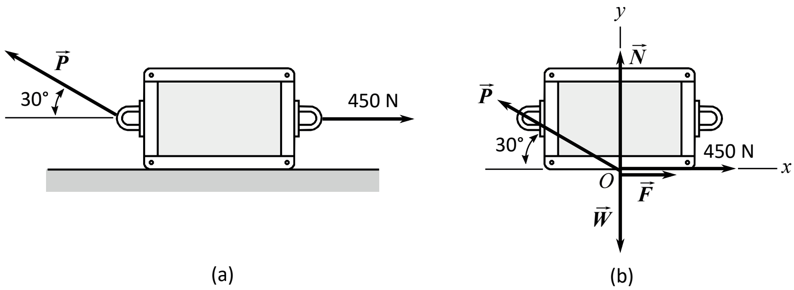


Figura 9.6

Solución (a)

Teniendo en cuenta que el paquete se encuentra libre de acciones de volteo, se elabora el diagrama de cuerpo libre ilustrado en la figura 9.6(b), estando en equilibrio bajo las fuerzas $\vec{\boldsymbol{P}}$, $\vec{\boldsymbol{N}}$, $\vec{\boldsymbol{W}}$, la horizontal de 450 N y la fuerza de fricción $\vec{\boldsymbol{F}}$, al suponer su sentido positivo respecto al eje de las x, para corregirla después, de acuerdo con los resultados.

Se toma sumatoria de fuerzas en el eje x, así:

$$\sum F_x + \rightarrow = 0: \; 450 \text{ N} + F - P\, cos\, 30° = 0$$

Al reemplazar P = 480 N y despejar F, se tiene:

$$F = P\, cos\, 30° - 450 \text{ N} = (480 \text{ N})\, cos\, 30° - 450 \text{ N} = -34.3 \text{ N} \qquad \vec{\boldsymbol{F}} = \mathbf{34.3\ N} \leftarrow$$

El valor anterior indica que el paquete, bajo las fuerzas dadas, siendo P = 480 N, desarrolla una fuerza de fricción de magnitud F = 34.3 N de sentido hacia la izquierda, requerida para mantener el equilibrio. Falta verificar si no excede la fuerza máxima de fricción estática $\vec{\boldsymbol{F}}_S$, por lo cual pasaría al estado de fricción cinética. Para averiguarlo, se toma sumatoria de fuerzas en el eje y, así:

$$\sum F_y + \uparrow = 0{:}\ N + P\ sen\ 30° - W = 0 \qquad N = W - P\ sen\ 30° = 550\ \text{N} - (480\ \text{N})\ sen\ 30° = 310\ \text{N}$$

O sea que:

$$F_S = u_S N = 0.4(310\ \text{N}) = 124\,\text{N}$$

Dado que $F < F_S$, entonces el paquete se encuentra en fricción estática, por lo que el valor de F hallado es correcto.

Solución (b)

Se toma sumatoria de fuerzas en el eje x, así:

$$\sum F_x + \rightarrow = 0{:}\ 450\ \text{N} + F - P\ cos\ 30° = 0$$

Al sustituir P = 580 N y despejar F, se da:

$$F = P\ cos\ 30° - 450\ \text{N} = (580\ \text{N})\ cos\ 30° - 450\ \text{N} = 52.3\ \text{N} \qquad \vec{\boldsymbol{F}} = \mathbf{52.3\ N} \rightarrow$$

Se toma sumatoria de fuerzas en el eje y, para verificar si $F < F_S$, así:

$$\sum F_y + \uparrow = 0{:}\ N + P\ sen\ 30° - W = 0 \qquad N = W - P\ sen\ 30° = 550\ \text{N} - (580\ \text{N})\ sen\ 30° = 260\ \text{N}$$

Por lo tanto:

$$F_S = u_S N = 0.4(260\ \text{N}) = 104\ \text{N}$$

Al ser $F < F_S$, la fuerza de fricción $\vec{\boldsymbol{F}}$ con sentido hacia la derecha es correcta.

Solución (c)

Se toma sumatoria de fuerzas en el eje x, así:

$$\sum F_x + \rightarrow = 0{:}\ 450\ \text{N} + F - P\ cos\ 30° = 0$$

Al reemplazar P = 300 N y despejar F, se tiene:

$$F = P\ cos\ 30° - 450\ \text{N} = (300\ \text{N})\ cos\ 30° - 450\ \text{N} = -190.2\ \text{N} \qquad \vec{\boldsymbol{F}} = \mathbf{190.2\ N} \leftarrow$$

Se toma sumatoria de fuerzas en el eje y, para verificar si $F < F_S$, así:

$$\sum F_y + \uparrow = 0{:}\ \text{N} + P\ sen\ 30° - W = 0 \qquad N = W - P\ sen\ 30° = 550\ \text{N} - (300\ \text{N})\ sen\ 30° = 400\ \text{N}$$

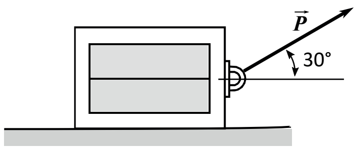
$$F_S = u_S N = 0.4(400\ \text{N}) = 160\ \text{N}$$

Debido a que $F > F_S$, o sea, la fuerza de fricción desarrollada supera el valor estático, el cuerpo entra en movimiento al pasar al estado de fricción cinética, siendo su verdadero valor:

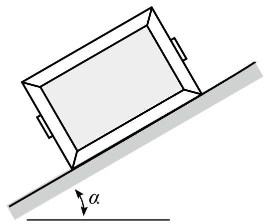
$$F_k = u_k N = 0.3(400 \text{ N}) = 120 \text{ N} \quad \vec{\boldsymbol{F}} = \mathbf{120\ N} \leftarrow$$

9.3 Problemas propuestos

Problema 9.1. Determinar la magnitud de la fuerza $\vec{\boldsymbol{P}}$ necesaria para que el bloque de peso W = 450 N, mostrado en la figura, intente moverse, siendo u_S = 0.4.



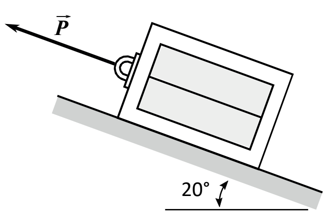
Problema 9.1



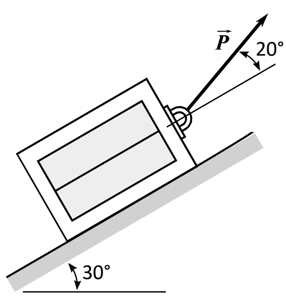
Problema 9.2

Problema 9.2. Un paquete de 80 lb es colocado sobre un plano inclinado, como se ilustra en la figura. Si el coeficiente de fricción estática es u_S = 0.6, determinar: *a*) el máximo ángulo de inclinación α para que el paquete no deslice y *b*) el correspondiente valor de la fuerza de fricción.

Problema 9.3. Un bloque de peso W = 500 N reposa sobre un plano inclinado, siendo u_S = 0.25, sobre el cual actúa una fuerza $\vec{\boldsymbol{P}}$ paralela al plano, como se indica en la figura. Determinar la magnitud y el sentido de la fuerza de fricción presente en los casos *a*) P = 200 N y *b*) P = 140 N.



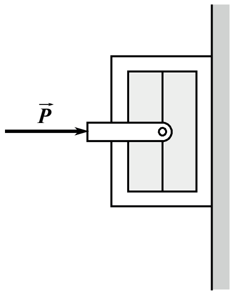
Problema 9.3



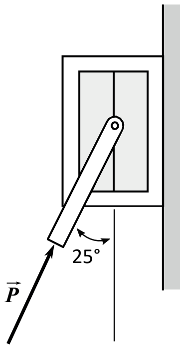
Problema 9.4

Problema 9.4. El bloque de peso W = 600 N descansa sobre una superficie inclinada, como se indica en la figura, en donde u_S = 0.25, *a*) ¿cuál es el valor de la fuerza $\vec{P}$ necesaria para que empiece a deslizar hacia arriba?, *b*) ¿cuál es el valor para que intente moverse hacia abajo?, y *c*) ¿cuál es la magnitud de $\vec{P}$ para que el cuerpo se encuentre en equilibrio independiente de la fricción?

Problema 9.5. Determinar la magnitud de la fuerza mínima horizontal $\vec{P}$ necesaria para mantener el cuerpo de peso W = 120 lb contra una pared, siendo u_S = 0.4.



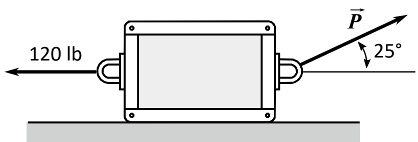
Problema 9.5



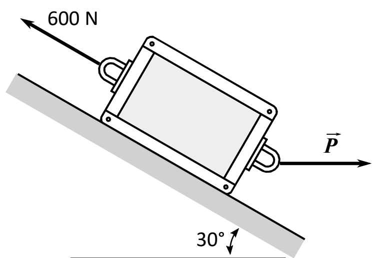
Problema 9.6

Problema 9.6. Determinar el valor de la fuerza $\vec{P}$ mínima necesaria para mantener en la posición mostrada el cuerpo de peso W = 140 lb contra una pared, siendo u_S = 0.4.

Problema 9.7. Un paquete de 150 lb se encuentra sobre una superficie horizontal, donde u_S = 0.4 y u_K = 0.3, sometido a una fuerza $\vec{P}$ y otra fuerza horizontal de 120 lb, como se indica en la figura. Determinar la magnitud y el sentido de la fuerza de fricción desarrollada, para los casos *a*) P = 100 lb, *b*) P = 160 lb y *c*) P = 180 lb.



Problema 9.7



Problema 9.8

Problema 9.8. Un paquete de peso $W = 500$ N se encuentra sobre plano inclinado, donde $u_S = 0.4$ y $u_K = 0.3$, sometido a una fuerza de 600 N paralela al plano y a otra fuerza $\vec{\boldsymbol{P}}$ horizontal, como se ilustran en la figura. Determinar la magnitud y el sentido de la fuerza de fricción desarrollada, para los casos *a*) $P = 450$ N, *b*) $P = 560$ N y *c*) $P = 350$ N.

Problema 9.9. La barra *AB* de peso $\vec{\boldsymbol{W}}$ y longitud *L* se encuentra apoyada como se indica en la figura. Si la fuerza $\vec{\boldsymbol{P}} = 0$ y el coeficiente de fricción estático entre la barra y el piso es 0.4, ¿cuál es el mínimo ángulo requerido para que la barra se incline sin deslizar? Considere despreciable el coeficiente de fricción estático entre la barra y la pared.

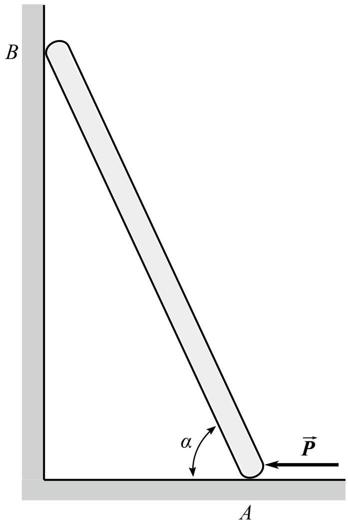
Problema 9.10. La barra *AB* de peso $\vec{\boldsymbol{W}}$ y longitud *L* se encuentra inclinada un ángulo $\alpha = 45°$, como se indica en la figura. Si la fuerza $\vec{\boldsymbol{P}} = 0$ y el coeficiente de fricción estático entre la barra y el piso es 0.4, determinar el mínimo coeficiente de fricción estático u_S entre la barra y la pared para que no deslice.

Problema 9.11. La barra *AB* de peso 60 lb y longitud *L* se encuentra apoyada como se indica en la figura. Si el coeficiente de fricción estático entre la barra y el piso es 0.4 y el ángulo de inclinación $\alpha = 40°$, ¿cuál es el mínimo valor de la fuerza horizontal *P* para que la barra no deslice? Considere despreciable el coeficiente de fricción estático entre la barra y la pared.

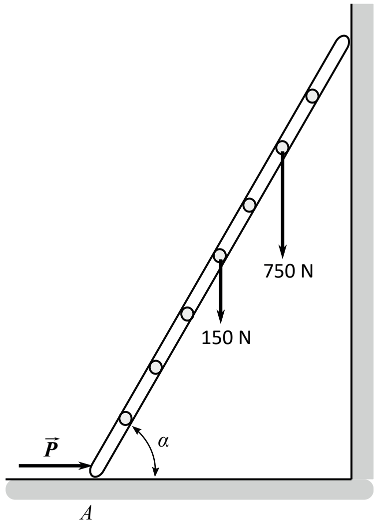
Problema 9.12. Una escalera *AB* de peso 150 N y longitud *L* es apoyada como se indica en la figura. Si la fuerza $\vec{\boldsymbol{P}} = 0$ y los coeficientes de fricción estática entre la escalera con la pared y el piso son respectivamente 0.3 y 0.4, determinar el ángulo de inclinación α mínimo para que la escalera no deslice si una persona de peso 750 N sube hasta la posición a ¾ de *L* y el centro de gravedad de la escalera está a ½ de *L*.

Problema 9.13. Una escalera AB de peso 150 N y longitud L se encuentra inclinada un ángulo $\alpha = 58°$, como se indica en la figura. Si la fuerza $\vec{\boldsymbol{P}} = 0$ y el coeficiente de fricción estática entre la escalera y el piso es 0.4, determinar el coeficiente de fricción estático mínimo entre la escalera y la pared para que la escalera no deslice si una persona de peso 750 N se sube hasta la posición a ¾ de *L* y el centro de gravedad de la escalera está a ½ de *L*.

Problema 9.14. Una escalera *AB* de peso 150 N y longitud *L* se encuentra inclinada un ángulo $\alpha = 60°$, como se indica en la figura. Si el coeficiente de fricción estática entre la escalera y la pared es 0.3, ¿cuál es el mínimo valor de la fuerza horizontal *P* para que la escalera no deslice si una persona de peso 750 N se sube hasta la posición a ¾ de *L* y el centro de gravedad de la escalera está a ½ de *L*? Considere despreciable el coeficiente de fricción estático entre la escalera y el piso.



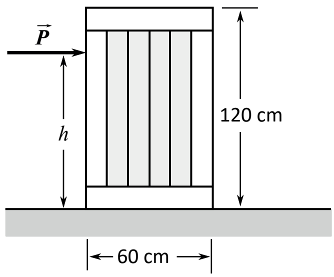
Problemas 9.9, 9.10 y 9.11



Problemas 9.12, 9.13 y 9.14

Problema 9.15. Una caja de 500 N de peso, con medidas como se indica en la figura y centro de gravedad en su centro geométrico, reposa sobre una superficie con $u_S = 0.4$ y $u_K = 0.3$. *a*) Calcular la fuerza de fricción desarrollada para una fuerza $P = 220$ N y *b*) determinar si a la altura $h = 60$ cm, correspondiente a la aplicación de $\vec{\boldsymbol{P}}$, la caja se voltea o no, antes de deslizar.

Problema 9.16. Una caja de 600 N de peso, con medidas como se indica en la figura y centro de gravedad en su centro geométrico, reposa sobre una superficie con $u_S = 0.4$. Determinar: *a*) el valor máximo de la fuerza P para que no se mueva y *b*) la altura máxima h correspondiente a la aplicación de $\vec{\boldsymbol{P}}$ para que no se voltee.



Problemas 9.15 y 9.16