

V303

Der Lock-In-Verstärker

Justus Weber

justus.weber@tu-dortmund.de

Guy Lochny

guy.lochny@tu-dortmund.de

Durchführung: 14.01.2025

Abgabe: 21.01.2025

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Fehlerrechnung	5
3 Durchführung	5
4 Auswertung	8
4.1 Verifizierung der Funktionsweise des Lock-In-Verstärkers.	8
4.2 Verifizierung der Funktionsweise des Lock in Verstärkers Mit einer Leuchtdiode	12
5 Diskussion	13
5.1 Verifizierung der Funktionsweise	13
5.2 Verifizierung durch Leuchtdiode	14
6 Anhang	14
Literatur	14

1 Zielsetzung

Ziel dieses Versuches ist es, die Funktionsweise des Lock-In-Verstärkers kennenzulernen.

2 Theorie

Steckt ein Signal in einem Hintergrundrauschen, ist es nur erschwert möglich, dieses zu messen. Der Lock-In-Verstärker stellt eine Lösung für dieses Problem dar, indem das eingehende Rauschsignal U_{sig} mit der Frequenz ω_0 durch einen Bandpassfilter von hohen ($\omega \gg \omega_0$) und tiefen ($\omega \ll \omega_0$) gelöst wird. Der Aufbau beinhaltet zusätzlich noch den Phasenschieber, dessen Aufgabe es ist, die Phasenlage des Referenzsignals so anzupassen, dass es synchron mit dem gemessenen Signal ist (Das ist nötig, da die Ausgangsspannung U_{out} von der Phasendifferenz zwischen Signal und Referenz abhängt). Am wichtigsten ist der Mischer, welcher zwischen alle Bestandteile geschlossen ist. An diesem werden die Signale U_{sig} und U_{ref} multipliziert. Letztlich dient der Tiefpassfilter als Glättung. Da das Produkt aus Signal und Referenz noch über Oberwellen verfügt, integriert dieser Filter (mit $\tau \gg \frac{1}{\omega_0}$) das Mischsignal $U_{sig} \times U_{ref}$, was zur gewünschten Filterung der Rauschanteile führt. Somit wird am Ausgang eine Spannung gemessen für die gilt:

$$U_{out} \propto U_0 \cos \varphi \quad (1)$$

Der Vorteil dieser Konstruktion liegt in der Güte, welche einen Wert von $Q = 100000$ erreichen kann. Wird die Zeitkonstante $\tau = RC$ sehr groß gewählt, so kann die Bandbreite $\Delta\nu = \frac{1}{\pi RC}$ sehr klein gemacht werden. Ein einzelner Bandpass hingegen würde nur einen Bruchteil der Güte des Verstärkers erreichen.

Es wird nun der Signalverlauf einer Sinusspannung $U_{sig} = U_0 \sin(\omega t)$ betrachtet, welche durch einen auf eins normierte Rechteckspannung moduliert wird. Jenes ist in Abbildung 1 dargestellt.

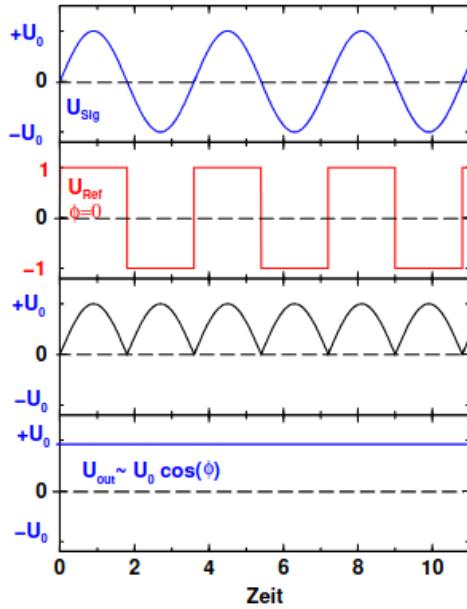


Abbildung 1: Signalverläufe. [1]

Die Rechteckspannung wird durch eine Fourierreihe approximiert, welche sich aus der Grundfrequenz zusammensetzt.

$$U_{ref} = \frac{4}{\pi i} \left(\sin(\omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) + \dots \right) \quad (2)$$

Der erste Term repräsentiert die Grundfrequenz, während die restlichen Terme die ungeraden harmonischen Vielfache sind. Das bereits erwähnte Produkt aus Signal- und Modulationsfrequenz nimmt folglich die Form

$$U_{sig} \times U_{ref} = \frac{2}{\pi} U_0 \left(1 - \frac{2}{3} \cos(2\omega t) - \frac{2}{15} \cos(4\omega t) - \frac{2}{35} \cos(6\omega t) - \dots \right) \quad (3)$$

an. Nun wird der Tiefpassfilter relevant, dieser sorgt dafür, dass die Oberwellen entfernt werden. Die Ausgangsspannung ergibt sich demnach (unter Einbeziehung möglicher Phasendifferenzen) zu dem Term

$$U_{out} = \frac{2}{\pi} U_0 \cos(\varphi). \quad (4)$$

Bei gleicher Phase von U_{sig} und U_{ref} , was bei $\varphi = 0$ der Fall ist, entfällt der Cosinus-Term. Die Ausgangsspannung ist demnach wieder eine Signalspannung, welche proportional zur Gleichspannung ist.

2.1 Fehlerrechnung

Die gemessenen Werte unterliegen Messunsicherheiten und werden demnach im Folgenden nicht als fehlerfrei angesehen. Die Fehler entstehen bei der Bildung der Mittelwerte durch den Fehler des Mittelwerts und bei der Regressionsrechnung sowie der Fehlerfortpflanzung durch Python. Der Fehler des Mittelwerts ist gegeben durch

$$\begin{aligned}\Delta\bar{x} &= \sqrt{\bar{x}^2 - \bar{x}^2} \\ &= \frac{\sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}}{\sqrt{N}}.\end{aligned}\quad (5)$$

Um Fehler einzubeziehen, wird die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung verwendet:

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \cdot (\Delta x)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \cdot (\Delta y)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \cdot (\Delta z)^2} \quad (6)$$

3 Durchführung

Der Lock-In-Verstärker ist gegeben wie in Abbildung 2 dargestellt.

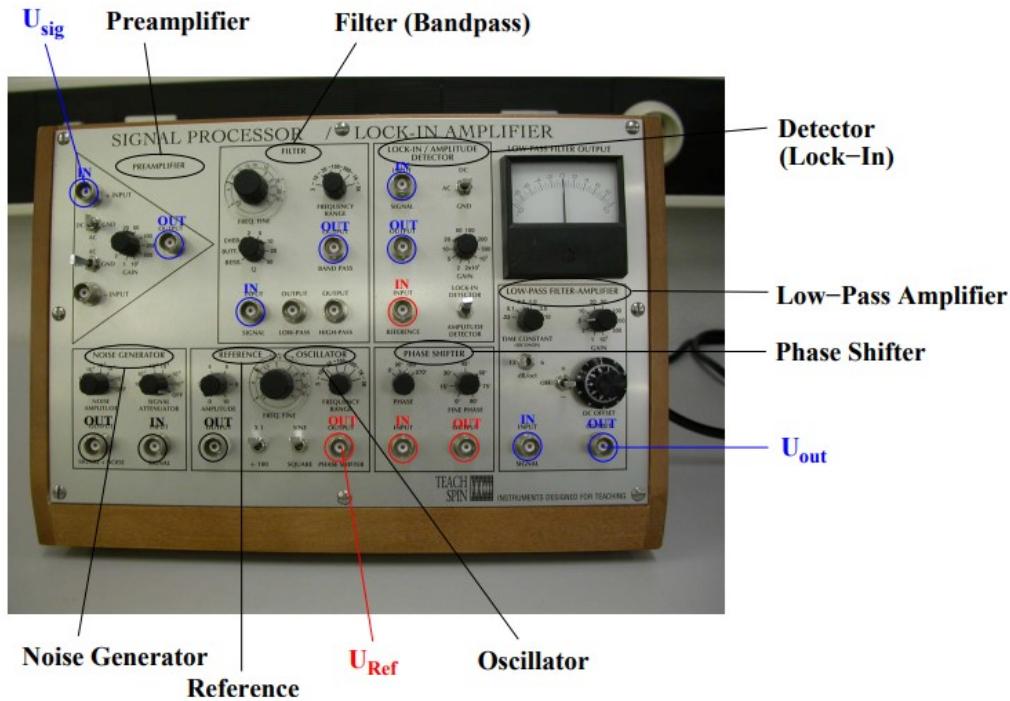


Abbildung 2: Der Lock-In-Verstärker und seine Funktionen. [1]

Zu erkennen ist, dass die Filter, der Phasenschieber, ein Funktionsgenerator, ein Rauschgenerator, ein TP-Verstärker und ein Amplituden- und Lock-In-Detektor eingebaut sind. Das Oszilloskop, welches an den Detektor angeschlossen ist, dokumentiert alle Signale, sodass diese auf dem Display ausgegeben und skizziert werden.

Zunächst wird geprüft, welche Ausgänge die Spannungsamplitude beeinflussen und welcher für eine konstante Spannung sorgt.

Als nächstes wird die Schaltung aus Abbildung 3 aufgebaut. Dazu wird der Noise Generator auf OFF gestellt. Ein Signal U_{sig} mit einer Frequenz von 1 kHz und 10 mV wird auf den Verstärker gegeben und mit dem Referenzsignal U_{ref} gemischt. Die Signale verfügen dabei über eine gleiche Frequenz. Die resultierenden Ausgangssignale werden für 5 verschiedene Phasen skizziert.

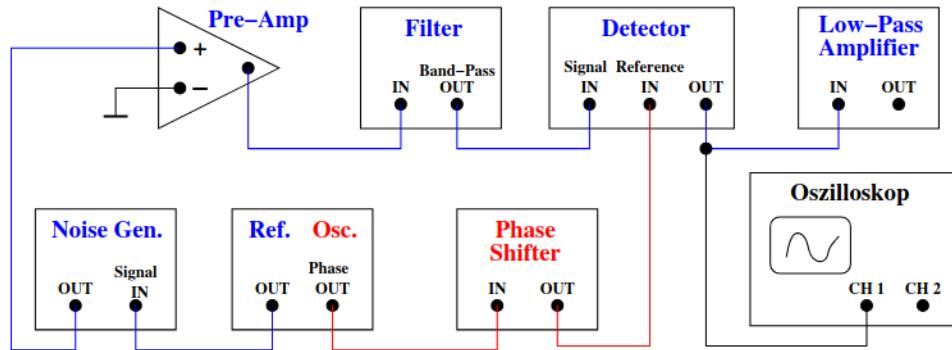


Abbildung 3: Anleitung-Erster Aufbau. [1]

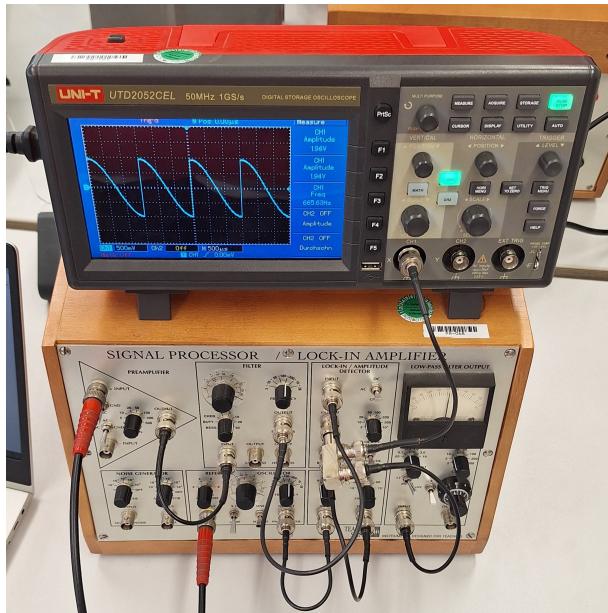


Abbildung 4: Erster Aufbau.

Anschließend wird ein zusätzliches Rauschsignal via Noise Generator hinzugefügt und der vorherige Messvorgang wiederholt. Die dabei entstehenden Unterschiede der Signale werden ausgewertet.

Zum Schluss wird die Schaltung gemäß Abbildung 5 installiert. Zusätzlich werden eine Leuchtdiode und eine Photodiode genutzt. Die Leuchtdiode mit einer Rechteckspannung wird mit einer Frequenz im Bereich von 50 bis 500 Hz blinken gelassen. Die Photodiode hingegen misst das ausgesendete Licht.

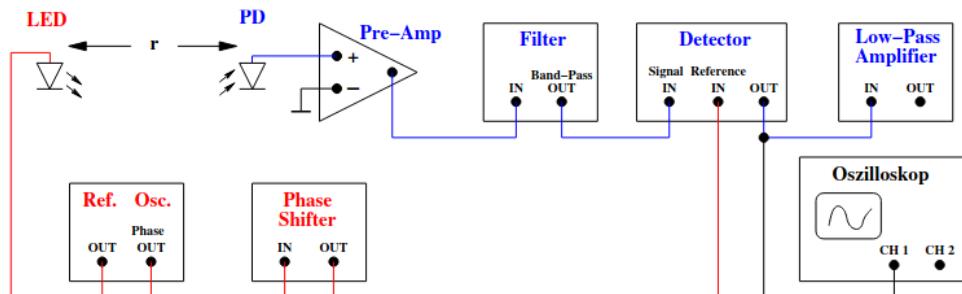


Abbildung 5: Anleitung-Zweiter Aufbau. [1]

4 Auswertung

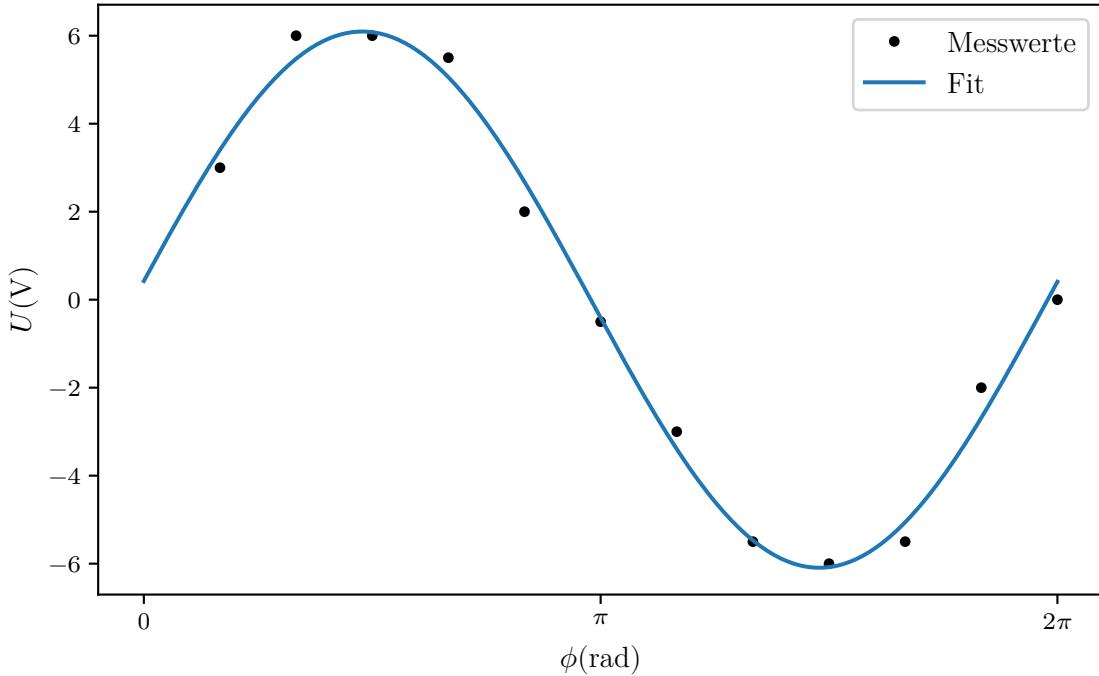
4.1 Verifizierung der Funktionsweise des Lock-In-Verstärkers.

Zuerst wird die Schaltung aus Abbildung 3 aufgebaut und wie in Abschnitt 2 beschrieben, die Spannungsamplitude in Abhängigkeit der Phasenverschiebung ϕ betrachtet. Die Werte der Spannungsamplitude in Abhängigkeit von ϕ sind in Tabelle 1 aufgetragen und in Abbildung 6 graphisch dargestellt.

Tabelle 1: Messwerte Stromstärke pro Phasenverschiebung.

Phase ($^{\circ}$)	U (V)
30	3
60	6
90	6
120	5,5
150	2
180	-0,5
210	-3
240	-5,5
270	-6
300	-5,5
330	-2
630	0

Abbildung 6: Spannung in Abhängigkeit der Phase.



Die Werte aus Tabelle 1 wurden in Abbildung 6 durch eine Funktion folgender Form geplottet:

$$f(\phi) = a \cdot \sin(b \cdot \phi + c) + d \quad (7)$$

Die Ausgleichsrechnung mit einem UcurveFit aus der Python Bibliothek Scipy gibt die Ausgleichsparameter

$$\begin{aligned} a &= (6,1 \pm 0,4) \text{ V} \\ b &= (1,00 \pm 0,04) \\ c &= (164,00 \pm 0,16) \\ d &= (0,00 \pm 0,31) \text{ V}. \end{aligned}$$

Um die Parameter wieder auf die Ausgangsspannung zurückzuführen wird Gleichung 4 nach der Amplitude der Eingangsspannung U_0 umgestellt.

$$U_0 = U_{0,\text{out}} \cdot \frac{\pi}{2} \quad (8)$$

Die Amplitude der Eingangsspannung ergibt sich zu

$$U_0 = 9.58 \text{ V}$$

Abbildung 7: Spannung bei 90°

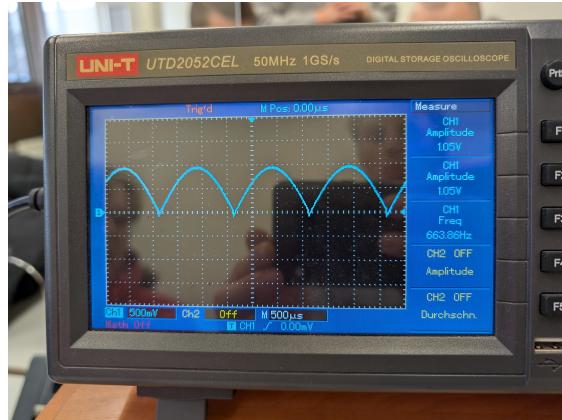


Abbildung 8: Spannung bei 180°

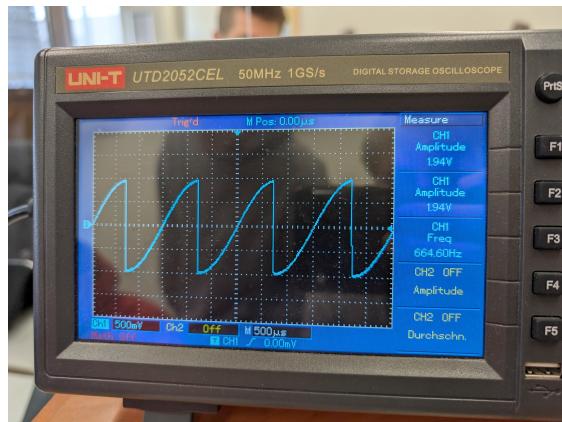


Abbildung 9: Spannung bei 270°

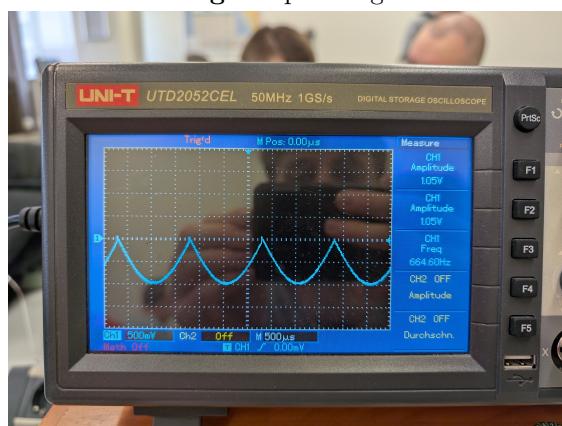
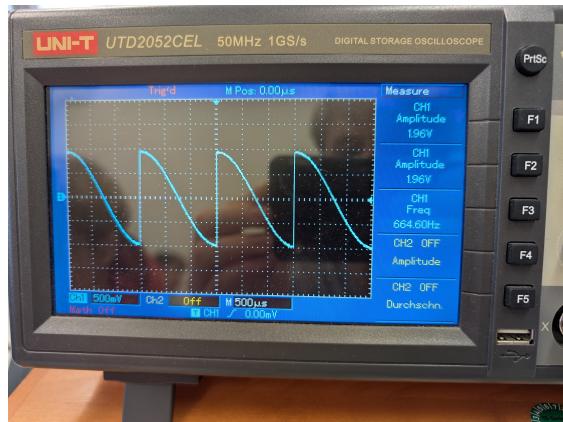


Abbildung 10: Spannung bei 360°

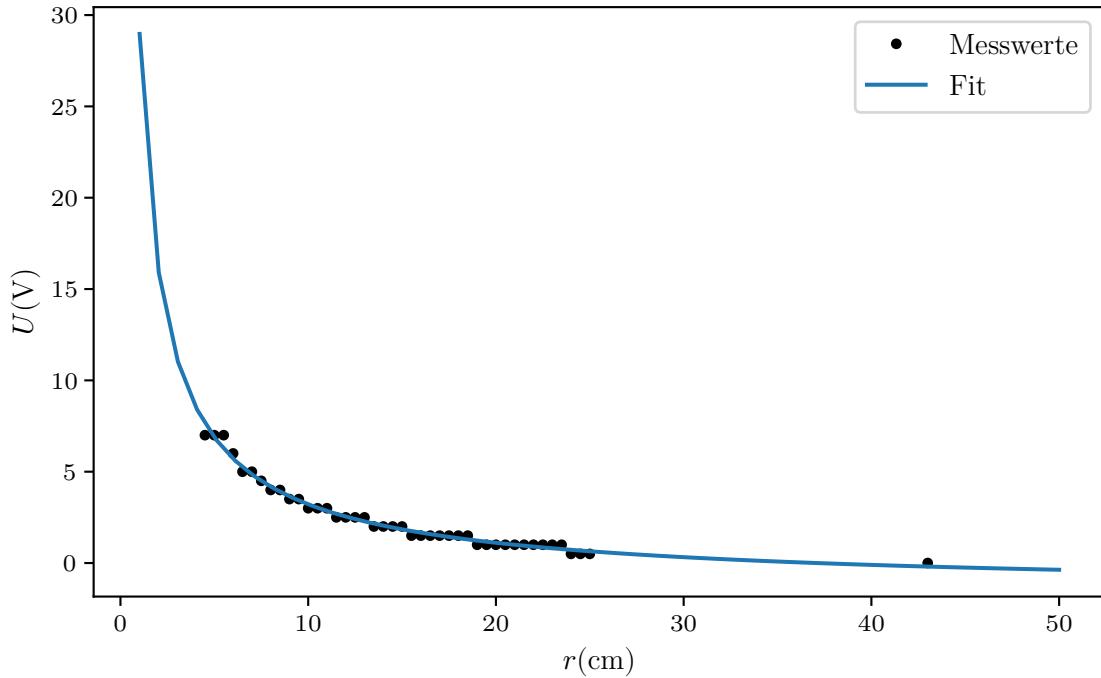


4.2 Verifizierung der Funktionsweise des Lock in Verstärkers Mit einer Leuchtdiode

Tabelle 2: Lichtintensität in Abhängigkeit des Abstandes des Detektors zur Leuchtdiode

Phase (°)	U (V)	Phase (°)	U (V)
4,5	7	15	2
5	7	15,5	1,5
5,5	7	16	1,5
6	6	16,5	1,5
6,5	5	17	1,5
7	5	17,5	1,5
7,5	4,5	18	1,5
8	4	18,5	1,5
8,5	4	19	1
9	3,5	19,5	1
9,5	3,5	20	1
10	3	20,5	1
10,5	3	21	1
11	3	21,5	1
11,5	2,5	22	1
12	2,5	22,5	1
12,5	2,5	23	1
13	2,5	23,5	1
13,5	2	24	0,5
14	2	24,5	0,5
14,5	2	25	0,5
14,5	2	43	0

Abbildung 11: Intensität in Abhängigkeit des Abstands



In Tabelle 2 ist die Intensität des Lichts, welches von der Leuchtdiode ausgesendet wird zusammen mit dem jeweiligen Abstand des Detektors zur Leuchtdiode aufgetragen. In Abbildung 11 ist die Intensität in Abhängigkeit des Abstandes aufgetragen und durch eine Ausgleichsrechnung der Funktion der Form

$$I(r) = a \cdot \frac{1}{x^b} + c \quad (9)$$

genähert. Die Ausgleichsparameter a, b, c der Funktion lauten

$$a = (31 \pm 11) \text{ W cm}^2$$

$$b = (0,80 \pm 0,32)$$

$$c = (-1,7 \pm 1,8) \text{ W}$$

5 Diskussion

5.1 Verifizierung der Funktionsweise

Die Parameter im ersten Teil des Versuches sind für das tatsächliche Experiment irrelevant. Wichtiger ist der gut erkennbare sinusförmige Verlauf der Spannungsamplitude, der das Eingangssignal wiedergibt. Die Parameter wären für einen Vergleich interessant, sofern die Messungen bei eingeschaltetem Rauschen wiederholt würden. Jenes war der Ursprungsgedanke des Versuchs, allerdings wurde dieser Teil gestrichen, da die Geräte zu fehleranfällig sind, um ein Rauschen in einem vernünftigen Maße hinzuzufügen.

5.2 Verifizierung durch Leuchtdiode

Die Intensität des Lichtes sollte tatsächlich eine $\frac{1}{x^2}$ Abhängigkeit haben. Da diese nicht näherungsweise im Fehlerbereich des Parameters b liegt, kann auf Ungenauigkeiten im Experiment geschlossen werden. Der berechnete Wert liegt bei

$$b = (0,80 \pm 0,32).$$

Der maximale Abstand, bei dem die Intensität minimal (aber noch groß genug für einen Nachweis) ist, liegt bei

$$x_{max} = 42 \text{ cm}.$$

6 Anhang

Literatur

- [1] V303: *Der Lock-In-Verstärker*. TU Dortmund. 2024.