



Ranking oraz grupowanie województw ze względu na poziom opieki zdrowotnej

Statystyczne Metody Wielowymiarowej Analizy Porównawczej
Prowadzący: prof. Panek

Autorzy:
Marianna Rytlewska
Justyna Zbiegień

Warszawa, 2022

Spis treści

1. Wprowadzenie.....	3
2. Analiza struktury danych.....	3
a. Statystyki opisowe.....	4
3. Wybór zmiennych	5
a. Zdolność dyskryminacyjna.....	5
b. Metoda Hellwiga	5
c. Analiza potencjału informacyjnego.....	5
d. Finalny dobór zmiennych.....	7
4. Ranking województw z wykorzystaniem miary rozwoju.....	7
5. Grupowanie województw.....	9
6. Podsumowanie i wnioski.....	11
Spis Rysunków.....	12
Spis Tabel.....	12

1. Wprowadzenie

Niniejszy projekt ma na celu uporządkowanie oraz pogrupowanie województw w Polsce ze względu na poziom opieki zdrowotnej przy pomocy statystycznej wielowymiarowej analizy porównawczej. Dane opisują sytuację opieki zdrowotnej na rok 2020, a zostały zebrane przez Główny Urząd Statystyczny.

W projekcie porównano trzy metody, aby wybrać finalny zestaw zmiennych: oceniono ich zdolność dyskryminacyjną, określono wskaźniki pojemności informacji za pomocą metody Hellwiga oraz zastosowano metodę minimaksową. Następnie po dokonaniu wyboru zestawu optymalnych wskaźników zastosowano standaryzację zmiennych i za pomocą metodą wzorcową zbudowano ranking województw. Na koniec dokonano grupowania pod względem poziomu opieki zdrowotnej za pomocą metody odchyłeń standardowych.

2. Analiza struktury danych

Dane pochodzą z oficjalnej strony internetowej GUS i opisują stan na rok 2020. Do badania przyjęto sześć zmiennych typu ciągłego:

- X1 - Liczba ludności na 1 łóżko w szpitalach ogólnych;
- X2 - Liczba lekarzy (personel pracujący ogółem) na 10 tys. ludności;
- X3 - Liczba pielęgniarek i położnych na 10 tys. ludności;
- X4 - Liczba hospicjów;
- X5 - Osoby, którym udzielono świadczenia zdrowotnego ogółem;
- X6 - Liczba aptek.

Wartości zmiennych dla poszczególnych obszarów administracyjnych przedstawia tabela poniżej (tab.1):

Tabela 1: Wartości zmiennych dla poszczególnych województw

Województwo	X1	X2	X3	X4	X5	X6
Dolnośląskie	217	57.8	70.2	8	198444	947
Kujawsko-pomorskie	240	54.7	70.2	3	215720	594
Lubelskie	195	66.4	83.8	6	214141	739
Lubuskie	241	46.0	65.7	4	62601	297
Łódzkie	212	67.1	71.7	4	286665	823
Małopolskie	252	70.0	79.9	9	290965	1046
Mazowieckie	223	80.5	87.3	14	514637	1637
Opolskie	243	42.9	70.1	4	64105	291
Podkarpackie	235	47.9	84.2	14	200129	643
Podlaskie	217	54.2	77.4	3	104914	369
Pomorskie	272	51.8	55.7	12	261239	665
Śląskie	198	68.0	81.6	11	219267	1410
Świętokrzyskie	227	53.7	86.1	9	115766	390

Warmińsko-mazurskie	222	40.8	66.8	4	60393	406
Wielkopolskie	269	37.8	51.5	5	307083	1250
Zachodniopomorskie	245	52.6	65.0	5	131509	549

Na podstawie powyższej tabeli (tab.1) można stwierdzić, że woj. Śląskie odznacza się największą liczbą szpitali (co wynika ze zmiennej X1) oraz największą liczbę aptek. W tym województwie również znajduje się najwięcej personelu medycznego na 10 tys. mieszkańców. Natomiast najwyższą liczbą posiadanych ośrodków do opieki paliatywnej chorób przewlekłych (zmienna X4) posiadają województwa Małopolskie oraz Mazowieckie. Województwo Wielkopolskie wydaje się być w najgorszej sytuacji – posiada najmniej łóżek szpitalnych w stosunku do ludności jak i zarówno personelu medycznego. Liczba świadczeń zdrowotnych udzielonych w 2020 roku w tym województwie jest niemal najwyższa oraz posiada jedynie 5 hospicjów na całe województwo.

a. Statystyki opisowe

Analizę statystyczną rozpoczęto od zbadania podstawowych statystyk zmiennych – średnia arytmetyczna. Odchylenie standardowe oraz współczynnik zmienności. Na podstawie wyników zawartych w poniższej tabeli (tab.2), wskaźnikiem o największym potencjale dyskryminacyjnym (bazując na współczynniku zmienności) jest zmienna X5 (Liczba osób, którym udzielono świadczenia zdrowotnego ogółem), natomiast najmniejszym potencjałem charakteryzuje się zmienna X1 (Liczba ludności na 1 łóżko w szpitalach ogólnych).

Tabela 2: Statystyki opisowe zmiennych

Statystyka	X1	X2	X3	X4	X5	X6
Średnia	231.75	55.76	72.95	7.19	202 973.63	753.50
Odchylenie standardowe	21.50	11.49	10.31	3.75	114 111.22	395.00
Wsp. Zmienności	0.09	0.21	0.14	0.52	0.56	0.52

Następnie stworzona została macierz korelacji pomiędzy wszystkimi zmiennymi (rys.1).

	<i>X1</i>	<i>X2</i>	<i>X3</i>	<i>X4</i>	<i>X5</i>	<i>X6</i>
<i>X1</i>	1.00	-0.49	-0.67	0.03	0.06	-0.12
<i>X2</i>	-0.49	1.00	0.64	0.43	0.67	0.62
<i>X3</i>	-0.67	0.64	1.00	0.42	0.17	0.18
<i>X4</i>	0.03	0.43	0.42	1.00	0.55	0.54
<i>X5</i>	0.06	0.67	0.17	0.55	1.00	0.86
<i>X6</i>	-0.12	0.62	0.18	0.54	0.86	1.00

Rysunek 1: Macierz korelacji

Z powyższej macierzy korelacji wynika, że najsilniej skorelowane ze sobą pary zmiennych to: X5 i X6 (liczba udzielanych świadczeń zdrowotnych oraz liczba aptek), X1 i X3 (liczba ludności na 1 łóżko szpitalne oraz liczba lekarzy na 10tys mieszkańców) oraz X2 i X5 (liczba lekarzy na 10tys mieszkańców oraz liczba udzielonych świadczeń).

Najsłabszą zaś korelacją charakteryzuje się zmienna X1 ze zmiennymi X4, X5 i X6, czyli liczba ludności przypadająca na jedno łóżko szpitalne jest wysoce nieskorelowana z ilością hospicjów, aptek

oraz liczbą udzielanych świadczeń zdrowotnych w danym województwie. Niską korelacją charakteryzuje się również zmienna X3 ze zmiennymi X5 i X6, co oznacza brak istotnych zależności między liczbą pielęgniarek i położnych na 10 tys. mieszkańców a liczbą aptek i liczbą świadczeń.

3. Wybór zmiennych

W celu dokonania wyboru odpowiednich zmiennych do finalnego modelu zastosowano kilka metod analitycznych.

a. Zdolność dyskryminacyjna

Analiza zdolności dyskryminacyjnej jest stosowana do rozstrzygania, które zmienne pozwalają w najlepszy sposób dzielić dany zbiór przypadków na występujące w naturalny sposób grupy. Z rachunkowego punktu widzenia analiza ta jest bardzo podobna do analizy wariancji (ANOVA). Jednak w tym projekcie zdecydowano się na użycie uproszczonej metody, mianowicie oceny współczynnika zmienności poszczególnych zmiennych. W podrozdziale 2.a. obliczony został ten współczynnik, a wyniki przedstawione zostały w tabeli 2 (tab.2). Najwyższym współczynnikiem zmienności odznacza się zmienna X5 (0.56), natomiast na drugim miejscu plasują się *ex aequo* zmienne X4 oraz X6 (0.52). Najniższą zdolności dyskryminacyjną (najniższym współczynnikiem zmienności) odznacza się zmienna X1 (0.09).

Istotne różnice w wartościach współczynnika zmienności wynikają ze specyfiki danych zmiennych. Zmienne X1, X2 oraz X3 przedstawiają dane cechy liczone proporcjonalnie do liczby ludności w danym województwie, zaś zmienne X4, X5 oraz X6 opisują całkowite liczby danych cech. W związku z tym nie należy przywiązywać dużej wagi to faktu, że współczynnik zmienności przyjmuje znacznie mniejsze wartości w pierwszej grupie, niż w drugiej.

b. Metoda Hellwiga

Jedną z najpopularniejszych metod wyboru zmiennych do modelu opracował profesor Z. Hellwig w 1969 roku. Jest ona znana jako *metoda optymalnego wyboru predykant* lub jako *metoda wskaźników pojemności informacji*. Metoda ta wykorzystuje zasadę, według której zmienne niezależne powinny być jak najmniej współzależne, ale za to wysoce skorelowane ze zmienną objaśnianą Y. W niniejszym projekcie po zastosowaniu metody Hellwiga największą pojemnością informacji (w przybliżeniu 0.44) wykazał się zestaw zmiennych składających się wyłącznie ze zmiennej X3 (Liczba pielęgniarek i położnych na 10 tys. ludności).

c. Analiza potencjału informacyjnego

Ostatnią metodą, którą zastosowano do określenia optymalnego zestawu wskaźników jest analiza potencjału informacyjnego przeprowadzona metodą parametryczną.

Progowa wartość współczynnika korelacji została obliczona w oparciu o formułę minimaxową. Metoda ta polega na znalezieniu największego współczynnika korelacji pomiędzy dwoma zmiennymi

z każdej kolumny z macierzy korelacji. Następnie ze wszystkich wybranych (w tym wypadku sześciu) współczynników, wybierany jest najmniejszy (rys.2).

	W1	W2	W3	W4	W5	W6
W1		0.49	0.67	0.03	0.06	0.12
W2	0.49		0.64	0.43	0.67	0.62
W3	0.67	0.64		0.42	0.17	0.18
W4	0.03	0.43	0.42		0.55	0.54
W5	0.06	0.67	0.17	0.55		0.86
W6	0.12	0.62	0.18	0.54	0.86	

Max 0.67 0.67 0.67 0.55 0.86 0.86

Wartość graniczna współczynnika korelacji 0.55

Rysunek 2: Metoda minimaksowa

Z powyższego rysunku (rys.2) wynika, że wartość graniczna współczynnika korelacji wynosi 0.55.

W kolejnym kroku wyznaczana zostaje pierwsza zmienna centralna oraz jej zmienne satelitarne (rys.3).

	W1	W2	W3	W4	W5	W6
W1		0,49	0,67	0,03	0,06	0,12
W2	0,49		0,64	0,43	0,67	0,62
W3	0,67	0,64		0,42	0,17	0,18
W4	0,03	0,43	0,42		0,55	0,54
W5	0,06	0,67	0,17	0,55		0,86
W6	0,12	0,62	0,18	0,54	0,86	

suma 1,36 2,85 2,07 1,97 2,31 2,32

Zmienna centralna W2
Zmienne satelitarne W3, W6, W5

Rysunek 3: Wyznaczenie pierwszej zmiennej centralnej

Następnie wyznaczone zostały dwie zmienne izolowane: X1 oraz X4 (rys. 4).

	X1	X4
X1		0,03
X4	0,03	

suma 0,03 0,03

Zmienne izolowane W1, W4

d. Finalny dobór zmiennych

Z przeprowadzonych powyżej analiz wynikają następujące wnioski:

Wysoki współczynnik korelacji między zmiennymi X5 oraz X6 (równy 0,86) sugeruje, że przenoszą one podobny zestaw informacji, dlatego należy usunąć jedną z tych dwóch zmiennych w finalnym modelu.

Metoda Hellwiga jednoznacznie sugeruje, że zmienna X3 powinna zostać użyta w modelu.

Z analizy potencjału informacyjnego wynika, że w modelu powinien zostać użyty wskaźnik X2 (zmienna centralna) oraz X1 i X4 (zmienne izolowane).

W związku z powyższymi, niezwykle zróżnicowanymi wynikami zdecydowane o wyborze następujących zmiennych do końcowego modelu:

X1 – odrzucona (bardzo niski potencjał dyskryminacyjny; stosunkowo wysoka korelacja z X3, która pozostanie w modelu)

X2 – pozostaje (jedyna zmienna centralna wyznaczona w analizie potencjału informacyjnego)

X3 – pozostaje (jedyna zmienna wyznaczona w wyniku metody Hellwiga; stosunkowo wysoka korelacja z X1)

X4 – pozostaje (zmienna izolowana, stosunkowo wysoki współczynnik zmienności)

X5 – pozostaje (wysoka korelacja z X6, która zostanie odrzucona; najwyższy potencjał dyskryminacyjny)

Ostatecznie do modelu wybrane zostały zmienne

- X2 - Liczba lekarzy (personel pracujący ogółem) na 10 tys. ludności;
- X3 - Liczba pielęgniarek i położnych na 10 tys. ludności;
- X4 - Liczba hospicjów;
- X5 - Osoby, którym udzielono świadczenia zdrowotnego ogółem.

4. Ranking województw z wykorzystaniem miary rozwoju

W celu dokonania rankingu województw według najlepszego poziomu opieki zdrowotnej wykorzystana została jedna z metod porządkowania liniowego – procedura oparta na zmiennej syntetycznej, dokładniej miara rozwoju, czyli jedna z metod wzorcowych.

Wystandaryzowane zmienne oraz wartości obiektu wzorcowego przedstawia poniższa tabela (tab.3):

Tabela 3: Wystandaryzowane zmienne

Województwo	X2	X3	X4	X5
Dolnośląskie	0,18	-0.27	0.22	-0.04
Kujawsko-pomorskie	-0,09	-0.27	-1.12	0.11
Lubelskie	0,93	1.05	-0.32	0.10
Lubuskie	-0,85	-0.70	-0.85	-1.23
Łódzkie	0,99	-0.12	-0.85	0.73
Małopolskie	1,24	0.67	0.48	0.77
Mazowieckie	2,15	1.39	1.82	2.73
Opolskie	-1,12	-0.28	-0.85	-1.22
Podkarpackie	-0,68	1.09	1.82	-0.02
Podlaskie	-0,14	0.43	-1.12	-0.86
Pomorskie	-0,34	-1.67	1.28	0.51
Śląskie	1,06	0.84	1.02	0.14
Świętokrzyskie	-0,18	1.27	0.48	-0.76
Warmińsko-mazurskie	-1,30	-0.60	-0.85	-1.25
Wielkopolskie	-1,56	-2.08	-0.58	0.91
Zachodniopomorskie	-0,28	-0.77	-0.58	-0.63
WZORZEC	2,15	1,39	1,82	2,73

Okazuje się, że wszystkie zmiennej osiągają maksimum w województwie mazowieckim, stąd wzorzec we wszystkich wskaźnikach przyjmuje te same wartości co w woj. mazowieckim. Nie jest to zaskakujący wynik, ponieważ biorąc pod uwagę, że wysoce wyspecjalizowane szpitale oraz inne jednostki opieki zdrowotnej są często rzadkim dobrem i zdarza się, że w kraju jest tylko jedno miejsce lub jeden zespół lekarski, który odpowiada za leczenie danego schorzenia. W związku z tym oczywistym jest fakt, że takie jednostki najczęściej są usytuowane w najlepiej skomunikowanym, największym mieście w kraju, w stolicy, czyli w tym przypadku w woj. Mazowiecki.

Następnie obliczona została odległość euklidesowa każdego województwa od wzorca oraz wyliczona została miara syntetyczna si. Na tej podstawie powstał ranking województw przedstawiony w poniższej tabeli (tab.4).

Tabela 4: Ranking województw na podstawie miary rozwoju

Województwo	di0	si	pozycja	X2	X3	X4	X5
Mazowieckie	0,00	1,00	1	2,15	1,39	1,82	2,73
Małopolskie	2,64	0,65	2	1,24	0,67	0,48	0,77
Śląskie	2,97	0,60	3	1,06	0,84	1,02	0,14
Lubelskie	3,62	0,51	4	0,93	1,05	-0,32	0,10
Łódzkie	3,84	0,48	5	0,99	-0,12	-0,85	0,73
Podkarpackie	3,97	0,47	6	-0,68	1,09	1,82	-0,02
Dolnośląskie	4,11	0,45	7	0,18	-0,27	0,22	-0,04
Świętokrzyskie	4,41	0,41	8	-0,18	1,27	0,48	-0,76

Pomorskie	4,57	0,39	9	-0,34	-1,67	1,28	0,51
Kujawsko-pomorskie	4,82	0,35	10	-0,09	-0,27	-1,12	0,11
Zachodniopomorskie	5,26	0,29	11	-0,28	-0,77	-0,58	-0,63
Podlaskie	5,26	0,29	12	-0,14	0,43	-1,12	-0,86
Wielkopolskie	5,91	0,21	13	-1,56	-2,08	-0,58	0,91
Opolskie	6,02	0,19	14	-1,12	-0,28	-0,85	-1,22
Lubuskie	6,02	0,19	15	-0,85	-0,70	-0,85	-1,23
Warmińsko-mazurskie	6,23	0,16	16	-1,30	-0,60	-0,85	-1,25

Województwem charakteryzującym się najwyższym poziomem opieki zdrowotnej jest woj. Mazowieckie, jest to oczekiwany wynik zinterpretowany szerzej w poprzednim akapicie. Na kolejnych miejscach plasują się województwa małopolskie, śląskie, lubelskie i łódzkie. Duża rozbieżność wartości zmiennej X5 dla woj. Mazowieckiego kontra województwa na kolejnych pozycjach może wynikać z faktu, że właśnie w stolicy przeprowadzanych jest najwięcej specjalistycznych zabiegów oraz prowadzone jest leczenie osób nie mieszkających na co dzień w Warszawie, lecz zmuszonych do przyjechania tam na leczenie.

Województwo podkarpackie, które uplasowało się na 6 pozycji, charakteryzuje się bardzo wysokimi wartościami wskaźników X3 oraz X4, zaś stosunkowo niskimi wartościami X2 i X5. Może to wynikać z faktu, że w tym regionie występuje wiele miejscowości uzdrowiskowych co wiąże się z wysokim odsetkiem pielęgniarek na mieszkańca (X3) oraz większą liczbą hospicjów (X4), zaś nie ma tam wielu szpitali specjalistycznych, które korelują z liczbą lekarzy (X2) oraz liczbą świadczeń (X5).

Przeciwnieństwem zaś jest woj. Łódzkie na pozycji 5, z niskimi wartościami X2 i X5 oraz wysokimi X3 i X4. Sugeruje, że region skupia się na inwestycji w leczenie specjalistyczne oraz szpitalne, zaś mniej na opiece paliatywnej.

Najniższym poziomem opieki zdrowotnej charakteryzują się województwa: opolskie, lubuskie oraz warmińsko-mazurskie. Województwa te są również jednymi z najmniejszych pod względem liczby ludności. Co więcej województwa na trzech ostatnich pozycjach charakteryzuje fakt, że nie mają na swoim terenie dużego miasta pod względem liczby ludności (więcej niż 300 tys.), jest to jednoznaczny sygnał, że brak dużego ośrodka miejskiego wpływa na słabszy poziom opieki zdrowotnej na danym terenie.

5. Grupowanie województw

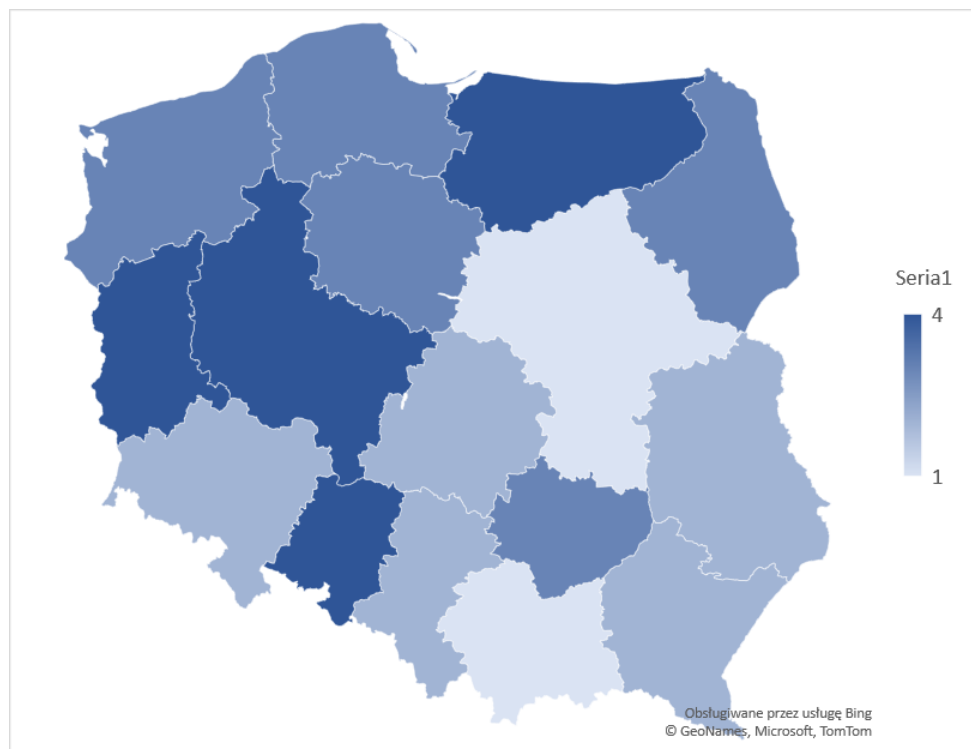
W celu dokonania grupowania województw wykorzystana została metoda odchyłeń standardowych.

Na podstawie średniej arytmetycznej miary syntetycznej oraz jej odchylenia standardowego dokonano podziału na cztery grupy oraz do każdej z nich przyporządkowano odpowiednie województwa (tab.5).

Tabela 5: Grupowanie województw na podstawie metody odchyłeń standardowych

Województwo	X2	X3	X4	X5	si	G
Mazowieckie	2,15	1,39	1,82	2,73	1,00	1

Małopolskie	1,24	0,67	0,48	0,77	0,65	1
Śląskie	1,06	0,84	1,02	0,14	0,60	2
Lubelskie	0,93	1,05	-0,32	0,10	0,51	2
Łódzkie	0,99	-0,12	-0,85	0,73	0,48	2
Podkarpackie	-0,68	1,09	1,82	-0,02	0,47	2
Dolnośląskie	0,18	-0,27	0,22	-0,04	0,45	2
Świętokrzyskie	-0,18	1,27	0,48	-0,76	0,41	3
Pomorskie	-0,34	-1,67	1,28	0,51	0,39	3
Kujawsko-pomorskie	-0,09	-0,27	-1,12	0,11	0,35	3
Zachodniopomorskie	-0,28	-0,77	-0,58	-0,63	0,29	3
Podlaskie	-0,14	0,43	-1,12	-0,86	0,29	3
Wielkopolskie	-1,56	-2,08	-0,58	0,91	0,21	4
Opolskie	-1,12	-0,28	-0,85	-1,22	0,19	4
Lubuskie	-0,85	-0,70	-0,85	-1,23	0,19	4
Warmińsko-mazurskie	-1,30	-0,60	-0,85	-1,25	0,16	4



Rysunek 5: Grupowanie województw – podział na mapie

Grupa pierwsza składająca się z dwóch województw: mazowieckiego oraz małopolskiego charakteryzuje się względnie wysokimi wartościami wszystkich wskaźników, co sugeruje wysoki poziom opieki zdrowotnej w każdym aspekcie. Druga i trzecia grupa charakteryzują się bardzo zróżnicowanymi wartościami wskaźników, co sugeruje, że województwa w danych grupach nie mają podobnej struktury, lecz prawdopodobnie odznaczają się wyższym poziomem opieki zdrowotnej w pewnych konkretnych zakresach lub specjalizacjach. Ostatnia grupa odznacza się wysoce słabymi

wskaźnikami, co jednoznacznie sugeruje zubożały poziom opieki zdrowotnej w tych mało zaludnionych województwach. Wyjątkiem jest województwo wielkopolskie (trzecie co do liczby ludności w Polsce), które charakteryzuje się wysoką liczbą udzielanych świadczeń - X5 (co jest oczywiste ze względu na wysoką liczbę ludności), jednak ekstremalnie niskie wartości dla X2, X3 i X4 sugerują, że system opieki zdrowotnej jest tam zupełnie niedopasowany i zubożały, najniższe wartości X2 i X3 wśród wszystkich województw oznaczają, że występuje tam znaczny niedobór personelu medycznego, zarówno pielęgniarek, jak i lekarzy.

Z mapy wynika, że województwa północno-zachodnia charakteryzują się średnio niższym poziomem opieki zdrowotnej, niż województwa w południowo-wschodniej części Polski. Wynik jest dosyć zaskakujący, lecz może on wynikać ze struktury demograficznej danych regionów – tereny na południu są gęściej zaludnione, a to sprzyja wyższym wartościom niektórych wskaźników zawartych w badaniu.

6. Podsumowanie i wnioski

Analiza oparta na przedstawionym zbiorze danych oraz wybranych zmiennych jednoznacznie wskazuje, że najwyższy poziom opieki zdrowotnej jest w województwie mazowieckim. Wynik ten jest zgodny z oczekiwaniami, ponieważ miasto stołeczne Warszawa skupia w sobie najważniejsze ośrodki oraz zespoły medyczne zajmujące się medycyną specjalistyczną. Z tego względu wszystkie wskaźniki mierzące poziom opieki zdrowotnej zarówno liczone na liczbę mieszkańców, jak i te w wartościach bezwzględnych przyjmują najwyższy poziom. Niestety wynik ten wcale nie musi oznaczać, że na pozostałych terenach województwa mazowieckiego (oprócz stolicy) poziom opieki medycznej jest na znacznie wyższym poziomie. Prawdopodobnie dane z Warszawy znacznie zawyżają wyniki.

Kolejne województwa charakteryzujące się stosunkowo wysokim poziomem opieki medycznej to kolejno województwo małopolskie, śląskie, lubelskie oraz łódzkie. Na kolejnych miejscach plasują się województwa z południa kraju: podkarpackie, dolnośląskie oraz świętokrzyskie, a następnie trzy województwa z północy: pomorskie, kujawsko-pomorskie oraz zachodnio-pomorskie.

Zaskakująca jest niska pozycja (czwarta od końca) jednego z najbardziej zaludnionych województw - Wielkopolskiego. Sugeruje ona wysokie niedobory w poziomie opieki medycznej na tych terenach i jest ważnym wnioskiem, który zachęca do dokonania głębszej analizy tego zjawiska w tym regionie.

Na ostatnich pozycjach w rankingu plasują się województw: Opolskie, Lubuskie oraz warmińsko-mazurskie. Są to regiony stosunkowo mało-zaludnione, każde z nich leży przy granicy, na obrzeżach Polski oraz nie posiada na swoim terenie dużych aglomeracji miejskich.

Spis Rysunków

Rysunek 1: Macierz korelacji.....	4
Rysunek 2: Metoda minimaksowa	6
Rysunek 3: Wyznaczenie pierwszej zmiennej centralnej.....	6
Rysunek 4: Wyznaczenie zmiennych izolowanych.....	7
Rysunek 5: Grupowanie województw – podział na mapie.....	10

Spis Tabel

Tabela 1: Wartości zmiennych dla poszczególnych województw	3
Tabela 2: Statystyki opisowe zmiennych	4
Tabela 3: Wystandaryzowane zmienne	8
Tabela 4: Ranking województw na podstawie miary rozwoju.....	8
Tabela 5: Grupowanie województw na podstawie metody odchyleń standardowych	9