

POLITECHNIKA WARSZAWSKA WYDZIAŁ MECHATRONIKI

STEROWANIE MASZYN I ROBOTÓW

PROJEKT 3

Modelowanie i identyfikacja serwonapędu elektrohydraulicznego

Opracowali:

Justyna Kaplińska,

Adam Sobiesiak,

Michał Sujka,

Mateusz Wielgosz

Warszawa, 2015

Wstęp

Celem projektu było opracowanie modelu matematycznego serwonapędu elektrohydraulicznego, sterowanego dławieniowo. Wielkością regulowaną w modelowanym serwonapędzie jest położenie tłoczyska siłownika dwustronnego działania.

Serwonapęd elektrohydrauliczny składa się z takich elementów jak:

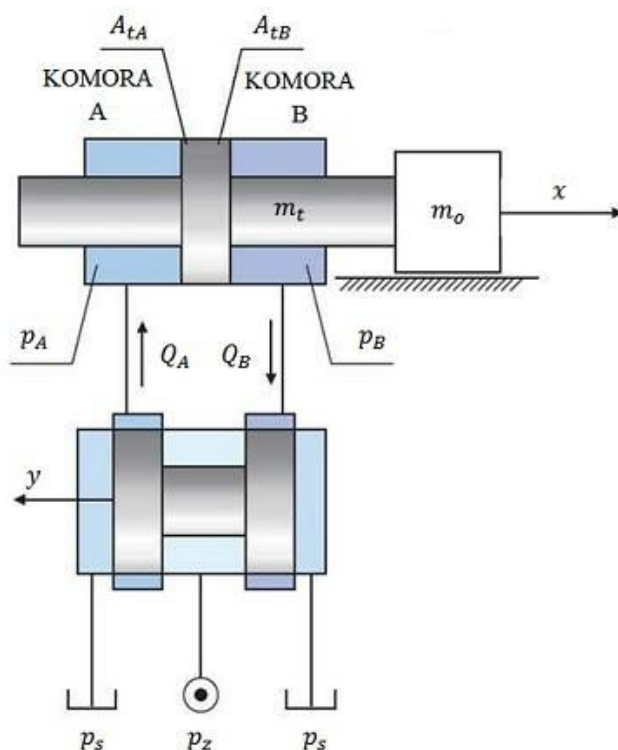
- siłownik dwustronnego działania z dwustronnym tłoczyskiem,
- serwozawór z silnikiem momentowym i układem dysza-przesłona,
- regulator PID.

Ponadto wyznaczone zostały modele parametryczne serwonapędu elektrohydraulicznego poprzez identyfikację jego struktury, w postaci modeli ARMA i ARMAX.

Przy opracowywaniu modelu przyjęto poniższe założenia:

- serwozawór jest zainstalowany blisko siłownika, co pozwala na pominięcie strat ciśnienia pomiędzy siłownikiem a serwozaworem,
- przewody oraz elementy układu nie są podatne na odkształcenia pod wpływem ciśnienia,
- w układzie siłownik-serwozawór nie występują przecieki wewnętrzne,
- pompa wyporowa o stałej wydajności Q_p zapewnia stałą wartość ciśnienia zasilającego p_z ,
- nie uwzględnia się wpływu temperatury na zmiany parametrów modelu.

1. Model matematyczny siłownika elektrohydraulicznego



Rys. 1.1. Schemat poglądowy układu hydraulicznego z serwowaworem

Model matematyczny opisujący proces ruchu siłownika jest oparty o analizę drugiej zasady dynamiki Newtona oraz bilans natężeń przepływu. W rezultacie, po przyjęciu założeń upraszczających, równanie różniczkowe ruchu tłoka siłownika przyjmuje postać:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + F_t(v) + F_0 = A_{tA} p_A - A_{tB} p_B, \quad (1.1)$$

gdzie:

$m = m_t + m_o$ - masa całkowita zespołu uwzględniająca masę tłoczyska oraz tłoka m_t i masę platformy obciążenia m_o ,

$F_t(v)$ - siła tarcia Stribeka w funkcji prędkości, działająca na tłok, tłoczysko oraz platformę obciążenia,

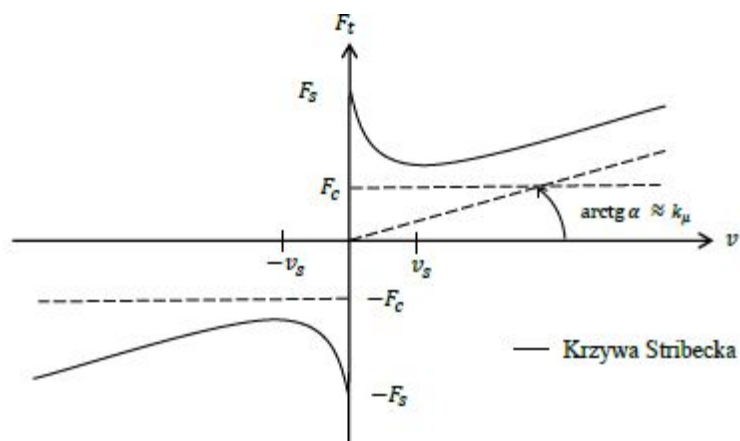
F_0 - siła obciążenia technologicznego,

A_{tA} , A_{tB} - powierzchnie czynne tłoka w komorze A i B, dla siłownika z dwustronnym tłoczyskiem są sobie równe: $A_{tA} = A_{tB} = A_t$,

p_A , p_B - wartości ciśnień bezwzględnych odpowiednio w komorze A oraz B.

Podczas modelowania siły tarcia należy uwzględnić tarcie tłoka o gładź cylindra i tłoczyska o gładzie głowic prowadzących. Przebieg sił tarcia w takim przypadku jest krzywą

Stribecka. Zależność ta uwzględnia działanie tarcia statycznego, Coulomba oraz wiskotycznego pomiędzy dwiema nasmarowanymi powierzchniami. Na poniższym rysunku przedstawiono przebieg sił tarcia uwzględniający efekt Stribecka.



Rys. 1.2. Zależność siły tarcia od prędkości

W tym przebiegu można wyróżnić trzy obszary pracy:

- tarcie suche, przylgowe (v bliskie 0)
- tarcie mieszane ($0 < v < v_s$)
- tarcie kinematyczne, wiskotyczne ($v \geq v_s$).

Taka zależność przedstawia się następująco:

$$F_t(v) = \begin{cases} \pm F_s & \text{dla } v \approx 0 \\ \left(F_c + (F_s - F_c) \cdot e^{-\left(\frac{v}{v_{st}}\right)^2} + k_\mu |v| \right) \text{sgn}(v) & \text{dla } v \neq 0 \end{cases} \quad (1.2)$$

gdzie:

F_t - modelowana siła tarcia,

F_s - siła tarcia statycznego,

F_c - siła tarcia Coulomba,

v_{st} - prędość graniczna Stribeck,

k_μ - współczynnik tarcia wiskotycznego.

Siła tarcia statycznego i Coulomba zależy od współczynników tarcia i siły nacisku elementu na podłoże. W przypadku modelowanego siłownika elektrohydraulicznego siły te mają następujące zależności:

$$F_s = \mu_{s1} m_0 g + \mu_{s2} m_0 g$$

$$F_c = \mu_{c1} m_0 g + \mu_{c2} m_0 g$$

gdzie: g – przyspieszenie ziemskie [m/s²],

μ_{s1} , μ_{s2} – współczynnik tarcia statycznego kolejno pomiędzy zespołem tłoka i tłoczyska a uszczelnieniami cylindra oraz pomiędzy platformą obciążającą a prowadnicami [-],

μ_{c1} , μ_{c2} – współczynnik tarcia Coulomba pomiędzy odpowiednimi powierzchniami [-].

Model sił tarcia nie uwzględnia histerezy siły tarcia występującej przy rozpędzaniu i hamowaniu siłownika, jednakże zostanie on wykorzystany w modelu serwonapędu ze względu na precyzję opisu zmienności siły przedstawionej na Rys.1.2 oraz prostotę modelowania.

Równanie bilansu natężeń przepływu możemy zapisać w postaci:

$$Q_{A,B} = Q_H + Q_S$$

gdzie:

$Q_{A,B}$ – objętościowe natężenie przepływu przez serwowawór zgodne z rys. 1.1. [m³/s],

Q_H – chłonność siłownika [m³/s],

Q_S – objętościowe natężenie przepływu pokrywające straty wywołane ściśliwością cieczy [m³/s].

Na podstawie równania Bernoulliego i równania ciągłości przepływu mamy:

$$Q_{A,B} = \alpha A_d \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta p},$$

gdzie:

α – współczynnik natężenia przepływu uwzględniający wpływ kontrakcji i występujących strat ciśnienia, $\alpha < 1$ i jest wyznaczany doświadczalnie [-],

A_d – powierzchnia szczeliny dławiącej serwowaworu [m²],

ρ – gęstość cieczy roboczej [kg/m³],

Δp – różnica ciśnienia pomiędzy kanałami serwowaworu zależna od kierunku ruchu suwaka serwowaworu [Pa].

Dla suwaka ostrokrawędziowego powierzchnia szczeliny dławiącej serwozaworu wyraża się zależnością:

$$A_d = \pi d y,$$

gdzie:

d – średnica suwaka serwozaworu [m],

y – przemieszczenie suwaka zaworu [m].

Uwzględniając powyższe zależności, objętościowe natężenie przepływu przez serwozawór możemy zapisać w postaci:

$$Q_{A,B} = y K_Q \sqrt{\Delta p},$$

gdzie:

$$K_Q = \alpha \pi d \sqrt{\frac{2}{\rho}} - \text{współczynnik wzmacnienia natężenia przepływu } [(m^5/kg)^{1/2}].$$

Chłonność siłownika wynosi:

$$Q_H = A_t \frac{dx}{dt}$$

Objętościowe natężenie przepływu pokrywające straty wywołane ściśliwością cieczy wyznaczone dla komory A i B wynosi:

$$Q_{SA} = \frac{V_{mA} + A_t x(t)}{E_{0Z}} \frac{dp_A}{dt}$$

$$Q_{SB} = \frac{V_{mB} + A_t [x_{max} - x(t)]}{E_{0Z}} \frac{dp_B}{dt},$$

gdzie:

V_{mA}, V_{mB} – objętość martwa komory A i B siłownika [m³],

x_{max} – maksymalny skok tłoka siłownika [m],

E_{0Z} – moduł sprężystości objętościowej cieczy zapowietrzanej [Pa].

Moduł sprężystości objętościowej cieczy roboczej niezapowietrzanej E_0 zależy od ciśnienia i jej temperatury, a jego wartość zawiera się w granicach $1,25 \cdot 10^3 \div 2,0 \cdot 10^3$ MPa i jest odwrotnością współczynnika ściśliwości. E_0 maleje ze wzrostem temperatury cieczy i wzrasta ze wzrostem ciśnienia. Zależność modułu sprężystości cieczy niezapowietrzanej od ciśnienia dla większości olejów jest liniowa, jednakże obecność drobnych pęcherzyków powietrza w cieczy roboczej zmienia kształt tej charakterystyki na nieliniowy i prowadzi do znacznego zmniejszenia się modułu sprężystości dla małych ciśnień. Skutkiem tego jest zmniejszenie sztywności serwonapędu, a w konsekwencji pogorszenie jego właściwości dynamicznych, zatem przy projektowaniu dokładnego modelu matematycznego serwonapędu zapowietrzenie

oleju nie powinno zostać ominięte. Zależność modułu sprężystości cieczy zapowietrzonej E_{0Z} od modułu sprężystości cieczy niezapowietrzonej E_0 określa wyrażenie:

$$E_{0Z} = \frac{\frac{V_c}{V_g} + 1}{\frac{V_c}{V_g} + E_0 \frac{p_{at}}{p^2}} E_0,$$

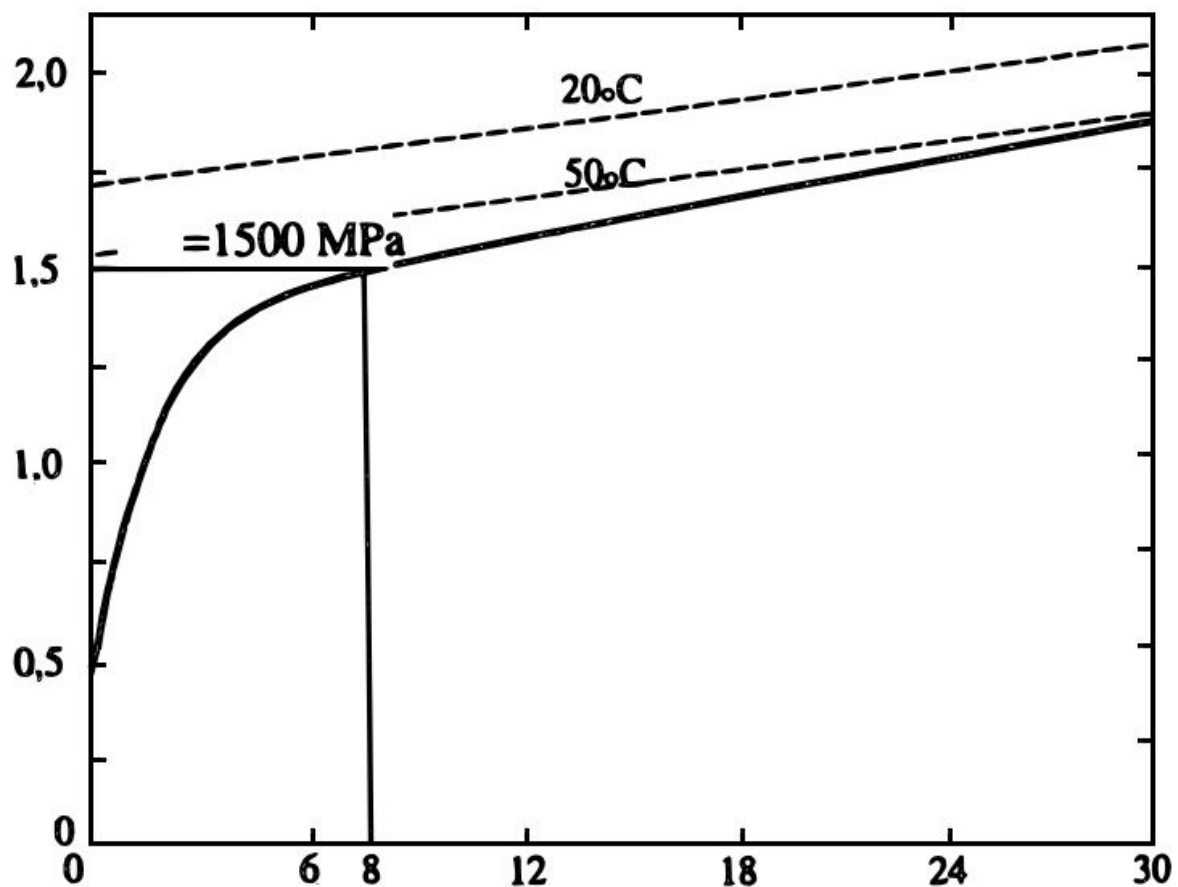
gdzie:

V_c – objętość cieczy przy ciśnieniu atmosferycznym p_{at} [m^3],

V_g – objętość powietrza zawartego w cieczy przy ciśnieniu atmosferycznym [m^3],

p – ciśnienie robocze układu [Pa].

Wykorzystywaną w modelu serwonapędu zależność modułu sprężystości oleju hydraulicznego E_{0Z} w funkcji ciśnienia przedstawia rys. 1.3.



Rys. 1.3. Moduł sprężystości objętościowej oleju hydraulicznego w funkcji ciśnienia

Uwzględniając powyższe zależności można zapisać bilans natężeń przepływu dla komory A oraz B jako:

- komora A

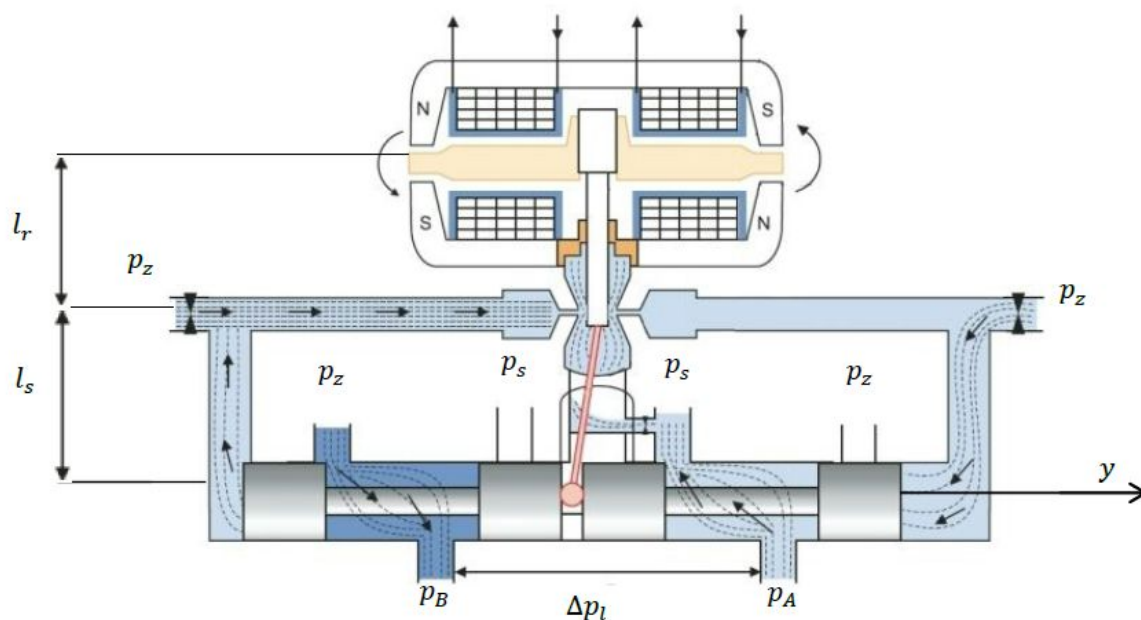
$$yK_Q\sqrt{\Delta p} = A_t \frac{dx}{dt} + \frac{V_{mA} + A_t x(t)}{E_{0Z}} \frac{dp_A}{dt} \quad (1.3)$$

- komora B

$$yK_Q\sqrt{\Delta p} = A_t \frac{dx}{dt} - \frac{V_{mB} + A_t [x_{max} - x(t)]}{E_{0Z}} \frac{dp_B}{dt} \quad (1.4)$$

2. Model matematyczny serwozaworu

Jako jeden z elementów serwonapędu elektrohydraulicznego wybrany został serwozawór dwustopniowy z przetwornikiem momentowym. Opracowanie modelu matematycznego takiego serwozaworu wiąże się z przeanalizowaniem jego działania, które z jednej strony polega sterowaniu kierunkiem przepływu cieczy poprzez zmianę połączenia pomiędzy kanałami oraz z drugiej strony działanie, w wyniku którego następuje ciągła zmiana położenia suwaka wzmacniacza suwakowego. W tym celu korzystnie jest rozpatrywać wymienione wyżej działania osobno.



Rys. 2.1. Schemat poglądowy serwozaworu

Sterowanie kierunkiem przepływu

W celu zamodelowania sterowania kierunkiem przepływu ciecży roboczej przez parę suwakową należy posłużyć się równaniem:

$$Q_{A,B} = yK_Q\sqrt{\Delta p}$$

Wychylenie suwaka wzmacniacza hydraulicznego z położenia równowagi ($y=0$) w jedną ze stron skutkuje połączeniem odpowiednich kanałów serwozaworu. Gdy suwak przemieszcza się zgodnie z rys. 1.1. wartości natężeń przepływu Q_A i Q_B przez szczeliny określają następujące równania:

- przesunięcie $y>0$

$$Q_A = yK_Q\sqrt{p_z - p_A} \text{ oraz } Q_B = yK_Q\sqrt{p_B - p_s} \quad (2.1)$$

- przesunięcie $y<0$

$$Q_A = yK_Q\sqrt{p_A - p_s} \text{ oraz } Q_B = yK_Q\sqrt{p_z - p_B} \quad (2.2)$$

w których to:

p_s – ciśnienie zasilania [Pa],

p_z – ciśnienie spływu, równe ciśnieniu atmosferycznemu [Pa].

Suwakowe wzmacniacze hydrauliczne stosowane w serwozaworach mogą posiadać przekrycie dodatnie lub zerowe (rzadziej). W modelu uwzględniono przekrycie dodatnie, przez co model serwozaworu powinien wierniej odzwierciedlać działanie rzeczywistych układów. W przypadku przekrycia dodatniego y_d we wzmacniaczu hydraulicznym uzyskuje się połączenie kanałów dopiero po spełnieniu warunku $|y| > y_d$. W innym przypadku, gdy $|y| \leq y_d$ suwak odcina przepływ ciecży roboczej, zatem $Q_A=0$ i $Q_B=0$.

W modelu wartości Q_A oraz Q_B zostały zgodnie z zasadą ciągłości przepływu ograniczone wartością średniej wydajności pompy $\pm Q_p$.

Sterowanie położeniem suwaka wzmacniacza hydraulicznego

W serwozaworze sterowanie położeniem suwaka wzmacniacza hydraulicznego realizowane jest za pomocą silnika momentowego połączonego z układem dysza-przesłona (rys. 2.1). Do wykonania modelu matematycznego serwozaworu niezbędna jest znajomość równań opisujących obwód magnetyczny oraz równania dynamiki przesłony i suwaka wzmacniacza hydraulicznego.

Zmiany wartości natężenia prądu cewek silnika momentowego powodują powstawanie prądów wirowych, które płyną w metalowych częściach obwodu magnetycznego.

Przy założeniu, że obwód magnetyczny wykonany jest z blach, które zmniejszają wartość prądów wirowych, wpływ tychże prądów wirowych na układ można pominąć. Zmiany wartości natężenia prądu cewek oraz ruch rdzenia, na który są nawinięte powoduje indukowanie się siły elektromotorycznej E przeciwdziałającej napięciu zasilającemu. Równanie opisujące obwód elektryczny serwozaworu można zapisać w postaci:

$$U = R_c i + L_c \frac{di}{dt} + k_{me} \frac{d\theta}{dt},$$

gdzie:

U – napięcie sterujące [V],

R_c – rezystancja cewek [Ω],

L_c – indukcyjność cewek [H],

k_{me} – współczynnik indukowania się siły elektromotorycznej w wyniku ruchu rdzenia [V/rad],

θ – wychylenie rdzenia [rad].

Wychylenie katowe rdzenia dla małych odchyśleń od stanu równowagi związane jest z przesunięciem liniowym przesłony poprzez zależność $z = \theta l_r$, w której l_r oznacza długość rdzenia (rys. 1.4.). Po uwzględnieniu tego faktu równanie opisujące obwód elektryczny serwozaworu można zapisać za pomocą równania operatorowego:

$$i(s) = \frac{\frac{1}{R_c}}{\frac{1}{R_c}s + 1} U(s) - \frac{\frac{k_{me}}{l_r R_c}}{\frac{1}{R_c}s + 1} z(s) \quad (2.3)$$

Ruch rdzenia silnika momentowego uzyskuje się w wyniku momentu obrotowego wytworzonego przez obwód magnetyczny. Równowagę momentów opisuje w przybliżeniu zależność:

$$k_i i = J_m \frac{d^2\theta}{dt^2} + D_w \frac{d\theta}{dt} + k_r \theta + k_s \left(\frac{y}{l_s} + \theta \right) + l_r \left(\frac{\Delta Q_d^2 \rho}{A_d} + A_d \Delta p_d \right),$$

gdzie:

k_i – współczynnik silnika momentowego [Nm/A],

J_m – moment bezwładności rdzenia [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$],

D_w – współczynnik oporu ruchu rdzenia spowodowany indukcją siły elektromotorycznej [$\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}$],

k_r, k_s – współczynniki sprężystości odpowiednio rdzenia i rurki sprężystej [$\text{N} \cdot \text{m/rad}$],

l_s – długość rurki sprężystej [m],

A_d – powierzchnia otworu dyszy $[m^2]$,

ΔQ_d^2 – różnica przepływów przez dyszę $[m^3/s]$,

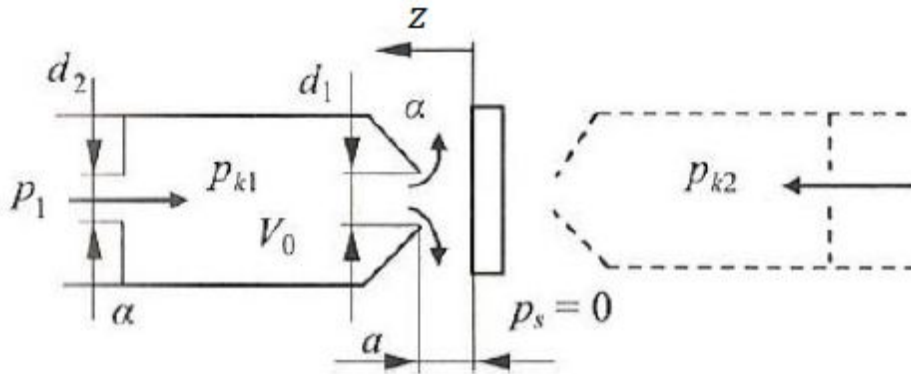
Δp_d – różnica ciśnień na wylotach dysz $[Pa]$.

Ostatni składnik powyższego równania określa moment oporu spowodowany różnicą ciśnień oraz różnicą natężeń przepływu na wylotach dysz. Ze względu na niewielkie wartości, w porównaniu do momentu pochodzącego od działania mechanicznego sprzężenia zwrotnego rurki sprężystej, może on zostać pominięty. Pomijając ostatni składnika i uwzględniając zależność $z = \theta l_r$, równanie opisujące równowagę momentów można przekształcić do operatorowej zależności wyrażającej przesunięcie przesłony w funkcji prądu cewek:

$$z(s) = \frac{l_r}{J_m s^2 + D_0 s + k_r + k_s} k_i i(s) - \frac{l_r}{J_m s^2 + D_0 s + k_r + k_s} \frac{k_s}{l_s} y(s) \quad (2.4)$$

W celu wyznaczenia zależności pomiędzy wychyleniem przesłony, a ciśnieniem oddziaływującym na powierzchnie czołowe suwaka należy rozpatrzeć bilans natężeń przepływu w stanach przejściowych przez układ dysza-przesłona.

Przyjmując, że wielkością wyjściową układu kaskady hydraulicznej (rys. 2.2) jest ciśnienie p_{k1} , panujące w dyszy o objętości V_0 , natomiast przed dyszą znajduje się ciśnienie p_1 można wyznaczyć następujące bilanse przepływów:



Rys. 2.2. Schemat kaskady hydraulicznej

- Dla lewej kaskady

$$\frac{\alpha \pi d_2^2}{4} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_1 - p_{k1})} = \frac{V_0}{E_{0Z}} \frac{dp_{k1}}{dt} + \alpha \pi d_1 (a - z) \sqrt{\frac{2}{\rho} p_{k1}}$$

- Dla prawej kaskady

$$\frac{\alpha \pi d_2^2}{4} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_1 - p_{k2})} = \frac{V_0}{E_{0Z}} \frac{dp_{k1}}{dt} + \alpha \pi d_1 (a + z) \sqrt{\frac{2}{\rho} p_{k2}}$$

Dokonując linearyzacji powyższych równań w punkcie $z=z_0=0$ otrzymuje się równanie różniczkowe uzależniające różnicę ciśnień działającą na powierzchnie czołowe suwaka od zmiany przemieszczenia przesłony:

$$\frac{V_0}{E_0 z k_1} \frac{d\Delta p}{dt} + \Delta p = 2 \frac{k_2}{k_1} \Delta z,$$

gdzie:

$$\Delta p = \Delta p_{k1} - \Delta p_{k2},$$

i transmitancję operatorową obiektu o działaniu inercyjnym:

$$G(s) = \frac{P(s)}{Z(s)} = \frac{k}{Ts+1}, \quad (2.5)$$

gdzie:

$$-T = \frac{V_0}{E_0 z k_1} \text{ stała czasowa,}$$

$$k = 2 \frac{k_2}{k_1} - \text{współczynnik wzmocnienia.}$$

Ruch suwaka wymuszany jest siłą parcia zależną od różnicy ciśnienia Δp . Równanie ruchu suwaka, wynikające z drugiej zasady dynamiki Newtona można zapisać w postaci:

$$\Delta p A_s = m_s \frac{d^2 y}{dt^2} + F_{ts}(v_s) + F_h \quad (2.6)$$

gdzie:

A_s – powierzchnia czołowa suwaka [m^2],

m_s – masa suwaka [kg],

$F_{ts}(v_s)$ – siła tarcia działająca na suwak uwzględniająca efekt Stribeck'a, zależna od prędkości suwaka v_s [N],

F_h – siła hydrodynamiczna [N].

Model sił tarcia działających na suwak odpowiada wykorzystanemu modelowi sił tarcia działających na zespół tłoka i tłoczyska siłownika.

$$F_{ts}(v) = \begin{cases} \pm F_{ss} & \text{dla } v_s \approx 0 \\ \left(F_{cs} + (F_{ss} - F_{cs}) \cdot e^{-\left(\frac{v_s}{v_{st}}\right)^2} + k_{\mu s} |v_s| \right) \text{sgn}(v_s) & \text{dla } v_s \neq 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

gdzie:

$$F_{ss} = \mu_{ss} m_s g, \quad F_{cs} = \mu_{cs} m_s g.$$

W trakcie przepływu czynnika roboczego przez kanały serwoworu, które osłaniane są krawędziami sterującymi suwaka, pojawiają się osiowe siły wywoływane zmianą pędu strugi. Siły te nazywane są siłami hydrodynamicznymi F_h i działają zarówno na ciecz oraz

elementy pary suwakowej. W wyniku tego przyczyniają się do pogorszenia liniowości zespołów sterujących. Siła hydrodynamiczna działa zawsze w kierunku przeciwnym do kierunku ruchu suwaka przeciwstawiając się jego przemieszczeniu. Jej wartość może być wyznaczona z zależności:

$$F_h = \rho Q[v_1 \cos \theta_1 - v_2 \cos(\pi + \theta_2)] = \rho Q v_2 \cos \theta_2,$$

ponieważ $\cos \theta_1 = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$, oraz $\cos(\pi + \theta_2) = -\cos \theta_2$

gdzie:

v_1 – prędkość cieczy wpływającej [m/s],

v_2 – prędkość cieczy wypływającej [m/s],

θ_1, θ_2 – kąty wpływu i wypływu strugi [rad].

Jeżeli ruch cieczy jest nieustalony, to należy uwzględnić również dodatkową siłę składową, która wynika z konieczności przyspieszenia i opóźnienia słupa cieczy. Siła hydrodynamiczna będzie opisana wówczas wzorem :

$$F_h = \rho Q v_2 \cos \theta_2 + \rho l_0 \frac{dQ}{dt},$$

gdzie:

l_0 – odległość pomiędzy szczelinami.

W typowych zaworach suwakowych, w których otwarcie jest niewielkie, lecz większe od luzu promieniowego tłoczka, kąt wypływu strugi θ_2 wynosi 69° . Pomijając składową dla ruchu nieustalonego siłę hydrodynamiczną można opisać zależnością:

$$F_h = 0,36 Q \sqrt{2\rho \Delta p} = k_h Q \sqrt{\Delta p}, \quad (2.8)$$

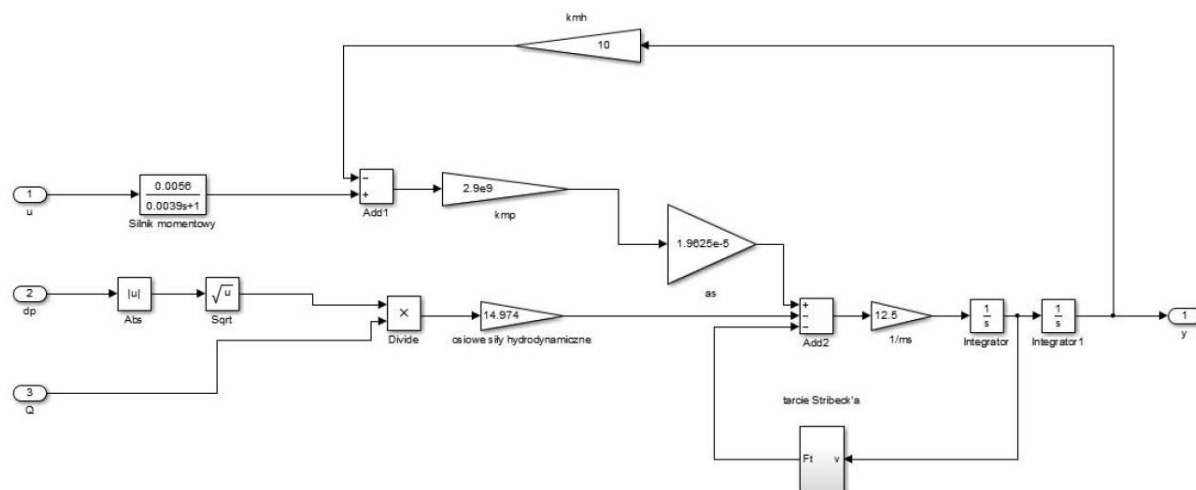
gdzie:

$k_h = 0,36 \sqrt{2\rho}$ – współczynnik sił hydrodynamicznych $[(\text{kg/m}^3)^{1/2}]$,

Δp – spadek ciśnienia w szczelinie.

Do stworzenia modelu realizującego sterowanie położeniem suwaka serwozaworu należałoby wykorzystać równania (2.3), (2.4), (2.5), (2.6), (2.7) i (2.8). Jednakże, występuje w nich wiele współczynników i parametrów geometrycznych omówionych układów, których wartości są trudne do wyznaczenia oraz wstępnego oszacowania. W związku z tym, niewykonalnym zadaniem jest zbudowanie poprawnego modelu uwzględniającego wszystkie powyższe nieliniowości. Rozwiązaniem tego problemu jest stworzenie uproszczonego modelu, utworzonego po pominięciu mniej znaczących parametrów.

Schemat blokowy tak wykonanego modelu został przedstawiony na rys. 1.6. Do jego opracowania został wykorzystany model przedstawiony w książce A. Mileckiego [1].



Rys. 2.3. Uproszczony modelu serwozaworu

Do wykonania uproszczonego modelu serwozaworu konieczna jest znajomość poniższych parametrów. Można dokonać ich podziału ze względu na sposób ich pozyskania:

- oszacowane na podstawie danych katalogowych: m_s , y_{\max} , A_s , L_c , R_c ,
- uzyskane z tabel fizycznych: μ_{cs} , μ_{ss} , $k_{\mu s}$,
- wyznaczone z zależności matematycznych zawartych w literaturze: k_h ,
- oszacowanych na podstawie literatury: v_{st} , k_{mh} ,
- wyznaczone poprzez symulację: k_{mp} .

Wśród wymienionych powyżej parametrów znajdują się:

y_{\max} – maksymalny skok suwaka serwozaworu [m],

k_{mh} – współczynnik mechanicznego sprzężenia zwrotnego [N/rad],

k_{mp} – współczynnik układu dysza-przesłona [Pa/m].

3. Regulator PID

Do regulacji położenia tłoczyska siłownika serwonapędu w modelu wykorzystano regulator o algorytmie PID. Transmitancja operatorowa zastosowanego regulatora ma następującą postać:

$$G(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{k_d s + 1} \right),$$

gdzie:

k_p – wzmacnienie proporcjonalne,

T_i – czas zdwojenia,

T_d – czas wyprzedzenia,

$k_d=8$ – wzmacnienie dynamiczne, w regulatorach przemysłowych przyjmuje wartość $6 \div 10$ i w większości rozwiązań nie jest parametrem nastawczym.

W celu dobrania wartości nastaw regulatora, najpierw pozostawiono tylko działanie członu proporcjonalnego P regulatora (wyłączono działanie członów całkującego i różniczkującego). Następnie zwiększano wzmacnienie regulatora k_p do momentu, aż na wyjściu pojawiły się oscylacje o stałej amplitudzie. Wystąpiły one dla wzmacnienia równego 300. Przyjęto wówczas $k_p=0,6 \cdot 300=180$. Następnie dołączono człon całkujący i zwiększano T_i do czasu, aż przebieg wyjściowy położenia tłoczyska był do zaakceptowania (likwidacja błędów statycznych), pamiętając aby nie doprowadzić układu do niestabilności (zbyt duże T_i). Na koniec dołączono człon różniczkujący i ustalono T_d tak, aby możliwie zmniejszyć czas regulacji i nie otrzymać zbyt dużej wartości odpowiedzi i przeregulowania.

Po przeprowadzeniu kilku prób najlepsze rezultaty uzyskano dla poniższych nastaw:

$k_p=180$, $T_i=22$, $T_d=0,1$.

4. Parametry modelu

W poniższych tabelach (4.1, 4.2, 4.3) przedstawione zostały przyjęte parametry modelu matematycznego. Zostały one uzyskane z dokumentacji i danych katalogowych (znalezionych na różnych stronach Internetowych), część z nich została wyznaczona bądź też oszacowane na podstawie literatury dotyczącej serwonapędów elektrohydraulicznych. Wiele parametrów uzyskano konsultując się z ludźmi ze specjalności automatyka, którzy pracowali na serwonapędzie elektrohydraulicznym znajdującym się w laboratorium.

Tab. 4.1. Parametry cieczy roboczej

Parametr	Opis	Wartość	Jednostka
ρ	Gęstość	865	[kg/m ³]
p_z	Ciśnienie zasilania	$81 \cdot 10^5$	[Pa]
p_s	Ciśnienie spływu	10^5	[Pa]
Q_p	Średnia wydajność pompy	$1,333 \cdot 10^{-4}$	[m ³ /s]

Tab. 4.2. Parametry siłownika

Parametr	Opis	Wartość	Jednostka
m_t	Masa tłoka i tłoczyska	4	[kg]
m_0	Masa platformy	6	[kg]
A_t	Pole powierzchni czynnej tłoka	0,001	[m ²]
μ_{s1}	Współczynnik tarcia statycznego pomiędzy zespołem tłoka i tłoczyska a uszczelnieniami cylindra	0,008	[-]
μ_{s2}	Współczynnik tarcia statycznego pomiędzy platformą a prowadnicami	0,12	[-]
μ_{c1}	Współczynnik tarcia Coulomba pomiędzy zespołem tłoka i tłoczyska a uszczelnieniami cylindra	0,009	[-]
μ_{c2}	Współczynnik tarcia Coulomba pomiędzy platformą a prowadnicami	0,1	[-]
k_μ	Współczynnik tarcia wiskotycznego	0,2	[Ns/m]
v_{st}	Prędkość graniczna Stribeck'a	0,2	[m/s]

V_{mA}	Objętość martwa komory A	10^{-6}	$[m^3]$
V_{mB}	Objętość martwa komory B	10^{-6}	$[m^3]$
x_{max}	Maksymalny skok siłownika	0,1378	$[m]$

Tab. 4.3. Parametry serwozaworu

Parametr	Opis	Wartość	Jednostka
α	Współczynnik natężenia przepływu	0,85	$[-]$
d	Średnica suwaka	0,005	$[m]$
K_Q	Współczynnik wzmocnienia natężenia przepływu	$6,417 \cdot 10^{-4}$	$[(m^5/kg)^{1/2}]$
L_c	Indukcyjność cewek	0,7	$[H]$
R_c	Rezystancja cewek	180	$[\Omega]$
m_s	Masa suwaka	0,08	$[kg]$
y_{max}	Maksymalny skok suwaka	0,0006	$[m]$
y_d	Przekrycie suwaka	$0,0078 \cdot 10^{-3}$	$[m]$
A_s	Pole powierzchni czynnej suwaka	$1,963 \cdot 10^{-5}$	$[m^2]$
μ_{cs}	Współczynnik tarcia Coulomba pomiędzy suwakiem a uszczelnieniami	0,009	$[-]$
μ_{ss}	Współczynnik tarcia statycznego pomiędzy suwakiem a uszczelnieniami	0,08	$[-]$
$k_{\mu s}$	Współczynnik tarcia wiskotycznego	0,2	$[-]$
k_h	Współczynnik sił hydrodynamicznych	14,974	$[(kg/m^3)^{1/2}]$
k_{mh}	Współczynnik mechanicznego sprzężenia zwrotnego	10	$[N/rad]$
k_{mp}	Współczynnik układu dysza-przesłona	$2,9 \cdot 10^9$	$[Pa/m]$

Istotnym elementem podczas opracowywania modelu serwonapędu elektrohydraulicznego jest wyznaczenie warunków początkowych. Za punkt pracy siłownika przyjmuje się położenie tłoka:

$$x_{pocz} = \frac{x_{max}}{2}$$

Zakłada się również, że początkowe ciśnienie p_{B0} panujące w komorze podtłokowej siłownika (komorze B) jest równe ciśnieniu spływu p_s .

W celu wyznaczenia początkowego ciśnienia p_{A0} w komorze nadtłokowej siłownika (komorze A) należy wykorzystać równanie dynamiki tłoka (1.1). Należy uwzględnić fakt, że w stanie ustalonym przemieszczenie tłoka ma stałą wartość. W związku z tym pochodne przemieszczenia tłoka przyjmują wartość zero. Zgodnie z modelem tarcia (1.2) w stanie ustalonym na siłownik i platformę obciążenia działa jedynie siła tarcia statycznego F_s . Otrzymuje się zatem zależność

$$F_s = A_t(p_{A0} - p_{B0}),$$

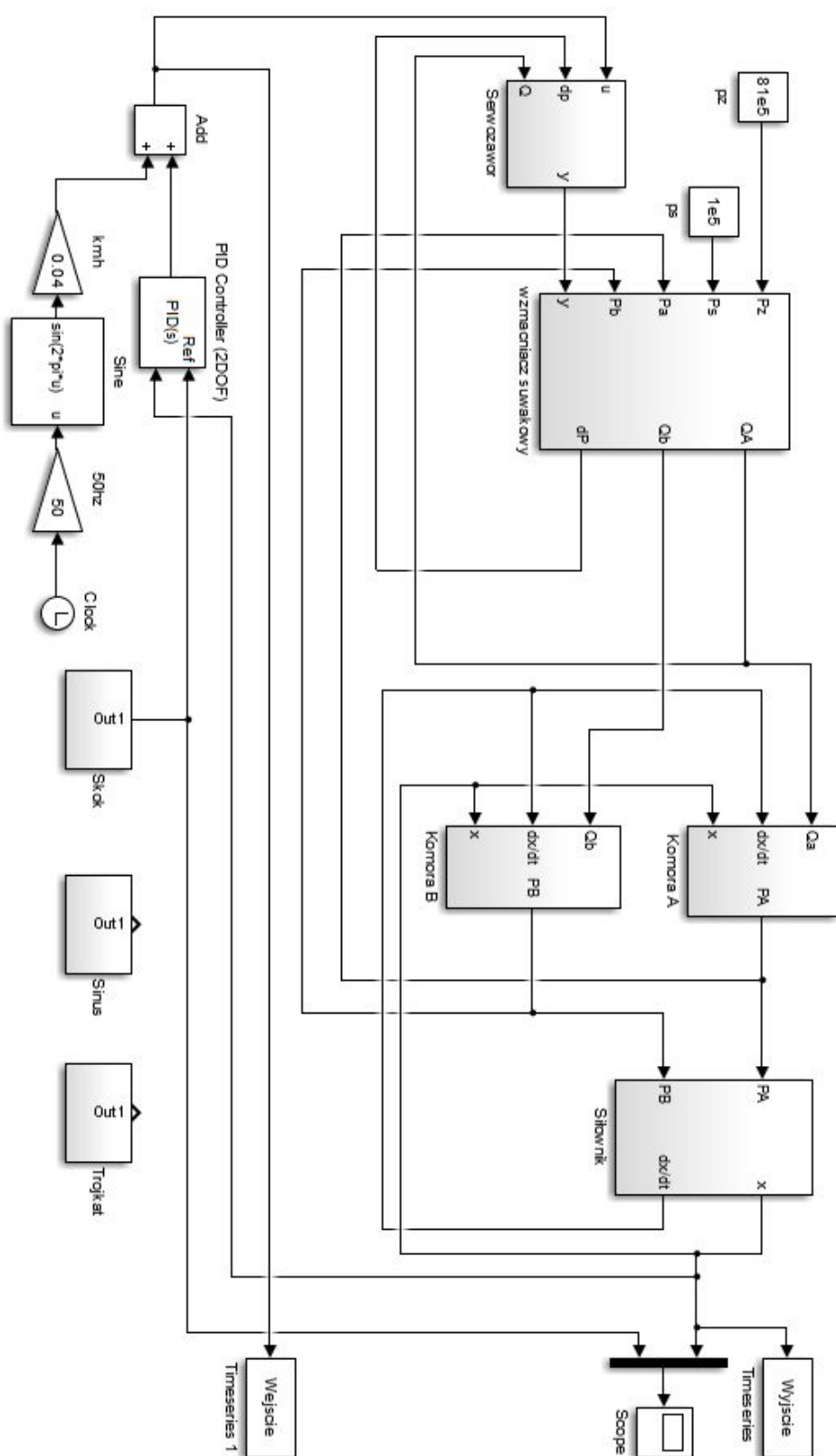
z której możliwe jest wyznaczenie szukanego ciśnienia p_{A0} równego

$$p_{A0} = \frac{A_t p_{B0} + F_s}{A_t}.$$

Uwzględniając powyższe zależności w punkcie pracy, omówione wielkości modelu przyjmują wartości: $x_{pocz}=0,0689$ [m], $p_{A0}=1,13$ [bar], $p_{B0}=1,0$ [bar]. Aby symulacja przebiegła prawidłowo konieczne jest wprowadzenie powyższych wartości jako warunków początkowych opracowanego modelu serwonapędu elektrohydraulicznego.

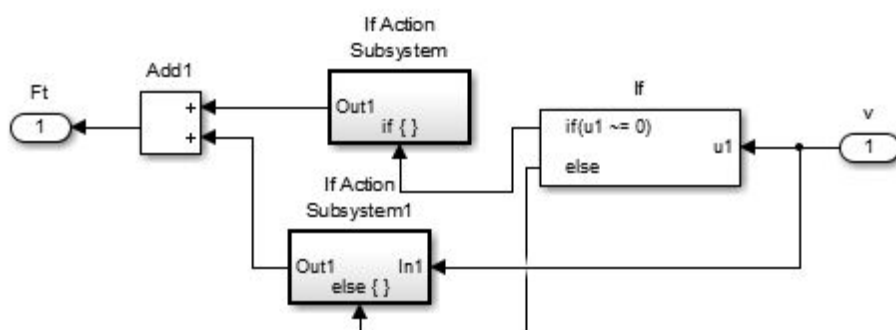
5. Implementacja modelu w Simulinku

Model układu przedstawia się następująco



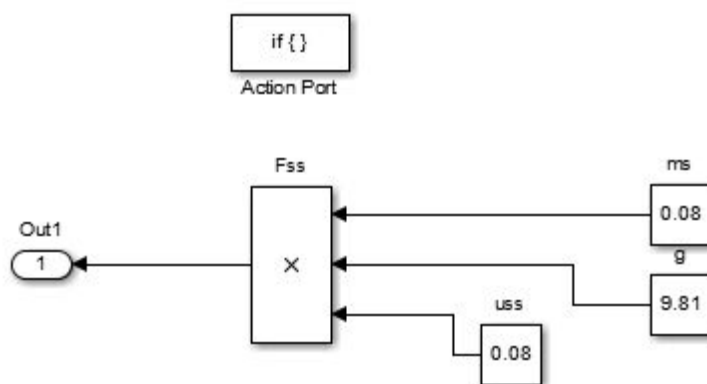
Rys. 5.1. Implementacja modelu w simulinku

Cały system składa się z poszczególnych, opisanych bloków funkcjonalnych. Wykorzystany został uproszczony model serwozaworu przedstawiony powyżej, dlatego nie będzie on już omawiany. Wszystkie subsystemy powstały na podstawie równań różniczkowych znajdujących się w rozdziale wcześniejszym. Przedstawione zostaną więc jedynie w celu poglądowym, bez omawiania zależności która została wykorzystana. Dodatkowo w schemacie tym występuje Regulator PID z nastawami zgodnymi z rozdziałem 3 przeliczonymi do postaci występującej w Simulinku oraz sygnał harmoniczny (tzw. sygnał dither) o częstotliwości 50 Hz i amplitudzie 0,04 V, nałożony na napięciowy sygnał sterujący serwozaworem. Ten dodatkowy sygnał zmniejsza histerezę przetwornika elektromechanicznego, dzięki utrzymaniu suwaka serwozaworu w ciągłym ruchu i redukcji wartości tarcia statycznego.

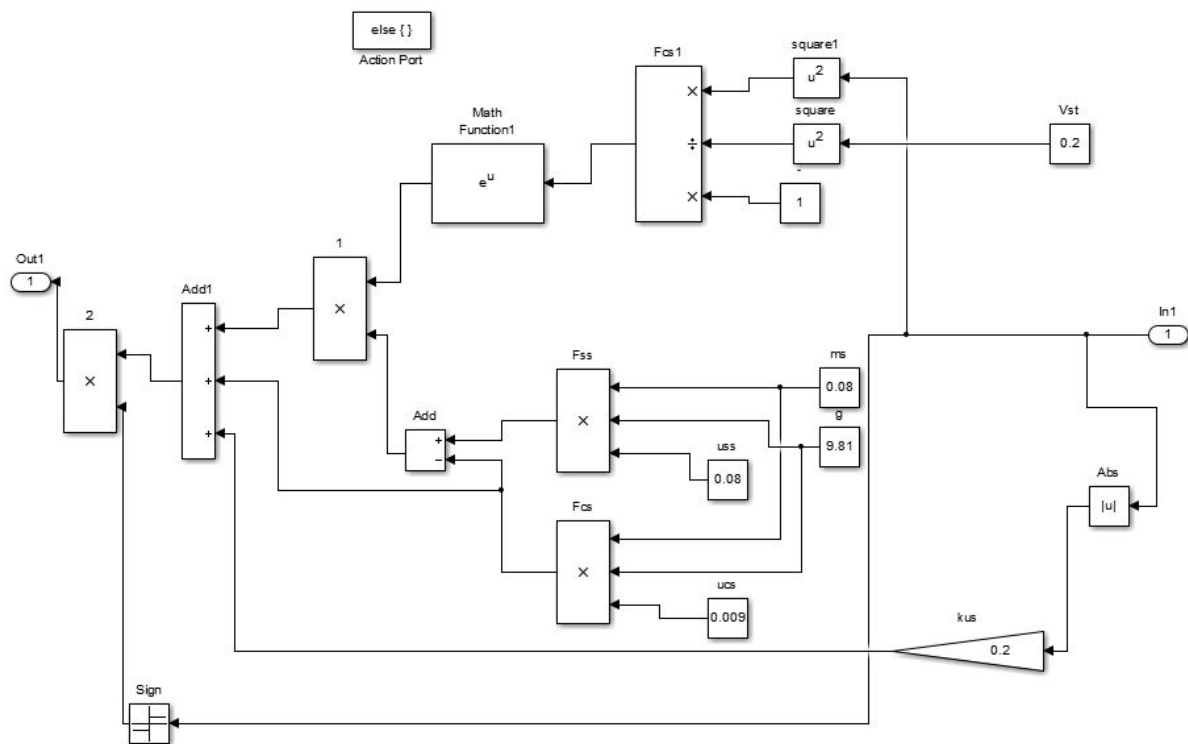


Rys. 5.2. Implementacja tarcia Stribecka

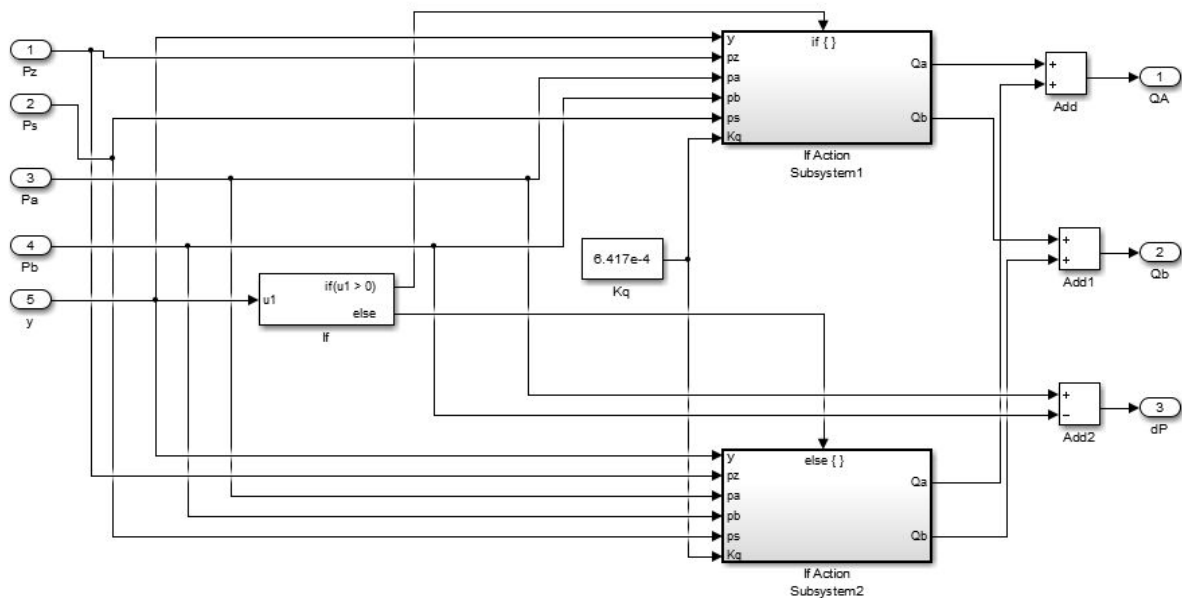
Działa ono zgodnie z równaniem 1.2 i 2.5. Zawartość bloków warunkowych przedstawia rysunki poniżej.



Rys. 5.3. Implementacja tarcia Stribecka - prędkość bliska 0

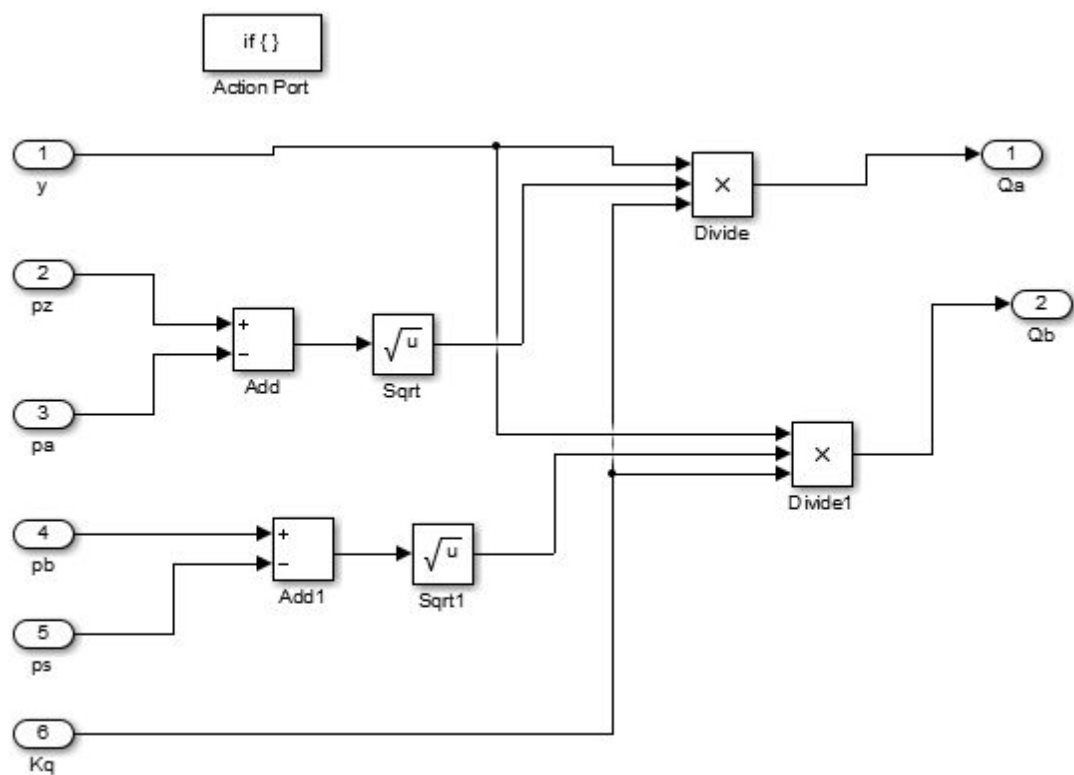


Rys. 5.4. Implementacja tarcia Stribecka - prędkość różna od zera

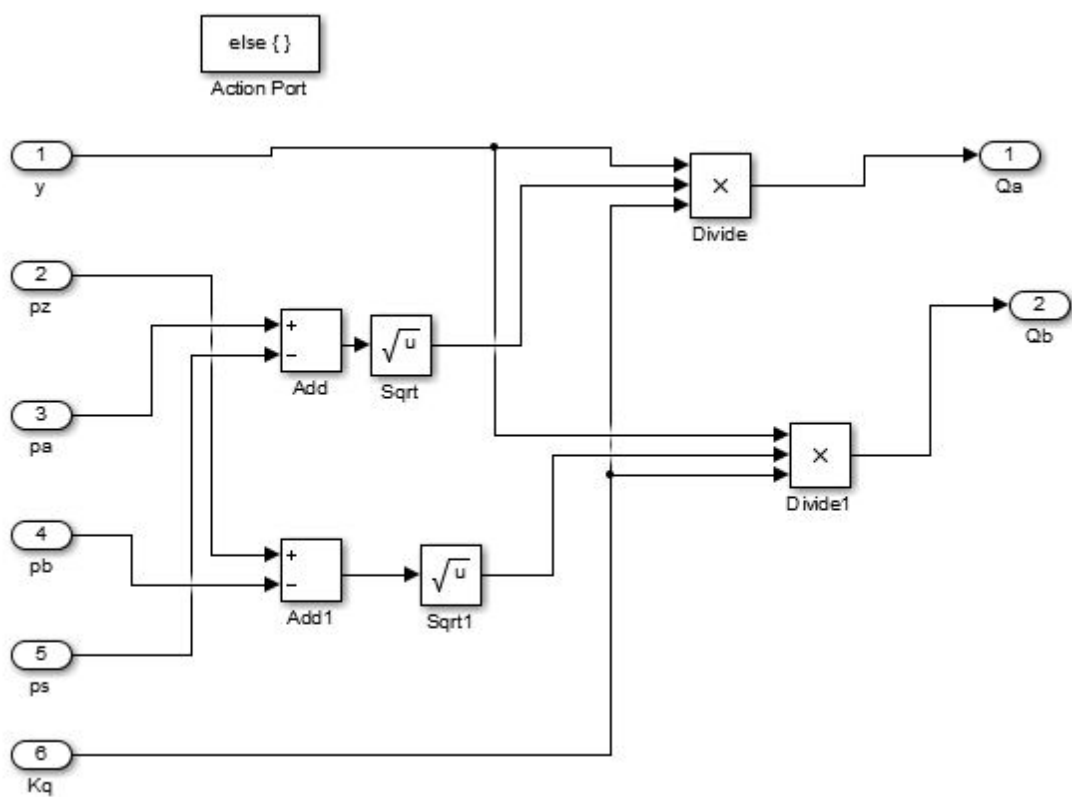


Rys. 5.5. Implementacja wzmacniacza suwakowego

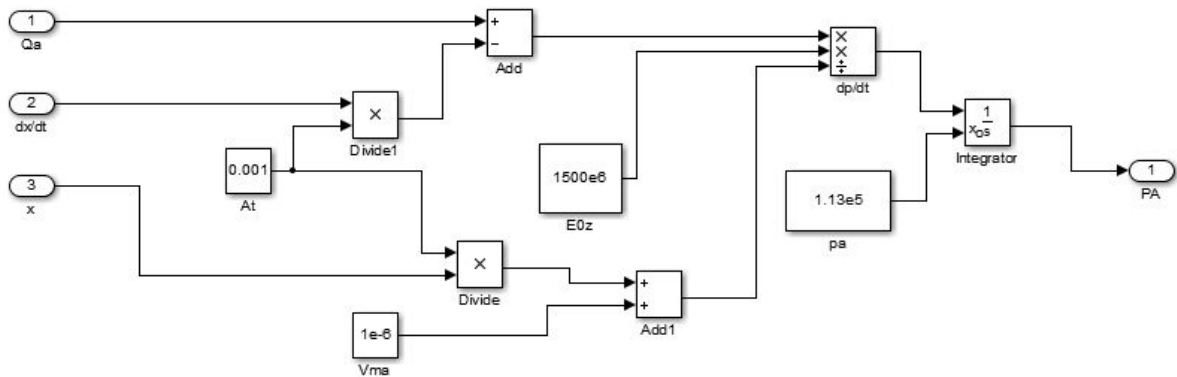
Działa on zgodnie z równaniami 2.1 i 2.2, zależnie od kierunku ruchu. Przedstawiają to rysunki poniżej.



Rys. 5.6. Implementacja wzmacniacza suwakowego - prędkość większa od 0

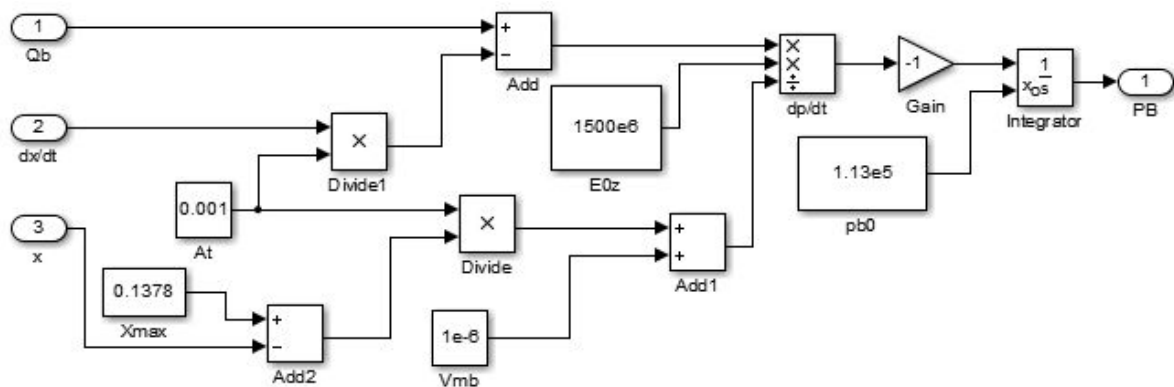


Rys. 5.7. Implementacja wzmacniacza suwakowego - prędkość mniejsza od 0



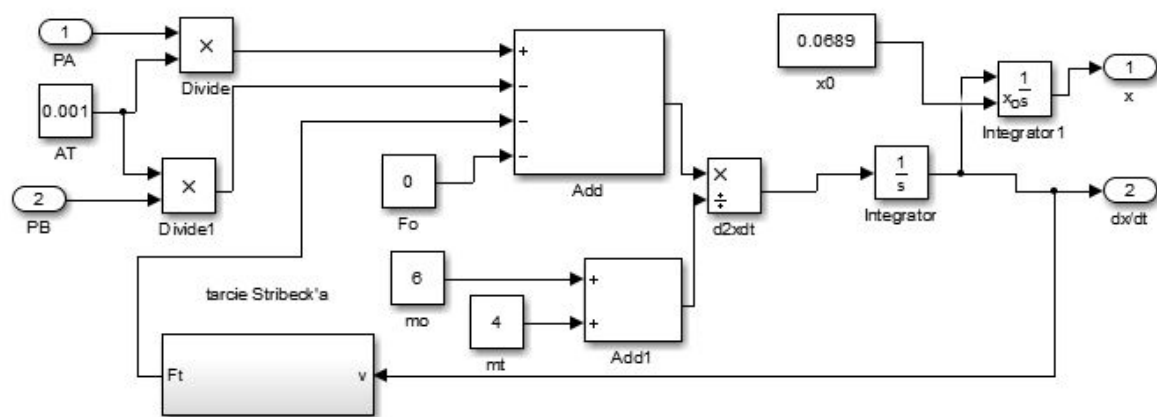
Rys. 5.8. Implementacja komory A

Działa ona zgodnie ze wzorem 1.3, przy czym za lewa stronę równania podstawione jest QA.



Rys. 5.9. Implementacja komory B

Działa ona zgodnie ze wzorem 1.4, przy czym za lewa stronę równania podstawione jest QB.

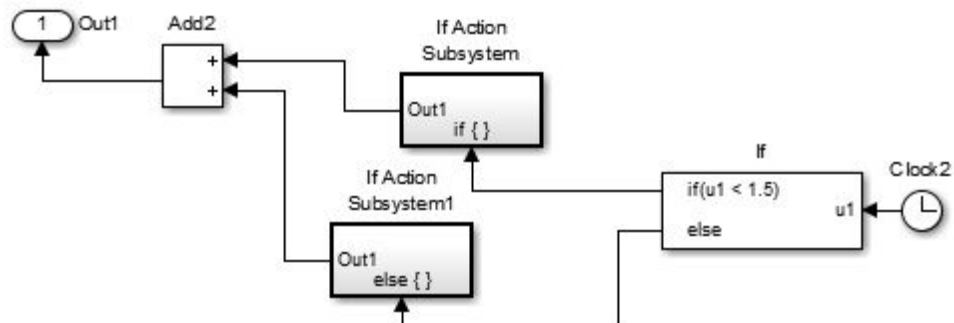


Rys. 5.10. Implementacja siłownika

Działa ona zgodnie ze równaniem różniczkowym 1.1

Dodatkowo, wygenerowane zostały trzy subsystemy generujące sygnał wymuszający, skokowy., sinusoidalny i trójkątny

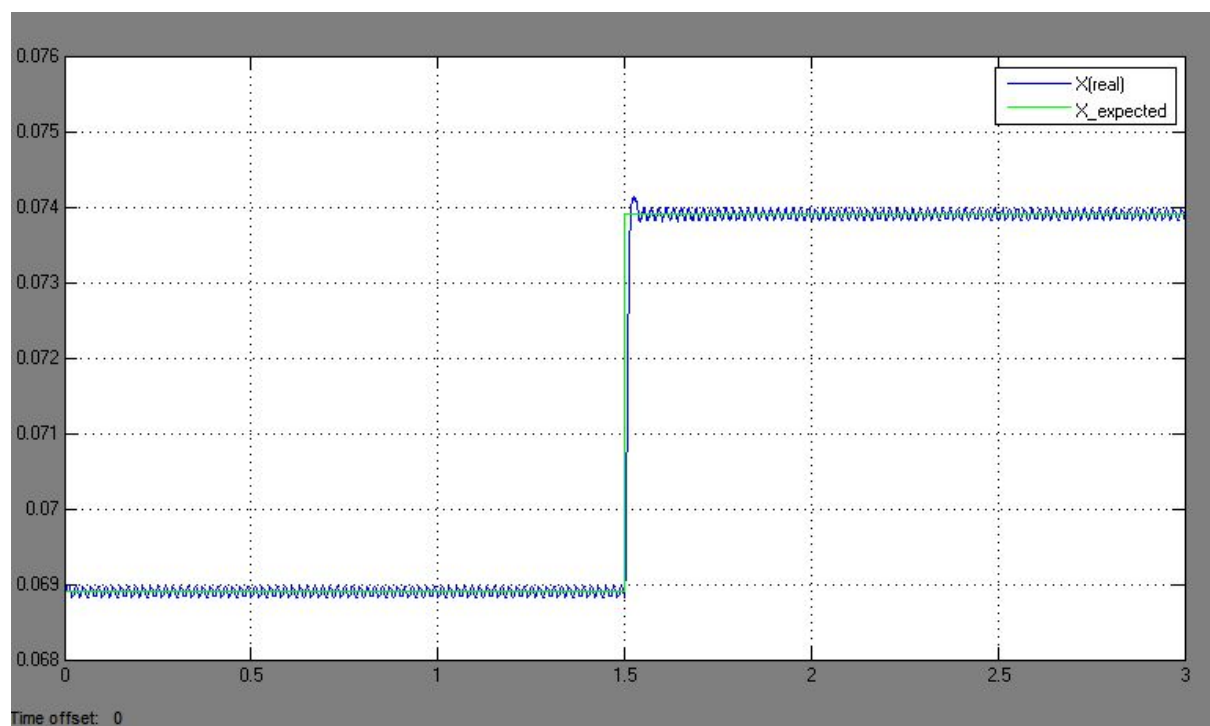
Sygnał skokowy:



Rys. 5.11. Implementacja wymuszenia skokowego

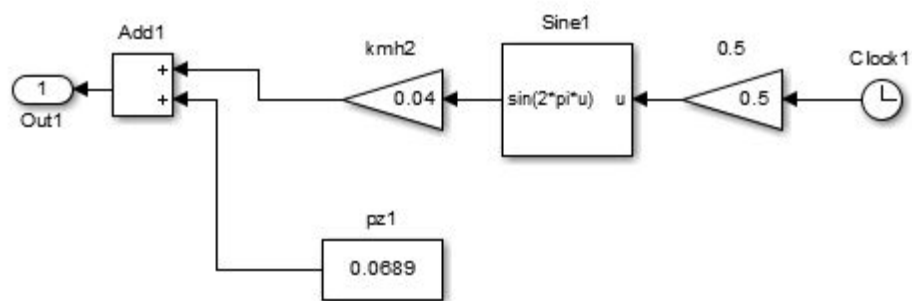
Jego działanie polega na zmianie pozycji zadanej po 1.5s

Odpowiedź układu wygląda następująco



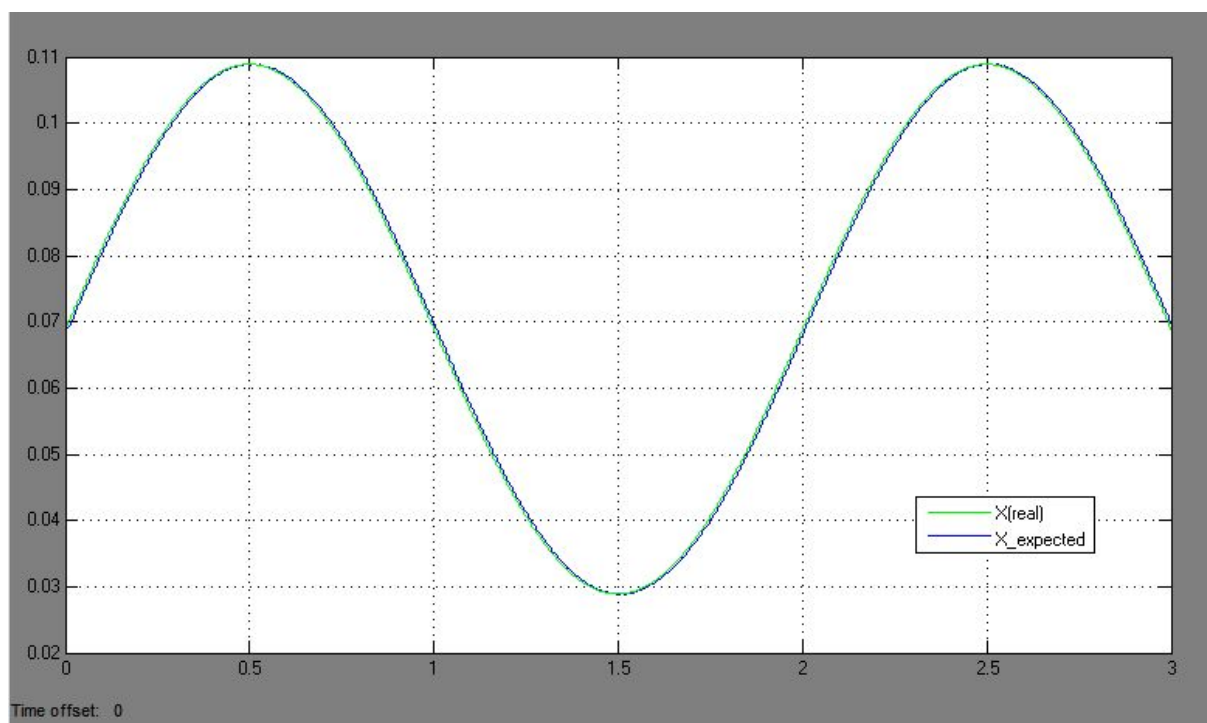
Rys. 5.12. Odpowiedź na wymuszenie skokowe

Kolejnym sygnałem jest sygnał sinusoidalny



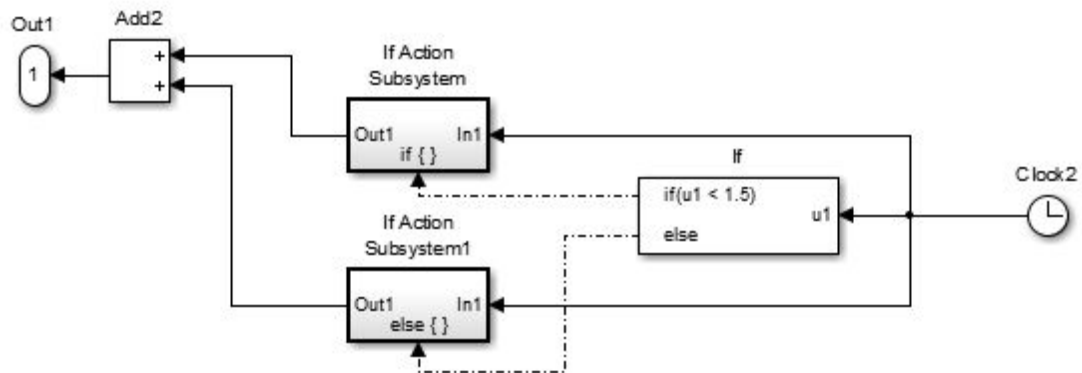
Rys. 5.13. Implementacja wymuszenia sinusoidalnego

Odpowiedź układu wygląda następująco:



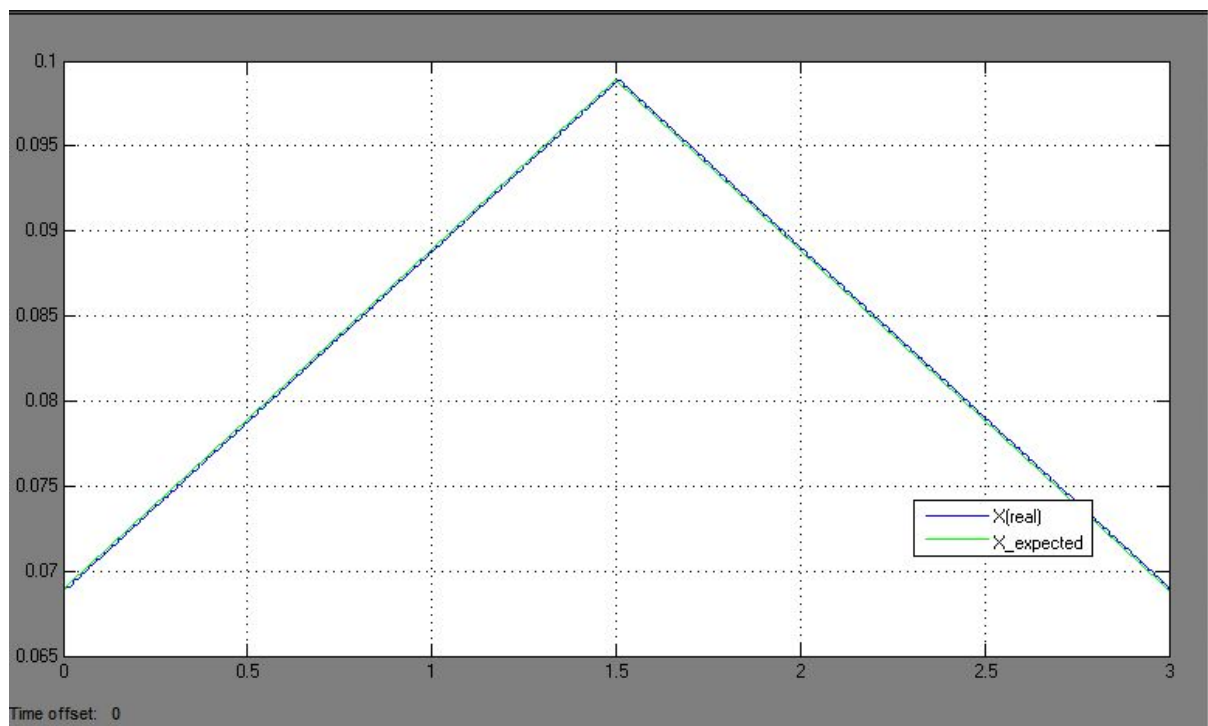
Rys. 5.14. Odpowiedź na wymuszenie sinusoidalne

Oraz ostatnie wymuszenie, trójkątne



Rys. 5.15. Implementacja wymuszenia trójkątnego

Układ ten przez połowę czasu trwania symulacji wysyła sygnał narastający, następnie zaś wysyła sygnał opadający.



Rys. 5.16. Odpowiedź na wymuszenie sinusoidalne

Odpowiedzi te pokazują iż układ działa poprawnie i szybko w sytuacji bez obciążenia.

6. Modele ARMA i ARMAX

Model ARMAX (ang. Auto-Regressive Moving Average with eXogenous input) jest dyskretnym modelem wyjściowo-wejściowym dla procesów stochastycznych.

Strukturę tego modelu można zapisać w następujący sposób:

$$y(k) + a_1y(k-1) + \dots + a_nay(k-na) = b_0u(k-d) + b_1u(k-1-d) + \dots + b_nbu(k-nb+1-d) + c_1e(k-1) + \dots + c_nce(k-nc) + e(k)$$

a w postaci macierzowej:

$$A(q)y(k) = B(q)u(k-d) + C(q)e(k)$$

gdzie:

$$A(q) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_naq^{-na}$$

$$B(q) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_nbq^{-nb+1}$$

$$C(q) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_ncq^{-nc}$$

są macierzami układu (wielomianami różnicowymi),

na - ilość biegunów układu

nb - ilość zer układu powiększona o 1

nc - liczba współczynników C .

q - operator opóźnienia

e - wartość zakłócenia (białego szumu)

Model ARMA (ang. Auto-Regressive with Moving Average) stanowi połączenie modelu AR z modelem MA. Strukturę modelu można zapisać jako:

$$y(k) + a_1y(k-1) + \dots + a_nay(k-na) = e(k-1) + \dots + c_nce(k-nc) + e(k)$$

a w postaci macierzowej:

$$A(q)y(k) = C(q)e(k)$$

Przyjmuje się następujące założenia:

- sygnał zakłócenia ma charakter dyskretnego białego szumu zakłócającego obiekt,
- wektor wejść modelu jest nieskorelowany z wektorem wyjść

6.1. Znalezienie optymalnego modelu ARMAX

Celem znalezienia optymalnego modelu ARMAX użyto oprogramowania MATLAB. Napisano skrypt, który pobiera pierwszych 1500 próbek wartości czasu, wejścia i wyjścia z Simulinka, a następnie testuje różne modele. Wybrano następujące wartości do testów:

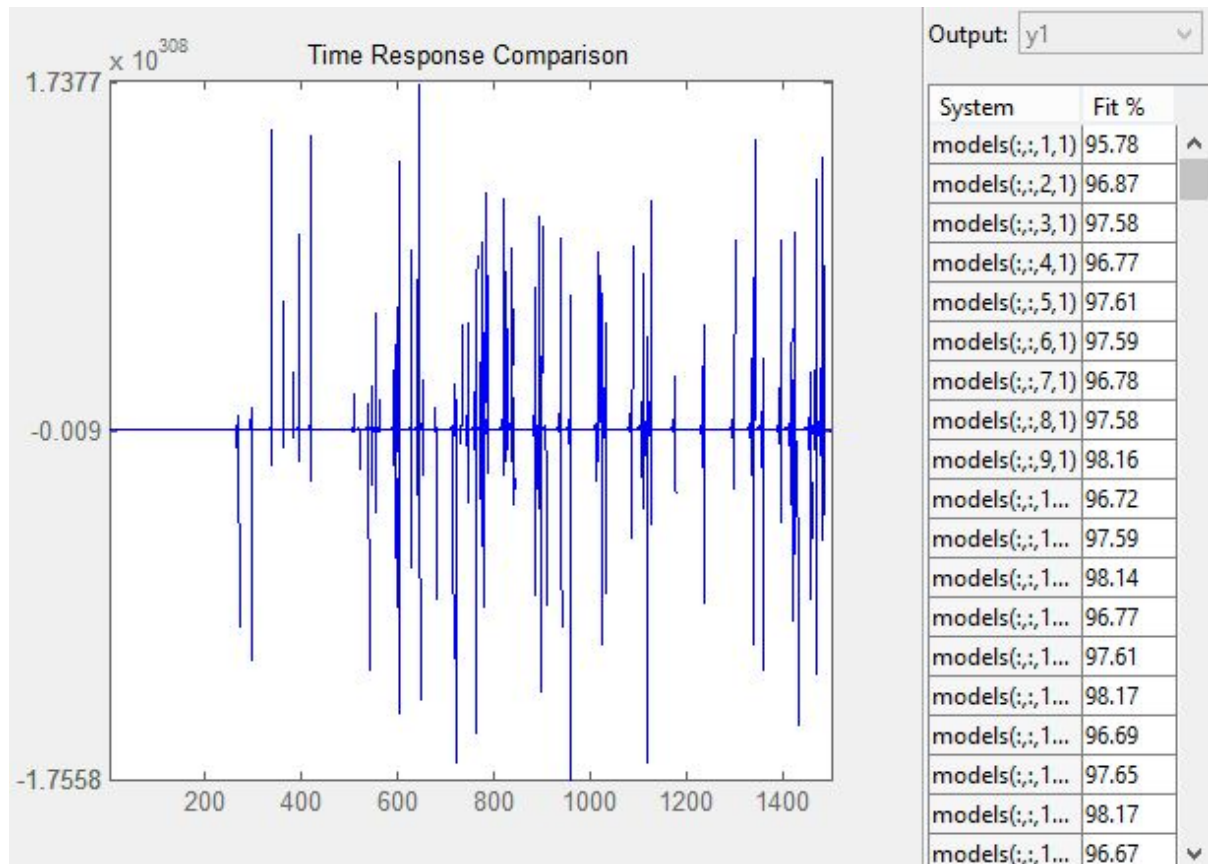
- $na = 1:10$
- $nb = na$
- $nc = 1:10$
- $nk = 0:2$

```
z = iddata(Wyjscie.Data(1:1500), Wejscie.Data(1:1500));
na = 1:10; nc = 1:10; nk = 0:2;
models = cell(1,300);
ct = 1;
for i = 1:10
    na_ = na(i);
    nb_ = na_;
    for j = 1:10
        nc_ = nc(j);
        for k = 1:3
            nk_ = nk(k);
            models{ct} = armax(z, [na_, nb_, nc_, nk_]);
            ct = ct+1;
        end
    end
end
end
```

Następnie po wyznaczeniu 300 modeli, porównano je przy użyciu funkcji compare:

```
models = stack(1,models{:});
compare(z,models)
```

Stąd powstał następujący wykres:



Spośród tych modeli wybrano pierwszy występujący o współczynniku dopasowania równym 99,8%. W ten sposób model ma najniższe wartości współczynników n_a , n_b , n_c i n_k oraz bardzo dobre dopasowanie. Poniżej przedstawiono macierze modelu ARMAX:

$$A(z) = 1 - 1.796 z^{-1} + 0.7964 z^{-2}$$

$$B(z) = 0.0003339 z^{-2} - 0.0001915 z^{-3}$$

$$C(z) = 1 - 0.9976 z^{-1}$$

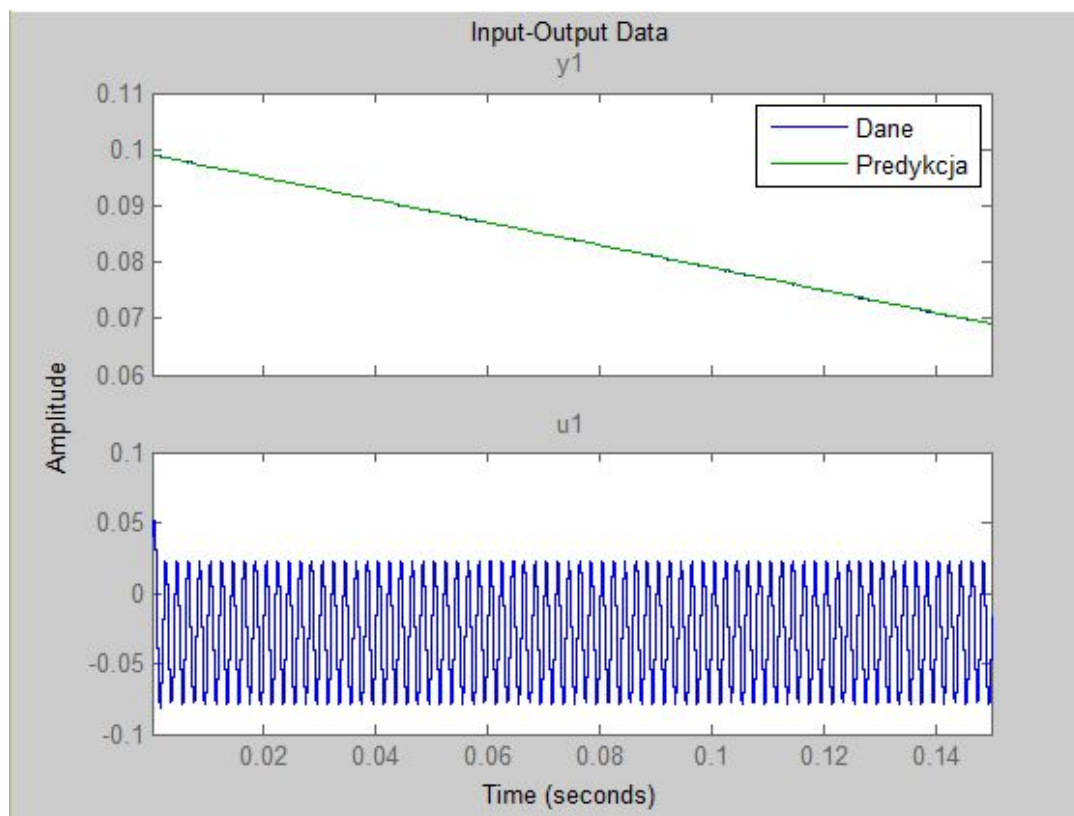
czyli $n_a = 2$, $n_b = 1$, $n_c = 1$, $n_k = 2$.

6.2. Sprawdzenie dopasowania wybranego modelu ARMAX

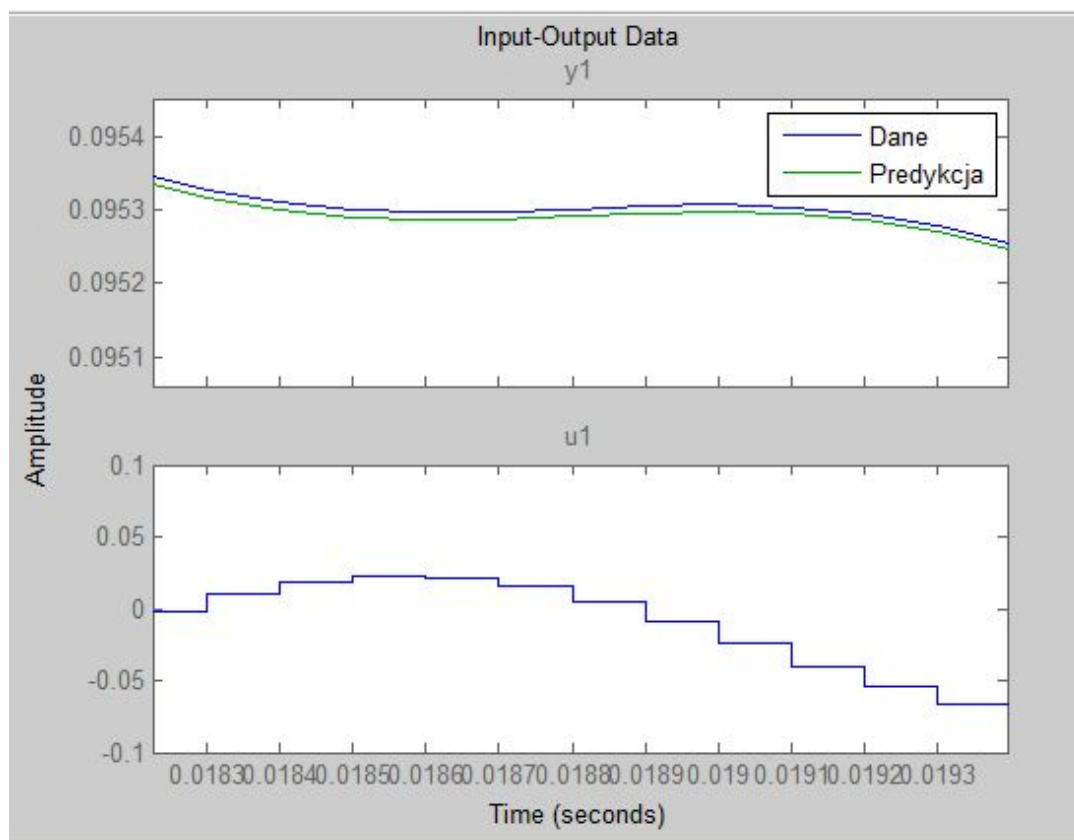
Następnie dokonano predykcji wyjścia na podstawie pozostałych 1500 próbek. Poniżej znajduje się komenda, która przyjmuje argument wybranego modelu oraz dane wejściowe:

```
yp = predict(sys, data_next)
```

Następnie wygenerowano wykres zawierający dane wyjściowe oraz przewidziane przez model ARMAX.



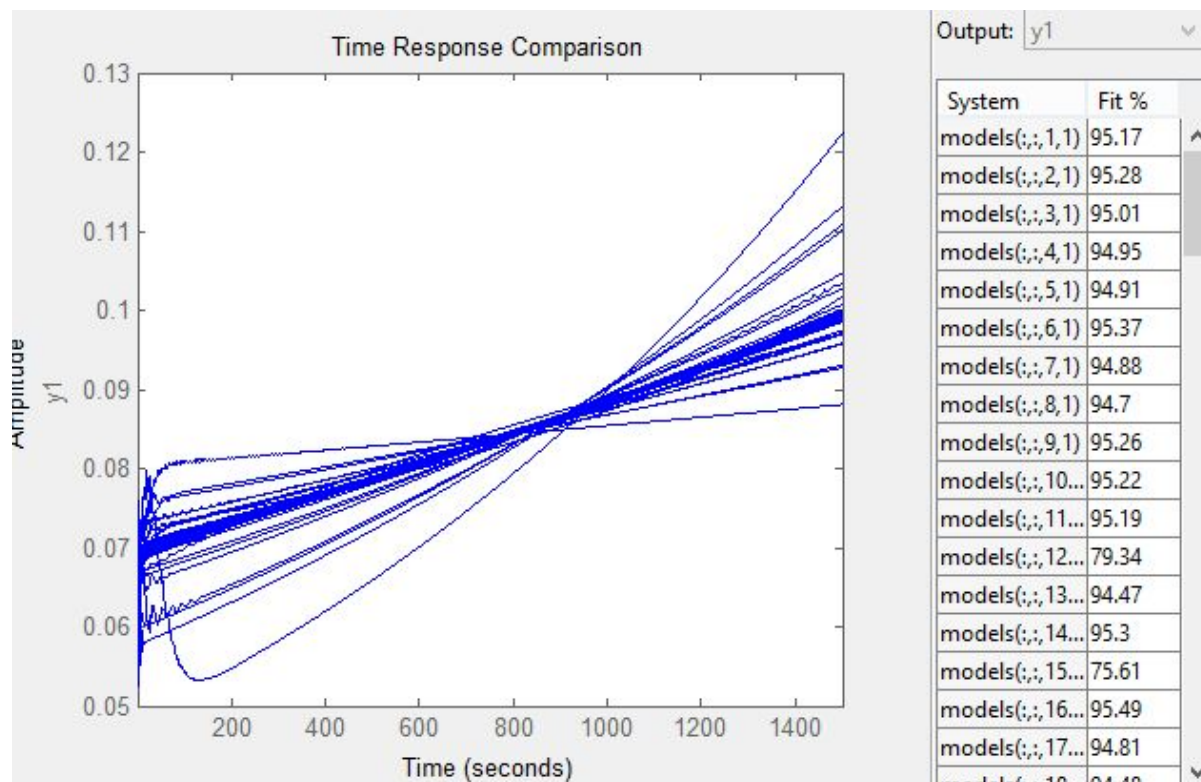
Nie są widoczne różnice pomiędzy predykcją a danymi. Dopiero po znacznym powiększeniu są one widoczne.



6.3. Znalezienie optymalnego modelu ARMA

W przypadku modelu ARMA użyto tego samego algorytmu, tylko pomijając wartości nb oraz nk.

Otrzymano następujący wykres porównawczy modeli:



Dla ARMA rozpiętość modeli jest o wiele większa oraz najlepsze dopasowanie wynosi 99.8%. Ze względu na wysoki rząd macierzy A i C taki model byłby bardzo złożony obliczeniowo. Nie mniej jednak pierwszy przetestowany model ma wysokie dopasowanie - ponad 95%, zatem został wybrany.

Wybrany model:

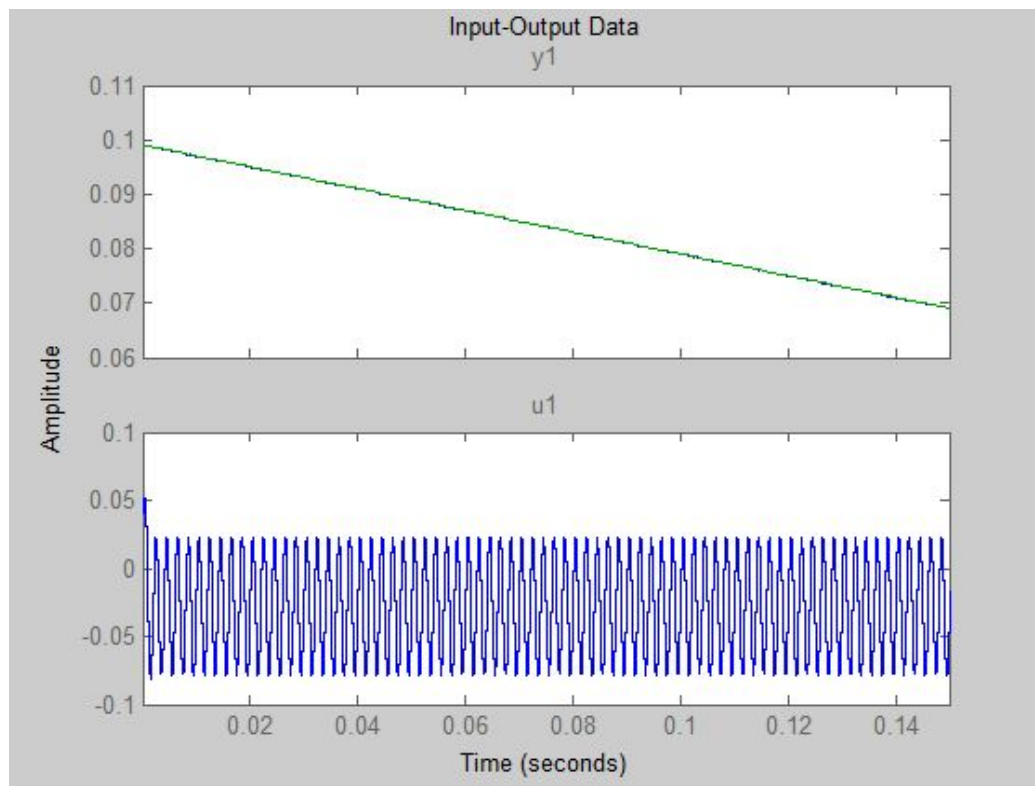
$$A(z) = 1 - z^{-1}$$

$$C(z) = 1 - 0.0001486 z^{-1}$$

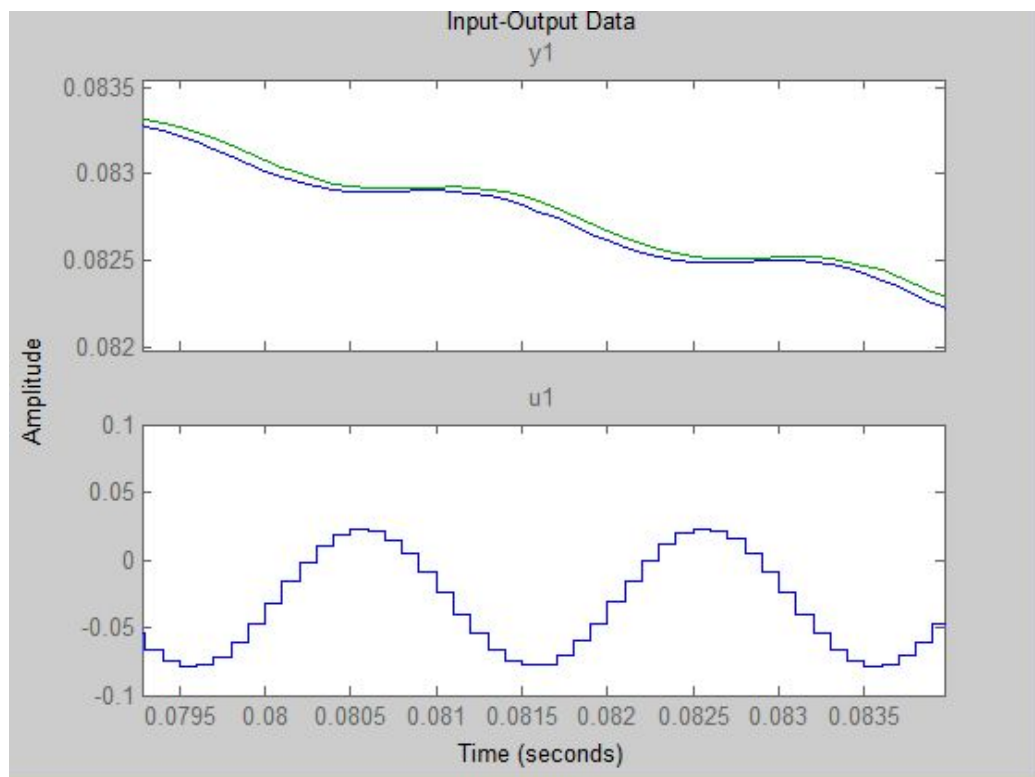
6.4. Sprawdzenie dopasowania wybranego modelu ARMA

Następnie sprawdzono działanie modelu. W tym celu wygenerowano przewidywany przez model sygnał wyjściowy:

Obie wartości sygnału wyjściowego zostały umieszczone na wykresie porównawczym przedstawionym poniżej:



Różnica pomiędzy modelem a sygnałem jest niewielka, jednak bardziej widoczna niż dla modelu ARMAX.



W powiększeniu te różnice są uwypuklone, nie mniej jednak model daje bardzo dobrą predykcję.

7. Podsumowanie

Wykonany projekt polegał na zamodelowaniu i identyfikacji serwonapędu elektrohydraulicznego. Zagadnienie to w ogólności obejmowało:

- opracowanie teoretyczne
- implementację modelu układu w Simulinku
- opracowanie modeli ARMA/ARMAX
- opracowanie wniosków oraz zgromadzenie literatury

Opracowany teoretyczny model matematyczny został zaimplementowany w oprogramowaniu Simulink. Model ten działa bardzo dobrze.

Na podstawie symulacji dokonano identyfikacji, tworząc modele ARMA/ARMAX. Modele te określają zależności i relację pomiędzy uzyskanymi z symulacji danymi, bez szczegółowego wnikania w zachodzące w procesie zjawiska fizyczne. Spośród 300 utworzonych modeli wybrano najlepsze i sprawdzono, w jakim stopniu odwzorowują one symulowany proces. Oba modele radzą sobie w tym przypadku nadspodziewanie dobrze.

Podział pracy:

Do wykonania tak dużego projektu konieczny był konkretny podział pracy.

Opracowaniem modelu matematycznego zajął się głównie Adam Sobiesiak, z pomocą reszty zespołu. Następnie implementację w Simulinku przeprowadził Mateusz Wielgosz, z pomocą Adama. Justyna Kaplińska zajmowała się operowaniem w Matlabie: przeprowadziła identyfikację za pomocą modeli ARMA i ARMAX. Opracowaniem wniosków oraz zgromadzeniem wszystkich części w dokumentacji zajmował się Michał Sujka. Literatura była gromadzona i weryfikowana przez wszystkich, w trakcie prac, w zależności od potrzeb.

8. Wnioski

- Opracowanie matematycznego modelu serwonapędu jest zadaniem trudnym i czasochłonnym. Wymaga posiadania wiedzy i umiejętności z szerokiego zakresu.
- Model matematyczny przedstawiony jest w formie złożonego opisu, co utrudnia jego zrozumienie.
- Przyjęte uproszczenia oraz linearyzacje powodują pogorszenie dokładności, choć zdecydowanie ułatwiają analizę.
- Parametry i współczynniki dobrane do modelu nie są uniwersalne. Są dobre tylko dla wąskiego zakresu zagadnień, do których zaprojektowano model.
- Wymagana jest znajomość współczynników zależnych od zastosowania serwonapędu, a więc także silnie od jego konstrukcji (użyte materiały itd.). (przykład: tarcie)
- Parametry modelu są trudno dostępne, mimo, że w dobie wyszukiwarek internetowych łatwiej jest uzyskać szybki dostęp do wielu informacji.
- Przy uzyskiwaniu parametrów przydatny był rzeczywisty układ, oraz prace na nim przeprowadzone.
- Bez znajomości ww. parametrów nie ma możliwości zamodelowania i identyfikacji serwonapędu.
- W Simulinku można stosunkowo szybko stworzyć działający model obiektu.
- Simulink jest bardzo wrażliwy na błędy numeryczne, zbyt duże skoki wartości w krótkim czasie powodują zatrzymanie symulacji.
- Identyfikacja struktury modelami ARMA/ARMAX charakteryzuje się bardzo krótkim czasem. Jest to bardzo korzystne zważając na złożoność i czasochłonność zagadnienia modelowania serwonapędu.
- W związku z czym, w układach napędowych jest to jedyna efektywna metoda określenia struktury i parametrów modelu procesu ruchu.
- Mając zamodelowany układ, można go z powodzeniem zastosować do badań symulacyjnych czy też wstępnego doboru elementów układu.
- Model taki można także zaimplementować w rzeczywistym regulatorze.
- Modelowanie układów pozwala na ich szybkie prototypowanie i testowanie.
- Z racji na nieliniowy charakter napędów elektrohydraulicznych oraz trudność całego zagadnienia, powyższe wnioski stanowią korzystne rozwiązania.

Literatura

- [1] Milecki A.: Liniowe serwonapędy elektrohydrauliczne – modelowanie i sterowanie. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2003.
- [2] Olszewski M.: Aktuatoryka hydrotroniczna – materiały wykładowe. Warszawa 2014.
- [3] Możaryn J.: Sterowanie napędów maszyn roboczych - materiały wykładowe. Warszawa 2015.
- [4] Możaryn J.: Serwomechanizmy elektrohydrauliczne cz.2: modelowanie i regulacja, Automatyka Podzespoły Aplikacje, (31), maj 2009.
- [5] Możaryn J.: Serwomechanizmy elektrohydrauliczne cz.1, Automatyka Podzespoły Aplikacje, (30), kwiecień 2009.