LINMA1170 — **Devoir 1**
Analyse Numérique — **Localisation de racines polynomiales**
Prof. Paul VAN DOOREN — **Echéance, le 13 octobre 2016 (23h59)**

Dans ce devoir, nous étudions l'algorithme d'Euclide pour déterminer le nombre de racines réelles distinctes d'un polynôme à coefficients réels.

Echauffement

Calculer la suite de Sturm $(f_0(x), f_1(x), \ldots, f_m(x))$, pour le polynôme

$$f_0(x) = x^4 + 3x^2 + 2$$

A partir de celle-ci, que pouvez-vous dire des racines de f_0 ?

Mise en oeuvre

- Implémenter une fonction MATLAB déterminant le nombre V de racines réelles distinctes sur $(\alpha; \beta)$ au moyen du théorème de Sturm, ayant pour entête

  ```
  function [V,R] = algEuclide(P,alpha,beta)
  ```

  où R, P sont des vecteurs décrivant respectivement les polynômes f_m, f_0.

- Vérifier votre conclusion de la partie "Echauffement" au moyen de votre fonction.

- A l'aide de votre fonction, caractériser les racines réelles de

  $$f_0(x) = x^{11} - 10x^9 - 7x^8 + 27x^7 + 70x^6 - 20x^5 - 189x^4 + 50x^3 + 140x^2 - 350$$

  Préciser leur nombre, multiplicité et signe.
  Veiller à justifier votre démarche au regard de la théorie.

Réflexion

Démontrer que le tableau de Routh peut être généré via l'algorithme d'Euclide.

Performances

Nous comparons ici les performances de votre fonction algEuclide et de la méthode MATLAB roots.m. Plus précisément, nous nous intéressons à leur complexité temporelle et à leur stabilité.

- Dériver la complexité temporelle $\mathcal{O}(\cdot)$ de votre fonction par rapport au degré n de $f_0(x)$.
- Réaliser une expérience avec MATLAB permettant de confirmer votre résultat théorique.
- Répéter cette expérience pour mesurer la complexité temporelle $\mathcal{O}(\cdot)$ de roots.m.
- Analyser le comportement de votre fonction et de roots.m lorsque $\epsilon \to 0^+$ pour

  $$f_0(x) = (x - \epsilon)(x^2 + 2\epsilon)(x + 1)$$

A la lumière des points précédents, que pouvez-vous conclure pour votre fonction et roots.m ?

Consignes

Le devoir est à réaliser par groupe de quatre

La soumission se fait via `Moodle`. L'échéance n'est pas ferme, cependant tout délai est sanctionné d'un point par 24 heures (entamées) de retard. La soumission comprend quatre fichiers distincts: (i) le rapport (`.pdf`) ; (ii) votre fonction `algEuclide.m` ; (iii) votre expérience (`.m`) pour cette fonction ; (iv) l'expérience (`.m`) pour `roots.m`. Le tout est compressé dans un dossier (`.zip`).

Le rapport ne doit pas contenir de page de garde, seulement une entête reprenant au moins le nom des auteurs. Le rapport ne doit pas spécialement contenir de code source. Il n'y a pas de limite de pages, bien que la concision soit appréciée. La langue de rédaction est le français. Il est fortement recommandé, voire souhaité que le rapport soit réalisé avec LaTeX, avec la `documentclass article [11pt]` en `pagestyle plain`. Vos implémentations sont priées d'être compréhensibles.

Indications

N'oublier pas que votre ordinateur a une précision finie. Veiller à minimiser toute propagation d'erreur d'arrondi. MATLAB est un langage interprété, non compilé.

Bonus

Le groupe réalisant le rapport le plus concis, intelligible et complet obtiendra un point bonus à ce devoir. Ce concours ne s'applique qu'aux groupes ayant suivi les recommendations pour le rapport. Au plus un groupe peut obtenir ce bonus.

Contact

Pour toute question, contacter Pierre-Alexandre Beaufort. Disponible le mardi à l'Euler a.013 entre 15h et 17h. Merci de prévenir de votre passage.