

CONCEPTOS DE BASES DE DATOS

Árboles B y B+

ÁRBOLES B

- Página o nodo \rightarrow secuencia ordenada de llaves y un conjunto de apuntadores.
- El # apuntadores siempre excede en uno al número de llaves.
- Al número máximo de apuntadores de los nodos se lo denomina orden del árbol B.
- Por definición, un nodo hoja no tiene hijos. Se supone que los apuntadores en las hojas contienen un valor de apuntador inválido.

ÁRBOLES B Y B +

Establecer costo de las operaciones realizadas a través de las lecturas y escrituras realizadas

- **Lecturas:** todos los nodos visitados para hallar el nodo correspondiente en una alta o baja, además de los nodos accedidos para resolver un underflow. Cada nodo se lee una sola vez por operación.
- **Escritura:** nodo modificado, ya sea porque tiene una clave mas, o una clave menos, o se crea el nodo para resolver un overflow o se le cambió un enlace. No se escriben los nodos libres.

Se indican $L\#nodo$, $E\#nodo$, al realizar una operación las lecturas y escrituras deben escribirse en el orden en que llevan a cabo. Se debe escribir siguiendo un mismo orden en todas las operaciones del árbol.

ÁRBOLES B-INSERCIÓN Y OVERFLOW

Overflow: nodo completo sin capacidad para la nueva llave que se intenta insertar.

Solución:

División y promoción: Se divide al nodo lleno en dos nodos. Se crea un nodo nuevo, distribuyendo las llaves entre el nodo anterior y el nuevo, tan equitativamente como sea posible.

Nota: solo se **reenumeran** los nodos involucrados en la operación, nuevos nodos (se debe reutilizar nro de nodos liberados, si los hay).

ÁRBOLES B-INSERCIÓN- EJEMPLOS

Sea el siguiente árbol B con capacidad para 3 claves, orden 4. Orden en que llegaron las claves: 60-31-38-24-63-19-10-72-80-87-35-65.

Árbol generado:

Nodo 0: 3, i, 1(24)2(38)3(72)4

Nodo 1: 2, h, (10)(19)

Nodo 2: 2, h, (31)(35)

Nodo 3: 3, h, (60)(63)(65)

Nodo 4: 2, h, (80)(87)

Realizar el alta de la clave 61

ÁRBOLES B-INSERCIÓN- EJEMPLOS

Alta del 61: L0,L3, E3, E5,E0,E6,E7

Árbol generado:

Nodo 7: 1, i, 0(63)6

Nodo 0: 2, i, 1(24)2(38)3

Nodo 6: 1, i, 5(72)4

Nodo 1: 2, h, (10)(19)

Nodo 2: 2, h, (31)(35)

Nodo 3: 2, h, (60)(61)

Nodo 5: 1, h, (65)

Nodo 4: 2, h, (80)(87)

ÁRBOLES B-ELIMINACIÓN

Eliminar una llave de un nodo, consiste en buscar a partir de la raíz del árbol la llave a eliminar hasta encontrarla. Si la llave está en el árbol, existen dos casos posibles:

- La llave está en un nodo hoja
- La llave está en un nodo interno

ÁRBOLES B-ELIMINACIÓN- UNDERFLOW

Caso 1: eliminación en nodo hoja y underflow

Si la llave está en un nodo hoja: se procede a eliminar la llave del nodo. Luego se deberá constatar que el nodo no quede en underflow, es decir que no tenga menos de las llaves permitidas. Si el árbol es de orden n , no puede tener menos de $n/2 - 1$ claves

ÁRBOLES B-ELIMINACIÓN- UNDERFLOW

Resolución underflow en nodo hoja

- **Política izquierda:** Se intenta balancear con el hermano adyacente izquierdo. Si es que existe y tiene claves suficientes. Caso excepcional no tener hermano izquierdo, intenta balancear con derecho.
- **Política derecha:** análoga a política izquierda pero con adyacente derecho.
- **Política izquierda o derecha:** ante el primer underflow se elige política izquierda o política derecha y luego se continua resolviendo con la política seleccionada.
- **Política izquierda y derecha:** se intenta balancear con algún hermano adyacente, priorizando hermano izquierdo.

En caso de no poder balancear la carga, se deberá fusionar el nodo con underflow con su hermano adyacente. En este caso se deberá constatar que la fusión no propague el underflow en niveles superiores del árbol.

ÁRBOLES B- EJEMPLOS DIFERENTES POLÍTICAS

Realizar baja de la clave 31 y luego de la clave 35(underflow)

Árbol :

Nodo 7: 1, i, 0(63)6

Nodo 0: 2, i, 1(24)2(38)3

Nodo 6: 1, i, 5(72)4

Nodo 1: 2, h, (10)(19)

Nodo 2: 2, h, (31)(35)

Nodo 3: 2, h, (60)(61)

Nodo 5: 1, h, (65)

Nodo 4: 2, h, (80)(87)

ÁRBOLES B-ELIMINACIÓN- UNDERFLOW- POLÍTICA IZQ

Caso 1: eliminación en nodo hoja y underflow

Baja de la clave 31 y luego de la clave 35(underflow):

L7,L0,L2,L1,E1,E2,E0 (Baja 35)

Árbol generado:

Nodo 7: 1, i, 0(63)6

Nodo 0: 2, i, 1(19)2(38)3

Nodo 6: 1, i, 5(72)4

Nodo 1: 1, h, (10)

Nodo 2: 1, h, (24)

Nodo 3: 2, h, (60)(61)

Nodo 5: 1, h, (65)

Nodo 4: 2, h, (80)(87)

ÁRBOLES B-ELIMINACIÓN- UNDERFLOW- POLÍTICA DERECHA

Caso 1: eliminación en nodo hoja y underflow

Baja de la clave 31 y luego de la clave 35:

L7,L0,L2,L3,E2,E3,E0 (Baja 35)

Árbol generado:

Nodo 7: 1, i, 0(63)6

Nodo 0: 2, i, 1(24)2(60)3

Nodo 6: 1, i, 5(72)4

Nodo 1: 2, h, (10)(19)

Nodo 2: 1, h, (38)

Nodo 3: 1, h, (61)

Nodo 5: 1, h, (65)

Nodo 4: 2, h, (80)(87)

ÁRBOLES B-ELIMINACIÓN- UNDERFLOW

Caso 2: eliminación en nodo interno y underflow

Si la llave está en un nodo interno: se cambia la clave a eliminar con la clave menor de la rama derecha . Se elimina la clave de la hoja. Luego se deberá constatar que el nodo hoja no quede en underflow, es decir que no tenga menos de las llaves permitidas. En caso de underflow se procede de acuerdo a la política como se mostró para los casos previamente presentados.

ÁRBOLES B- ELIMINACIÓN NODO INTERNO- POLÍTICA IZQ

Árbol inicial *(luego la baja en nodo interno con política derecha)*:

Baja de la clave 24 con política izquierda

Nodo 7: 1, i, 0(63)6

Nodo 0: 2, i, 1(24)2(60)3

Nodo 6: 1, i, 5(72)4

Nodo 1: 2, h, (10)(19)

Nodo 2: 1, h, (38)

Nodo 3: 1, h, (61)

Nodo 5: 1, h, (65)

Nodo 4: 2, h, (80)(87)

ÁRBOLES B-ELIMINACIÓN- UNDERFLOW- POLÍTICA IZQ

Caso 2: eliminación en nodo interno y underflow

Baja de la clave 24 con política izquierda:

L7,L0,L2,L1,E1,E2,E0

Árbol generado:

Nodo 7: 1, i, 0(63)6

Nodo 0: 2, i, 1(19)2(60)3

Nodo 6: 1, i, 5(72)4

Nodo 1: 1, h, (10)

Nodo 2: 1, h, (38)

Nodo 3: 1, h, (61)

Nodo 5: 1, h, (65)

Nodo 4: 2, h, (80)(87)

ÁRBOLES B-ELIMINACIÓN- UNDERFLOW- POLÍTICA DERECHA

Caso 2: eliminación en nodo interno y underflow

Baja de la clave 24 con política derecha:

Árbol generado:

Nodo 7: 1, i, 0(63)6

Nodo 0: 2, i, 1(38)2(60)3

Nodo 6: 1, i, 5(72)4

Nodo 1: 2, h, (10)(19)

Nodo 2: 0, h, () Underflow

Nodo 3: 1, h, (61)

Nodo 5: 1, h, (65)

Nodo 4: 2, h, (80)(87)

ÁRBOLES B-ELIMINACIÓN- UNDERFLOW- POLÍTICA DERECHA

Caso 2: eliminación en nodo interno y underflow

Baja de la clave 24 con política derecha:

L7,L0,L2,L3,E2,E0

Árbol generado:

Nodo 7: 1, i, 0(63)6

Nodo 0: 1, i, 1(38)2

Nodo 6: 1, i, 5(72)4

Nodo 1: 2, h, (10)(19)

Nodo 2: 2, h, (60)(61)

Nodo 3: 1, h, () nodo Libre

Nodo 5: 1, h, (65)

Nodo 4: 2, h, (80)(87)

ÁRBOLES B+

Los árboles B+ constituyen una mejora sobre los árboles B, pues conservan la propiedad de acceso aleatorio rápido y permiten además un recorrido secuencial rápido. En un árbol B+ todas las claves se encuentran en hojas, duplicándose en la raíz y nodos interiores aquellas que resulten necesarias para definir los caminos de búsqueda. Para facilitar el recorrido secuencial rápido las hojas se pueden vincular, obteniéndose, de esta forma, una trayectoria secuencial para recorrer las claves del árbol.

ÁRBOLES B+-INSERTIÓN-OVERFLOW

Cuando desea insertarse una clave en un nodo que se encuentra lleno , el nodo afectado se divide en 2, distribuyéndose las claves lo más equitativamente posible. Una copia de la clave del medio se escribe en el nodo padre. Es decir, el nodo con overflow se parte al medio, una copia de la clave va al padre y la clave se inserta en el nodo derecho. La copia de la clave **solo** se realiza en un overflow ocurrido a nivel de hoja. Si el overflow es en nodo interno se procede igual que en árboles b, divide y promociona.

ÁRBOLES B+- INSERCIÓN EJEMPLOS

Sea el siguiente árbol B+ con capacidad para 3 claves, orden 4. Con el presente estado inicial.

Árbol:

Nodo 0: 1, i, 1(63)2

Nodo 1: 2, i, 3(24)4(38)5

Nodo 2: 1, i, 6(80)7

Nodo 3: 2, h, (10)(19) ->4

Nodo 4: 3, h, (24)(31)(35) ->5

Nodo 5: 2, h, (38)(60) ->6

Nodo 6: 3, h, (63)(65)(72)->7

Nodo 7: 2, h, (80)(87)->-1

Realizar el alta de la clave 28

ÁRBOLES B+- INSERCIÓN EJEMPLOS

Resultado del alta de la clave 28:

L0,L1,L4,L4,E8,E1

Árbol generado:

Nodo 0: 1, i, 1(63)2

Nodo 1: 3, i, 3(24)4(31)8(38)5

Nodo 2: 1, i, 6(80)7

Nodo 3: 2, h, (10)(19) ->4

Nodo 4: 2, h, (24)(28) ->8

Nodo 8: 2, h, (31)(35) ->5

Nodo 5: 2, h, (38)(60) ->6

Nodo 6: 3, h, (63)(65)(72) ->7

Nodo 7: 2, h, (80)(87) ->-1

ÁRBOLES B+- ELIMINACIÓN

Las claves a eliminar siempre se encuentran en las páginas hojas. En general deben distinguirse los siguientes casos, dado un árbol b + de orden n:

- Si al eliminar una clave, la cantidad de llaves queda mayor o igual que $n/2-1$ entonces termina la operación. Las claves de los nodos raíz o internos no se modifican por más que sean una copia de la clave eliminada en las hojas.
- Si al eliminar una clave, la cantidad de llaves queda menor que $n/2-1$ entonces se debe resolver el underflow.

ÁRBOLES B+- ELIMINACIÓN-UNDERFLOW

Para solucionar el underflow, se procede igual a lo visto en árboles b, de acuerdo a la política indicada.

En caso de no poder balancear la carga se deberá fusionar el nodo con underflow con su hermano adyacente, se pierde el señalador padre.

ÁRBOLES B+- ELIMINACIÓN-UNDERFLOW-EJEMPLOS

Política izquierda y derecha

Árbol generado:

Nodo 0: 1, i, 1(63)2

Nodo 1: 3, i, 3(24)4(31)8(38)5

Nodo 2: 1, i, 6(80)7

Nodo 3: 2, h, (10)(19) ->4

Nodo 4: 2, h, (24)(28) ->8

Nodo 8: 2, h, (31)(35) ->5

Nodo 5: 2, h, (38)(60) ->6

Nodo 6: 1, h, (63) ->7

Nodo 7: 1, h, (80)->-1

Realizar baja del 80

ÁRBOLES B+- ELIMINACIÓN-UNDERFLOW-EJEMPLOS

Realizar baja de la clave 80:

Política izquierda y derecha

Árbol generado:

Nodo 0: 1, i, 1(63)2

Nodo 1: 3, i, 3(24)4(31)8(38)5

Nodo 2: 1, i, 6(80)7

Nodo 3: 2, h, (10)(19) ->4

Nodo 4: 2, h, (24)(28) ->8

Nodo 8: 2, h, (31)(35) ->5

Nodo 5: 2, h, (38)(60) ->6

Nodo 6: 1, h, (63) ->7

Nodo 7: 0, h, () ->-1 underflow

ÁRBOLES B+- ELIMINACIÓN-UNDERFLOW-EJEMPLOS

Resultado de la baja de la clave 80:

L0,L1,L7,L6,L1,E6,E1,E2,E0

Árbol generado:

Nodo 0: 1, i, 1(38)2

Nodo 1: 2, i, 3(24)4(31)8

Nodo 2: 1, i, 5(63)6

Nodo 3: 2, h, (10)(19) ->4

Nodo 4: 2, h, (24)(28) ->8

Nodo 8: 2, h, (31)(35) ->5

Nodo 5: 2, h, (38)(60) ->6

Nodo 6: 1, h, (63) ->-1

Nodo 7: , h, ()->-1 Nodo libre

Realizar baja de la clave 63

ÁRBOLES B+- ELIMINACIÓN-UNDERFLOW-EJEMPLOS

Resultado de la baja de la clave 63:

Política izquierda y derecha

Árbol generado:

Nodo 0: 1, i, 1(38)2

Nodo 1: 2, i, 3(24)4(31)8

Nodo 2: 1, i, 5(60)6

Nodo 3: 2, h, (10)(19) ->4

Nodo 4: 2, h, (24)(28) ->8

Nodo 8: 2, h, (31)(35) ->5

Nodo 5: 1, h, (38) ->6

Nodo 6: 1, h, (60) ->-1

Realizar baja de las claves 24 y 28- **Política izquierda y derecha**

ÁRBOLES B+- ELIMINACIÓN-UNDERFLOW-EJEMPLOS

Resultado baja 24 y 28-

Política izquierda y derecha

Árbol generado:

Nodo 0: 1, i, 1(38)2

Nodo 1: 2, i, 3(19)4(31)8

Nodo 2: 1, i, 5(60)6

Nodo 3: 1, h, (10) ->4

Nodo 4: 1, h, (19) ->8

Nodo 8: 2, h, (31)(35) ->5

Nodo 5: 1, h, (38) ->6

Nodo 6: 1, h, (60) ->-1