Ejercicio 4:
Estudiar el lmite de las siguientes sucesiones:

(e) $(sqrt(n^3 + 2n) + n)/(n^2 + 2)$

In: $f(x) = sqrt(x^3 + 2x) + x$
$g(x) = x^2 + 2$
$h(x) = f/g$
print limit(h,x=oo)

Out: $x| - - > 0$

(g) $((-1)^n)n^2/(n^2 + 2)$

In:$f(x) = ((-1)^x) * x^2$
$g(x) = x^2 + 2$
$h(x) = f/g$
print limit(h,x=oo)

Out: $x| - - > Ind$

(j) $(5/3)^n$

In:$h(x) = (5/3)^x$
print limit(h,x=oo)

Out: $x| - - > Infinity$

(m) $n/(n + 1) - (n + 1)/n$

In: $f(x) = x/(x + 1)$
$g(x) = (x + 1)/x$
$h(x) = f - g$
print limit(h,x=oo)

Out: $x| - - > 0$

(n) $1/n^2 + 2/n^2 + ... + n/n^2$

In: $h(x) = (1/x^2) * ((x * (x + 1)/2))$
print limit(h,x=oo)

Out: $x| - - > 1/2$

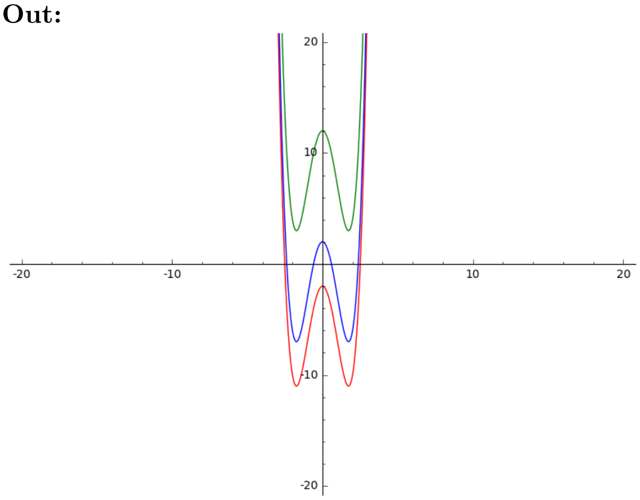
Ejercicio 2.7.2:

Consideremos el polinomio en la variable x y dependiente de dos parametros reales, a y b, dado por $p(x,a,b) = x^4 - 6x^2 + ax + b$,
y queremos estudiar el numero de raices reales que tiene dependiendo del valor de los parametros:

4: Representamos en sage la grafica para $a = 0$

In: plot(x$^4 - 6*x^2 - 2, xmin = -20, xmax = 20, ymin = -20, ymax = 20, color =' red') + plot(x^4 - 6*x^2 + 2, xmin = -20, xmax = 20, ymin = -20, ymax = 20) + plot(x^4 - 6*x^2 + 12, xmin = -20, xmax = 20, ymin = -20, ymax = 20, color =' green')$

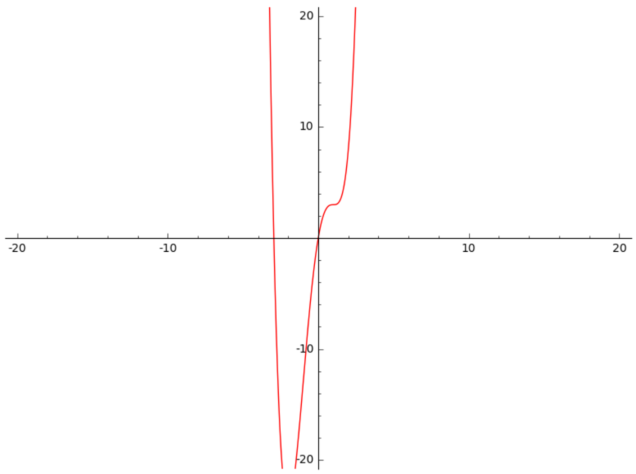
Out:



6: Representamos en sage la grafica para $a = 8$ y $b = 0$

In: plot(x$^4 - 6*x^2 + 8*x, xmin = -20, xmax = 20, ymin = -20, ymax = 20, color =' red')$

Out:



7. Para ver maximos y minimos derivamos la funcion dos veces:

In: solve(derivative(x$^4 - 6*x^2 + 8*x) == 0, x)$

Out: $[x == -2, x == 1]$

In: solve(derivative(derivative(x$^4 - 6*x^2 + 8*x)) == 0, x)$

Out: $[x == -1, x == 1]$

Ejercicio 8:

Encontrar el polinomio de menor grado cuya grafica pasa por los puntos: $(-2, 26), (-1, 4), (1, 8), (2, -2)$

Creamos un polinomio $P(x) = a + yx + zx^2 + wx^3$, sustituimos los puntos y hallamos los coeficientes del polinomio:

In: var ('x y z w')
solve([x-2*y+4*z-8*w==26,x-y+z-w==4,x+y+z+w==8,x+2*y+4*z+8*w==-2],x,y,z,w)

Out: $[[x == 4, y == 5, z == 2, w == -3]]$. Por tanto:
$p(x) = 4 + 5x + 2x^2 - 3x^3$

Ejercicio 9:

Encontrar, interpolando con el ejercicio anterior, una formula para:
$1^3 + 2^3 + ... + n^3$.

In:var ('x y z w a')
print
solve([x+y+z+w+a==1,x+2*y+4*z+8*w+16*a==9,x+3*y+9*z+27*w+81*a==36,x+4*y+16*z+64*w+256
var('m k')
sum(k$^3, k, 1, m)$

Out: $[x == 0, y == 0, z == (1/4), w == (1/2), a == (1/4)]$
1/4*m$^4 + 1/2 * m^3 + 1/4 * m^2$

Extrapolando la solucion, scamos:
$p(x) = 0 + 0x + (1/4)x^2 + (1/2)x^3 + (1/4)x^4 = (1/4)x^2 + (1/2)x^3 + (1/4)x^4$
que como vemos coincide con la solucion que nos da sage.