

Ejercicios 23 y 24

February 4, 2018

Ejercicio 23. Se define la función $\sigma(n)$ como la suma de todos los divisores positivos del entero positivo n . Sage dispone de la función `sigma` que realiza este cálculo. Determina (experimentalmente) el mayor entero positivo tal que la diferencia $\sigma(n) - n \log(\log(n))$ es negativa (es la constante de Euler).

```
In [8]: n = 1
        res = 0
        while res <= 0:
            res = (e^euler_gamma) * n * log(log(n)) - sigma(n)
            print res.n()
            n += 1
        print n - 1

-infinity
-4.30557210737007
-3.49748202478000
-4.67296291512818
-1.76207180343745
-5.76769190455912
0.299991024183651
7
```

Definimos una sucesión de números racionales mediante $G_1 = 0$, $G_2 = 1$, $G_n = G_{n-1} + \frac{1}{G_{n-2}}$. Comprueba (experimentalmente) que la fracción $\frac{G_n}{G_{n-1}}$ tiende al número e . Compara la eficiencia de esta manera de aproximar e con la de la forma, más conocida, que utiliza la serie

```
In [16]: def Gn(n):
        if n < 1:
            return -1
        if n == 1:
            return 0
        if n == 2:
            return 1
        else:
            return Gn(n-1) + Gn(n-2)*(1/(n-2))
```

```
In [26]: for i in xrange(2,15):
          print i/Gn(i).n(digits=20)
          print "e:", e.n(digits=20)
```

```
2.00000000000000000000
3.00000000000000000000
2.66666666666666666667
2.7272727272727272727
2.7169811320754716981
2.7184466019417475728
2.7182633317602642756
2.7182836938934499910
2.7182816576664037376
2.7182818427778273385
2.7182818273518744088
2.7182818285384861664
2.7182818284537281837
e: 2.7182818284590452354
```

```
In [27]: def serie(n):
          res = 0
          for i in xrange(0,n+1):
              res = res + 1/factorial(i)
          return res
```

```
In [28]: %%time
          serie (20).n(digits=20)
```

```
CPU times: user 0 ns, sys: 0 ns, total: 0 ns
Wall time: 413 µs
```

```
Out[28]: 2.7182818284590452353
```

```
In [30]: %%time
          20/Gn(20).n(digits=20)
```

```
CPU times: user 20 ms, sys: 0 ns, total: 20 ms
Wall time: 19.5 ms
```

```
Out[30]: 2.7182818284590452352
```

```
In [32]: e.n(digits=20)
```

```
Out[32]: 2.7182818284590452354
```

Podemos ver que el nuevo método es algo más lento que el metodo más usado. Aún así, en las 20 primeras cifras vemos que es, al igual que el otro método, igual de efectivo.