

Ejercicio 21 y 22

February 4, 2018

Ejercicio 21. Define funciones $H(n, \text{nbits})$ y $H2(n, \text{nbits})$ que devuelvan la suma $k=1$ a n calculada con precisión igual a nbits . Las dos funciones serán esencialmente iguales, pero H realizará todos los cálculos con números decimales de la precisión fijada mientras que $H2$ debe efectuar los cálculos con racionales, y únicamente al devolver el resultado debe convertir a decimal de nbits de precisión. ¿Qué enseña este ejemplo?

```
In [13]: def H(n,nbits):
          res = 0
          for i in xrange (1,n+1):
              res = res.n(prec=nbits) + (1/i).n(prec=nbits)
          return res.n(prec=nbits)

          def H2(n,nbits):
              res = 0
              for i in xrange(1,n+1):
                  res = QQ(res) + QQ(1/i)
              return res.n(prec=nbits)

In [14]: print H(100,500)
          print H2(100,500)
          print H(100,500) - H2(100,500)
```

```
5.18737751763962026080511767565825315790897212670845165317653395658721955753255049660568776892
5.18737751763962026080511767565825315790897212670845165317653395658721955753255049660568776892
-4.8878981815993674912831670291417883196630443849157226622297822548500666024395527323229715761
```

Vemos que hay una diferencia mínima entre ambos resultados

Ejercicio 22. 1. Define una función, $\text{mi_gamma1}(n, \text{nbits})$, que calcule el término n -ésimo de la sucesión que define gamma con nbits de precisión. 2. Define una función, $\text{mi_gamma2}(n, \text{nbits})$, que calcule

con nbits de precisión. La notación dxe indica la parte entera por exceso de x . El límite, cuando n tiende a infinito, de dxe se sabe que es $\frac{1}{2}$. 3. Define una función, $\text{mi_gamma3}(n, \text{nbits})$, que calcule gamma sumando n términos de la serie que también converge a $\frac{1}{2}$. 4. Compara la cantidad de cifras correctas obtenidas y los tiempos de cálculo para los tres métodos usando $n = 10^6$ y fijando la precisión óptima mediante experimentación. ¿Qué conclusiones obtienes y cuál puede ser el motivo?

```
In [40]: def Hn(n,nbits):
    res = 0
    for i in xrange(1,n+1):
        res = res.n(prec=nbits) + (1/i).n(prec=nbits)
    return res.n(prec=nbits)
def mi_gamma1(n,nbits):
    return (Hn(n,nbits) - log(n)).n(prec=nbits)
def mi_gamma2(n,nbits):
    res = 0
    for i in xrange (1,n+1):
        res = res + (1/n)*(ceil(n/i)-(n/i))
    return res.n(prec=nbits)
def mi_gamma3(n,nbits):
    res = 0
    for i in xrange(1,n+1):
        res = res + (1/i - log(1 + 1/i))
    return res.n(prec=nbits)
```

```
In [44]: print mi_gamma1(10000,100)
        print mi_gamma2(10000,100)
        print mi_gamma3(10000,100)
        print euler_gamma.n(prec=100)
```

```
0.57726566406819952810651208572
0.57669396395561773582152209515
0.57716566906786621977117891948
0.57721566490153286060651209008
```

```
In [47]: %%time
        mi_gamma1(10000,100)
```

```
CPU times: user 1.32 s, sys: 4 ms, total: 1.32 s
Wall time: 1.31 s
```

```
Out[47]: 0.57726566406819952810651208572
```

```
In [45]: %%time
        mi_gamma2(10000,100)
```

```
CPU times: user 140 ms, sys: 0 ns, total: 140 ms
Wall time: 127 ms
```

```
Out[45]: 0.57669396395561773582152209515
```

```
In [46]: %%time
        mi_gamma3(10000,100)
```

```
CPU times: user 7.23 s, sys: 68 ms, total: 7.3 s  
Wall time: 7.19 s
```

```
Out[46]: 0.57716566906786621977117891948
```

Como podemos ver, el primer método es el que más cifras acierta mientras que el que menos es el segundo. Sin embargo, vemos que el segundo tarda muy poco respecto a los otros dos (sobre todo al tercero).