

## **Algoritmos Para O Problema de Escalonamento de Conexões Sem fio com Particionamento de Banda em Redes Wi-Fi**

**José Joaquim de Andrade Neto**

**Thiago Ferreira de Noronha**

**Marcos Augusto Menezes Vieira**

Universidade Federal de Minas Gerais

Av. Antônio Carlos, 6627 - Pampulha - Belo Horizonte - MG

{joaquim.andrade,tfn,mmvieira}@dcc.ufmg.br

### **RESUMO**

Nesse trabalho, estendemos o clássico problema da literatura de redes sem-fio, o Shortest Link Problem, com funcionalidades existentes em protocolos Wi-Fi. Nessa variante, decide-se de forma combinada o escalonamento de transmissões considerando o modelo de interferência SINR e o particionamento da faixa de banda disponível. Ainda, cada transmissão deve possuir uma taxa de transferência mínima, dada na entrada. Contribuímos com a literatura com uma heurística construtiva e uma formulação matemática baseada em programação inteira. Testamos a performance de cada algoritmo utilizando instâncias de benchmark geradas utilizando metodologias encontradas em trabalhos relacionados, onde cada instância simula uma rede com até 512 conexões. Os experimentos computacionais mostram que a formulação foi capaz de encontrar soluções ótimas para instâncias de até 256 conexões em até 7200 segundos. Além disso, a heurística foi capaz de encontrar soluções factíveis para as instâncias mais difíceis dos experimentos em menos de 1 segundo.

**PALAVRAS CHAVE.** Escalonamento de redes sem fio; SINR; Otimização Combinatória.

**OC - Otimização Combinatória; PM - Programação Matemática**

### **ABSTRACT**

In this work, we extend the classical Shortest Link Scheduling problem from the wireless network literature with features from Wi-Fi protocols. In this variant, one must decide the joint task of wireless link scheduling and frequency band partition considering the SINR interference model. Besides, each scheduled transmission must have a minimum throughput indicated in the input. We contribute to the literature with a constructive heuristic and a mathematical formulation based on integer programming. Moreover, we build benchmark instances following the methodology found in related work, and each instance can have up to 512 links. The computational experiments show that our formulation found optimal solutions for instances with up to 128 links within 7200 seconds. The experiments also show that the heuristic can find feasible solutions for the hardest instances within less than one second.

**KEYWORDS.** Wireless Scheduling; SINR; Combinatorial Optimization.

**OC - Combinatorial Optimization; PM - Mathematical Programming**

## 1. Introdução

Redes de computadores sem fio utilizam frequências de onda de rádio para a transmissão de dados entre dispositivos eletrônicos. Inevitavelmente, esse meio de comunicação está sujeito à interferências oriundas de outros dispositivos que emitem ondas eletromagnéticas na mesma faixa de frequência. É sabido que a interferência é uma característica intrínseca de transmissões sem fio, sendo impossível eliminá-la por completo. Além disso, se esta for alta o suficiente, pode ser impossível fazer com que uma conexão sem fio seja ativada. Portanto, o desenvolvimento de técnicas para atenuar os seus efeitos possui um grande valor.

Na literatura, o tradicional problema combinatório *Shortest Link Schedule* (SLS) aborda exatamente o contexto introduzido anteriormente. Dado um conjunto de conexões sem fio, determine a menor quantidade de intervalos de tempo necessária para que todas as conexões possam transmitir com uma qualidade pré-determinada de sinal. É possível modelar o SLS utilizando técnicas de pesquisa operacional que serão detalhadas mais a frente. Por fim, à medida em que a internet torna-se cada vez mais ubíqua nas atividades rotineiras, endereçar o SLS é de suma importância para manter a qualidade de serviço (Malik et al. [2015]) das aplicações.

Os trabalhos que endereçam soluções para o escalonamento de conexões sem-fio são essencialmente definidos por meios do que se define *interferência*. Idealmente, deve-se defini-lá de forma fiel às características físicas envolvidas. Por exemplo, barulho de ambiente, atenuação de sinal, barreiras físicas, entre outras. A literatura relacionada mostra, porém, que tal fidelidade aumenta a dificuldade de argumentação das decisões tomadas e possui um impacto relevante na complexidade de projetar algoritmos de escalonamento de redes sem-fio.

Há uma preferência histórica entre os pesquisadores por utilizarem o modelo de *Interferência Física* (ou modelo SINR), formalizado por Gupta e Kumar [2000]. Neste modelo, uma transmissão é considerada ativa se o *Signal-to-interference-plus-noise-ratio* (SINR) está acima de um limiar inferior, que é fixo e pré-definido pelo *hardware*. Uma das vantagens que o torna mais realístico frente a outros modelos é a consideração da interferência *agregada* entre dispositivos sem-fio. Isto é, uma transmissão causará interferência na outra desde que elas estejam transmitindo simultaneamente e utilizando o mesmo canal de comunicação. Esse é um contraponto à outros modelos de interferência, como o modelo por *protocolos*, também formalizado por Gupta e Kumar [2000], que restringe a interferência entre transmissões como uma entidade par-a-par, entre os dispositivos emissor e receptor da mesmas.

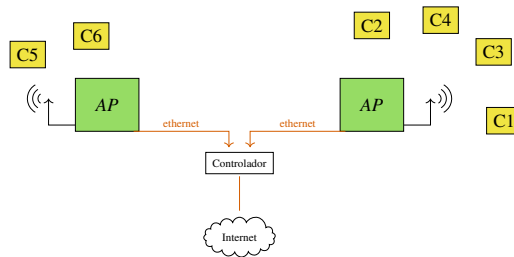
É assumido que duas transmissões que transmitem em canais distintos não interferem entre si. Pensando nisso, os projetistas do protocolo Wi-Fi (Coleman [2020]) introduziram formas de particionar a faixa de banda disponível em diferentes canais de comunicação com diferentes larguras de banda. Consequentemente, obteve-se redes sem-fio com menos interferência acumulada. Na prática, o particionamento da banda permite escalonar mais conexões simultaneamente, além de permitir aumentar as taxas de transferência das transmissões.

Apesar do ganho prático com o particionamento da banda, os algoritmos de escalonamento de conexões sem-fio ganharam uma nova camada no processo decisório. Isto é, agora é preciso decidir o particionamento da faixa de banda e a taxa de transferência das transmissões. Nesse trabalho, estendemos o clássico SLS para criar um novo problema que leva em consideração essas tarefas. A este problema, damos o nome de *Minimum-Latency Variable Rate Variable Bandwidth Scheduling Problem* (ML-VRBSP). No ML-VRBSP, cada transmissão deve ser obrigatoriamente escalonada em um dado intervalo de tempo e deve possuir uma taxa de transferência mínima.

Os autores desse presente trabalho argumentam que o ML-VRBSP possui um apelo prático especialmente para certas topologias de redes. Considere redes corporativas, por exemplo. Elas são majoritariamente utilizadas em locais com grande densidade de dispositivos, tais como es-

colas, shopping e escritórios. A Figura 1 mostra como elas podem ser organizadas. Normalmente, essas redes são caracterizadas pelo uso de um controlador central que comunica-se com um ou mais pontos de acesso e então, com a internet. Nesse caso, o controlador configura todos os pontos de acesso. Os pontos de acesso, por sua vez, comunicam-se com os clientes através de protocolos de rede sem-fio, como o Wi-Fi 6. Espera-se que essas redes sejam robustas o suficiente para suportar um alto número de clientes conectados simultaneamente. Malik et al. [2015] lista algumas qualidades de serviços esperadas pelos clientes; em particular, a latência mínima é citada como uma das mais importantes. Felizmente, ela pode ser endereçada através do ML-VRBSP.

Figura 1: Uma ilustração de como redes corporativas são organizadas.



O restante desse trabalho está organizado da seguinte forma. A seguir, na Seção 2, apresentamos formalmente o ML-VRBSP. Os trabalhos relacionados são discutidos na Seção 3. Na Seção 4, apresentamos algoritmos para resolver o ML-VRBSP, enquanto que os experimentos computacionais realizados para verificar a performance desses algoritmos são detalhados na Seção 5. Por fim, a Seção 6 apresenta as conclusões desse trabalho e os trabalhos futuros.

## 2. Definição do Problema

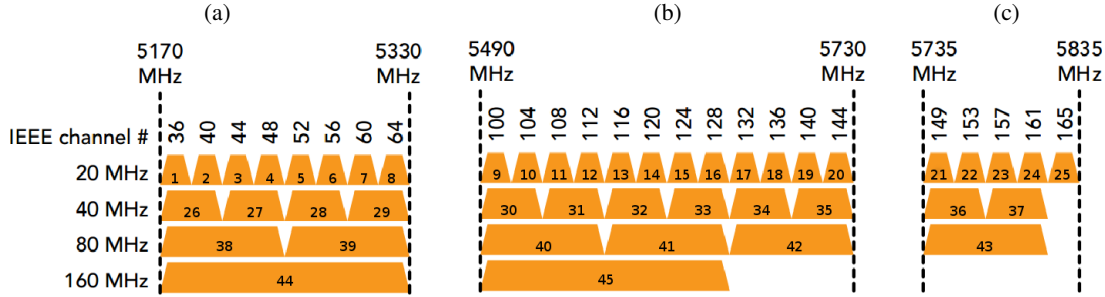
Seja  $L = \{1, 2, \dots, n\}$  o conjunto de conexões, onde cada conexão  $i \in L$  deve transmitir com uma velocidade mínima de  $r_i$ . Além disso, uma conexão  $i \in L$  representa um par de dispositivos  $(s_i, r_i)$ , sendo  $s_i$  o dispositivo emissor e  $r_i$  o dispositivo receptor. Nesse trabalho, consideramos que cada dispositivo está posicionado em um plano cartesiano de duas dimensões e que a distância entre dois dispositivos  $(i, j)$  é dada pela distância euclidiana dos mesmos.

Cada conexão  $i \in L$  deve transmitir em um dado intervalo de tempo. Considere que  $T = \{1, 2, \dots, t\}$  é o conjunto que define os intervalos de tempo disponíveis, sendo  $t$  um limite superior para a quantidade de intervalos. No ML-VRBSP, o valor de  $t$  é um dado da entrada do problema. Note que  $t = |L|$  é um valor trivial e sempre viável.

No Wi-Fi 6, cada conexão transmite utilizando um canal de comunicação cujo valor de largura de banda é definido pelo conjunto  $B = \{20, 40, 80, 160\}$ . Nesse protocolo, o espectro eletromagnético reservado para a transmissão de dados na faixa de 5GHz divide-se entre três sub-faixas de banda, cada uma com 160MHz, 240MHz e 100MHz, tal como apresentado na Figura 2. Consequentemente, cada sub-faixa pode admitir a utilização de mais de um canal ao mesmo tempo, desde que a soma da largura de banda dos canais utilizados não ultrapassem o máximo permitido. Considerando a primeira sub-faixa de banda, isso significa dizer que é possível ter, ao mesmo tempo, os canais  $\{7, 8, 28, 38\}$  (isto é, dois canais de 20MHz, um canal de 40MHz, e um canal de 80MHz) ou os canais  $\{26, 27, 28, 29\}$  (isto é, quatro canais de 40MHz). O raciocínio é análogo para as outras sub-faixas de banda.

O conjunto de particionamento viáveis para a sub-faixas de banda é descrito pelo conjunto  $C = \{1, 2, \dots, 45\}$ , tal como apresentado na Figura 2. Note que existem pares de canais que utilizam a mesma faixa de frequência e que, portanto, se sobrepõem entre si. Seja  $O^c \subset C$  o

Figura 2: Faixas de frequência reservadas para transmissões que no protocolo Wi-Fi 6. (Costa et al. [2019]).



conjunto de canais que se sobrepõem com o canal  $c \in C$ . Por exemplo,  $O^{32} = \{13, 14, 32, 41, 45\}$ , por que o canal 32 se sobrepõe com os canais 13, 14, 41 e 45. A largura de banda de cada canal é identificada por  $B^c \in B$ , sendo  $c \in C$ . Por exemplo,  $B^1 = 20$ ,  $B^{26} = 40$ ,  $B^{38} = 80$ , e  $B^{44} = 160$ .

Nesse trabalho, utilizamos o modelo SINR para calcular a qualidade do sinal de uma transmissão  $\langle i, c, t \rangle$ . Isto é, a qualidade de uma transmissão, dada por  $SINR_i$ , é expressada pela razão entre a potência do sinal recebida no receptor  $r_i$  e a interferência acumulada de outras transmissões  $\langle j, c, t \rangle$ , onde  $i \neq j$ , que transmitem no mesmo intervalo de tempo, mais uma constante  $N$  de barulho de ambiente. Especificamente, a potência recebida pelo receptor da transmissão  $\langle i, c, t \rangle$  é expressada pela fórmula  $Q_i = P(d_{s_i r_i})^{-\alpha}$ , onde  $P$  é a potência do sinal em  $s_i$ , medida em Watts, e  $\alpha$  é uma constante referente à atenuação do sinal eletromagnético no espaço. Na literatura, a potência recebida pela transmissão  $\langle i, c, t \rangle$  emitida pelo emissor de outra transmissão  $\langle j, c, t \rangle$ , onde  $i \neq j$ , é conhecida por *interferência* e expressada pela fórmula  $I_{ij} = P(d_{s_j r_i})^{-\alpha}$ . Assim sendo, o  $SINR_i$  da transmissão  $\langle i, c, t \rangle$  é dado pela seguinte fórmula:

$$SINR_i = \frac{Q_i}{\sum_{j \in S, j \neq i} I_{ij} + N}, \forall \langle i, c, t \rangle \in S \quad (1)$$

Consideramos a tabela do Esquema de Modulação e Codificação (MCS, do inglês *Modulation and Coding Scheme*), exibida na Tabela 2, para determinar a taxa de transferência de uma transmissão no Wi-Fi 6. Seja  $M = \{1, 2, \dots, 12\}$  os tipos de modulação e codificação. Esse esquema mapeia os valores de modulação e codificação  $m \in M$  e largura de banda  $b \in B^c$  para determinar o SINR mínimo  $q_m^{B^c}$  que a transmissão  $\langle i, c, t \rangle$  necessita ter transmitir utilizando uma taxa de transferência de  $\bar{r}_m^{B^c}$ . Os valores de  $q_m^b$  e  $\bar{r}_m^b$ , para todos os  $b \in B$  e  $m \in M$ , estão exibidos na Tabela 2 da seguinte forma: a Coluna 1 informa o tipo de MCS utilizado, enquanto que a Coluna 2 informa o valor de SINR mínimo  $q_m^b$  para transmitir utilizando a taxa de transferência  $\bar{r}_m^{B^c}$ , dado na Coluna 3, utilizando um canal de largura de banda  $b = 20$  e MCS  $m \in M$ . Os valores de  $q_m^{B^c}$  e  $\bar{r}_m^{B^c}$  para outros valores de largura de banda, isto é,  $b = 40$ , são exibidos nas Colunas 4 e 5; para  $b = 80$ , nas Colunas 6 e 7; para  $b = 160$ , nas Colunas 8 e 9, respectivamente.

A título de ilustração, considerando a Tabela 2, uma transmissão  $\langle i, c, t \rangle$  que utiliza um canal  $c \in C$  cuja largura de banda é de 80 MHz e possui um  $SINR_i = 20.0$  dB transmite com uma taxa de transferência de 216.2 Mbps. Mas, se  $SINR_i \geq 36.0$  dB, então a taxa de transferência seria de 540.0 Mbps. Temos ainda que, se  $SINR_i < 8.0$  dB, o receptor  $r_i$  da conexão não seria capaz de receber os dados, e essa transmissão não seria ativada. Portanto, sejam os valores de  $SINR_i$  e  $B^c$ , a taxa de transferência de uma transmissão  $\langle i, c, t \rangle \in S$  é dada pela a seguinte fórmula:

$$\bar{r}_i^* = \max_{m \in M: SINR_i \geq q_m^{B^c}} \bar{r}_m^{B^c}. \quad (2)$$

Tabela 1: Valores de SINR (dB) e taxas de transferência para cada largura de banda no Wi-Fi 6.

MCS	20 MHz		40 MHz		80 MHz		160 MHz	
	SINR	Taxa	SINR	Taxa	SINR	Taxa	SINR	Taxa
	$q_m^{20}$	$\bar{r}_m^{20}$	$q_m^{40}$	$\bar{r}_m^{40}$	$q_m^{80}$	$\bar{r}_m^{80}$	$q_m^{160}$	$\bar{r}_m^{160}$
0	2	8.6	5	17.2	8	36	11	72.1
1	5	17.2	8	34.4	11	72.1	14	144.1
2	7	25.8	10	51.6	13	108.1	16	216.2
3	10	34.4	13	68.8	16	144.1	19	288.2
4	14	51.6	17	103.2	20	216.2	23	432.4
5	18	68.8	21	137.6	24	288.2	27	576.5
6	19	77.4	22	154.9	25	324.3	28	648.5
7	20	86	23	172.1	26	360.3	29	720.6
8	25	103.2	19	206.5	31	432.4	34	864.7
9	27	114.7	30	229.4	33	480.4	36	960.8
10	30	129	33	258.1	36	540.4	39	1080.9
11	32	143.4	35	286.8	38	600.5	41	1201

Dada uma entrada representada por  $\langle L, T, B, C, O^c, C^b, M, q_s^b, \bar{r}_s^b, P, d_{ij}, \alpha, s_i, r_i, \mathbf{r}_i \rangle$ , o ML-VRBSP é matematicamente definido na Equação (3), onde  $\Delta \subseteq 2^{L \times C \times T}$  é o conjunto de todas as *soluções factíveis*, isto é, escalonamentos ML-VRBSP  $S \in \Delta$  que satisfazem a restrição  $r_i^* \geq \mathbf{r}_i$  para todas as tuplas  $\langle i, c, t \rangle \in S$ , e  $\mathbb{T} : \Delta \mapsto T$  é uma função que computa a quantidade de intervalos de tempo são utilizados por  $S \in \Delta$ .

$$S^* = \underset{S \in \Delta}{\operatorname{argmin}} \mathbb{T}(S) \quad (3)$$

### 3. Trabalhos Relacionados

Pode-se argumentar que a escolha do modelo de interferência durante a modelagem de redes de computadores sem-fio é a decisão mais importante a ser tomada. Na literatura, o modelo SINR é amplamente o mais utilizado por trabalhos relacionados desde a sua formalização por Gupta e Kumar [2000] por ser considerado um modelo mais realístico do que a tradicional modelagem baseada em grafos, por exemplo. Naturalmente, há uma grande quantidade de trabalhos na literatura desenvolvendo algoritmos de escalonamento considerando esse modelo. Entretanto, Goussevskaia et al. [2007] provou que o problema de particionamento de conjuntos é redutível ao SLS quando esse é modelado utilizando o SINR. Consequentemente, quase todos os algoritmos são de natureza aproximada (e.g., Halldórsson [2009]; Goussevskaia e Wattenhofer [2013]; Goussevskaia et al. [2016]) ou heurísticas (e.g., Vieira et al. [2016]; Huang et al. [2017]).

Quando aplicado à teoria de grafos, o modelo SINR permite aos pesquisadores de pesquisa operacional a desenvolverem algoritmos baseados em problemas clássicos da literatura. Vieira et al. [2016] endereça o problema de escalonamento de conexões como uma variante do problema de coloração de grafos. Já em Ephremides e Truong [1990], o mesmo problema é visto como uma variante do problema de conjunto independentes em grafos.

Em contraponto ao modelo SINR, o modelo de interferência por *protocolos* considera que a interferência entre transmissões é uma característica par-a-par (ou binária), isto é, configura-se como uma relação entre duas transmissões. Dessa forma, esse modelo não considera a existência de interferência acumulada no receptor de cada transmissão. O modelo de *protocolos* é, dessa forma, menos realístico do que o SINR. Mas, apesar de preterido pelo SINR no desenvolvimento de algoritmos de escalonamento, vários trabalhos aplicam o modelo de *protocolos* para o estudo de protocolos de comunicação Moscibroda et al. [2006]. O estudo conduzido por Cardieri [2010] apresenta todos os detalhes de ambos os modelos e suas potenciais aplicações.



Independentemente do modelo de interferência utilizado, a maior parte da literatura desenvolve algoritmos de escalonamento de conexões baseados na mesma premissa: uma transmissão é considerada ativa quando a qualidade medida está acima de um limiar pré-estabelecido. Caso contrário, transmissão é ineficaz e nenhum dado é transferido. Esse relacionamento binário, discutido pela primeira vez no contexto de escalonamento de conexões em Santi et al. [2009], é uma simplificação do que acontece na prática: a taxa de transferência é ajustada de forma inversamente proporcional à qualidade do sinal.

Ainda há poucos trabalhos na literatura que endereçam diferentes valores de taxas de transferência. Além de Santi et al. [2009], Kesselheim [2012] apresenta um algoritmo aproximativo para uma variante do SLS em que todas as transmissões devem possuir uma taxa de transferência mínima. Goussevskaya et al. [2016] endereça o mesmo problema de Kesselheim [2012] e apresenta algoritmos aproximativos mais poderosos que os originais.

Os trabalhos mencionados até então consideram que há apenas um canal de comunicação de largura de banda fixa (ou seja,  $|C| = |B| = 1$ ) compartilhado por todas as transmissões. Mas, com a tecnologia OFDM, presente nos protocolos Wi-Fi (Coleman [2020]), a banda disponível para transmissões pode ser particionada em um ou mais canais de comunicação com diferentes largura de banda, reduzindo a interferência entre transmissões e aumentando as taxas de transferências.

Até onde se sabe, não há trabalhos na literatura que estudam o problema de escalonamento de conexões sem fio considerando largura de banda e taxa de transmissão variável ao mesmo tempo. Uma variante do problema do escalonamento considera apenas um intervalo de tempo ( $|T| = 1$ ), não exige que todas as conexões transmitam e o objetivo é maximizar a taxa de transferência de todas as transmissões. A essa variante, é dado o nome de problema da capacidade de redes sem fio (ver Goussevskaya et al. [2009]). Há generalizações do problema da capacidade que considera largura de banda e taxas de transmissão variáveis. Costa et al. [2017] propõe uma heurística baseada na meta-heurística *Biased random-key genetic algorithms* (Londe et al. [2024]), enquanto Costa et al. [2019] propõe formulações baseadas em programação inteira.

#### 4. Algoritmos para o ML-VRBSP

Nessa seção, apresentamos dois algoritmos para encontrar soluções para o ML-VRBSP. Começamos pela heurística construtiva (CH) e finalizamos com uma formulação misto-inteira.

##### 4.1. Heurística Construtiva

O Algoritmo 1 apresenta detalhadamente os passos da heurística construtiva. A CH começa inicializando a solução incumbente  $S$  para o estado inicial, isto é  $S = \emptyset$  e  $\Psi_S = \Psi_\emptyset$ , onde  $\Psi_\emptyset = \{1\} \times \{25, 42, 43, 44, 45\}$ . Em seguida, a CH itera por todas as conexões  $i \in L$ , decidindo em qual canal  $c \in C$  e em qual intervalo de tempo  $t \in T$  será criada a transmissão  $\langle i, c, t \rangle$ . A inserção de uma transmissão é decidida entre duas opções: com a criação de uma nova transmissão  $\langle i, 44, \tau \rangle$ , utilizando um novo intervalo de tempo  $\tau = \mathbb{T}(S) + 1$ , ou com a criação de uma transmissão  $\langle i, c, t \rangle$ , sendo  $(c, t) \in \Psi_S$  o primeiro par de canal e intervalo de tempo onde é possível inserir a conexão  $i \in L$  sem quebrar a viabilidade da solução  $S$ . O procedimento auxiliar *SplitInsert* é explicado a seguir. Por fim, o laço é encerrado após iterar por todas as conexões  $i \in L$ , e a CH retorna a solução incumbente  $S$ .

O procedimento auxiliar *SplitInsert* recebe como entrada uma solução  $S$ , uma conexão  $i \in L$ , um canal de comunicação  $c \in C$  e um intervalo de tempo  $t \in T$ . Em *SplitInsert*, duas soluções  $S^1$  e  $S^2$  são criadas a partir da solução  $S$ . Ambas as novas soluções possuem todas as transmissões de  $S$ , exceto aquelas que utilizam o canal  $c \in C$  e o intervalo de tempo  $t \in T$ . Seja  $c'$  e  $c''$  dois canais que se sobrepõem com o canal  $c$  e que possuem metade da largura de banda de  $B^c$ . Note que sempre há somente duas opções para qualquer canal  $c \in C$  cuja largura de banda é maior

---

**Algorithm 1: CH**

---

```

input :  $I = \langle L, T, B, C, O^c, C^b, M, q_s^b, \bar{r}_s^b, P, d_{ij}, \alpha, s_i, r_i, \mathbf{r}_i \rangle$ 
output:  $S$ 

1  $S \leftarrow \emptyset$ 
2 foreach  $i \in L$  do
3    $\omega \leftarrow \langle (c, t) \in \Psi_S : (S \cup \{(i, c, t)\}) \in \Delta \rangle$ 
4   if  $|\omega| = 0$  then
5      $S \leftarrow S \cup \{(i, 44, \mathbb{T}(S) + 1)\}$ 
6   else
7      $(c, t) \leftarrow \omega_0$ 
8      $S^0 \leftarrow S \cup \{(i, c, t)\}$ 
9      $(S^1, \Psi_{S^1}), (S^2, \Psi_{S^2}) \leftarrow \text{SplitInsert}(I, S, i, c, t)$ 
10    foreach  $(S', \Psi_{S'}) \in \{S^0, S^1, S^2\}$  do
11      if  $S \in \Delta$  then
12         $(S, \Psi_S) \leftarrow (S', \Psi_{S'})$ 
13        continue to line 16
14      end
15    end
16  end
17 end
18 return  $S$ 

```

---

do que 20 MHz. Então, cada transmissão  $\langle j, c, t \rangle$ , onde  $j \neq i$ , é inserida em  $S^1$  no formato  $\langle j, c', t \rangle$  ou  $\langle j, c'', t \rangle$  com igual probabilidade. Em seguida, a conexão  $i \in L$  é inserida em  $S^1$  e em  $S^2$  no formato  $\langle i, c', t \rangle$  e  $\langle i, c'', t \rangle$ , respectivamente. Por fim, *SplitInsert* retorna duas novas soluções, isto é,  $S^1$  e  $S^2$ , que diferem somente em uma transmissão.

## 4.2. Formulação Mista-Inteira Para o ML-VRBSP

Começamos a apresentação da formulação misto-inteira notando que o SINR mínimo necessário para que cada transmissão  $\langle i, c, t \rangle$  tenha uma taxa de transferência de ao menos  $\mathbf{r}_i$  depende diretamente do valor da largura de banda de  $c \in C$ . Considere, por exemplo, que  $\mathbf{r}_i = 130$  Mbps. Em uma transmissão  $\langle i, c, t \rangle$  onde  $B^c = 20$ , então o  $\text{SINR}_i$  deve ser de ao menos 32 dB. Entretanto, a mesma taxa de transferência pode ser atingida com um  $\text{SINR}_i$  de 14 dB caso  $B^c = 160$ . Portanto, seja  $\beta_i^{B^c}$  uma variável que indica qual o SINR mínimo necessário que a transmissão  $\langle i, c, t \rangle$  precisa ter para transmitir com uma taxa de transferência maior ou igual a  $\mathbf{r}_i$ .

Considere as variáveis de decisões  $s \in \mathbb{B}^{|T|}$ , onde  $s_t = 1$  se o intervalo de tempo  $t \in T$  é utilizado, ou  $s_t = 0$  caso contrário, e  $x \in \mathbb{B}^{|L| \times |C| \times |T|}$ , onde  $x_{ict} = 1$  se a transmissão  $\langle i, c, t \rangle$  é utilizada, ou  $x_{ict} = 0$  caso contrário. Considere também a variável auxiliar  $sI_i \in \mathbb{R}$  que computa o valor correto da interferência acumulada no receptor  $r_i$  da conexão  $i \in L$ . Juntamente com  $I_i$ , sejam  $\hat{I} \in \mathbb{R}_{\geq 0}^{|L| \times |C| \times |T|}$  as variáveis auxiliares que armazenam o valor da interferência da conexão  $i \in L$  quando transmitindo no canal  $c \in C$  e intervalo de tempo  $t \in T$ . Finalmente, seja  $z \in \mathbb{B}^{|L| \times |C| \times |T|}$ , onde  $z_{ict} = 1$  se a conexão  $i \in L$  transmite utilizando um canal  $\bar{c} \in O^c$  no intervalo de tempo  $t \in T$ , ou  $z_{ict} = 0$  caso contrário.

---

**Algorithm 2: SplitInsert**

---

**input** :  $\langle I, S, \Psi_S, i, c, t \rangle$   
**output**:  $\{(S^1, \Psi_{S^1}), (S^2, \Psi_{S^2})\}$   
 1  $S^1 \leftarrow \{\langle j, c', t \rangle \in S : c' \neq c\}$   
 2  $\Psi_{S^1} \leftarrow \Psi_S \setminus (c, t)$   
 3  $(c', c'') \leftarrow (\bar{c} \in C : \bar{c} \in O^c, B^{\bar{c}} = B^c/2)$   
 4 **foreach**  $\langle j, c, t \rangle \in S : j \neq i$  **do**  
 5     **if**  $\text{Random}([0, 1]) \leq 0.5$  **then**  
 6          $S^1 \leftarrow S^1 \cup \{\langle j, c', t \rangle\}$   
 7     **else**  
 8          $S^1 \leftarrow S^1 \cup \{\langle j, c'', t \rangle\}$   
 9     **end**  
 10 **end**  
 11  $(S^2, \Psi_{S^2}) \leftarrow (S^1, \Psi_{S^1})$   
 12  $(S^1, \Psi_{S^1}) \leftarrow (S^1 \cup \{\langle i, c', t \rangle\}, \Psi_{S^1} \cup (c', t))$   
 13  $(S^2, \Psi_{S^2}) \leftarrow (S^2 \cup \{\langle i, c'', t \rangle\}, \Psi_{S^2} \cup (c'', t))$   
 14 **return**  $\{(S^1, \Psi_{S^1}), (S^2, \Psi_{S^2})\}$

---

$$[\text{B\&C-F}]: \text{minimizar } \sum_{t \in T} s_t \quad (4)$$

$$\text{sujeito a } s_{t+1} \leq s_t, \quad \forall t = 1, 2, \dots, |T| - 1, \quad (5)$$

$$\sum_{i \in L: i < t} \sum_{c \in C} x_{ict} = 0, \quad \forall t \in T, \quad (6)$$

$$\sum_{c \in C} \sum_{t \in T} x_{ict} = 1, \quad \forall i \in L, \quad (7)$$

$$z_{ict} = \sum_{\bar{c} \in O^c} x_{l\bar{c}t}, \quad \forall i \in L, \forall c \in C, \forall t \in T, \quad (8)$$

$$\hat{I}_{ict} = \sum_{j \in L \setminus \{i\}} \frac{P}{d_{ji}^\alpha} \cdot z_{jct}, \quad \forall i \in L, \forall c \in C, \forall t \in T, \quad (9)$$

$$I_i \geq \hat{I}_{ict} - M_i(1 - x_{ict}), \quad \forall i \in L, \forall c \in C, \forall t \in T, \quad (10)$$

$$I_i \leq \hat{I}_{ict} + M_i(1 - x_{ict}), \quad \forall i \in L, \forall c \in C, \forall t \in T, \quad (11)$$

$$\text{SINR}_i \geq \sum_{c \in C} \sum_{t \in T} \beta_i^{B^c} x_{ict}, \quad \forall i \in L, \quad (12)$$

$$x_{ict} + x_{jct} \leq 1, \quad \forall (i, j) \in \Theta, \forall c \in C, \forall t \in T, \quad (13)$$

$$s \in \mathbb{B}^{|T|}, x, z \in \mathbb{B}^{|L| \times |C| \times |T|}, \hat{I} \in \mathbb{R}_{\geq 0}^{|L| \times |C| \times |T|}, I \in \mathbb{R}^{|L|}. \quad (14)$$

As equações (4)-(14) descrevem uma formulação válida para o ML-VRBSP. A função objetivo (4) minimiza o número de intervalos de tempo utilizados no escalonamento. As restrições (5)-(6) são restrições de quebra de simetria. A restrição (7) obriga todas as conexões a transmitirem. Respectivamente, as restrições (8)-(9) computam as transmissões  $\langle l, \bar{c}, t \rangle$  que interferem na transmissão  $\langle i, c, t \rangle$  e o valor total da interferência resultante no receptor  $r_i$  de  $\langle i, c, t \rangle$ . O valor da variável de decisão  $I_i$  é decidido pelas restrições (10)-(11), onde  $M$  é um limite superior para  $\hat{I}_{ict}$ . A restrição (12) garante que todas as transmissões possuem uma taxa de transferência maior ou igual a  $r_i$ , para toda transmissão  $\langle i, c, t \rangle$ . Por fim, considere  $\Theta \in L \times L$  um conjunto de pares de conexões



que, quando transmitindo simultaneamente, implica em  $\bar{r}_i^* < r_i$  ou  $\bar{r}_j^* < r_j$ . Tendo em vista, a restrição (13) impede que tais conexões  $(i, j) \in \Theta$  sejam ativadas utilizando canais sobrepostos no mesmo intervalo de tempo. Finalmente, o domínio das variáveis é garantido pela restrição (14).

## 5. Experimentos Computacionais

Apresentamos nessa seção os experimentos computacionais realizados com os algoritmos CH e B&C-F, ambos implementados utilizando a linguagem C++ v20.0. Além disso, utilizamos o resolvidor matemático Gurobi v10.0 para resolver B&C-F. Os algoritmos foram executados em servidores equipados com processadores Intel Core i7, 24 GB de memória RAM e sistema operacional Ubuntu 18.04 LTS. O critério de parada de cada algoritmo é dado pelo tempo máximo de execução, que foi setado para 7200 segundos (2 horas). Finalmente, os valores dos parâmetros  $N$ ,  $\alpha$  e  $P$  são iguais a 0.0, 3.0 e 1000.0, respectivamente (Goussevskaya et al. [2016], Vieira et al. [2016]).

Os experimentos foram conduzidos com utilizando categorias de instâncias, chamadas de  $Du$  e  $Dr$ . As instâncias foram criadas seguindo a mesma estratégia observada em outros trabalhos da literatura (e.g. Goussevskaya et al. [2014, 2016]; Costa et al. [2019]). Em  $Du$ , uma instância para o ML-VRBSP segue o seguinte formato: primeiro,  $|L|$  dispositivos receptores são posicionados aleatoriamente em um plano cartesiano de dimensões  $250 \times 250$  metros quadrados; então,  $|L|$  dispositivos emissores são posicionados aleatoriamente em uma distância de até  $6\sqrt{2}$  metros do respectivo receptor. Além disso, em  $Du$ , o valor de  $r_i$ , para cada  $i \in L$ , é sorteado de forma uniforme no conjunto  $\bigcup_{b \in B} \bar{r}_m^b$ . A seguir, apresentaremos os resultados para diferentes valores de  $|L|$ , isto é,  $|L| = \{8, 16, 32, \dots, 512\}$ . Finalmente, cada valor de  $|L|$  contém 30 instâncias. No total, a categoria  $Du$  é composta por 210 instâncias.

A segunda categoria de instâncias,  $Dr$ , é criada de forma similar à  $Du$ . Entretanto, ela se diferencia na estratégia de geração dos valores para  $r_i$ . Em  $Dr$ , temos que  $r_i$ , para todo  $i \in L$ , é igual a um valor sorteado aleatoriamente no intervalo  $[8.6, 1201]$ , isto é, um valor entre o menor e maior valor possível de taxa de transmissão no Wi-Fi 6.

A Tabela 2 e 3 apresenta os resultados dos experimentos para a categoria  $Du$  e  $Dr$ , respectivamente e estão organizadas da seguinte forma. Cada linha apresenta os resultados para instâncias conjunto de instâncias que possuem o mesmo número de conexões  $|L|$ , informadas pela Coluna 1. Ressaltamos que todas as colunas, exceto aquelas representadas por  $|L|$  e  $|ub|$ , informam a média aritmética da métrica utilizada na coluna citada. As colunas marcadas com — indicam que o algoritmo não conseguiu encontrar soluções factíveis para todas as instâncias de um mesmo conjunto. Além disso, o símbolo  $\times$  indica que o algoritmo excedeu o limite de memória disponível e nenhum resultado foi computado em um dado conjunto de instâncias.

Os resultados para a CH são apresentados pelas Colunas 2 a 4. Respectivamente, a Coluna  $|ub|$  informa a quantidade de soluções factíveis encontradas pela CH para um determinado conjunto de instâncias. A coluna  $\bar{ub}$  informa a quantidade de intervalos de tempo utilizado pelas respectivas soluções (i.e., o limite superior), enquanto que a coluna  $t(s)$  informa quanto tempo a CH demorou para encontrar uma solução. Os resultados para B&C-F são apresentados nas colunas seguintes. A Coluna 5 é similar à Coluna 2, enquanto que a Coluna 6 informa quantas soluções ótimas foram encontradas no conjunto de instâncias citado. A coluna 7 a 9 informam, respectivamente, os limites superiores, inferiores e o *gap* de otimalidade  $\frac{(ub_{CH} - ub_{B\&C})}{ub_{CH}}$  daquele conjunto de instâncias. Além disso, o tempo necessário para B&C-F encontrar a solução ótima de cada instância é informado pela Coluna 10. Finalmente, a Coluna 11 informa o quão pior é a função objetivo de uma instância resolvida por CH, em comparação com B&C-F.

### 5.1. Resultados Computacionais Para $Du$

A Tabela 2 mostra que a CH foi capaz de encontrar soluções factíveis para todas as 210 instâncias da categoria  $Du$ . Observa-se que o tempo computacional requerido pela CH para computar uma solução factível cresceu de forma proporcional à quantidade de conexões. Ainda assim, a

CH foi capaz de computar soluções factíveis par as instâncias mais difíceis em menos de 1 segundo. Ainda de acordo com a Tabela 2, observa-se que o algoritmo B&C-F conseguiu encontrar soluções ótimas para todas as instâncias com até 64 conexões. Para as instâncias com 128 conexões, B&C-F foi capaz de encontrar 23 soluções ótimas, resultando em um *gap* médio de 8,88%. Infelizmente, B&C-F não foi capaz de encontrar soluções factíveis para todas as instâncias de 256 conexões considerando o tempo limite estabelecido, e não houve memória computacional suficiente para rodar o algoritmo nas instâncias com 512 conexões.

Os experimentos com instâncias de *Du* mostram que B&C-F encontrou soluções melhores, de acordo com a função objetivo, do que a CH, para as instâncias com até 128 conexões. A melhora mais expressiva foi observada nas instâncias com 128 conexões, ao passo de que a menos expressiva deu-se nas instâncias com 8 conexões.

Tabela 2: Resultados consolidados dos experimentos com instâncias da categoria *Du*.

L	CH			B&C-F						
	ub	ub	t(s)	ub	#opt	ub	lb	gap(%)	t(s)	%CH
8	30	1.10	0.00	30	30	1.00	1.00	0.00	0.04	5.00
16	30	1.60	0.00	30	30	1.16	1.16	0.00	0.13	20.55
32	30	2.50	0.00	30	30	1.66	1.66	0.00	2.59	33.05
64	30	3.70	0.00	30	30	2.26	2.26	0.00	22.18	36.88
128	30	6.40	0.00	30	23	3.66	3.30	8.88	2843.38	42.03
256	30	11.46	0.01	7	1	—	3.99	—	7200.00	—
512	30	20.86	0.06	×	0	×	×	×	×	×

## 5.2. Resultados Computacionais para *Dr*

A Tabela 3 mostra que a heurística construtiva foi capaz de encontrar soluções factíveis para todas as 210 instâncias de *Dr*. É possível observar que o tempo computacional exigido pelo algoritmo manteve-se praticamente inalterado. Isto é, mesmo nas instâncias mais difíceis de *Dr*, a CH requer menos de 1 segundo para computar uma solução factível.

Com relação à B&C-F, a Tabela 3 mostra que o mesmo encontrou soluções ótimas para todas as instâncias com até 32 conexões. Com 64 conexões, B&C-F foi capaz de encontrar 27 soluções ótimas, resultando em um *gap* médio de 1,52%. Já com 128 conexões, apenas 4 soluções ótimas foram encontradas. Nesse caso, o *gap* médio foi de 17,23%. Além disso, B&C-F não conseguiu encontrar soluções factíveis para todas as instâncias de 256 conexões. Finalmente, não houve memória computacional suficiente para rodar o algoritmo nas instâncias com 512 conexões.

Seguindo o observado nos experimentos com instâncias da categoria *Du*, B&C-F obteve uma performance computacional significativamente melhor do que a CH, considerando os tempo de execução de cada algoritmo. Em particular, as melhoras mais e menos expressivas são observadas nas instâncias com 64 conexões e 8 conexões, respectivamente.

Comparando as Colunas 6 e 10 das Tabelas 2 e 3, é possível concluir que as instâncias de *Dr* são mais difíceis do que as de *Du*. Por exemplo, enquanto que 30 soluções ótimas foram encontradas para as instâncias de *Du* com 64 conexões com apenas 22,18 segundos, 27 soluções ótimas foram encontradas nas instâncias equivalentes em *Dr*. No último caso, foram necessários aproximadamente 904,59 segundos para encontrar uma solução ótima. A piora de performance de B&C-F foi maior ainda nas 128 conexões, caindo de 23 soluções encontradas para apenas 4 encontradas, mesmo utilizando o dobro de tempo do que na primeira categoria.

## 6. Conclusões e Trabalhos Futuros

Neste trabalho, introduzimos o *Minimum-Latency Variable Rate Variable Scheduling Problem*. Nesse problema, decide-se de forma combinada o particionamento da banda Wi-Fi disponível

Tabela 3: Resultados consolidados dos experimentos com instâncias da categoria *Dr*.

L	CH			B&C-F						
	ub	ub	t(s)	ub	#opt	ub	lb	gap(%)	t(s)	%CH
8	30	1.7	0.00	30	30	1.46	1.46	0.00	0.03	10.55
16	30	2.9	0.00	30	30	2.33	2.33	0.00	0.14	18.05
32	30	4.83	0.00	30	30	3.70	3.70	0.00	0.97	22.55
64	30	8.33	0.00	30	27	5.93	5.83	1.52	904.59	28.68
128	30	14.2	0.00	30	6	11.34	9.27	17.23	6546.43	19.52
256	30	26.3	0.01	0	0	—	1.00	—	7200.00	—
512	30	48.46	0.07	×	×	×	×	×	×	×

e o escalonamento das conexões de forma a minimizar a quantidade de intervalos de tempo necessários para todas as conexões transmitirem utilizando uma taxa de transmissão mínima. Dessa forma, contribuímos com a literatura apresentando a primeira heurística construtiva (CH) e a primeira formulação misto-inteira baseada em programação inteira (B&C-F).

Nesse trabalho, testamos a performance dos algoritmos propostos utilizando instâncias de *benchmark* que foram construídas replicando metodologias encontradas em trabalhos relacionados. Especificamente, cada instância simula uma rede de computadores com um número fixo de conexões cujo dispositivos estão espalhados em um plano cartesiano de duas dimensões de área de  $250 \times 250m$ . Além disso, consideramos duas categorias de instâncias que diferenciam-se na geração do valor mínimo de taxa de transferência de cada transmissão.

Os resultados obtidos destacam que a CH é capaz de computar soluções factíveis rapidamente mesmo nas instâncias mais difíceis dos experimentos. Contudo, os resultados também destacaram a superioridade de B&C-F em computar soluções melhores que CH, melhorando a função objetivo em até 42,03%. Entretanto, observa-se que o B&C-F necessita de uma quantidade razoável de tempo ou memória computacional para encontrar soluções factíveis para as instâncias de tamanho médio, como as com 256 ou mais conexões.

Como trabalho futuro, esperamos desenvolver novas equações de quebra de simetria e propor novos cortes de dualidade para acelerar a convergência de algoritmos como B&C-F. Outra possibilidade de trabalho futuro envolve o desenvolvendo de limites superiores para o intervalo de tempo utilizado na entrada da formulação, consequentemente reduzindo a quantidade de memória necessária para a execução do mesmo.

## Agradecimentos

Esse trabalho foi financiado parcialmente pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), código de financiamento 001, pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ), e pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG).

## Referências

- Cardieri, P. (2010). Modeling interference in wireless ad hoc networks. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 12(4):551–572.
- Coleman, D. *802.11ax for dummies*. Extreme Networks, 2020.
- Costa, J. M., Paniago, P. P., de Andrade, J., Noronha, T. F., e Vieira, M. A. M. (2019). Integer linear programming formulations for the variable data rate and variable channel bandwidth scheduling problem in wireless networks. *Computer Networks*, 165.

- Costa, J. M., Paniago, P. P., Noronha, T. F., e Menezes, M. A. V. (2017). A biased randomkey genetic algorithm for the multi-period, multi-rate and multi-channels with variable bandwidth scheduling problem. In *The 12th edition of the Metaheuristics International Conference (MIC 2017)*.
- Ephremides, A. e Truong, T. V. (1990). Scheduling broadcasts in multihop radio networks. *IEEE Transactions on communications*, 38(4):456–460.
- Goussevskaja, O., Halldórsson, M. M., e Wattenhofer, R. (2014). Algorithms for wireless capacity. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 22(3):745–755.
- Goussevskaja, O., Oswald, Y. A., e Wattenhofer, R. (2007). Complexity in geometric sinr. In *Proceedings of the 8th ACM international symposium on Mobile ad hoc networking and computing*, p. 100–109.
- Goussevskaja, O., Vieira, L. F., e Vieira, M. A. (2016). Wireless scheduling with multiple data rates: From physical interference to disk graphs. *Computer Networks*, 106:64–76.
- Goussevskaja, O. e Wattenhofer, R. (2013). Scheduling with interference decoding: Complexity and algorithms. *Ad hoc networks*, 11(6):1732–1745.
- Goussevskaja, O., Wattenhofer, R., Halldórsson, M. M., e Welzl, E. (2009). Capacity of arbitrary wireless networks. In *IEEE INFOCOM 2009*, p. 1872–1880. IEEE.
- Gupta, P. e Kumar, P. R. (2000). The capacity of wireless networks. *IEEE Transactions on information theory*, 46(2):388–404.
- Halldórsson, M. M. (2009). Wireless scheduling with power control. In *European Symposium on Algorithms*, p. 361–372. Springer.
- Huang, B., Yu, J., Cheng, X., Chen, H., e Liu, H. (2017). Sinr based shortest link scheduling with oblivious power control in wireless networks. *Journal of Network and Computer Applications*, 77:64–72.
- Kesselheim, T. (2012). Approximation algorithms for wireless link scheduling with flexible data rates. In *European Symposium on Algorithms*, p. 659–670. Springer.
- Londe, M. A., Pessoa, L. S., Andrade, C. E., e Resende, M. G. (2024). Biased random-key genetic algorithms: A review. *European Journal of Operational Research*.
- Malik, A., Qadir, J., Ahmad, B., Yau, K.-L. A., e Ullah, U. (2015). Qos in ieee 802.11-based wireless networks: A contemporary review. *Journal of Network and Computer Applications*, 55 (24–46).
- Moscibroda, T., Wattenhofer, R., e Weber, Y. (2006). Protocol design beyond graph-based models. In *Proc. of the ACM Workshop on Hot Topics in Networks (HotNets-V)*, p. 25–30. Citeseer.
- Santi, P., Maheshwari, R., Resta, G., Das, S., e Blough, D. M. (2009). Wireless link scheduling under a graded sinr interference model. In *Proceedings of the 2nd ACM international workshop on Foundations of wireless ad hoc and sensor networking and computing*, p. 3–12.
- Vieira, F. R., de Rezende, J. F., e Barbosa, V. C. (2016). Scheduling wireless links by vertex multicoloring in the physical interference model. *Computer Networks*, 99:125–133.