

INTEGRAÇÃO DE DRONES E VEÍCULOS TERRESTRES PARA MONITORAMENTO DE INUNDAÇÕES EM CENTROS URBANOS

Roberto G. Ribeiro

Dep. de Computação e Sistemas (DECSI) - Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) - João
Monlevade - MG, 35.931-008, Brasil roberto.gomes@ufop.edu.br

Martín Gómez Ravetti

Dep. de Ciência da Computação (DCC) - Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) - Belo
Horizonte, MG, 31270-010, Brasil martin@dcc.ufmg.br

Frederico Gadelha Guimarães

Dep. de Ciência da Computação (DCC) - Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) - Belo
Horizonte, MG, 31270-010, Brasil fredericoguimaraes@ufmg.br

RESUMO

Recentes tragédias nas grandes metrópoles, causadas por períodos prolongados de chuva, destacam a urgência de estratégias voltadas para a mitigação dos impactos como parte essencial do planejamento das cidades inteligentes do futuro. Este trabalho integra a malha de tráfego urbano com tecnologias emergentes, apresentando uma metodologia para o monitoramento de áreas inundadas que utiliza um drone sobrevoando essas regiões e um veículo terrestre trafegando pelas vias de trânsito não inundadas, oferecendo suporte. Essa integração é representada por um modelo inovador de Programação Linear Inteira Mista (MILP - *Mixed Integer Linear Programming*) de dois níveis, construído para gerar soluções eficientes e garantir o sincronismo entre os dois tipos de veículos. Testes computacionais foram conduzidos em cenários de inundações na cidade de Belo Horizonte, Minas Gerais (MG). Os resultados indicam que a metodologia proposta pode auxiliar as operações da defesa civil, proporcionando respostas rápidas e eficientes em situações de emergência decorrentes desses eventos em centros urbanos.

PALAVRAS CHAVE. Programação linear inteira mista. Roteamento de drones e veículos terrestres. Monitoramento de inundações em centros urbanos.

Otimização Combinatória. Programação Matemática.

ABSTRACT

Recent prolonged periods of rainfall in metropolitan cities underscore the urgency of implementing strategies to mitigate impacts, crucial for smart city goals. This work integrates the urban traffic network with emerging technologies in a methodology aimed at monitoring flooded areas, using drones for aerial surveillance and terrestrial vehicles for navigating roadways and providing support. This integration is exemplified through an innovative two-level Mixed-Integer Linear Programming (MILP) model designed to generate efficient solutions and ensure synchronization between both vehicle types. As an example, we tested the proposed methodology in flood scenarios in Belo Horizonte, Minas Gerais (MG). The results indicate that the methodology can effectively support civil defense operations, offering rapid responses to emergencies resulting from flood events in urban areas.

KEYWORDS. Mixed-integer linear programming. Routing of drones and ground vehicles. Monitoring of flooding in urban areas.

Combinatorial optimization. Mathematical Programming.

1. Introdução

Drones autônomos sobrevoando grandes metrópoles para monitorar problemas urbanos são parte das expectativas das cidades inteligentes, não sendo apenas um exemplo contemporâneo de futurismo utópico. Já é inclusive uma realidade nos dias atuais com potencial de atuação em tarefas complexas de grande impacto social. Ao sobrevoarem áreas urbanas, os drones são capazes de realizar inspeções, detectar acidentes, identificar danos em vias e monitorar inundações. Equipados com sensores específicos, podem também medir a qualidade do ar, ruídos e outros aspectos do cotidiano das cidades.

Em situações de enchentes, por exemplo, a tecnologia de drones permite o acesso a locais inundados em que o acesso por vias terrestres é praticamente impossível. Eventos recentes têm destacado os impactos de tragédias causadas por ações humanas negligentes, fenômenos naturais, ou ambos, como as enchentes em grandes metrópoles. Compreender a dinâmica dessas ocorrências e mitigá-las é de extrema importância. Portanto, qualquer cidade focada em inovação deve estar preparada para oferecer socorro emergencial e reduzir seus impactos.

Em consonância com as expectativas das cidades inteligentes e as demandas emergenciais das áreas urbanas, há uma literatura dedicada ao desenvolvimento de soluções que utilizam drones e modelos preditivos. Para mitigar danos causados por períodos chuvosos prolongados, Rizk et al. [2021] apresentam um sistema de reconhecimento de imagens baseado em drones e redes neurais convolucionais para detectar níveis de água e avaliar danos por enchentes. Outros estudos [Munawar et al., 2021; Alsumayt et al., 2023] também exploram o uso de drones com métodos de Inteligência Artificial (IA) para identificar as regiões mais afetadas por inundações.

Devido à complexidade das tarefas onde o tempo de operação é crucial, há trabalhos na literatura que exploram o planejamento espacial de drones. Muitos desses estudos abordam essas tarefas como variantes do problema de roteamento de veículos (VRP - *Vehicle Routing Problem*) com foco na eficiência. Alsamhi et al. [2022] destaca importância crítica dessas operações mediante a ocorrência de desastres, ressaltando como um planejamento ótimo pode agilizar e aprimorar essas missões, mostrando melhorias significativas na eficiência da operação. Já Gonçalves e Damas [2022] aborda o uso estratégico de uma frota de drones para sobrevoar áreas atingidas por terremotos, priorizando locais críticos e coordenando esforços de resgate de maneira mais rápida e eficiente do que métodos tradicionais de proteção civil. No mesmo contexto, os trabalhos Yanmaz [2023]; Jia et al. [2023] se concentram no planejamento de trajetórias para equipes de drones, visando detectar alvos, estabelecer comunicação com a equipe de resgate e otimizar o tempo de resposta.

Devido às limitações físicas dos drones, que incluem uma autonomia de deslocamento significativamente menor em comparação com veículos terrestres, a literatura também oferece soluções com recargas ou trocas de baterias durante as missões. Ao abordar os desafios da aplicabilidade em tarefas de missão persistente de longa distância, os trabalhos Alyassi et al. [2022]; Fan et al. [2022]; Shi et al. [2023] apresentam propostas de planejamento que incluem o uso de estações de carregamento de drones distribuídas na área de operação. Focados principalmente na eficiência das tarefas, tais estudos empregam modelos de programação linear ou não linear para distribuir de forma ótima os pontos de recarga, minimizando assim o tempo de operação. Abordagens similares fazem parte de estudos que consideram veículos elétricos terrestres, tais como as metodologias apresentadas por James [2018]; Ammous et al. [2018].

Para aprimorar a eficiência de operações de busca e resgate, Ribeiro et al. [2021] avança o estado da arte ao propor uma solução que integra drones e plataformas móveis de recarga, onde os veículos aéreos e terrestres são sincronizados no tempo e espaço. Como resultado, apresentam um modelo de Programação Linear Inteira Mista (MILP - *Mixed Integer Linear Programming*) para o roteamento dessa integração. Em outros cenários de operações, Alyassi et al. [2022] também

apresentam uma variante do VRP dedicado à otimização do sistema de veículos terrestres e drones.

Oferecendo uma visão mais ampla e em contextos mais gerais, Li et al. [2021] revisa vários estudos que abordam o sincronismo entre drones e veículos terrestres para o planejamento ótimo de rotas. Segundo os autores, a otimização de rotas de veículos em redes de dois níveis tem recebido crescente atenção na comunidade de pesquisa operacional.

Nesta linha de pesquisa se insere o presente estudo. Diante da necessidade de soluções que visem mitigar os impactos de tragédias em centros urbanos, este estudo apresenta uma metodologia de planejamento para monitorar áreas inundadas utilizando drones, com veículos terrestres proporcionando suporte para troca de baterias. O resultado é uma formulação inovadora de dois níveis que, como as descritas na literatura, sincroniza os dois tipos de veículos na busca por soluções ótimas. No entanto, esta nova abordagem se distingue ao oferecer uma forma mais flexível de definir os locais de suporte. Ao contrário das soluções encontradas na literatura, os locais candidatos para os veículos não são conhecidos de antemão e, portanto, não são entradas diretas da formulação. Em vez disso, o posicionamento desses veículos é determinado por um conjunto de variáveis contínuas da formulação, conforme detalhado na seção 2.

2. Metodologia

Esta seção apresenta um modelo MILP de roteamento de drone com a disposição dinâmica e síncrona com um veículo terrestre. Neste modelo, o posicionamento desse veículo não são locais específicos pré-definidos em uma planta de atuação e convertidos em variáveis binárias da formulação. Tal posicionamento é obtido a partir de um conjunto de valores de variáveis, reais e binárias, da formulação. Esta característica é fundamental para o problema em questão uma vez que oferece mais opções de locais de suporte sem necessariamente aumentar substancialmente o número de variáveis do problema.

Não sabemos exatamente quais devem ser os locais candidatos para posicionamento do veículo terrestre de modo a tornar a operação mais eficiente. No entanto, podemos presumir que esses locais devem estar situados em pontos estratégicos, como nas proximidades dos locais que demandam monitoramento ou ao longo de rotas terrestres que conectam dois destes mesmos locais. A formulação matemática que abstrai o problema em uma variante do VRP é detalhada nesta seção.

2.1. Parâmetros e variáveis do problema

A Tabela 1 sintetiza os parâmetros e as variáveis do problema, os quais são construídos a partir dos conjuntos O , C e G , N_1 , N_2 e N'_2 . Na ocasião, O é o local de partida do drone e do veículo terrestre. O conjunto C é formado por nós que representam os locais com indícios de enchente que precisam ser monitorados via drone, enquanto o conjunto G é composto por locais adjacentes aos pontos de monitoramento, acessíveis via veículos terrestres.

Como parâmetros, tal tabela especifica os tempos de deslocamento do veículo terrestre ρ_{ij} e do drone α_{ij} entre dois nós, assim como o tempo gasto necessário para monitorar a área inundada β_i . Os termos α_{ij} e β_i também são úteis para estabelecer o consumo de energia do drone e limitar o tamanho das rotas pela capacidade de bateria, representada por Θ . Por fim, o termo Υ representa o tempo necessário para troca de bateria e o termo M é um parâmetro de grandeza utilizado em restrições da formulação matemática.

Em relação as variáveis, a Tabela 1 apresenta conjuntos de termos alinhados com as características do problema. Os termos y_{ij} , d_{ij} e r_i^{in} estão relacionados ao deslocamento do veículo terrestre. Na ocasião, y_{ij} ativa ou não a aresta (i, j) e d_{ij} determina o tempo mínimo que o veículo terrestre deve permanecer em um ponto localizado entre os nós i e j , com i, j pertencendo ao conjunto N_1 . O termo r_i^{in} representa o instante de chegada ao local i , para todo i no conjunto G . Já os termos x_{ij} , b_{ij} e l_{ij} , onde i, j pertencem ao conjunto N_2 , representam variáveis que determinam o

Conjuntos	
O : Base de partida	$N_1: O \cup G$
C : Locais de enchentes	$N_2: N_1 \cup C \rightarrow O \cup C \cup G$
G : Locais marginais aos locais de enchentes	$N'_2: N_2 - O \rightarrow C \cup G$
Parâmetros	
ρ_{ij} : Tempo de deslocamento do veículo terrestre do local i para o local j , $\forall i, j \in N_1$	
α_{ij} : Tempo de deslocamento do drone do local i para o local j , $\forall i, j \in N_2$	
β_i : Tempo de monitoramento do local i , $\forall i \in C$	
Υ : Tempo necessário para troca de bateria	
Θ : Autonomia de voo	
M : Big M	
Variáveis	
$y_{ij} \in \{0, 1\} \forall i, j \in N_1$: variável binária representando o uso da aresta (i, j) ;	
$r_i^{in} \in \mathbb{R}_0^+ \forall i \in G$: Instante de chegada do veículo terrestre no nó i ;	
$d_{ij} \in \mathbb{R}_0^+ \forall i \in G$: Tempo mínimo de permanência do veículo terrestre no segmento (i, j) ;	
$x_{ij} \in \{0, 1\} \forall i, j \in N_2$: Variável binária representando o uso da aresta (i, j) ;	
$b_{ij} \in \mathbb{R}_0^+ \forall i \in N_2, \forall j \in N_2$: autonomia do drone associada a aresta (i, j) ;	
$l_{ij} \in \mathbb{R}_0^+ \forall i \in N_2, \forall j \in N_2$: variável de fluxo do drone associada a aresta (i, j) ;	
$F_{qjk} \in \mathbb{R}_0^+, \forall q \in N_2, \forall j, k \in N_1$: distância do nó q até um ponto no segmento (j, k) ;	
$\widehat{F_{qjk}} \in \mathbb{R}_0^+, \forall q \in N_2, \forall j, k \in N_1$: $\widehat{F_{qjk}} = F_{qjk}^2$;	
$V_{jk} \in \mathbb{R}_0^+, \forall j, k \in N_1$: distância do nó j até um ponto no segmento (j, k) ;	
$\widehat{V_{jk}} \in \mathbb{R}_0^+, \forall j, k \in N_1$: $\widehat{V_{jk}} = V_{jk}^2$;	
$p_{ij} \in \{0, 1\} \forall i, j \in N_2$: variável binária auxiliar de interseção;	
$z_{ij} \in \mathbb{R}_0^+ \forall i, j \in N_2$: variável contínua auxiliar de atribuição;	
$u_{qjk} \in \{0, 1\} \forall q \in N_2, \forall j, k \in N_1$: variável binária auxiliar de linearização;	
$A_{ij} \in \mathbb{R}_0^+ \forall i, j \in N_2$: variável contínua auxiliar de linearização;	

Tabela 1: Variáveis do problema

roteamento do drone. Nesse contexto, x_{ij} define a ativação da aresta (i, j) , b_{ij} denota o consumo do drone até chegar ao nó j e l_{ij} tempo de voo acumulado associado a aresta (i, j) .

A Tabela 1 também inclui as variáveis F_{qjk} , $\widehat{F_{qjk}}$, V_{jk} e $\widehat{V_{jk}}$, onde q pertence ao conjunto N_2 e j, k ao conjunto N_1 . Essas variáveis são empregadas para calcular distâncias entre locais de monitoramento e nós que não fazem diretamente parte da formulação. Esses nós, em síntese, são definidos a partir da relação entre tais variáveis e alguns parâmetros do problema, não fazendo parte diretamente da formulação principal - a subseção 2.2 oferece uma explicação detalhada.

Os demais termos apresentados na Tabela 1 definem algumas variáveis auxiliares úteis na formulação. Neste contexto, p_{ij} e z_{ij} , com i, j pertencendo ao conjunto N_2 representam expressões de interseção e de atribuição convertidas em restrições, respectivamente. Já u_{qjk} , onde q pertence ao conjunto N_2 e i, k pertencem ao conjunto N_1 , é uma variável que lineariza o produto entre duas variáveis binárias. Por fim, A_{ij} , com i, j pertencendo ao conjunto N_2 denota uma variável de linearização do produto entre uma variável binária e uma contínua.

2.2. Definição dos nós fictícios

Conforme mencionado previamente, o roteamento do veículo terrestre que oferecem suporte aos drone não é definido a partir de locais pré-definidos na área de operação convertidos em variáveis binárias da formulação. Como não são previamente conhecidos, aqui, são nomeados como nós fictícios. Sendo assim, uma aresta que conecta um nó $i \in N_2$ com um nó fictício é denominada aresta fictícia. Assumindo a existência de nós e arestas fictícias, a rota ideal para um drone é definida com base nos valores de variáveis do modelo F_{qjk} e V_{ij} . Para este cálculo, recorreremos a leis trigonométricas para estabelecer a relação entre estas variáveis e determinar a posicionamento desses nós e arestas, tal como ilustrado na Figura 1.

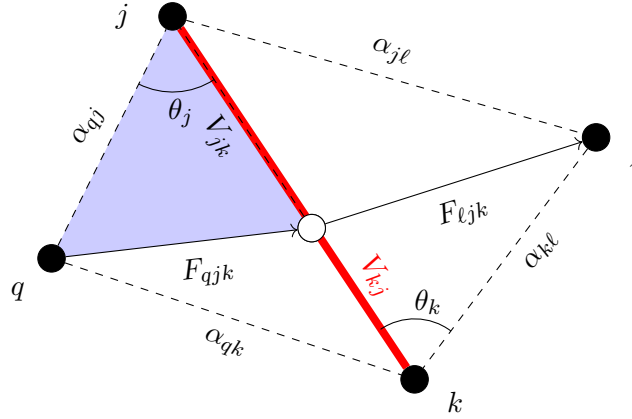


Figura 1: Localização de um nó fictício.

Na Figura 1, os pontos q, j, k e ℓ pertencem ao conjunto N_2 , com j e k também pertencendo ao conjunto N_1 . Se a variável $y_{jk} = 1$, um drone pode pousar no veículo terrestre para troca de bateria em qualquer ponto do segmento de reta entre j e k . A aresta destacada em vermelho na figura representa essa situação, enquanto o ponto central, destacado em branco, indica a posição do nó fictício. Observa-se que a variável V_{jk} define a distância entre a origem j e a posição do nó fictício. Assuma que um drone localizado no ponto q deve se deslocar para a localização do nó fictício destacado e, após a troca de bateria, parte para o nó ℓ . Sendo assim, F_{qjk} e F_{ljk} determinam os pesos das arestas fictícias que se conectam ao nó fictício.

O peso das arestas (q, j) , (q, k) e (j, k) são os parâmetros de entrada α_{qj} , α_{qk} e α_{jk} , respectivamente. A partir destes parâmetros e das variáveis V_{jk} e F_{qjk} , estabelecemos uma relação trigonométrica nas quais, garantem que a posição do nó fictício seja um ponto qualquer no segmento de reta j e k . Seja θ_j o ângulo formado entre as arestas (j, q) e (j, k) . Então, pela lei dos cossenos, a relação de θ_j com o peso das arestas (q, j) , (q, k) e (j, k) é definida pela Equação 1.

$$\cos \theta_j = \frac{\alpha_{qj}^2 + \alpha_{jk}^2 - \alpha_{qk}^2}{2\alpha_{qj}\alpha_{jk}} \quad (1)$$

Se aplicarmos a mesma lei a um triângulo escaleno formado pelo parâmetro α_{qj} e pelos valores das variáveis V_{jk} e F_{qjk} , tal como destacado em azul na Figura 1, chegamos a Equação (2).

$$F_{qjk}^2 = \alpha_{qj}^2 + V_{jk}^2 - 2\alpha_{qj}V_{jk}\cos \theta_j \quad (2)$$

A mesma analogia pode ser estendida ao ângulo θ_k formado entre as arestas (k, ℓ) e (j, k) . Na ocasião, um drone deixa o nó fictício e parte em direção ao nó ℓ e, desta forma, também existe uma expressão para a aresta fictícia de peso F_{ljk} em termos dos parâmetros de entrada e da diferença $(\alpha_{jk} - V_{jk})$. Tal diferença pode ser expressa por V_{kj} que é a distância percorrida do ponto k até o nó fictício, tal como destacado em vermelho na Figura 1. Assim, por se tratar de um grafo não direcionado, a Equação (2) também é válida para F_{ljk} .

Após substituirmos a Equação (1) na Equação (2), obtemos a Equação (3), que estabelece a relação entre as variáveis F_{ljk} e V_{jk} , sendo essencial para determinar a localização ideal dos nós fictícios. Nessa equação, $\widehat{F_{qjk}}$ e $\widehat{V_{jk}}$ representam o quadrado de F_{qjk} e V_{jk} , respectivamente, enquanto o termo H_{qjk} é uma constante determinada apenas por parâmetros de entrada do problema.

$$\widehat{F}_{qjk} = \alpha_{qj}^2 + \widehat{V}_{jk} - V_{jk} \left(\frac{\alpha_{qj}^2}{\alpha_{jk}} + \alpha_{jk} - \frac{\alpha_{qk}^2}{\alpha_{jk}} \right) \xrightarrow{H_{qjk}} \quad \forall q \in \mathbf{N}_2 \forall j, k \in \mathbf{N}_1 \quad (3)$$

A variável V_{jk} é limitada ao intervalo $[0, \alpha_{jk}]$, enquanto F_{qjk} é restrito a valores radiais no intervalo entre $[\alpha_{qj}, \alpha_{qk}]$ ou $[\alpha_{qk}, \alpha_{qj}]$. Assim, as expressões quadráticas $\widehat{V}_{jk} = V_{jk}^2$ e $\widehat{F}_{qjk} = F_{qjk}^2$ são linearizadas utilizando série de Taylor nos pontos $\alpha_{jk}/2$ e $|\alpha_{qk} - \alpha_{qj}|/2$, respectivamente. Desta forma, a Equação (4) e a Equação (5) definem expressões lineares para \widehat{V}_{jk} e \widehat{F}_{qjk} , respectivamente.

$$\widehat{V}_{jk} = \frac{\alpha_{jk}^2}{4} + \alpha_{jk} \left(V_{jk} - \frac{\alpha_{jk}}{2} \right) \quad (4)$$

$$\widehat{F}_{qjk} = \frac{(\alpha_{qk} - \alpha_{qj})^2}{4} + (\alpha_{qk} - \alpha_{qj}) \left(F_{qjk} - \frac{(\alpha_{qk} - \alpha_{qj})}{2} \right) \quad (5)$$

Na subseção 2.3, as relações apresentadas são transformadas em restrições que, juntamente com outras premissas, estabelecem a formulação matemática do problema.

2.3. Formulação para o problema

Executar a operação de monitoramento de forma ótima corresponde a minimizar o roteamento do drone. No entanto, para uma melhor interpretação da qualidade das soluções, o problema foi escrito como um problema maximização, tal como expresso na Função (6). Ou seja, ao ser maximizada, define o valor dos argumentos que minimizam o roteamento do drone.

$$\max \left(X - \sum_{i \in \mathbf{N}_2} \sum_{j \in \mathbf{N}'_2} (\alpha_{ij} + \beta_j) x_{ij} - \sum_{i \in \mathbf{N}_2} \sum_{j \in \mathbf{G}} \Upsilon x_{ij} \right) \quad (6)$$

O termo X corresponde ao pior planejamento de rotas, no qual, o drone percorre todas as arestas, monitora e troca de bateria a cada monitoramento. Assim, X pode ser calculado pela Equação (7).

$$X = \sum_{i \in \mathbf{N}_2} \sum_{j \in \mathbf{N}'_2} \alpha_{ij} + \sum_{i \in \mathbf{C}} \beta_i + \Upsilon |\mathbf{G}| \quad (7)$$

As restrições (8-12) garantem a relação entre as variáveis F_{qjk} e V_{jk} para todas combinações possíveis dos índices q , j e k , tal como definido na Equação (2). As restrições (8-10) determinam que a variável binária p_{ij} é ativada apenas se existir uma aresta que indique uma chegada ($x_{ij} = 1$) ou uma saída ($x_{ji} = 1$) no nó j , para todo i, j pertencente ao conjunto \mathbf{N}_2 . Se esta condição for satisfeita e j corresponder a um ponto de troca de bateria, $j \in \mathbf{N}_1$, um veículo terrestre passará por j e $y_{jk} = 1$. As restrições (11) e (12) asseguram que a igualdade expressa na Equação (2) é válida apenas se as variáveis p_{qj} e y_{jk} estiverem ativas.

$$p_{ij} \leq x_{ij} + x_{ji}, \forall i, j \in \mathbf{N}_2 \quad (8)$$

$$p_{ij} \geq x_{ij}, \forall i, j \in \mathbf{N}_2 \quad (9)$$

$$p_{ij} \geq x_{ji}, \forall i, j \in \mathbf{N}_2 \quad (10)$$

$$\widehat{F}_{qjk} \leq \alpha_{qj}^2 + \widehat{V}_{jk} - V_{jk} H_{qjk} + M(2 - p_{qj} - y_{jk}), \forall q \in \mathbf{N}_2, \forall j \in \mathbf{G}, k \in \mathbf{N}_1 \quad (11)$$

$$\widehat{F}_{qjk} \geq \alpha_{qj}^2 + \widehat{V}_{jk} - V_{jk} H_{qjk} - M(2 - p_{qj} - y_{jk}), \forall q \in \mathbf{N}_2, \forall j \in \mathbf{G}, k \in \mathbf{N}_1 \quad (12)$$

$$\widehat{V}_{jk} \leq \alpha_{jk}^2 y_{jk}, \forall j, k \in N_1 \quad (13)$$

$$V_{jk} \leq \alpha_{jk} y_{jk}, \forall j, k \in N_1 \quad (14)$$

$$\widehat{F}_{qjk} \leq \Theta^2 u_{qjk}, \forall j \in G, \forall k \in N_1 \forall q \in N_2 \quad (15)$$

$$F_{qjk} \leq \Theta u_{qjk}, \forall j \in G, \forall k \in N_1 \forall q \in N_2 \quad (16)$$

$$u_{qjk} \leq p_{qj}, \forall j \in G, \forall k \in N_1 \forall q \in N_2, q \neq j, j \neq k \quad (17)$$

$$u_{qjk} \leq y_{jk}, \forall j \in G, \forall k \in N_1 \forall q \in N_2, q \neq j, j \neq k \quad (18)$$

$$u_{qjk} \geq p_{qj} + y_{jk} - 1, \forall j \in G, \forall k \in N_1 \forall q \in N_2, q \neq j, j \neq k \quad (19)$$

$$u_{qjk} = 0, \forall j \in G, \forall k \in N_1 \forall q \in N_2, q = j \text{ ou } j = k \quad (20)$$

$$\widehat{V}_{jk} = \frac{\alpha_{jk}^2 y_{jk}}{4} + \alpha_{jk} \left(V_{jk} - \frac{\alpha_{jk} y_{jk}}{2} \right), \forall j, k \in N_1 \quad (21)$$

$$\widehat{F}_{qjk} = \frac{(\alpha_{qk} - \alpha_{qj})^2 u_{qjk}}{4} + (\alpha_{qk} - \alpha_{qj}) \left(F_{qjk} - \frac{(\alpha_{qk} - \alpha_{qj}) u_{qjk}}{2} \right), \forall q \in N_2 \forall j, k \in N_1 \quad (22)$$

$$z_{0j} = \alpha_{0j} x_{0j}, \forall j \in N'_2 \quad (23)$$

$$z_{qj} = \alpha_{qj} x_{ij}, \forall q \in C, \forall j \in C \quad (24)$$

$$z_{qj} = \sum_{k \in N_1} F_{qjk}, \forall q \in N'_2, \forall j \in N_1 \quad (25)$$

$$z_{jq} = \sum_{k \in N_1} F_{ijk}, \forall q \in C, \forall j \in G \quad (26)$$

$$A_{ij} \geq z_{ij} - (1 - x_{ij})\Theta, \forall i, j \in N_2 \quad (27)$$

$$A_{ij} \leq x_{ij}\Theta, \forall i, j \in N_2 \quad (28)$$

$$A_{ij} \leq z_{ij}, \forall i, j \in N_2 \quad (29)$$

$$\sum_{j \in N'_2} l_{ij} - \sum_{j \in N_2} l_{ji} = \sum_{j \in N'_2} A_{ij} + \sum_{j \in N'_2} \beta_i x_{ij}, \forall i \in C \quad (30)$$

$$\sum_{j \in N'_2} l_{ij} - \sum_{j \in N_2} l_{ji} = \sum_{j \in N'_2} A_{ij} + \sum_{j \in N'_2} \Upsilon_i x_{ij}, \forall i \in G \quad (31)$$

$$l_{ij} \leq M x_{ij}, \forall i \in N_2, \forall j \in N_2 \quad (32)$$

$$\sum_{j \in N'_2} b_{ij} - \sum_{j \in N_2} b_{ji} = \sum_{j \in N_2} A_{ij} + \sum_{j \in N_2} \beta_i x_{ij}, \forall i \in C \quad (33)$$

$$b_{ij} = A_{ij}, \forall i \in N_1, \forall j \in N_2 \quad (34)$$

$$b_{ij} \leq (\Theta - \beta_j) x_{ij}, \forall i \in N_2, \forall j \in C \quad (35)$$

$$b_{ij} \leq \Theta x_{ij}, \forall i \in N_2, \forall j \in N_1 \quad (36)$$

$$\sum_{i \in N_2} x_{ij} = 1, \forall j \in C \quad (37)$$

$$\sum_{j \in N'_2} x_{0j} = 1 \quad (38)$$

$$\sum_{i \in N_2} x_{ji} = \sum_{i \in N_2} x_{ij}, \forall j \in G \quad (39)$$

$$\sum_{i \in \mathbf{N}_2} \sum_{j \in \mathbf{N}'_2} x_{ij} = |\mathbf{C}| + \sum_{i \in \mathbf{N}_2} \sum_{j \in \mathbf{G}} x_{ij} \quad (40)$$

$$\sum_{i \in \mathbf{N}_1} y_{ij} \leq 1, \forall j \in \mathbf{N}_1 \quad (41)$$

$$\sum_{i \in \mathbf{N}_1} y_{ij} = \sum_{i \in \mathbf{N}_1} y_{ji}, \forall j \in \mathbf{N}_1 \quad (42)$$

$$\sum_{j \in \mathbf{G}} y_{0j} \leq 1, \quad (43)$$

$$r_j^{in} \geq r_i^{in} + \rho_{ij} + d_{ij} - M(1 - y_{ij}), \forall i \in \mathbf{N}_1, \forall j \in \mathbf{G} \quad (44)$$

$$r_j^{in} \leq r_i^{in} + \rho_{ij} + d_{ij} + M(1 - y_{ij}), \forall i \in \mathbf{N}_1, \forall j \in \mathbf{G} \quad (45)$$

$$r_j^{in} \leq M \sum_{i \in \mathbf{N}_1} y_{ij}, \forall j \in \mathbf{G} \quad (46)$$

$$d_{jk} \leq y_{jk}M, \forall j, k \in \mathbf{G} \quad (47)$$

$$l_{ij} \geq r_j^{in} + V_{jk} - M(2 - x_{ij} - y_{jk}), \forall i \in \mathbf{N}_2, \forall j \in \mathbf{G}, k \in \mathbf{N}_1 \quad (48)$$

$$l_{ij} \leq r_j^{in} + d_{jk} + V_{jk} + M(2 - x_{ij} - y_{jk}), \forall i \in \mathbf{N}_2, \forall j \in \mathbf{G}, k \in \mathbf{N}_1 \quad (49)$$

$$x_{qj} \leq \sum_{i \in \mathbf{N}_1} y_{ij}, \forall q \in \mathbf{N}_2, \forall j \in \mathbf{G} \quad (50)$$

$$y_{ij} \leq \sum_{q \in \mathbf{N}_2} x_{qj}, \forall i \in \mathbf{N}_1, \forall j \in \mathbf{G} \quad (51)$$

As restrições (13) e (14) estabelecem que as variáveis \widehat{V}_{jk} e V_{jk} podem ter valores diferentes de zero apenas se houver movimentação do veículo terrestre na aresta (j, k) . De maneira semelhante, as restrições (15) e (16) restringem os valores das variáveis \widehat{F}_{qjk} e F_{qjk} ao movimento do drone e do veículo terrestre no par de arestas (q, j) e (j, k) . O termo u_{qjk} é então uma variável auxiliar, na qual, as restrições (17-20) refletem a linearização da igualdade $u_{qjk} = p_{qj}y_{jk}$. Assim, as versões lineares das expressões quadráticas $\widehat{V}_{jk} = V_{jk}^2$ e $\widehat{F}_{qjk} = F_{qjk}^2$, tal como descritas pelas restrições (4) e (22) são asseguradas pelas restrições (14) e (22), respectivamente.

A variável z_{qj} representa o peso atribuído a cada movimentação do drone entre dois nós q e j . A restrição (23) define que a aresta que conecta o ponto de partida ao primeiro nó visitado j possui o peso α_{0j} . As arestas (q, j) ativas, que conectam dois locais de monitoramento, $q, j \in \mathbf{C}$, também têm pesos associados diretamente ao conjunto de parâmetros α_{qj} , para todo $q, j \in \mathbf{C}$, conforme definido pela restrição (24). Por outro lado, as restrições (25) e (26) atribuem pesos às variáveis z_{qj} e z_{jq} os pesos das arestas fictícias ativas de chegada e de saída em um nó fictício situado entre os pontos j e k , tal como ilustrado na Figura 1.

As equações (27-29) representam restrições lineares que definem a variável A_{ij} como o produto de z_{ij} e x_{ij} . Os valores das variáveis $A_{ij}, i, j \in \mathbf{N}_2$, correspondem aos pesos das arestas ativas e são utilizados para determinar o fluxo do drone. Esse fluxo é garantido por restrições baseadas nas arestas (ARC-based constraint), conforme descrito nas Equações (30-32), onde l_{ij} representa o tempo acumulado do drone ao percorrer a aresta (i, j) . Nesse contexto, a (30) e a (31) acumulam o tempo de rota sempre que o drone passa por um local de monitoramento e por um local de troca de bateria, respectivamente. Já a restrição (32) assegura valores nulos para l_{ij} caso a aresta (i, j) não esteja ativa.

Restrições baseadas nas arestas também são aplicadas para determinar a autonomia de

voo do drone, levando em consideração a necessidade de recarga de bateria. Seja b_{ij} o consumo acumulado de energia na aresta (i, j) . A restrição (33) define b_{ij} após o monitoramento do nó $i \in \mathcal{C}$. Esse consumo inclui o deslocamento, representado por A_{ij} , e o tempo de inspeção, definido pelo parâmetro B_j . O valor de b_{ij} precisa ser atualizado sempre que um drone parte de um nó i , onde $i \in \mathcal{N}_1$, já que os nós do conjunto \mathcal{N}_1 são dedicados à troca de bateria. Essa condição é assegurada pela restrição (34). Por fim, as restrições (35) e (36) limitam o voo do drone à capacidade da bateria.

O roteamento do drone é estabelecido pelo conjunto de restrições (37-40). A restrição (37) garante que todos os pontos de monitoramento sejam visitados uma única vez, ao passo que a restrição (38) assegura a existência de uma única rota; restrição (39) equilibra o número de arestas de chegada e saída em cada local de troca de bateria; e a restrição (40) equilibra o número de arestas ativas em função do número de pontos de monitoramento e demandas por trocas de bateria.

O roteamento do veículo terrestre é definido pelo conjunto de restrições (41-47). Enquanto a restrição (41) determina que cada ponto de suporte pode ser visitado uma única vez, a restrição (42) equilibra o número de arestas de entrada e saída nesses locais e a restrição (43) permite que apenas uma rota de suporte seja criada. O fluxo do veículo terrestre é baseado em nó (Node-based constraint), conforme definido pelas restrições (44) e (45). Assim, para cada aresta ativa (i, j) , em que i pertence ao conjunto \mathcal{N}_1 e j ao conjunto \mathcal{G} , o tempo de chegada ao nó destino j é determinado pelo tempo acumulado até o nó de origem i , adicionado ao tempo de deslocamento e ao tempo de permanência. Além disso, as restrições (46) e (47) garantem que o tempo de chegada e permanência em locais relacionados a arestas não ativadas sejam nulos.

O último conjunto de restrições, (48-51), trata da sincronização entre o drone e o veículo terrestre. As restrições (49) e (50) estabelecem um intervalo de tempo no qual o drone pode pousar no veículo terrestre para troca de bateria. Em outras palavras, em um determinado segmento entre os pontos j e k , com j pertencendo ao conjunto \mathcal{G} e k ao conjunto \mathcal{N}_1 , o instante de chegada do drone deve coincidir com o período em que o veículo terrestre está posicionado em um ponto neste segmento. Por fim, a restrição (50) garante que o drone só pode visitar um determinado local se o veículo terrestre passar por ele, enquanto a restrição (51) assegura que o veículo terrestre só pode visitar um local que também é visitado pelo drone.

3. Estudo fundamentado em um centro urbano

A metodologia apresentada foi testada em possíveis cenários de inundações na cidade de Belo Horizonte, em Minas Gerais (MG). Segundo Assis et al. [2023], a capital mineira é uma das metrópoles brasileiras marcadas por desafios recorrentes de enchentes devido à sua topografia e ao rápido crescimento urbano. A cidade tem adotado várias medidas para lidar com esses problemas, incluindo investimentos em sistemas de alerta precoce e planos de gestão de riscos. Neste sentido, o mapeamento das áreas de risco em conjunto com a metodologia de monitoramento aqui descrita, pode gerar uma resposta rápida e eficiente capaz de mitigar perdas humanas e materiais.

A partir de mapas obtidos pela ferramenta Open Street Map NetworkX (OSMnx), criada por Boeing [2017], são construídos possíveis cenários de inundação na cidade de Belo Horizonte-MG. Os locais de inundação em cada cenário correspondem às coordenadas geográficas e formam o conjunto \mathcal{C} da formulação matemática. O local de partida dos veículos alocados na tarefa é a coordenada de uma das unidades da defesa civil da cidade em investigação, definindo o conjunto \mathcal{O} . Esses mapas também incluem um grafo que representa a rede de ruas e avenidas transitáveis por veículos terrestres na cidade. Assim, cada nó em \mathcal{G} corresponde a um dos 32.483 nós presentes no grafo. Cada nó do conjunto \mathcal{G} representa a localização mais próxima de uma área inundada acessível por veículo terrestre, obtida por funcionalidades da ferramenta OSMnx.

Após a definição dos conjuntos \mathcal{O} , \mathcal{C} e \mathcal{G} , bem como de seus derivados \mathcal{N}_1 e \mathcal{N}_2 , os parâmetros de entrada da formulação matemática são estabelecidos. Tais parâmetros dependem

principalmente do tipo de drone utilizado. Para este estudo, consideramos um único drone, modelo Autel EVO Max 4T. Trata-se de um drone profissional com uma câmera térmica apropriada para operações de busca e com capacidade de voo em condições adversas, como ventos fortes e chuvas. Este modelo de drone tem uma autonomia de voo de 40 minutos a uma velocidade média de 22 metros por segundo, o que equivale a 2.400 segundos para Θ . O peso de cada aresta α_{ij} é calculado dividindo-se a distância euclidiana entre os dois nós pela velocidade média do drone, para cada par de nós i e j no conjunto N_2 .

Consideramos um veículo terrestre para a tarefa, onde o peso de cada aresta ρ_{ij} , para cada par de nós i e j no conjunto N_1 , é calculado com base no tempo mínimo que o veículo terrestre leva para percorrer entre esses pontos na rede de trânsito urbano da cidade. A localização dos nós do conjunto G também é obtida por funcionalidades da ferramenta OSMnx e é executada em tempo polinomial. Para o tempo de monitoramento β_i de cada local de inundação i , cada inspeção consome em média cinco minutos, o equivalente a um voo de 6.600 metros à velocidade estabelecida. Sob as atuais condições, aproximadamente dois minutos são necessários para trocar, verificar e preparar o drone para um novo voo, sendo Υ definido como dois minutos.

4. Resultados computacionais

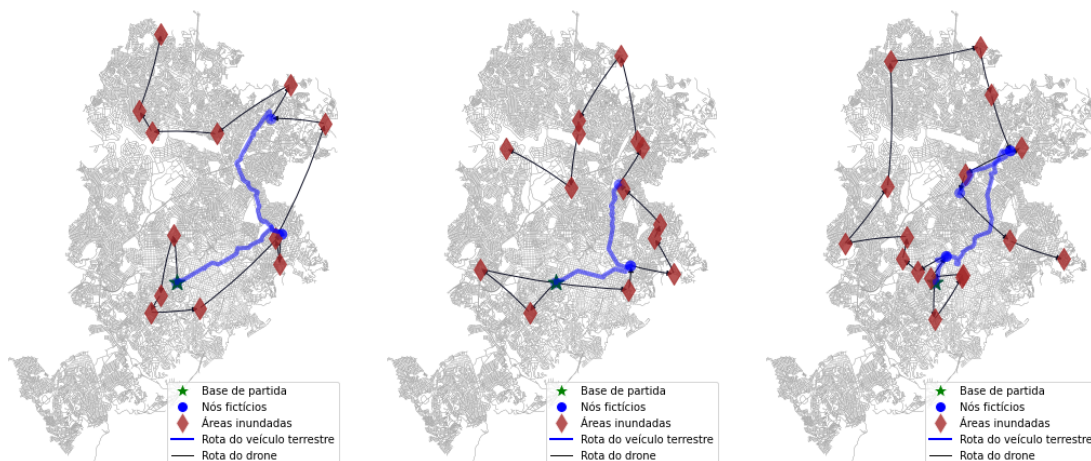
Para validar e testar os limites computacionais da metodologia proposta, foram realizados testes em diferentes cenários de inundações na cidade de Belo Horizonte-MG. Ao todo, foram testados 50 cenários, divididos em cinco grupos de tamanhos com $|C| = 8$, $|C| = 10$, $|C| = 12$, $|C| = 14$, e $|C| = 16$. Cada cenário foi executado utilizando uma licença acadêmica do Solver Gurobi, versão 10.0.3, com um limite de tempo de 30 minutos, em um computador equipado com processador Intel(R) Core(TM) i5-7200U CPU 2.50GHz e 16GB de RAM.

$ C $	BIS	Cenários									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	t(m)	78.79	85.21	84.61	85.3	83.74	80.17	75.13	85.07	81.51	75.55
	GAP	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
10	t(m)	103.69	96.24	98.99	101.22	99.74	95.86	97.86	96.53	99.11	104.27
	GAP	0.01	0.01	0.01	0.14	0.01	0.0	0.01	0.52	0.0	0.0
12	t(m)	116.49	119.41	113.79	115.65	120.16	116.85	118.23	118.86	115.88	110.95
	GAP	0.01	0.17	0.0	0.28	0.14	0.01	0.23	0.01	0.01	0.09
14	t(m)	∞	132.82	168.5	∞	134.75	133.81	135.08	135.59	139.36	136.23
	GAP	∞	0.13	0.0	∞	0.26	0.16	0.18	0.39	0.32	0.42
16	t(m)	∞	∞	153.62	151.97	∞	∞	147.01	145.2	152.94	∞
	GAP	∞	∞	0.23	0.07	∞	∞	0.0	0.29	0.45	∞

Tabela 2: Resultados obtidos

A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos, onde os cenários estão divididos em 10 colunas, mostrando o melhor tempo de operação encontrado e o gap. O tempo, rotulado como $t(m)$, é expresso em minutos, e o símbolo ∞ na tabela indica que não foi possível encontrar uma solução viável dentro do limite de tempo estabelecido.

Nos grupos com tamanhos $|C| = 8$, $|C| = 10$ e $|C| = 12$, o solver encontrou o ótimo global ou obteve uma solução com gap próximo de zero. No caso dos cenários com tamanho $|C| = 14$, o solver não encontrou solução viável em duas das 10 instâncias dentro do limite de tempo estabelecido. Contudo, foi possível obter o ótimo global ou uma solução com gap baixo para os demais cenários deste grupo. Já no grupo com tamanho $|C| = 16$, a otimalidade foi alcançada dentro do limite de tempo estabelecido em apenas cinco dos 10 cenários.



(a) Grupo com $|C| = 12$ - Cenário 8 (b) Grupo com $|C| = 14$ - Cenário 5 (c) Grupo com $|C| = 16$ - Cenário 4

Figura 2: Roteamento ótimo obtido de três cenários apresentados na Tabela 2

A Figura 2 mostra o roteamento ótimo obtido para três dos 50 cenários testados na cidade Belo Horizonte - MG. Os losangos marrons representam os locais de inundação, enquanto as arestas pretas indicam a rota ótima do drone para realizar a tarefa. A estrela verde marca o local de partida dos veículos, correspondendo à coordenada geográfica de uma unidade da defesa civil da cidade. Os pontos em azul marcam os locais onde o veículo terrestre deve parar para oferecer suporte. Cada um desses pontos representa uma localização na rede de trânsito da cidade próxima à coordenada do respectivo nó fictício gerado na solução. Por fim, os caminhos destacados em azul na rede de trânsito indicam o percurso que o veículo terrestre deve seguir durante a tarefa.

5. Conclusão

O trabalho apresentou uma nova formulação MILP de dois níveis que integra drone e veículo terrestre em centros urbanos, especificamente em operações que utilizam drones para monitorar regiões afetadas por inundações. Esta abordagem síncrona permite que os drones estendam sua capacidade de voo realizando trocas de baterias durante a operação. Ao explorar funcionalidades de ferramentas de mapeamento, a nova proposta oferece uma forma dinâmica e flexível de gerar rotas ótimas, melhorando assim a eficiência das tarefas.

Foram testados possíveis cenários de inundações na cidade de Belo Horizonte-MG. Os resultados computacionais mostram que a formulação MILP desenvolvida satisfaz as características do problema, definindo locais de suporte para o drone que não necessariamente correspondem à posições geográficas próximas aos locais de inundação. Além disso, os resultados demonstram que é possível resolver instâncias pequenas em tempo hábil. Conforme exposto, foi possível encontrar o ótimo global ou uma solução com baixo gap na maioria das instâncias testadas em um Solver exato.

Também foi possível identificar os limites computacionais da formulação. Para o grupo de cenários com $|C| = 16$, o Solver não obteve solução viável dentro do tempo de 30 minutos em 50% dos testes. Diante disso, torna-se necessário explorar novas estratégias, como a adoção de Solvers que utilizam processamento paralelo, a clusterização dos locais de monitoramento para dividir o problema em instâncias menores, e o desenvolvimento de métodos heurísticos e/ou meta-heurísticos. Essas sugestões de trabalhos futuros se somam a adaptação da metodologia para outros contextos que demandem sincronismo entre veículos, ou mesmo para estabelecer sincronismo em mais de dois níveis.

Agradecimentos

Este trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) por meio do Programa de Excelência Acadêmica (PROEX)

Referências

- Alsamhi, S. H., Shvetsov, A. V., Kumar, S., Shvetsova, S. V., Alhartomi, M. A., Hawbani, A., Rajput, N. S., Srivastava, S., Saif, A., e Nyangaresi, V. O. (2022). Uav computing-assisted search and rescue mission framework for disaster and harsh environment mitigation. *Drones*.
- Alsumayt, A., El-Haggar, N., Amouri, L., Alfawaer, Z. M., e Aljameel, S. S. (2023). Smart flood detection with ai and blockchain integration in saudi arabia using drones. *Sensors*.
- Alyassi, R., Khonji, M., Karapetyan, A., Chau, S. C.-K., Elbassioni, K., e Tseng, C.-M. (2022). Autonomous recharging and flight mission planning for battery-operated autonomous drones. *IEEE Trans. on Automation Science and Engineering*.
- Ammous, M., Belakaria, S., Sorour, S., e Abdel-Rahim, A. (2018). Optimal cloud-based routing with in-route charging of mod electric vehicles. *IEEE Trans. on Intell. Transp. Syst.*
- Assis, W. L., Magalhães Junior, A. P., e de Azevedo Lopes, F. W. (2023). Urban flooding in the city of belo horizonte, southeastern brazil. In *Urban Flooding in Brazil*, p. 107–132. Springer.
- Boeing, G. (2017). Osmnx: A python package to work with graph-theoretic openstreetmap street networks. *J. of Open Source Software*.
- Fan, M., Wu, Y., Liao, T., Cao, Z., Guo, H., Sartoretti, G., e Wu, G. (2022). Deep rl for uav routing in multiple charging stations. *IEEE Trans. on Vehicular. Technol.*
- Gonçalves, L. e Damas, B. (2022). Automatic detection of rescue targets in maritime search and rescue missions using uavs. In *2022 Int. Conf. on Unmanned Aircraft Syst.*, p. 1638–1643. IEEE.
- James, J. (2018). Two-stage request scheduling for autonomous vehicle logistic system. *IEEE Trans.s on Intell. Transp. Syst.*
- Jia, X., Song, X., e Yu, C. (2023). Privacy-preserving attestation scheme for revocable uav charging using hybrid state channels. *Electronics*.
- Li, H., Chen, J., Wang, F., e Bai, M. (2021). Ground-vehicle and unmanned-aerial-vehicle routing problems from two-echelon scheme perspective: A review. *Eur. J. of Oper.l Res.*
- Munawar, H. S., Ullah, F., Qayyum, S., Khan, S. I., e Mojtahedi, M. (2021). Uavs in disaster management: Application of integrated aerial imagery and cnn for flood detection. *Sustainability*.
- Ribeiro, R. G., Cota, L. P., Euzébio, T. A., Ramírez, J. A., e Guimarães, F. G. (2021). Uav routing problem with mobile charging stations for assisting search and rescue missions in postdisaster scenarios. *IEEE Trans.s on Syst., Man, and Cybernetics: Syst.*
- Rizk, H., Nishimur, Y., Yamaguchi, H., e Higashino, T. (2021). Drone-based water level detection in flood disasters. *Int. J. of environmental Res. and public health*.
- Shi, J., Mao, H., Zhou, Z., e Zheng, L. (2023). Adaptive large neighborhood search algorithm for the uav routing problem with recharging. *Applied Soft Computing*.
- Yanmaz, E. (2023). Joint or decoupled optimization: Multi-uav path planning for search and rescue. *Ad Hoc Networks*.