

Otimização Multiobjetivo de Custos e Qualidade de Simulações de CFD: Explorando a Fronteira de Pareto

**Tiago Martins de Azevedo, Anderson Paulo de Paiva, Matheus Costa Pereira, Ana Carolina
Gonçalves da Silva, Ana Izabella Freire, Matheus Francisco Brendon**

Universidade Federal de Itajubá

Av. BPS, 1303, Pinheirinho, Itajubá, Minas Gerais, Brasil

tiago.deazevedo@yahoo.com.br, andersonppaiva@unifei.edu.br,

matheusc_pereira@hotmail.com, d2019018531@unifei.edu.br, anaizabellinha2014@gmail.com,

matheus_brendon@unifei.edu.br

RESUMO

Ao integrar a Dinâmica de Fluidos Computacional (CFD) com técnicas de planejamento de experimentos (DOE) aplicadas à hidráulica, é possível otimizar sistemas ao explorar o espaço de soluções e identificar os fatores críticos de desempenho. A análise multiobjetivo, combinada com o método *Normal Boundary Intersection* (NBI), revela-se fundamental para identificar soluções ótimas que equilibrem as metas de desempenho. O estudo demonstra que o aumento do número de réplicas aprimorou a qualidade da malha de 90,060% para 91,492%, embora também tenha elevado os custos de simulação, tradicionalmente tratados de maneira subjetiva, destacando a compensação entre as funções objetivo. A análise da Fronteira de Pareto, com pesos igualitários, resultou em uma qualidade de 84,473% e um custo de R\$ 175,07 para três réplicas. Conclui-se que a metodologia foi eficaz na identificação de soluções Pareto-ótimas, proporcionando suporte decisório mais robusto.

PALAVRAS CHAVE. Planejamento de experimentos, Otimização Multiobjetivo, Custos de simulação

ABSTRACT

By integrating Computational Fluid Dynamics (CFD) with Design of Experiments (DOE) techniques applied to hydraulics, it is possible to optimize systems by exploring the solution space and identifying critical performance factors. Multi-objective analysis, combined with the Normal Boundary Intersection (NBI) method, proves essential in identifying optimal solutions that balance performance goals. The study demonstrates that increasing the number of replicas improved mesh quality from 90.060% to 91.492%, although it also raised simulation costs, traditionally treated subjectively, highlighting the trade-off between objective functions. The analysis of the Pareto Frontier, with equal weights, resulted in 84.473% quality and a cost of R\$ 175.07 for three replicas. It is concluded that the methodology was effective in identifying Pareto-optimal solutions, providing more robust decision-making support.

KEYWORDS. Design of Experiments. Multiobjective optimization. Simulation costs.

1. Introdução

A Fluidodinâmica Computacional (*Computational Fluid Dynamics*) revolucionou a indústria ao oferecer uma abordagem avançada, nos mesmos moldes da indústria 4.0, na modelagem de fluxos de fluido e transferência de calor, para as diversas áreas do conhecimento [Jamaledine & Ray 2010]. Seu impacto se estende por diversas áreas, como aerodinâmica de veículos, design de aeronaves, otimização de processos industriais, climatização de edifícios, entre outros exemplos, como pode ser visto em [Marjavaara et al. 2007] e [Shrestha & Choi 2020].

Assim, a Fluidodinâmica Computacional (CFD) desempenha um papel relevante no âmbito da hidráulica, possibilitando análises minuciosas e o aprimoramento de sistemas de fluxo de fluidos. A integração do CFD com técnicas de *Design of Experiments* (DOE) na hidráulica, proporciona uma abordagem sistemática para otimizar sistemas hidráulicos, auxiliando na exploração eficiente do espaço de solução [Cavazzini et al. 2020] e na identificação dos principais fatores que influenciam o desempenho do sistema [Azevedo, 2020].

Os requisitos computacionais para sua utilização abrangem desde características do hardware até aspectos relacionados à malha utilizada na simulação, questionando sobre a mensuração do custo de operação e simulação que softwares da área promovem, dado que, trabalhos como de [Knotek et al. 2021] e [Aboujaoude et al. 2023] corroboraram a constatação de que o custo de simulação é elevado. Em contrapartida, parâmetros como tamanho e densidade de malha, afetam diretamente na precisão de previsão de resultados, o que conflita com a ideologia industrial de redução de custos.

Nesse contexto, a análise multiobjetivo torna-se uma estratégia fundamentalmente empregada na otimização de sistemas complexos caracterizados pela presença de múltiplos objetivos, os quais frequentemente entram em conflito [Karkaba et al. 2024]. Desse modo, a análise multiobjetivo aplicada em CFD, segue os mesmos fundamentos para a resolução de problemas complexos nos quais múltiplos critérios devem ser considerados. Ao contrário das abordagens tradicionais de otimização, que visam à obtenção de um único ponto ótimo, a análise multiobjetivo busca identificar conjuntos de soluções que representem os compromissos entre diferentes objetivos de desempenho, assim a fronteira de Pareto desempenha um papel fundamental neste contexto. Em outras palavras, representa o conjunto de soluções onde não é possível obter um ganho em um objetivo sem sacrificar outro [Bhonsale et al. 2022].

Para a análise de otimização, utiliza-se o método *Normal Boundary Intersection* (NBI) sendo uma ferramenta empregada na análise multiobjetivo para a determinação das soluções ótimas de Pareto. Esta técnica apresenta vantagens significativas, uma vez que não é sensível à escala das funções objetivo, possibilitando assim a geração de pontos que estão uniformemente distribuídos na Fronteira de Pareto [Zhu et al. 2021]. O método busca identificar soluções que equilibrem as funções objetivo, permitindo uma análise abrangente dos *trade-offs* entre eles. Além do NBI, outras técnicas podem ser empregadas na análise multiobjetivo em CFD, incluindo algoritmos genéticos, otimização por enxame de partículas e otimização baseada em gradientes (também utilizada neste trabalho). A escolha da técnica mais adequada depende das características específicas do problema em questão e das preferências da indústria [Bhonsale et al. 2022].

Da teoria de CFD, quanto maior a qualidade da malha, mais preciso é a previsão que a simulação alcança, porém, maior é o custo para esta simulação. Considerando a indústria, na maior parte do tempo, não há tempo hábil para simulações de longa duração, como ocorre em ambientes de pesquisa, assim como, não é vantajoso aplicar o uso de simulação em uma previsão falha, portanto definir pontos que proponham uma melhor tomada de decisão, é de fundamental importância para a indústria, principalmente quando relaciona-se com o tempo de simulação e o custo operacional. Além do mais, a qualidade da malha impacta diretamente no consumo de recursos computacionais, como poder de processamento e capacidade de armazenamento, de modo que, muitas vezes, malhas com maior refino, exigem uso de computadores de maior desempenho, como *clusters*, o que impacta no custo operacional da simulação. Desse modo, encontrar um ponto em que equilibre precisão e custo torna-se necessário, na indústria e no contexto de melhoria contínua.

2. Materiais e Métodos

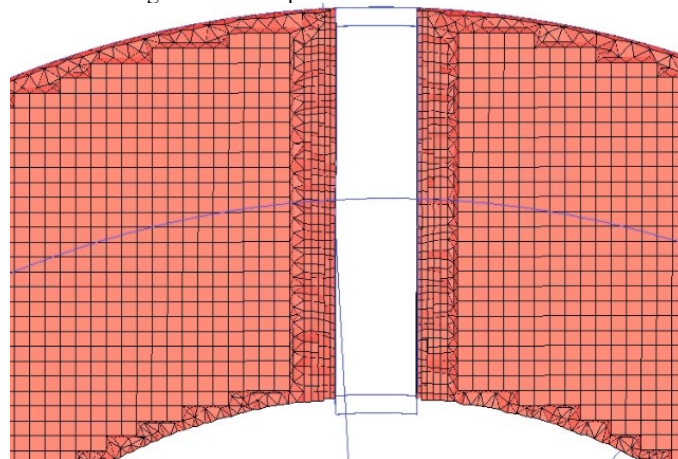
2.1 Preparação do modelo

De maneira geral, o CFD permite simular e analisar numericamente o comportamento de fluidos com geometrias complexas, proporcionando análises para aprimorar o desempenho e a eficiência dos sistemas. Para o estudo de caso, o objetivo está em propor melhorias no processo de desenvolvimento da simulação, tomando como base fatores de pré-processamento e simulação que podem influir significativamente no resultado de análise.

Para isso, utilizou-se do modelo desenvolvido por [Azevedo 2020], aliado à modelagem, simulação e análise presentes nas ferramentas do software ANSYS®, que, por meio de fatores pré-definidos, geraram os resultados para avaliação estatística. A escolha do modelo mais simples, comparando com situações como sistemas rotor-diretor que implicam em análises de rotação, promove modelagens cujo tempo de pré-processamento, ou geração de malha, e simulação será menor, porém, que permite extrapolação do método, para sistemas mais complexos.

Segundo [Becerra et al. 2024] uma malha em CFD se refere à discretização da geometria em pequenos elementos (hexaédricos, tetraédricos, piramidais, prismáticos e outros) para resolver numericamente as equações governantes, sendo crucial para representar com precisão a geometria e a física do fluxo, possuindo classificações como malha estruturada (hexaédricas dominantes) ou não estruturada (com a presença de elementos piramidais ou tetraédricos), sendo a última mais flexível para geometrias complexas, pois possuem capacidade de adaptação a qualquer geometria (como exemplo a Figura 1).

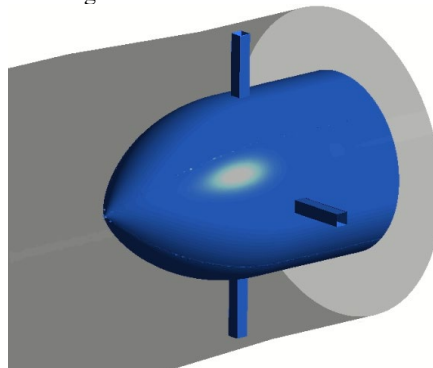
Figura 1 – Exemplo de malha não estruturada.



Fonte: Autoria própria (2024)

O modelo de estudo, apresentado na Figura 2, é referente a parte de tubulação de entrada da turbina do Laboratório Hidrodinâmico de Pequenas Centrais Hidrelétricas (LHPCH) da UNIFEI, consistindo em um tubo de aço carbono Schedule 40 de 8 polegadas, bulbo e um suporte de montagem retangular [Botan 2014], modelado virtualmente para análise numérica.

Figura 2 – Modelo virtual de análise



Fonte: Autoria própria (2024)

As ferramentas utilizadas para modelagem do problema, compõe o pacote do ANSYS® sendo o ICM para importação da geometria e geração da malha, e o CFX para aplicação de fatores de simulação e análise de resultados, de modo que, esses fatores foram aplicados na metodologia de DOE.

2.2 Otimização pela Função de Regressão

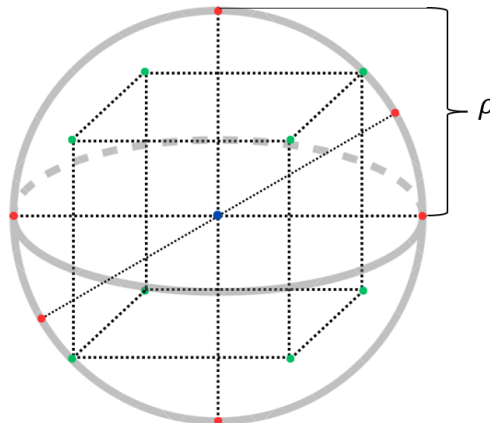
A metodologia de DOE, é uma metodologia estruturada, que tem por objetivo propor níveis de análise de determinado problema, e zelar por todas as configurações que o problema oferece, por meio de fatores independentes. Essas configurações variadas geram resultados específicos e com isso é permitido refletir sobre a região de solução que a problemática oferece.

Para a análise de dados, a metodologia resulta em uma função de regressão (equação 1) que descreve o comportamento dos fatores no problema, permitindo a análise matemática e por consequência, a permissividade de encontrar a resposta ótima de resultados, afinal permite identificar áreas de curvatura e criar funções quadráticas [Montgomery 2009].

A metodologia apresentada neste trabalho é conhecida como Metodologia de Superfície de Resposta (RSM), que consiste em analisar toda a região de solução disponível. Essa proposição é devido a sua capacidade de agrupar os arranjos fatoriais (pontos verdes de +1 e -1), axiais (pontos vermelhos definidos pelo raio “ ρ ”) e centrais (ponto azul referente ao meio 0) do sistema, considerando o arranjo CCD (*Central Composite Design*) (Figura 3), definindo a curvatura da região de solução [Azevedo e Paiva 2024] e promovendo a validação dos dados por meio de análises de variância e métricas como R^2 e R^2_{adj} .

$$f(\mathbf{x}) = \beta^T \mathbf{z}(\mathbf{x}) \quad (1)$$

Figura 3 - Representação da região de solução.



Fonte: Autoria própria (2024)

Em posse da função de regressão diversas análises podem ser feitas, como significância de fatores no modelo, a interação dos fatores e como eles afetam o modelo, além de definir qual a convexidade da função de regressão, podendo ser côncava, convexa ou sela. Além disso, o modelo retorna resultados codificados, e precisam ser decodificados para a análise e repetição. Para a decodificação, utiliza-se a equação 2.

$$X_{decodificado} = x_{codificado} \times (X_{superior} - X_{inferior}) + \frac{(X_{superior} - X_{inferior})}{2} \quad (2)$$

Além disso, é possível utilizar de metodologias de otimização de único objetivo para encontrar pontos de estagnação, pontos de máximo ou de mínimo, a depender da concavidade do modelo de regressão da resposta analisada e da função de restrição (equação 3).

$$\text{Min } f(\mathbf{x}) = \beta^T \mathbf{z}(\mathbf{x}) = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j \quad (3)$$

$$\text{S. t.: } g(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq 0$$

Para isso utiliza-se de métodos de programação não-linear voltado para resolução tanto de funções objetivo quanto restrições que apresentem não-linearidade, ou seja, funções frequentemente modeladas por um polinômio não-linear.

Tais problemas de otimização apresentam desafios significativos devido à complexidade intrínseca das funções não-lineares envolvidas. Em resposta a essa complexidade, foram desenvolvidos métodos específicos de programação não-linear, tais como o Método de Newton e o modelo utilizado neste trabalho, o Método do Gradiente Reduzido Não-Generalizado (GRG não linear) que utiliza de uma combinação de busca direta (utilizando gradientes) e busca direcionada às restrições ativas para encontrar a solução ideal. Esse método está presente em diversos softwares de otimização, além do Solver do Microsoft Excel.

2.3 Fronteira de Pareto pelo NBI

De certa forma, problemáticas no mundo real dificilmente envolvem soluções ótimas únicas, e isso ocorre devido a variação de múltiplos objetivos que precisam ser alcançados, como: redução de custo, diminuição do tempo de produção, diminuição de tempo ocioso, entre outros exemplos, de modo que, torna-se comum a melhora de um índice e piora de outros sucessivamente.

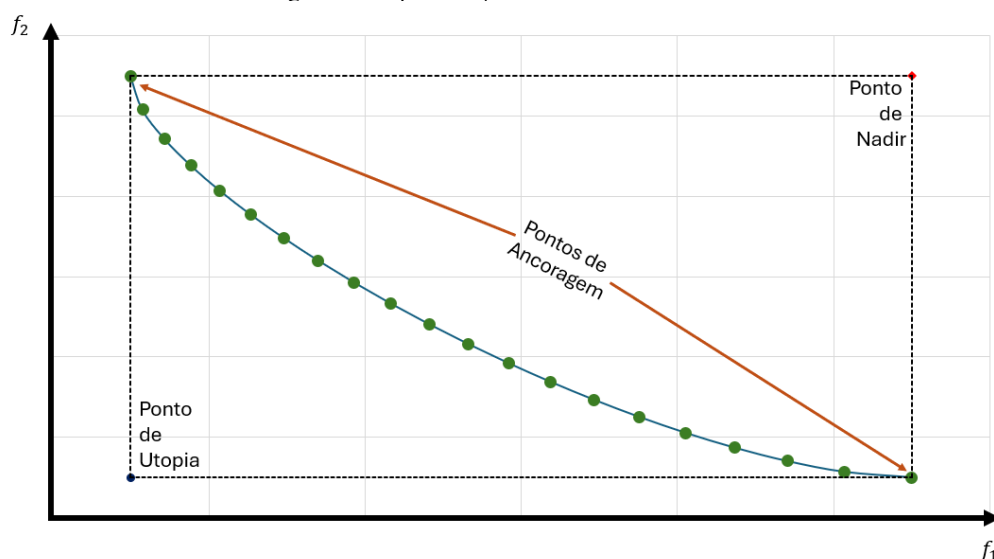
Ao aplicar-se o DOE, as funções objetivo raramente exibem uma curvatura significativa, necessitando inicialmente de uma busca por essas áreas a partir de modelos lineares para cada função, como pode ser visto pelo problema genérico de otimização multiobjetivo com restrição de desigualdade (equação 4).

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_p(\mathbf{x}) \\ &\text{Sujeito a: } g_j(\mathbf{x}) \leq 0, j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (4)$$

Em geral, não há solução única que minimize simultaneamente todas as funções a serem analisadas, assim, o objetivo da otimização neste contexto é determinar a direção que leva à região de máximo ou de mínimo. Ao replicar o GRG não linear para cada resposta individual, considera-se que um conjunto de gradientes individuais promova o equilíbrio entre as direções de melhoria dessas respostas.

Para que essa análise de equilíbrio seja feita, é preciso entender o conceito de Fronteira de Pareto (Figura 4), usualmente associado a problemas de otimização multiobjetivo. Desse modo, o conceito de Fronteira de Pareto define que os pontos da fronteira sejam o conjunto de soluções não dominadas no espaço objetivo [Clemptner e Poznyak 2017], de maneira que só exista uma melhora em um objetivo, se pelo menos um dos demais houver piora. Para isso, são considerados pesos para cada uma das funções envolvidas (W_1 para $f_1(\mathbf{x})$ e W_2 para $f_2(\mathbf{x})$), de modo que a soma entre esses pesos seja 1.

Figura 4 – Representação da Fronteira de Pareto.



Fonte: Autoria própria (2024).

Assim, para que seja construída a Fronteira de Pareto, utiliza-se do método conhecido por Intersecção Normal a Fronteira (NBI), desenvolvida por [Das e Dennis 1998] que consiste em otimizar uma função global $F(\mathbf{x})$ que agregava todas as funções individuais ponderadamente considerando alvos específicos e escalonando as funções individuais, promovendo a capacidade de apresentar fronteiras contínuas e distribuídas de maneira uniforme, independentemente da distribuição dos pesos.

Os alvos do modelo incluem os pontos ótimos individuais, aliado aos efeitos que esses ótimos causam nas funções adjacentes, e para isso, é chamado o resultado de Matriz *Payoff*. Esta matriz (Tabela 1) contém o ponto de ótimo de uma função (chamada de ponto de Utopia) e os pontos de Nadir (oposto do ponto de Utopia), sendo esses, também chamados de pontos de ancoragem.

Tabela 1 – Representação da Matriz *Payoff*.

$$\begin{bmatrix} f_1^U(\mathbf{x}) & f_1^N(\mathbf{x}) \\ f_2^N(\mathbf{x}) & f_2^U(\mathbf{x}) \end{bmatrix}$$

A partir dessa matriz, é possível calcular as funções escalonadas para cada função individual. Além de definir a função para geração da Fronteira de Pareto, por meio da metodologia de NBI, promovendo uma fronteira capaz de ser representada por pontos equiespaçados, definidos a partir da variação de pesos (w) de 0 a 1, representando todas as respostas referentes às soluções multiobjetivo.

$$\bar{f}_i(\mathbf{x}) = \frac{f_i(\mathbf{x}) - f_i^U}{f_i^N - f_i^U} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \text{Min } \bar{f}_1(\mathbf{x}) \\ & \text{S. t.: } \bar{f}_1(\mathbf{x}) - \bar{f}_2(\mathbf{x}) + 2w - 1 = 0 \\ & \quad g_j(\mathbf{x}) \geq 0 \\ & \quad 0 \leq w \leq 1 \end{aligned} \quad (6)$$

2.4 Otimização na Indústria 4.0

Pensando no contexto de indústria 4.0, o CFD representa uma evolução significativa no que se refere ao gerenciamento e otimização dos processos, afinal, permite a integração de abordagens sistêmicas, como DOE para testar e otimizar múltiplos parâmetros de maneira simultânea. Além disso, propor um método de tomada de decisão baseada em dados alia a conjuntura do contexto, permitindo, junto a métodos de *Machine Learning*, em considerar grandes quantidade de critérios de desempenho, utilizando dados em tempo real, equilibrando funções objetivo e otimizando o desempenho global.

Além disso, utilizar o NBI neste processo, auxilia no desenvolvimento de soluções Pareto-ótimas para problemas complexos, facilitando a otimização e adaptação dos processos industriais de maneira contínua. Aplicando todas essas metodologias a técnicas avançadas de computação de alta performance (HPC), temas costumeiramente abordados pela Indústria 4.0, há a possibilidade de promover linhas de produção científica, tecnológica e industrial completamente atrelados ao processo de melhoria contínua.

Portanto, atrelar o estudo com a indústria 4.0, estimula empresas do setor em alcançar níveis de eficiência, adaptabilidade e inovação sem precedentes, reduzindo custos e melhorando a qualidade dos processos, tornando-os mais resilientes e sustentáveis.

3. Resultados e Discussão

Em um DOE, cada linha conta como um experimento distinto, a ser pré-processado e simulado. Assim, foram utilizados os fatores de tamanho de volume de malha (x_1), tamanho de malha da superfície de entrada do modelo (x_2), tamanho de malha da superfície de saída (x_3), vazão mássica de entrada (x_4) e critério de convergência mínimo (x_5). A escolha dos fatores inclui compreender de forma intrínseca, o comportamento do fluido, a dissipação de energia que

determinadas estruturas causam ao fluxo e a energia que pode ser armazenada se aplicada às máquinas hidráulicas.

Para o trabalho proposto então, foram utilizados RSM de 3 réplicas, e tamanho do raio de resposta de 0,5 do modelo padrão. A escolha de diminuição do raio, foi necessária devido às limitações do modelo, desde que, no modelo padrão, tenha gerado valores incongruentes de x . As escolhas dos níveis superior e inferior do modelo, são apresentados na Tabela 2, gerando respostas em 32 experimentos para 1 réplica, 64 para 2 réplicas e 96 para 3 réplicas.

Tabela 2 - Níveis dos fatores pré-definidos.

	Volume de malha [mm]	Tamanho na Entrada [mm]	Tamanho na Saída [mm]	Vazão de entrada [kg/s]	Critério de convergência
Nível Inferior	1,50	1,50	1,50	22,455	1×10^{-5}
Nível Superior	4,00	4,00	4,00	34,930	1×10^{-4}

Fonte: Autoria própria (2024)

Após o planejamento dos experimentos e a coleta das respostas, foi possível fazer a análise dos dados, com os R^2 e R^2_{adj} mantendo um padrão de 99% para as réplicas, o que permite avaliar que a variabilidade dos dados pode ser explicada pela regressão, assim, desenvolveu-se as funções individuais de regressão, nos moldes da equação 1 e 2. Assim, os valores dos coeficientes de cada réplica são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Coeficientes das funções objetivo.

Réplica 1			Réplica 2		Réplica 3	
Termos	Qualidade	Custo de simulação	Qualidade	Custo de simulação	Qualidade	Custo de simulação
β_0	0,7336	48,4226	0,7336	48,6544	0,7336	49,1216
β_1	-0,0325	-57,2077	-0,0324	-56,9897	-0,0324	-56,6589
β_2	0,0002	-1,4939	0,0002	-1,1429	0,0002	-1,1228
β_3	0,0001	-2,4193	0,0001	-1,9559	0,0001	-1,3571
β_4	-0,0001	1,2231	-0,0001	1,1005	-0,0001	1,1850
β_5	0,0000	-29,0064	0,0000	-29,1702	0,0000	-28,8744
β_{11}	0,0094	34,1636	0,0108	36,5777	0,0112	35,5910
β_{22}	-0,0030	-1,2444	-0,0029	-1,1739	-0,0031	-0,8370
β_{33}	-0,0012	-0,3445	-0,0014	-0,1907	-0,0014	0,0766
β_{44}	-0,0025	4,6036	-0,0020	3,9615	-0,0025	2,6891
β_{55}	-0,0006	0,6924	-0,0024	-1,6528	-0,0022	-0,8358
β_{12}	0,0003	0,2698	0,0003	0,3370	0,0003	0,2924
β_{13}	0,0000	1,1625	0,0000	0,9642	0,0001	0,5870
β_{14}	0,0000	-0,1011	0,0000	-1,0875	0,0000	-0,8993
β_{15}	0,0000	24,6724	0,0000	25,0935	0,0000	24,4644
β_{23}	0,0001	-0,1505	0,0001	-0,1949	0,0001	0,0958
β_{24}	0,0000	-0,5166	0,0000	-0,8765	0,0000	-0,6129
β_{25}	0,0000	0,6220	0,0000	0,2585	0,0000	-0,0368
β_{34}	0,0000	-0,8019	0,0000	-0,0231	0,0000	0,0737
β_{35}	0,0000	-0,5616	0,0000	0,2101	0,0000	0,3866
β_{45}	0,0001	1,2613	0,0001	0,2830	0,0000	-0,0565

Fonte: Autoria própria (2024)

Já com essas primeiras análises, fica visível entre os coeficientes, o apuramento que as réplicas causam no modelo de regressão, afinal, ao analisarmos os coeficientes, separadamente, percebe-se a conjuntura de graduação dos valores, seja para mais ou para menos, de modo a

promover uma melhoria da estimativa do erro experimental, aumento da previsão das estimativas e melhoria do poder estatístico.

Em posse dos coeficientes da equação 1, inicia-se a proposição das funções objetivo e restrições das três réplicas, apresentadas na equação 7. O objetivo de cada função está em maximizar a qualidade da malha ($f_1(\mathbf{x})$) e minimizar o custo de simulação ($f_2(\mathbf{x})$), de modo que as restrições aplicadas estão sujeitas a evitar o sobreajuste, restringindo o tamanho da solução promovendo a estabilidade numérica. Além disso, é aplicado uma segunda restrição em que evita que o custo final tenha valor negativo.

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar } f_1(\mathbf{x}) & \text{Minimizar } f_2(\mathbf{x}) \\ \text{Sujeito a: } \mathbf{x}^T \mathbf{x} - \rho_1^2 \leq 0 & \text{Sujeito a: } \mathbf{x}^T \mathbf{x} - \rho_1^2 \leq 0 \\ f_2(\mathbf{x}) \geq 0,01 & f_2(\mathbf{x}) \geq 0,01 \end{array} \quad (7)$$

Provendo então a aplicação do GRG não linear para ambas as funções objetivo, e armazenando seus valores de utopia e nadir, encontra-se para as 3 réplicas, as matrizes *Payoff*, apresentadas na Tabela 4.

Tabela 4 – Matriz *Payoff* das réplicas.

1 Réplica		2 Réplicas		3 Réplicas	
90,060%	72,106%	91,146%	71,626%	91,492%	71,673%
R\$ 483,68	R\$ 0,01	R\$ 502,57	R\$ 0,01	R\$ 494,33	R\$ 0,01

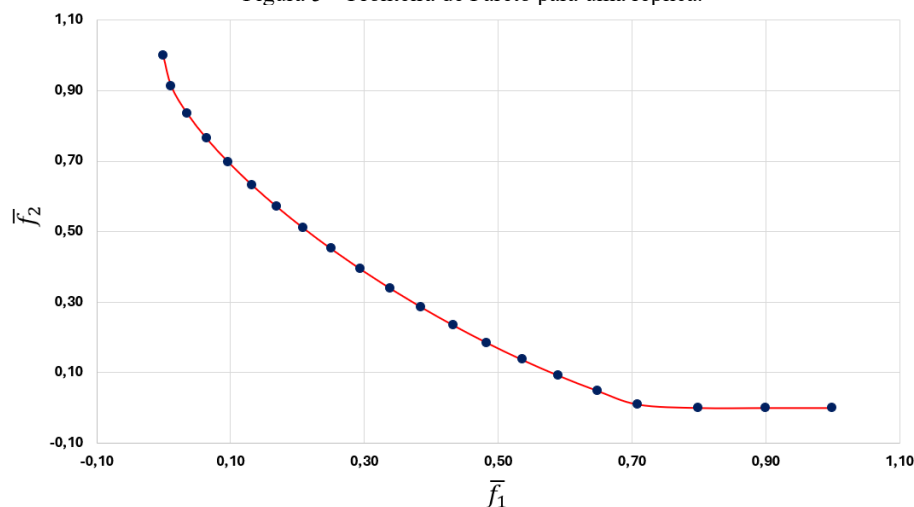
Fonte: Autoria própria (2024)

Analogamente ao que foi visto na definição dos coeficientes, a apresentação das matrizes *Payoff* para 1 réplica, 2 réplicas e 3 réplicas, também demonstrou certo apuramento de dados, afinal houve melhora, quando se analisa a qualidade da malha de 90,060% da primeira réplica, para 91,492% quando se considera as 3 réplicas, enquanto inversamente ocorre para o ponto de nadir que vai de 72,160% para 71,673%.

Na apresentação das matrizes fica evidente que, seguindo a metodologia de Fronteira de Pareto, enquanto melhora uma função objetivo, consequentemente irá piorar a segunda função. Isso é visível em situações como das matrizes da Tabela 4, de modo que, para aumentar a qualidade da malha em 91,492% é necessário que se promova uma simulação que tenha um custo de R\$494,33, porém minimizando o custo a quase zero, piora a qualidade da malha, reduzindo o poder de precisão.

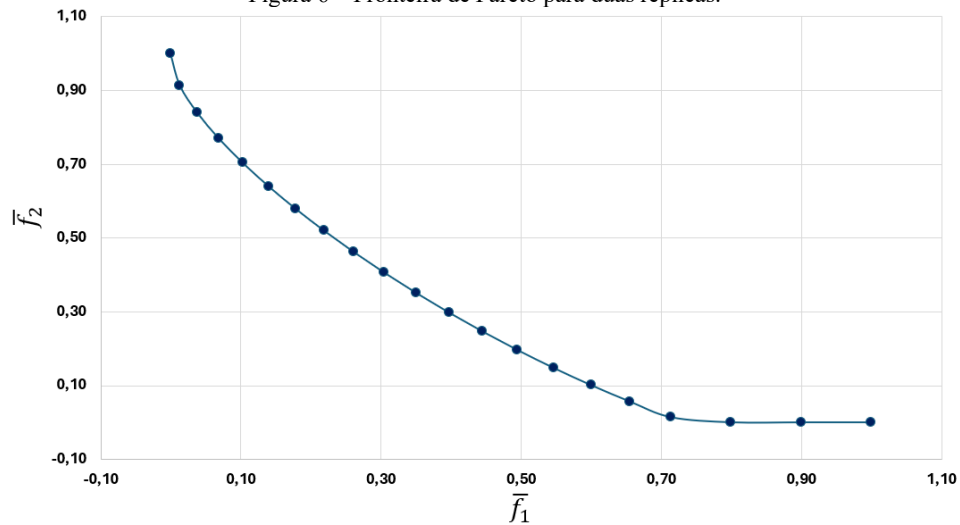
Assim, encontrar formas de ponderar essa decisão frente as dificuldades da indústria, torna-se essencial esse estudo. Seguindo então esse contexto, aplica-se a Metodologia de NBI, minimizando a $\bar{f}_1(\mathbf{x})$ para a definição da Fronteira de Pareto para cada uma das situações (uma, duas ou três réplicas), conforme Figura 5, Figura 6 e Figura 7.

Figura 5 – Fronteira de Pareto para uma réplica.



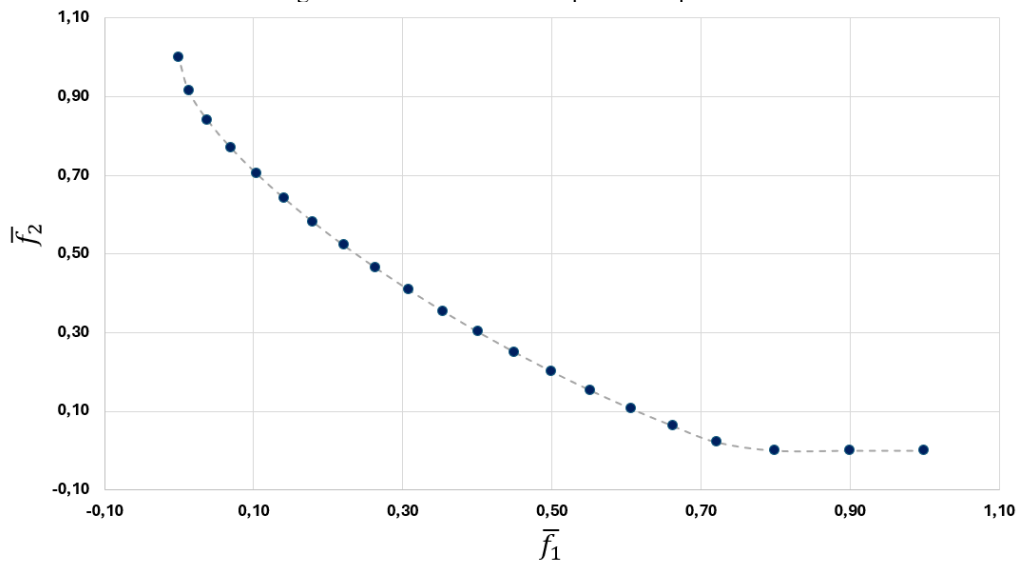
Fonte: Autoria própria (2024)

Figura 6 – Fronteira de Pareto para duas réplicas.



Fonte: Autoria própria (2024)

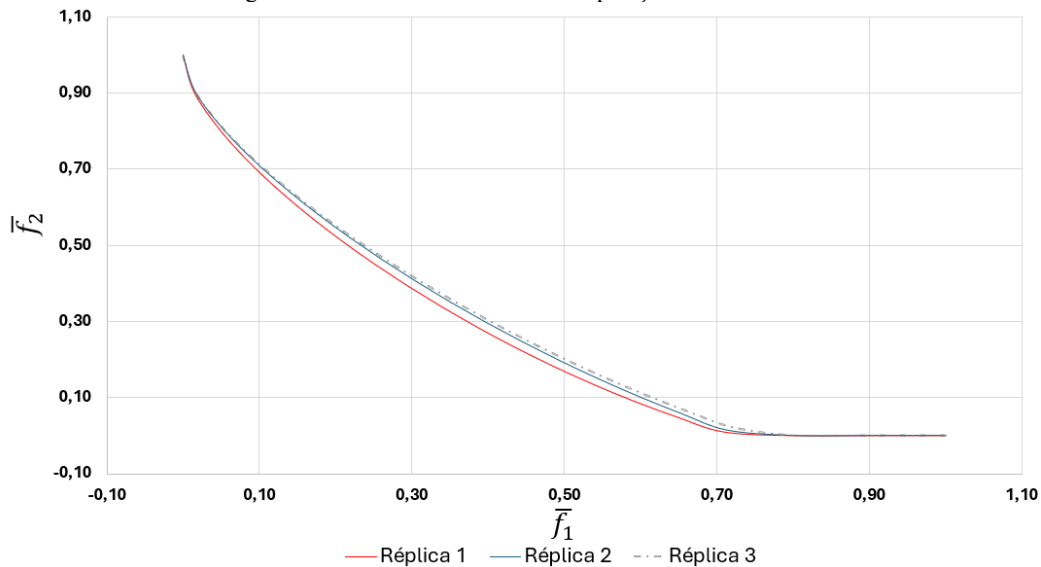
Figura 7 – Fronteira de Pareto para três réplicas.



Fonte: Autoria própria (2024)

Promovendo uma análise individual das 3 figuras anteriores, é possível observar que há uma particularidade na Fronteira de Pareto, a ser notada próxima do valor de 0,8 de $\bar{f}_1(\mathbf{x})$. Essa resultante ocorre devido a restrição de não negatividade na função objetivo de custo, e ela é análoga para os 3 casos. Além disso, fica visível que o comportamento para a tomada de decisão é semelhante entre eles, mas por possuírem dados de resposta, além de utopia e nadir diferentes, apresentam também variações dos pontos. Essas variações ficam evidentes quando se sobrepõem as 3 curvas em um único gráfico, como apresentado na Figura 8.

Figura 8 – Fronteira de Pareto em comparação aos três casos.



Fonte: Autoria própria (2024)

Para a definição de Fronteira de Pareto, fica claro que o manejo dos pontos entre utopia e nadir apresentada na matriz *Payoff* é feito por meio de pesos complementares, ou seja, enquanto é ponderado que é importante alcançar 25% da melhor qualidade ($W_1=25\%$), consequentemente é priorizado alcançar 75% do menor custo de simulação ($W_2=75\%$). Para o planejamento de experimentos, aplicar o maior número de réplicas ajuda no aumento de precisão dos dados, o que é análogo para a área de otimização multiobjetivo.

Na Figura 8 fica claro essa proposta, ao analisar a diferença de resultados entre as ponderações de 5% a 70% para a $\bar{f}_1(\mathbf{x})$, em que as resposta da fronteira apresentam variação entre os casos com uma réplica, duas réplicas e três réplicas, principalmente em relação a primeira.

Isso é posto devido aos resultados alcançados, afinal, conforme pode ser visto na Tabela 5, há uma variação de aproximadamente 4% a 20% no aumento do custo de simulação ao aumentar o número de réplicas. Essa variação pode causar a falsa impressão, de que o custo é menor do que parece, e contabilmente, pode gerar situação de prejuízo, caso não seja avaliado de forma correta.

Tabela 5 – Relação das respostas em função das ponderações.

1 Réplica		3 Réplicas	
Qualidade	Custo de simulação	Qualidade	Custo de simulação
$W_1=25\%$	$W_2=75\%$	$W_1=25\%$	$W_2=75\%$
79,450%	R\$ 44,01	79,473%	R\$ 52,62
$W_1=50\%$	$W_2=50\%$	$W_1=50\%$	$W_2=50\%$
83,976%	R\$ 163,90	84,473%	R\$ 175,07
$W_1=75\%$	$W_2=25\%$	$W_1=75\%$	$W_2=25\%$
87,682%	R\$ 305,91	88,692%	R\$ 317,02

Fonte: Autoria própria (2024)

Por isso, enquanto possível, aumentar o número de réplicas, permite apurar os resultados das análises, permitindo alcançar resultados mais próximos da realidade, afinal, uma diferença de 20% no gasto previsto, pode resultar em um déficit significativo nas finanças do setor industrial.

4. Conclusões

O estudo teve como objetivo utilizar metodologias de otimização, envolvendo a aplicação do DOE em respostas de simulações por métodos CFD, a modelos lineares para cada função, e aplicar a esses modelos a otimização multiobjetivo com restrições de desigualdade. De maneira geral, a pesquisa se concentrou em melhorar a estimativa do modelo de regressão analisando as

variações dos coeficientes devido às réplicas, aprimorando a estimativa de erros experimentais, a precisão da previsão e o poder estatístico. Assim, o estudo buscou propor funções objetivos e restrições para três réplicas para maximizar a qualidade da malha numa tubulação com fluxo de água e minimizar o custo que essa simulação gera, evitando o sobreajuste, restringindo o tamanho da solução e garantindo a estabilidade numérica.

Além da melhoria dos coeficientes, o trabalho demonstrou melhoras na possibilidade de qualidade da malha com o aumento de réplicas, e por consequência, um aumento na despesa de custo de simulação, destacando de forma simples a compensação entre as funções objetivo. Apresentando que a análise correta dos modelos permite prever com maior precisão os pontos de melhoria que, aplicado de forma contínua, gera ganhos de desempenho e monitoramento de processos, bases da indústria 4.0.

Além disso, a análise pelas Fronteiras de Pareto através da metodologia de NBI, permitiu analisar a ponderação pelas funções objetivo, permitindo a escolha ótima de parâmetros para cada solução Pareto-ótima, facilitando a tomada de decisão pela análise de dados, apresentando as diferenças entre um modelo robusto e um modelo mais refinado, evitando que, para custos maiores, haja um prejuízo substancial oculto.

5. Agradecimentos

Os autores desejam agradecer as seguintes agências de fomento pelo suporte financeiro durante nossa formação: CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e FAPEMIG (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais).

Referências

- Aboujaoude, H., Bogard, F., Beaumont, F., Murer, S., e Polidori, G. (2023). Aerodynamic Performance Enhancement of an Axisymmetric Deflector Applied to Savonius Wind Turbine Using Novel Transient 3D CFD Simulation Techniques. *Energies*, 16(2).
<https://doi.org/10.3390/en16020909>
- Azevedo, T. M. de. (2020). *Validação Numérica-Experimental do Comportamento Hidrodinâmico de uma Turbina Hélice em Escala Reduzida* [Universidade Federal de Itajubá].
<https://repositorio.unifei.edu.br/jspui/handle/123456789/2202>
- Azevedo, T. M. de, e Paiva, A. P. de. (2024). *Parametrização do CFD Utilizando Planejamento de Experimentos*. <https://doi.org/10.29327/1342182.1-2>
- Becerra, D., Zambrano, A., Asuaje, M., e Ratkovich, N. (2024). Experimental and CFD modeling of a progressive cavity pump (PCP) using overset unstructured mesh part 1: Single-phase flow. *Geoenergy Science and Engineering*, 234(October 2023), 212602.
<https://doi.org/10.1016/j.geoen.2023.212602>
- Bhonsale, S., Mores, W., Nimmegeers, P., Hashem, I., e Van Impe, J. (2022). Ellipsoid based Pareto filter for multiobjective optimisation under parametric uncertainty: A beer study. *IFAC-PapersOnLine*, 55(20), 409–414. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.09.129>
- Botan, A. C. B. (2014). *Desenvolvimento de uma turbina de fluxo reversível para uso em usina maremotriz com operação em duplo efeito*. Universidade Federal de Itajubá.
- Cavazzini, G., Giacomel, F., Ardizzon, G., Casari, N., Fadiga, E., Pinelli, M., Suman, A., e Montomoli, F. (2020). CFD-based optimization of scroll compressor design and uncertainty quantification of the performance under geometrical variations. *Energy*, 209, 118382.
<https://doi.org/10.1016/j.energy.2020.118382>

- Clempner, J. B., e Poznyak, A. S. (2017). Multiobjective Markov chains optimization problem with strong Pareto frontier: Principles of decision making. *Expert Systems with Applications*, 68, 123–135. <https://doi.org/10.1016/J.ESWA.2016.10.027>
- Das, I., e Dennis, J. E. (1998). Normal-boundary intersection: A new method for generating the Pareto surface in nonlinear multicriteria optimization problems. *SIAM Journal on Optimization*, 8(3), 631–657. <https://doi.org/10.1137/S1052623496307510>
- Jamaledidine, T. J., e Ray, M. B. (2010). Application of computational fluid dynamics for simulation of drying processes: A review. *Drying Technology*, 28(2), 120–154. <https://doi.org/10.1080/07373930903517458>
- Karkaba, H., Dbouk, T., Habchi, C., Russeil, S., Lemenand, T., & Bougeard, D. (2024). Multiobjective optimization of Vortex Generators for heat transfer enhancement in turbulent flows. *International Journal of Thermofluids*, 22. <https://doi.org/10.1016/j.ijft.2024.100633>
- Knotek, S., Schmelter, S., e Olbrich, M. (2021). Assessment of different parameters used in mesh independence studies in two-phase slug flow simulations. *Measurement: Sensors*, 18(September), 3–6. <https://doi.org/10.1016/j.measen.2021.100317>
- Marjavaara, B. D., Lundström, T. S., Goel, T., Mack, Y., e Shyy, W. (2007). Hydraulic turbine diffuser shape optimization by multiple surrogate model approximations of Pareto fronts. *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME*, 129(9), 1228–1240. <https://doi.org/10.1115/1.2754324>
- Montgomery, D. C. (2009). *Design and Analysis of Experiments* (7th ed). John Wiley & Sons.
- Shrestha, U., e Choi, Y. Do. (2020). Improvement of flow behavior in the spiral casing of Francis hydro turbine model by shape optimization. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 34(9), 3647–3656. <https://doi.org/10.1007/s12206-020-0817-9>
- Zhu, Z., Wang, X., Jiang, C., Wang, L., e Gong, K. (2021). Multi-objective optimal operation of pumped-hydro-solar hybrid system considering effective load carrying capability using improved NBI method. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 129(January), 106802. <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2021.106802>