LVI SBPO SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL
DE 04 ATÉ 07 NOVEMBRO 2024
FORTALEZA | CEARÁ

Uma nova abordagem para o problema integrado de corte de estoque e sequenciamento de padrões*

Gabriel Gazzinelli Guimaraes
Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica (IMECC)
Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)
Rua Sérgio Buarque de Holanda, 651, Cidade Universitária, 13083-859, Campinas, SP, Brasil
ggazzinelli9@gmail.com

Kelly Cristina Poldi
Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica (IMECC)
Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)
Rua Sérgio Buarque de Holanda, 651, Cidade Universitária, 13083-859, Campinas, SP, Brasil
poldi@unicamp.br

RESUMO

Propomos uma nova abordagem para o Problema Integrado de Corte Unidimensional (CSP - *Cutting Stock Problem*) e o Problema de Minimização de Pilhas Abertas (MOSP - *Minimization of Open Stacks*), na qual o desperdício de material e o número de pilhas abertas são minimizados simultaneamente. Nos referimos a essa extensão do CSP como o Problema de Corte com Pilhas Abertas (CSP-OS - *Cutting Stock Problem with Open Stacks*). Para resolver o CSP-OS, propomos três abordagens baseadas nos métodos de ε-restrição e soma ponderada. Desenvolvemos uma abordagem exata para resolver o Problema de Corte Unidimensional com um número Limitado de Pilhas Abertas (CS-LOSP - *Cutting Stock with a Limited number of Open Stacks Problem*), dividindo-o em subproblemas resolvidos via um *solver* de Programação Linear Inteira e propomos uma formulação que não requer conhecimento prévio dos padrões de corte viáveis. Realizamos testes computacionais para verificar a qualidade das abordagens propostas e comparar seu desempenho com a formulação atual estado da arte da literatura.

PALAVRAS CHAVE. Problema de corte de estoque. Otimização biobjetivo. Pilhas abertas.

ABSTRACT

We propose a new approach for the Integrated One-Dimensional Cutting Stock Problem (CSP) and the Minimization of Open Stacks Problem (MOSP), in which material waste and the number of open stacks are minimized simultaneously. We refer to this extension of CSP as the Cutting Stock Problem with Open Stacks (CSP-OS). To solve the CSP-OS, we propose three approaches based on the ε-constraint and weighted sum methods. We developed an exact approach to solve the One-Dimensional Cutting Stock Problem with a Limited number of Open Stacks (CS-LOSP) by dividing it into subproblems solved via an ILP solver and proposed a formulation that does not require prior knowledge of feasible cutting patterns. We conducted computational tests to verify the quality of the proposed approaches and compare their performance with the current state-of-the-art formulation in the literature.

KEYWORDS. Cutting stock problem. Bi-objective optimization. Open stacks.

*Apoios CNPq e FAPESP 2022/05803-3

1. Introdução

O Problema de Corte de Estoque Unidimensional (1D-CSP) é um problema NP-difícil com grande aplicação prática em diversos setores industriais. O objetivo é determinar a melhor forma de cortar um conjunto de objetos em itens de menores comprimentos para satisfazer a demanda e otimizar a redução de desperdício de material. Um padrão de corte é a forma específica como um objeto é cortado. Uma solução para o CSP compreende um conjunto de padrões de corte P e o número de vezes que cada padrão de corte deve ser executado para atender a demanda. Consideramos o caso clássico do 1D-CSP em que todos os objetos têm o mesmo comprimento L, e a função objetivo é a minimização do número de objetos utilizados.

Na prática, durante o processo de cortar os objetos em itens, esses itens, ao serem produzidos, são colocados em pilhas; cada tipo de item é colocado em uma pilha diferente. Quando não houver mais padrões de corte contendo um tipo de item, a pilha desse tipo de item pode ser fechada; caso contrário, a pilha é considerada aberta. O Problema da Minimização de Pilhas Abertas (MOSP) visa determinar a ordem dos padrões de corte para minimizar o número máximo de pilhas abertas.

Na literatura, CSP e MOSP são frequentemente resolvidos de forma independente. O CSP é resolvido primeiro e, em seguida, os padrões de corte são sequenciados para minimizar o número máximo de pilhas abertas. Como apontado em Arbib et al. [2016] e Guimarães e Poldi [2023], há desvantagens em resolver CSP e MOSP separadamente. A qualidade da solução do MOSP está relacionada ao conjunto de padrões de corte, e diferentes conjuntos podem resultar em diferentes resultados para o MOSP. Assim, resolver os problemas de forma independente pode não otimizar ambos os objetivos simultaneamente. Além disso, em aplicações reais, um limite predefinido pode limitar o número máximo de pilhas abertas simultaneamente, tornando inviável a solução do CSP. Uma abordagem alternativa é resolver o CSP com a restrição de que o número máximo de pilhas abertas não pode exceder um limite predefinido, conhecido como Problema de Corte com um número Limitado de Pilhas Abertas (CS-LOSP).

A abordagem do CS-LOSP pode não ser ideal dependendo dos objetivos. Por exemplo, duas soluções que usam a mesma quantidade de material e respeitam a restrição quanto ao número máximo de pilhas abertas são consideradas idênticas em termos de optimalidade. Como afirmado em Yanasse e Senne [2010], há interesse em encontrar soluções que minimizem o número máximo de pilhas abertas em aplicações reais. Além disso, é impossível determinar antecipadamente o impacto que a restrição no número de pilhas terá sobre o número de objetos necessários para atender à demanda. Portanto, a integração do CSP e do MOSP pode ser melhor representada se considerarmos um problema biobjetivo, minimizando simultaneamente o material desperdiçado e o número máximo de pilhas abertas. Assim, garantimos que a solução represente fielmente os objetivos dos dois problemas.

Nesta pesquisa, propomos três abordagens para resolver o CSP-OS; essas abordagens dependem da solução de vários CS-LOSPs. Assim, também propomos uma abordagem para resolver o CS-LOSP unidimensional. A abordagem é baseada em uma formulação que, ao contrário dos principais modelos propostos na literatura, não requer conhecimento prévio dos padrões de corte e o número de variáveis e restrições é proporcional ao comprimento dos itens. Por outro lado, o número de variáveis e restrições, assim como o número de soluções simétricas, aumenta conforme a demanda exigida para os itens. Para avaliar a qualidade das abordagens propostas, realizamos experimentos computacionais em um conjunto clássico de instâncias de CSP da literatura e um conjunto de instâncias geradas aleatoriamente propostas neste artigo. A solução obtida a partir da abordagem proposta para o CS-LOSP é comparada ao modelo para o CS-LOSP unidimensional proposto em Arbib et al. [2016], os resultados dos experimentos computacionais mostram que a metodologia de solução desenvolvida neste trabalho apresenta resultados promissores para instâncias onde o comprimento dos tipos de itens é pequeno. Além disso, avaliamos a eficiência das três abordagens em encontrar a fronteira de Pareto para os dois conjuntos de instâncias.

2. Abordagem proposta para o CS-LOSP

Modelos tradicionais para resolver o CS-LOSP unidimensional exigem a geração antecipada de todos os padrões de corte viáveis. Quando os itens são pequenos ou há muitos tipos diferentes, o número de padrões pode se tornar excessivamente grande. Propomos uma abordagem que não exige conhecimento prévio dos padrões de corte, sendo o número de variáveis e restrições proporcional ao comprimento dos itens, baseada no conceito de track proposto em Arbib et al. [2016].

Considerando C como o número máximo de pilhas abertas simultaneamente, t_{ih} como o elemento de T na linha i e coluna h; P como um conjunto de padrões de corte; $\boldsymbol{\alpha}^{(j)}$ como o j-ésimo padrão de corte em P e $\alpha_i^{(j)}$ como a quantidade de itens do tipo i obtida pelo j-ésimo padrão de corte em P. Uma track viável T é uma matriz matriz 0-1 com M linhas não nulas tal que:

- Para $j < k$, $i \leq M$, se $t_{ij} = t_{ik} = 1$, então $t_{ih} = 1$ para todo $j < h < k$. Esta propriedade é conhecida como a Propriedade dos Uns Consecutivos (C1P).
- $\omega(T) \leq C$.

Além disso, dizemos que P é suportado por T se para qualquer $\boldsymbol{\alpha}^{(j)} \in P$, existir uma coluna h em T tal que $\alpha_i^{(j)} > 0 \implies t_{ih} > 0, \quad i = 1, \ldots, M$.

Em Arbib et al. [2016], é demonstrado que um conjunto de padrões de corte tem uma sequência tal que o número máximo de pilhas abertas é menor ou igual a C se, e somente se, este conjunto é suportado por uma track viável. Com base nisso, o CS-LOSP unidimensional pode ser reformulado como o problema de determinar um conjunto de padrões de corte P que atenda à demanda de itens, minimizando o desperdício de material e sendo suportado por uma track viável. Ademais, Arbib et al. [2016] mostra que uma track viável não-dominada tem $H = M - C + 1$ colunas.

Nossa abordagem gera gradualmente as possíveis tracks viáveis e, para cada track $\overline{T}$, determina a solução do CSP sujeita à restrição de que todos os padrões de corte são suportados por $\overline{T}$. Chamamos isso de CSP modificado. A abordagem termina quando a melhor solução encontrada é igual a um limite inferior para o CS-LOSP ou todas as tracks são avaliadas. Para encontrar uma solução ótima para o CSP modificado, propomos um ILP que não requer conhecimento prévio dos padrões de corte, com o tamanho da formulação crescendo em função do comprimento dos itens.

3. Abordagens propostas para o CSP-OS

Para resolver o CSP-OS, desenvolvemos três abordagens. A primeira baseia-se no método ε-restrição, a segunda no método das somas ponderadas e a terceira resulta da combinação dos dois métodos. Essencialmente, as abordagens consistem em decompor o problema biobjetivo em vários CS-LOSPs, de forma a obter diversas soluções eficientes para o problema.

4. Resultados dos experimentos computacionais

Consideramos dois conjuntos de instâncias: um gerado pelo CUTGEN1, com 18 classes de 100 instâncias, e outro com cinco classes de instâncias geradas aleatoriamente. Os conjuntos variam em comprimento e demanda dos itens. Estes conjuntos foram escolhidos para destacar os pontos fortes e fracos do modelo proposto, que tem dificuldades em instâncias com comprimento pequeno dos itens. Os dados aleatórios estão disponíveis em `https://github.com/ggazzinelli/1D-CS-LOSP`.

Em relação ao CS-LOSP, avaliamos a abordagem proposta em termos de qualidade das soluções e tempo de execução, comparando-a com o modelo proposto em Arbib et al. [2016].

Para a maioria das instâncias, a formulação proposta em Arbib et al. [2016] apresentou os melhores resultados. A principal desvantagem do modelo proposto em Arbib et al. [2016] é o número exponencial de variáveis. Assim, para instâncias em que o comprimento do item é pequeno, a formulação tem dificuldades em encontrar soluções ótimas em um tempo razoável.

Destacamos que, embora a abordagem proposta para o CS-LOSP seja mais adequada para lidar com instâncias com demanda mais baixa, tal abordagem foi capaz de lidar com instâncias com valores de demanda razoáveis, desde que o comprimento dos tipos de itens fosse pequeno. Assim, concluímos que, mesmo que o uso da abordagem proposta seja restrito a casos específicos, a abordagem é uma alternativa viável ao modelo proposto em Arbib et al. [2016].

Em relação ao CSP-OS, os resultados obtidos confirmam a natureza conflitante dos objetivos. De forma geral, notamos que para restrições fortes no número máximo de pilhas abertas, a quantidade de material consumida para satisfazer a demanda dos tipos de itens é significativamente maior. No entanto, é importante ressaltar que o trade-off é limitado para valores relativamente baixos na restrição referente ao número máximo de pilhas abertas simultaneamente. Desta forma, a partir de certo ponto, soluções com um maior número de pilhas abertas não consomem menos objetos. A Figura 1 apresenta a fronteira de Pareto para a quinta instância da primeira classe gerada aleatoriamente e a décima instância da segunda classe gerada pelo gerador CUTGEN1.

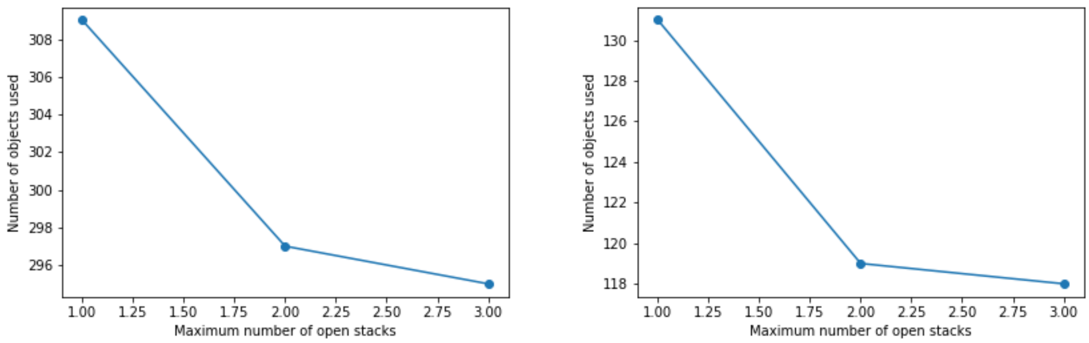

Figura 1: Fronteira de Pareto obtida pelas abordagens propostas.

Aplicando as abordagens propostas, foi possível obter a fronteira de Pareto para 59 das 65 instâncias consideradas nos experimentos computacionais. Desta forma, concluímos que os métodos propostos são eficientes em resolver o problema biobjetivo.

5. Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro de CNPq e FAPESP 2022/05803-3.

Referências

Arbib, C., Marinelli, F., e Ventura, P. (2016). One-dimensional cutting stock with a limited number of open stacks: bounds and solutions from a new integer linear programming model. *International Transactions in Operational Research*, 23:47–63.

Guimarães, G. G. e Poldi, K. C. (2023). Mathematical models for the cutting stock with limited open stacks problem. *RAIRO-Operations Research*, 57(4):2067–2085.

Yanasse, H. H. e Senne, E. L. F. (2010). The minimization of open stacks problem: A review of some properties and their use in pre-processing operations. *European Journal of Operational Research*, 203:559–567.