

DOI:10.13196/j.cims.2017.02.004

基于离散 Fréchet 距离的多目标优化方法

居学尉, 贺利军, 朱光宇⁺

(福州大学 机械工程及自动化学院, 福建 福州 350116)

摘 要:针对多目标优化问题中目标间相互冲突的情况,运用相似性理论客观地挖掘目标值间的信息,基于离散 Fréchet 距离构建一种新的多目标优化方法,建立 Z-score 标准化—Max 值归一化的二元映射组合,用此二元映射组合处理 Pareto 前沿及理想解对应的各项子目标函数值,将其映射为离散有序点串,并构建多个比较曲线和一个参考曲线。用离散 Fréchet 距离度量参考曲线与比较曲线的相似程度实现多目标优化,并以该值为适应度值引导遗传算法进化。与另外 3 种算法进行仿真比较的结果表明,新算法求得的优化解和各项性能指标多数优于其他算法,证明了新算法的可行性和有效性。

关键词:映射;曲线相似;离散 Fréchet 距离;多目标优化

中图分类号:TP391

文献标识码:A

Multi-objective optimization method based on discrete Fréchet distance

JU Xuewei, HE Lijun, ZHU Guangyu⁺

(College of Mechanical Engineering & Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350116, China)

Abstract: To resolve the conflicts among the objectives in the multi-objective optimization, the information among the objective values should be objectively mined by using similarity theory. A new multi-objective optimization method based on discrete Fréchet distance was presented. The binary mapping combination of Z-score standardization—Max-value normalization was established, by which Pareto front and corresponding objective function values of ideal solution were mapped into discrete and ordered point chains, then the multiple comparison curves and a reference curve were built. The discrete Fréchet distance was utilized to measure the similar degree between the reference curve and the comparison curves to achieve the multi-objective optimization, and was also deemed as the fitness of GA algorithm to guide the algorithm evolution. Compared with the experiments of the other three algorithms, the optimization solution and various performance indicators obtained by the new algorithm were mostly superior, which proved the feasibility and effectiveness of the new algorithm.

Keywords: mapping; similarity between curves; discrete Fréchet distance; multi-objective optimization

0 引言

在现实生活中,多目标优化问题(Multi-objective Optimization Problem, MOP)无处不在。与单目标优化问题(Single-objective Optimization Problem, SOP)不同,MOP 处理的是相互干扰、不可调和的多个目标,且求得的结果也不仅是单一的一个

解,而是 Pareto 最优解集。传统的多目标优化方法有加权求和法、极大极小法及理想点法^[1]等,但这些方法本质上都是将 MOP 转化为 SOP 求解,会受先验知识等因素影响,且求解效果和鲁棒性差。

多目标进化算法(Multi-Objective Evolutionary Algorithm, MOEA)因其可以获得 MOP 中具有良好一致性的 Pareto 最优解,受到广大研究人员的青睐。

收稿日期:2016-01-12;修订日期:2016-06-28。Received 12 Jan. 2016;accepted 28 June 2016.

基金项目:福建省科技厅重点资助项目(2016H0015);福建省自然科学基金资助项目(2014J01183)。Foundation items:Project supported by the Key Program of Department of Science and Technology of Fujian Province, China(No. 2016H0015), and the Natural Science Foundation of Fujian Province, China(No. 2014J01183).

MOEA 的进化策略能够决定算法性能并区分算法种类^[2]。如今,大多数 MOEA 如多目标遗传算法 (Multi-Objective Genetic Algorithm, MOGA)^[3]、非支配排序遗传算法 (Nondominated Sorting Genetic Algorithm, NSGA)^[4]等均采用 Pareto 优先关系排序的适应度分配机制,这类 MOEA 算法在较少目标(2 个或 3 个)时效果甚好,但优化效果会随着优化目标的增多而下降^[5-6];除此之外,MOEA 算法也可以采用性能评价指标(即非 Pareto 支配排序法)比较和选择群体中质量较好的个体,该类算法获得的最优解集通常集中于 Pareto 前沿的某一区域内,无法为决策者提供多样性的决策支持^[7]。

文献[8]将多目标函数值转化为数据序列,用灰熵关联系数评判曲线间的相似程度,以实现多目标优化;文献[9]通过将隶属度函数映射为模糊集,以模糊关联熵系数衡量模糊集之间的相似程度来求解多目标问题。受此启发,本文提出一种新的多目标优化方法。

Alt 等^[10]认为,两曲线间的 Fréchet 距离越小,曲线间整体的几何形状越接近,相似程度越大。Fréchet 距离作为一种常见的利用距离评判曲线相似性度量的方法,近年来被广泛应用于签名认证、地图匹配和定位识别等研究中^[11-14]。文献[11]将离散 Fréchet 距离作为距离的测度,对在线手写签名进行验证,用其匹配参考和测试签名曲线的至高点与至低点,得到了较高的匹配成功率;文献[12]将离散 Fréchet 距离应用于地图匹配问题中,用其处理定位系统获得的离散曲线数据,结果得到了更优的匹配精度;文献[13]将平均 Fréchet 距离应用于全球卫星导航系统 (Global Navigation Satellite System, GNSS) 定位技术,提出基于平均 Fréchet 距离的列车轨道占用自动判别算法,并经过算例证明了新方法的优越性;文献[14]将 Fréchet 距离应用于判断蛋白质结构排列的相似性。研究至今,尚无文献将 Fréchet 距离应用到多目标优化中。

本文提出将多目标函数值转化为曲线,通过用 Fréchet 距离评判曲线间的相似程度来实现多目标优化。将 Fréchet 距离运用于多目标优化中,需解决以下问题:①Fréchet 距离是计算连续曲线的一种

方法,而 Pareto 前沿(多目标函数值)是离散数据,这将导致 Fréchet 距离无法运用;②如何将 Pareto 前沿用离散有序点串表征并构建曲线;③映射到二维直角坐标系中的离散有序点串如何与 Pareto 前沿唯一对应,且映射后的点需要消除 Pareto 前沿之间的量纲差别。针对上述问题,本文建立了 Z-score 标准化—Max 值归一化的二元映射组合,将 Pareto 前沿映射成二维离散有序点串并构建曲线;用离散 Fréchet 距离^[15]评价各比较曲线与参考曲线间的相似程度;以贴片机贴装工艺优化问题为例,证明了基于离散 Fréchet 距离的多目标优化方法可以求解 MOP,并取得质量较高的 Pareto 解集。

1 面向多目标优化的离散 Fréchet 距离

1.1 离散 Fréchet 距离

Fréchet 距离俗称人—狗距离模型,可用图 1 来形象地解释。设连续曲线 f 和 g 离散化后得到的离散有序点串 S_1, S_2 为 $\langle S_{1,1}, S_{1,2}, \dots, S_{1,i}, \dots, S_{1,n} \rangle$ 和 $\langle S_{2,1}, S_{2,2}, \dots, S_{2,j}, \dots, S_{2,m} \rangle$, 且 S_1 和 S_2 之间的离散 Fréchet 距离为 D_{dF} 。

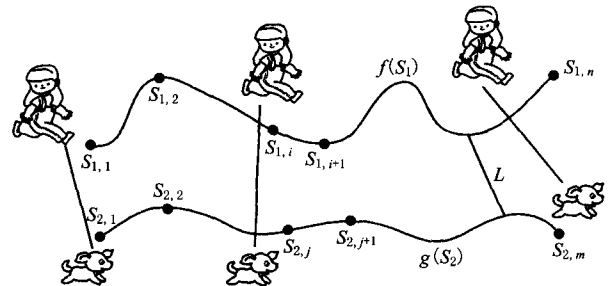


图1 离散Fréchet距离的图形解释

如图 1 所示,人牵着狗分别从起始点对 $(S_{1,1}, S_{2,1})$ 出发,沿着各自曲线向终点对 $(S_{1,n}, S_{2,m})$ 前进。途中人和狗以任意自由速度前进但不得后退,该过程中人和狗之间的最短绳长 L 即为 S_1 和 S_2 之间的 D_{dF} 。前进过程中,人与狗处于任一点对 $(S_{1,i}, S_{2,j})$ 时,下一步运动状态可能是以下 3 种情况之一:①人向前移动一个位置而狗不动,即 $(S_{1,i+1}, S_{2,j})$;②人不动而狗向前移动一个位置,即 $(S_{1,i}, S_{2,j+1})$;③人和狗同时向前移动一个位置,即 $(S_{1,i+1}, S_{2,j+1})$ 。因此, S_1 和 S_2 之间的 D_{dF} 可以通过式(1)递归求解:

$$D_{dF}(S_1, S_2) = \max \begin{cases} d_E(S_{1,n}, S_{2,m}); \\ \min \begin{cases} D_{dF}(\langle S_{1,1}, S_{1,2}, \dots, S_{1,n-1} \rangle, \langle S_{2,1}, S_{2,2}, \dots, S_{2,m} \rangle), & \forall n \neq 1; \\ D_{dF}(\langle S_{1,1}, S_{1,2}, \dots, S_{1,n} \rangle, \langle S_{2,1}, S_{2,2}, \dots, S_{2,m-1} \rangle), & \forall m \neq 1; \\ D_{dF}(\langle S_{1,1}, S_{1,2}, \dots, S_{1,n-1} \rangle, \langle S_{2,1}, S_{2,2}, \dots, S_{2,m-1} \rangle), & \forall n \neq 1 \text{ 且 } \forall m \neq 1. \end{cases} \end{cases} \quad (1)$$

式中 $d_E(S_{1,n}, S_{2,m})$ 为点 $S_{1,n}$ 与 $S_{2,m}$ 点之间的 Euclidean 距离。从 $(\langle S_{1,n} \rangle, \langle S_{2,m} \rangle)$ 开始, 利用式(1)递归计算离散有序点串 $\langle S_{1,1}, S_{1,2}, \dots, S_{1,n-1} \rangle$ 与 $\langle S_{2,1}, S_{2,2}, \dots, S_{2,m-1} \rangle$ 之间的 D_{dF} 。当递归计算逐步缩减到两点 $(\langle S_{1,1} \rangle, \langle S_{2,1} \rangle)$ 时该递归过程结束, 且 $D_{dF}(\langle S_{1,1} \rangle, \langle S_{2,1} \rangle) = d_E(S_{1,1}, S_{2,1})$ 。

1.2 基于离散 Fréchet 距离的多目标优化方法

计算 S_1 和 S_2 之间的离散 Fréchet 距离, 需先用式(2)计算两曲线上点 $S_{1,i}$ 与点 $S_{2,j}$ 之间的 Euclidean 距离。

$$d_E(S_{1,i}, S_{2,j}) = \sqrt{(x_{S_{1,i}} - x_{S_{2,j}})^2 + (y_{S_{1,i}} - y_{S_{2,j}})^2} \quad (2)$$

式中: $x_{S_{1,i}}, x_{S_{2,j}}$ 及 $y_{S_{1,i}}, y_{S_{2,j}}$ 为点 $S_{1,i}$ 和 $S_{2,j}$ 在直角坐标系中的 x, y 坐标值。

由式(2)可知, 将离散 Fréchet 距离应用于多目标优化, 需将任意一 Pareto 解的前沿映射到二维直角坐标系中, 本文采用二元映射组合实现一维数据到二维点的映射, 映射过程及实现多目标优化过程如下。

1.2.1 Pareto 前沿映射到二维直角坐标系

二元映射组合不但要消除 Pareto 前沿中各子目标函数值的数据差异, 而且映射后的离散有序点串要与子目标函数值一一对应, 映射关系如图 2 所示。图中, Pareto 前沿 F_1 的一个目标函数值 f_2 映射到二维直角坐标系中成为点 Q , 而 F_1 映射为曲线 $S_{1string}$ 。

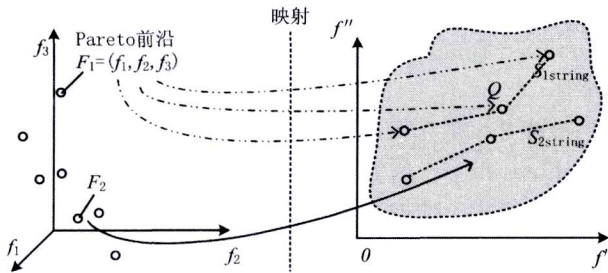


图2 Pareto前沿映射到直角坐标系示意图

消除不同量纲和数值差别的方法有很多种, 如初值归一化、均值归一化、Max 值归一化、区间相对值归一化和 Z-score 标准化^[16]等。任意组合这些方法中的两种对数据进行处理, 都可以将各子目标函数值映射到直角坐标系中。初值归一化、均值归一化和 Max 值归一化处理后的数据近似地有一定的倍数关系, 故映射后的曲线近似为平行直线, 仿真效果差; 而 Z-score 标准化处理后的数据符合标准正态分布, 与其他处理方法有显著的区别, 故组合 Z-

score 标准化与上述方法的任意一种, 均可以将 Pareto 前沿有效地转化成曲线, 经仿真证明该分析正确。本文选择组合 Z-score 标准化和 Max 值归一化建立 Z-score 标准化-Max 值归一化的二元映射组合, 用该组合处理 Pareto 前沿的各项数据, 并将处理后的数据映射到二维直角坐标系。

任意一 Pareto 前沿 $F_i = [f_1(X_i), f_2(X_i), \dots, f_k(X_i), \dots, f_N(X_i)]$, $i \in M, k \in N$, 其中: M 为种群的规模, N 为子目标函数的个数, $f_k(X_i)$ 为 Pareto 解 X_i 第 k 个子目标的函数值。映射过程及构建曲线如下:

(1) Z-score 标准化

$$f'_k(X_i) = \frac{f_k(X_i) - \mu_k}{\sigma_k} \quad (3)$$

式中: $\mu_k = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M f_k(X_i)$, μ_k 为所有第 k 个目标函数值的均值; $\sigma_k = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M [f_k(X_i) - \mu_k]^2}$, σ_k 为所有第 k 个目标函数值的标准差。有 $F'_i = [f'_1(X_i), f'_2(X_i), \dots, f'_k(X_i), \dots, f'_N(X_i)]$, $i \in M, k \in N$ 。

(2) Max 值归一化

$$f''_k(X_i) = \frac{f_k(X_i)}{\max_k f_k(X_i)} \quad (4)$$

式中 $\max_k f_k(X_i)$ 为所有第 k 个目标函数值中的最大值。有

$$F''_i = [f''_1(X_i), f''_2(X_i), \dots, f''_k(X_i), \dots, f''_N(X_i)], i \in M, k \in N.$$

(3) 构建离散有序点串

将任意一子目标函数值 $f_k(X_i)$ 经数据处理后得到的 $f'_k(X_i)$ 和 $f''_k(X_i)$ 组合成二维坐标点 $(f'_k(X_i), f''_k(X_i))$, 将该过程应用于各子目标函数值, 最后按目标序列依次组合成离散有序点串 $S_{1string}$, 即

$$S_{1string} = \langle (f'_1(X_i), f''_1(X_i)), \dots, (f'_k(X_i), f''_k(X_i)), \dots, (f'_N(X_i), f''_N(X_i)) \rangle, \quad i \in M, k \in N. \quad (5)$$

(4) 构建曲线

以式(5)的离散有序点串建立比较曲线。

1.2.2 基于离散 Fréchet 距离实现多目标优化过程

(1) 确定多目标优化问题的理想解, 将对应的各子目标函数值依据 1.2.1 节的方法映射为离散有序点串 $S_{ostring}$, 以该点串 $S_{ostring}$ 构建曲线并作为参考曲线。

(2) 将多目标进化算法得到的各 Pareto 前沿, 依据 1.2.1 节的方法映射为离散有序点串 $S_{1string}$ 并

构建比较曲线。

(3) 利用式(1)计算各比较曲线与参考曲线间的离散 Fréchet 距离,即分别计算 Pareto 前沿与理想解的离散 Fréchet 距离 $D_{dFi} = D_{dF}(S_{ostring}, S_{istring})$ 。

(4) 解的优劣评判。采用距离来度量曲线相似性,上述计算得到的 D_{dFi} 越小,表明该比较曲线的整体态势越接近参考曲线,即比较曲线对应的 Pareto 解质量越好,反之越差。

(5) 智能优化算法进化。以 D_{dFi} 作为适应度值,引导种群进化。

2 贴装工艺多目标数学模型

为验证所提方法的有效性,选择拱架型表面贴装工艺 MOP 为优化对象,其贴片过程及数学模型均采用文献[8]的研究成果。

数学模型描述如下:设元件贴放顺序为 $X = [x_1, \dots, x_i, \dots, x_n]^T$, 其中 x_i 表示第 i 个贴放元件在 PCB 上的坐标。于是,优化目标可归纳为寻找最优的贴放顺序 X ,使式(7)的贴放顺序、式(8)的喂料器分配、式(9)的吸嘴更换次数 3 个目标函数尽可能同时取到最小值。同时,该模型需满足式(10)的贴放元件总数约束、式(11)的喂料槽编码范围约束、式(12)的取贴循环总数约束。多目标数学模型表述如下:

$$F = \min\{f_1(X), f_2(X), f_3(X)\}. \quad (6)$$

$$f_1(X) = \sum_{i=1}^{n-1} d(x_i, x_{i+1}) - \sum_{k=1}^{L-1} d(x_{H_k \times k}, x_{H_k \times k+1}) + \sum_{k=1}^{L-1} d(x_{H_k \times k}, S) + \sum_{k=0}^{L-1} d(S, x_{H_k \times k+1}); \quad (7)$$

$$f_2(X) = \sum_{k=0}^{L-1} \{d_1(x_{H_k \times k}, S_{k+2}^l) + d_2(S_{k+1}^l, S_{k+1}^r) + d_3(S_{k+1}^r, x_{H_k \times k+1})\}; \quad (8)$$

$$f_3(X) = \sum_{k=1}^{L-1} t_{k,k+1}. \quad (9)$$

$$\text{s. t.} \quad \sum_{k=1}^L H_k = n; \quad (10)$$

$$1 \leq S_{i+1}^l, S_{i+1}^r \leq m; \quad (11)$$

$$1 \leq \sum_{k=1}^{L-1} t_{k,k+1} \leq L-1. \quad (12)$$

限于篇幅,对上述公式中各个分量的含义不作详细阐述,具体含义及贴片机结构图可参考文献[8]。

3 基于离散 Fréchet 距离的遗传算法在贴装工艺优化中的应用

将离散 Fréchet 距离作为适应度来引导遗传算

法(Genetic Algorithm, GA)进化,寻求贴装工艺优化问题的多目标最优解,其中 GA 编码采用实数向量—位置排序的编码方式[8]。算法的具体步骤如下:

步骤 1 初始化 GA 的参数。设置种群规模 M 、算法迭代代数 T 、交叉概率 P_c 和变异概率 P_m 等。

步骤 2 确定 $S_{ostring}$ 和参考曲线。分别将式(7)~式(9)作为 SOP,用 GA 求最优解 X_k^* ($k=1, 2, 3$),并将对应的函数值 $f_k(X_k^*)$ 用第 1 章的方法映射为离散有序点串 $S_{ostring} = \langle (f'_1(X_1^*), f''_1(X_1^*)), (f'_2(X_2^*), f''_2(X_2^*)), (f'_3(X_3^*), f''_3(X_3^*)) \rangle$, 构建参考曲线。

步骤 3 生成 $S_{istring}^{gen}$ 和比较曲线。产生当前种群 $X_i^{gen} = \{x_{i1}^{gen}, x_{i2}^{gen}, \dots, x_{in}^{gen}\}$, $i=1, 2, \dots, M$, n 为元件个数, gen 为种群当前代数。将其分别代入式(7)~式(9),将所求的 Pareto 前沿 $(f_k(X_i^{gen}), k=1, 2, 3)$ 利用第 1 章的方法映射为离散有序点串 $S_{istring}^{gen} = \langle (f'_1(X_i^{gen}), f''_1(X_i^{gen})), (f'_2(X_i^{gen}), f''_2(X_i^{gen})), (f'_3(X_i^{gen}), f''_3(X_i^{gen})) \rangle$, 并构建比较曲线。

步骤 4 计算 D_{dFi} 。将映射后得到的离散有序点串 $S_{ostring}$ 和 $S_{istring}^{gen}$ 分别代入式(1),计算离散 Fréchet 距离即 $D_{dFi} = D_{dF}(S_{ostring}, S_{istring}^{gen})$,并以该值为适应度值。

步骤 5 选择操作。采用二元锦标赛方法[17]。选择种群中 D_{dFi}^{gen} 较小的个体,进行下步操作。

步骤 6 交叉操作。采用模拟二进制交叉(Simulated Binary Crossover, SBX)[17]的方法产生新个体。

步骤 7 变异操作。采用多项式变异(polyynomial mutation)[17]的方法对个体进行操作。

步骤 8 维护和更新外部档案。按 D_{dFi}^{gen} 值的大小对每一代产生的非劣解进行删除和添加,结合精英保留策略,使种群的质量和多样性得到提升。

步骤 9 终止条件。当迭代代数达到预先设定值或者迭代结果的精度满足条件要求时,程序运行终止并输出优化解;否则 $gen = gen + 1$,转步骤 3。

4 仿真实验及算法性能分析

基于离散 Fréchet 距离的多目标遗传算法(multi-objective Fréchet Genetic Algorithm, FGA),求解文献[8,18]算例扩展后的 5 个算例并验证此方法的有效性,在验证过程中,与文献[17]中经典的基于非支配排序的 NSGA-II 算法、文献[19]中的基于随

机权重的多目标遗传算法(Random Weight Genetic Algorithm, RWGA)和文献[8]中基于灰熵关联分析的多目标遗传算法(Grey Entropy Correlation Analysis Genetic Algorithm, GECAGA)进行比较分析。所有对比算法的参数设置和进化保优策略均与本文所提的 FGA 一致,以公平地体现本文所提适应度分配策略的优越性。

4.1 评价指标

Zitzler 等^[20]研究表明, M 维 MOP 应至少采用 M 种不同的性能评价指标来客观评价非劣解集的优劣。因此,选取反映解集收敛性、多样性和解集覆盖率的 4 种评价准则来衡量算法的求解性能。其中,评价指标中涉及真实 Pareto 最优解集(PF_{true})时,均选取几种算法求得的 Pareto 最优解集(PF_{known})的并集(Q^*)作近似替代^[21]。

(1)收敛性指标

DM 指标^[21] 是基于距离度量 PF_{known} 逼近 PF_{true} 程度的方法,DM 值越小, PF_{known} 逼近 PF_{true} 的程度越好,反之越差。

(2)多样性指标

1)SP(Schott's Spacing metric)指标^[22] 用于描述算法所求解集在目标空间上分布的均匀性。SP 值越小,算法所求解集分布得越均匀。

2)FS(Front Spread metric)指标^[23] 用于描述

算法所求解集覆盖目标空间的大小。FS 值越大,算法所求解集的散布范围越宽广,多样性越好。

(3)覆盖率指标

C 指标^[24] 用于度量最优解集 A 和 B 之间的相对优劣程度。 \bar{A} 和 \bar{B} 是两种算法, A 和 B 是两种算法优化同一问题得到的对应的最优解集。C 指标定义如下:

$$C(\bar{A}, \bar{B}) = \frac{|\{b \in B \mid \exists a \in A, s, t, a < b\}|}{|B|} \quad (13)$$

式中: (\bar{A}, \bar{B}) 表示有序数对, ' $a < b$ '表示向量 a Pareto 支配向量 b , $|*|$ 表示集合 ' $*$ ' 中元素的个数; $C(\bar{A}, \bar{B})$ 的值表示 A 中的解支配 B 中解的百分比,因为 (\bar{A}, \bar{B}) 是有序数对,所以 $C(\bar{A}, \bar{B}) \neq C(\bar{B}, \bar{A})$ 且 $C(\bar{A}, \bar{B}) \in [0, 1]$ 。 $C(\bar{A}, \bar{B})$ 值越大,表明解集 A 越优于解集 B ,相应的算法 \bar{A} 越优于算法 \bar{B} ,反之亦然。

4.2 仿真结果及分析

利用文献[8,18]的数据,贴片机的贴装头数为 4,间距为 16 mm,两侧分别有 20 个槽位,槽之间的距离为 16 mm。所有算法参数如下:种群规模 $M=30$,外部档案个体规模 $W_{max}=30$,算法迭代次数 $T=200$,交叉概率 $P_c=0.9$,变异概率 $P_m=0.1$ 。用 4 种算法分别测试 I 板、II 板、III 板和 IV 板的数据,结果如表 1、表 2 和图 3、图 4 所示。表 1 和表 2 中的数据为各算法运行 10 次的平均值。

表 1 仿真实验结果及性能评价指标

测试实例	算法	元件数/类型数	理想解	多目标优化解	性能评价指标		
			$Y_0 = (f_1, f_2, f_3)$ /(mm, mm, 次)	(f_1, f_2, f_3) /(mm, mm, 次)	DM	SP	FS
I 板	NSGA-II	28/6	(1 015, 1 336.8, 2)	(1 859.327, 2 174.615, 3)	0.117	69.758	1 575.275
	RWGA			(1 839.856, 1 969.319, 6)	0.075	47.543	977.468
	GECAGA			(1 773.109, 2 305.952, 5)	0.085	47.477	928.940
	FGA			(1 633.99, 1 872.966, 5)	0.031	15.774	456.752
II 板	NSGA-II	60/6	(2 490.2, 2 832.2, 2)	(3 814.393, 4 435.688, 5.8)	0.110	95.175	2 103.901
	RWGA			(4 048.83, 4 154.93, 11.5)	0.123	123.493	1 931.962
	GECAGA			(4 097.03, 4 747.296, 10.7)	0.118	129.64	2 406.472
	FGA			(3 569.057, 4 073.481, 8)	0.062	76.379	1 570.255
III 板	NSGA-II	104/7	(9 794.1, 6 531.1, 11)	(12 583.743, 7 943.46, 22)	0.115	549.622	4 617.479
	RWGA			(14 163.61, 10 354.45, 23)	0.080	175.010	3 377.397
	GECAGA			(13 028.304, 8 338.37, 25)	0.090	178.884	3 358.726
	FGA			(12 525.812, 7 717.58, 21)	0.062	212.787	2 488.843
IV 板	NSGA-II	168/7	(17 519.8, 10 528, 18)	(20 892.3, 15 122.56, 32.3)	0.161	419.159	6 392.818
	RWGA			(21 104.36, 15 132.8, 35.4)	0.108	355.724	6 064.407
	GECAGA			(24 023.8, 16 179.23, 36.3)	0.095	254.597	5 912.709
	FGA			(20 653.69, 13 947.8, 31.1)	0.049	253.211	3 768.384

续表 1

V 板	NSGA-II		(26 320.7,13 597.92,48.9)	0.127	332.087	7 755.051
	RWGA	204/7	(28 986.23,17 918.63,47)	0.111	300.513	6 924.785
	GECAGA		(28 876.63,18 787.49,45)	0.106	405.572	7 812.086
	FGA		(26 265.98,17 898.29,38)	0.066	321.051	5 371.893

表 2 各算法覆盖率指标比较

I 板	C(FGA,NSGA-II)	C(NSGA-II,FGA)	C(FGA,RWGA)	C(RWGA,FGA)	C(FGA,GECAGA)	C(GECAGA,FGA)
	0.050	0.325	0.725	0.050	0.725	0.200
II 板	C(FGA,NSGA-II)	C(NSGA-II,FGA)	C(FGA,RWGA)	C(RWGA,FGA)	C(FGA,GECAGA)	C(GECAGA,FGA)
	0.150	0.385	0.930	0.015	0.985	0.005
III 板	C(FGA,NSGA-II)	C(NSGA-II,FGA)	C(FGA,RWGA)	C(RWGA,FGA)	C(FGA,GECAGA)	C(GECAGA,FGA)
	0.250	0.650	1.000	0.100	1.000	0.050
IV 板	C(FGA,NSGA-II)	C(NSGA-II,FGA)	C(FGA,RWGA)	C(RWGA,FGA)	C(FGA,GECAGA)	C(GECAGA,FGA)
	0.235	0.155	0.990	0.005	0.990	0.015
V 板	C(FGA,NSGA-II)	C(NSGA-II,FGA)	C(FGA,RWGA)	C(RWGA,FGA)	C(FGA,GECAGA)	C(GECAGA,FGA)
	0.053	0.304	1.000	0	1.000	0

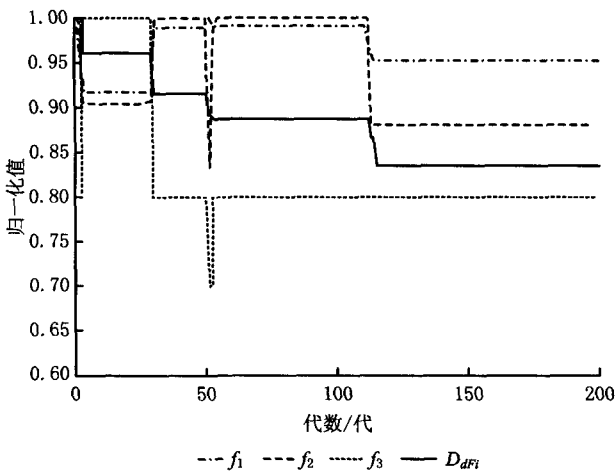


图3 II板FGA算法各值变化图

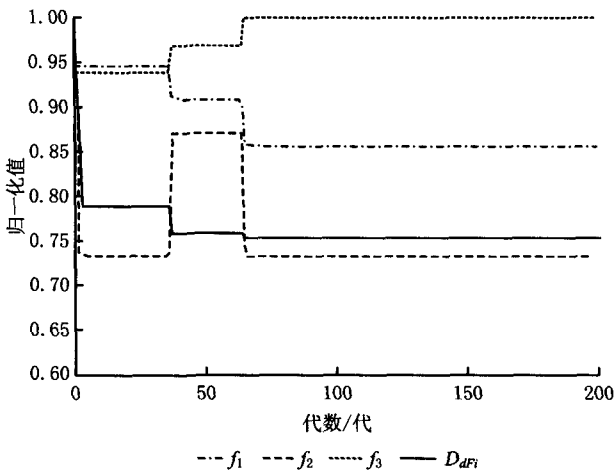


图4 IV板FGA算法各值变化图

表 1 结果显示:在 I 板、II 板和 V 板中,FGA 的 3 个目标优化解全部优于 RWGA 和 GECAGA,但只有 2 个目标优化解优于 NSGA-II;在 III 板和 IV 板中,FGA 的 3 个目标优化解均优于其他 3 种算法。说明离散 Fréchet 距离能有效地引导 GA 进化,求得效果好、质量高的多目标优化解。表 1 中 FGA 的 DM 指标值均小于其他算法,说明该算法能求得比其他算法更逼近 PF_{true} 的多目标优化解集;除 III 板、V 板外,多样性指标中 FGA 的 SP 指标值最小,说明该算法求得的 Pareto 解集分布的均匀性优于其他算法;但 FGA 的 FS 指标值在每个实例中都最小,说明该算法求得的解集散布范围小于其他算法。

表 2 的数据显示,C(FGA,RWGA)和 C(FGA,GECAGA)的值都大于 0.5,而 C(RWGA,FGA)和 C(GECAGA,FGA)的值均小于 0.2,说明 FGA 获得的大多数解覆盖了 RWGA 和 GECAGA 获得的解,而 RWGA 和 GECAGA 获得的解只有极少一部分覆盖 FGA 获得的解。随着规模的增大,C(FGA,RWGA)和 C(FGA,GECAGA)值也逐渐增大,说明 FGA 在求解规模较大问题时获得的解更加优于 RWGA 和 GECAGA。除 III 板外,C(NSGA-II,FGA)和 C(FGA,NSGA-II)均小于 0.5,说明 NSGA-II 获得的解与 FGA 获得的解势均力敌。在 C 评价指标上,FGA 没有明显地优于 NSGA-II,这

是因为 NSGA-II 的适应值分配机制即 Pareto 优先排序关系与 C 评价指标有相似之处^[25]。

图3和图4中的4条曲线为 FGA 求解 II 板和 IV 板多目标优化过程中各子目标值(f_1, f_2, f_3)和适应度值(D_{df_i})的变化曲线,纵坐标表示各值归一化后的结果。两个图显示,随着适应度值的减小,各子目标值也随之变化,且4条曲线最终趋于一条直线,说明该算法的收敛性良好;多目标优化过程中各目标之间的相互制衡体现在各个目标值随着适应度值的变化上下波动,这与单目标优化中的目标值严格递减有明显区别,因为多目标优化其实就是各目标间相互权衡协调的过程^[9]。

以上分析表明,FGA 的收敛性良好,能够得到较好的最优解和解集覆盖率、最好的解集收敛性及良好的解集分布均匀性,但解的范围比较集中,解集的多样性较差。

5 结束语

本文基于离散 Fréchet 距离评判曲线间的相似程度并将其扩展应用,建立了一种新的多目标优化方法。在新方法中,采用 Z-score 标准化—Max 值归一化的二元映射组合处理 Pareto 前沿,以离散有序点串表征并构建曲线。通过计算曲线间的离散 Fréchet 距离,并将其作为 GA 的适应度值来引导种群更新进化。仿真结果表明,FGA 在寻优能力和求解质量方面表现出明显的优势,能获得优于其他算法的性能评价指标,拥有良好的收敛性,适用于 MOP 求解。

用标准测试函数检测 FGA 在求解高维多目标优化问题中的性能,以及离散 Fréchet 距离与其他群体智能算法相结合的可能性,值得今后进一步深入研究。

参考文献:

- [1] MALCZEWSKI J, RINNER C. Multiobjective optimization methods[M]//Multicriteria Decision Analysis in Geographic Information Science. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2015: 123-143.
- [2] WEI Zhong, XU Xiaofei, DENG Shengchun. Evolutionary algorithm for solving multi-objective hybrid flow-shop scheduling problem[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2006, 12(8): 1227-1234 (in Chinese). [卫忠, 徐晓飞, 邓胜春. 多目标混合流水车间作业调度的演化算法[J]. 计算机集成制造系统, 2006, 12(8): 1227-1234.]
- [3] FONSECA C M, FLEMING P J. Genetic algorithms for multiobjective optimization: formulation discussion and generalization[C]//Proceedings of the 5th International Conference on Genetic Algorithms. San Francisco, Cal., USA: Morgan Kaufmann, 1993, 93: 416-423.
- [4] SRINIVAS N, DEB K. Multiobjective optimization using non-dominated sorting in genetic algorithms[J]. Evolutionary Computation, 1994, 2(3): 221-248.
- [5] ISHIBUCHI H, TSUKAMOTO N, NOJIMA Y. Evolutionary many-objective optimization: a short review[C]//Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation. Washington, D. C., USA: IEEE, 2008: 2424-2431.
- [6] PURSHOUSE R C, FLEMING P J. Evolutionary many-objective optimisation: an exploratory analysis[C]//Proceedings of 2003 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Washington, D. C., USA: IEEE, 2003: 2066-2073.
- [7] XIAO Jing, WANG Kejun, BI Xiaojun. Multi-objective evolutionary algorithm based on improved-dominated[J]. Control and Decision, 2014, 29(12): 2165-2170 (in Chinese). [肖婧, 王科俊, 毕晓君. 基于改进 K 支配排序的高维多目标进化算法[J]. 控制与决策, 2014, 29(12): 2165-2170.]
- [8] LU Junying, ZHU Guangyu. Surface mounting multi-objective optimization based on grey entropy correlation analysis[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2013, 19(4): 766-773 (in Chinese). [路军营, 朱光宇. 基于灰熵关联分析的表面贴装多目标优化[J]. 计算机集成制造系统, 2013, 19(4): 766-773.]
- [9] HE Lijun, LIU Chao, ZHU Guangyu. High-dimensional multi-objective flow shop scheduling optimization research on relative entropy of fuzzy sets[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2015, 21(10): 2704-2710 (in Chinese). [贺利军, 刘超, 朱光宇. 基于模糊关联熵的高维多目标流水车间调度优化[J]. 计算机集成制造系统, 2015, 21(10): 2704-2710.]
- [10] ALT H, GODAU M. Computing the Fréchet distance between two polygonal curves[J]. International Journal of Computational Geometry & Applications, 1995, 5(1): 75-91.
- [11] ZHENG J, GAO X, ZHAN E, et al. Algorithm of on-line handwriting signature verification based on discrete Fréchet distance[M]//Advances in Computation and Intelligence. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2008: 461-469.
- [12] WYLIE T R. The discrete Fréchet distance with applications[D]. Bozeman, Mont., USA: Montana State University Bozeman, 2013.
- [13] YIN Qin. A data fusion method of train integrated positioning system based on GNSS/ODO[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2011 (in Chinese). [殷琴. 一种 GNSS/ODO 列车组合定位信息融合方法的研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2011.]
- [14] HOLM L, SANDER C. Mapping the protein universe[J]. Science, 1996, 273(5275): 595-602.
- [15] ALT H, GODAU M. Measuring the resemblance of polygo-

- nal curves[C]//Proceedings of the 8th Annual Symposium on Computational Geometry. New York, N. Y., USA: ACM, 1992:102-109.
- [16] WU H, HAYES M J, WEISS A, et al. An evaluation of the standardized precipitation index, the China-Z index and the statistical Z-score[J]. *International Journal of Climatology*, 2001, 21(6):745-758.
- [17] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 6(2):182-197.
- [18] LU Junying. Study of multi-objective differential evolution algorithm with grey entropy correlation analysis method for surface mounting optimization[D]. Fuzhou: Fuzhou University, 2012(in Chinese). [路军营. 基于灰熵关联分析方法实现表面贴装工艺的多目标差分算法优化研究[D]. 福州: 福州大学, 2012.]
- [19] KONAK A, COIT D W, SMITH A E. Multi-objective optimization using genetic algorithms: a tutorial[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2006, 91(9):992-1007.
- [20] ZITZLER E, LAUMANN M, THIELE L, et al. Why quality assessment of multiobjective optimizers is difficult[C]//Proceedings of the 2002 Genetic and Evolutionary Computation Conference. San Francisco, Cal., USA: Morgan Kaufmann, 2002, 2:666-673.
- [21] LIU Chun'an. Dynamic multi-object optimization algorithms and their applications[M]. Beijing: Science Press, 2011:110-115(in Chinese). [刘淳安. 动态多目标优化进化算法及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2011:110-115.]
- [22] GONG M, JIAO L, DU H, et al. Multiobjective immune algorithm with nondominated neighbor-based selection[J]. *Evolutionary Computation*, 2008, 16(2):225-255.
- [23] BOSMAN P A N, THIERENS D. The balance between proximity and diversity in multiobjective evolutionary algorithms [J]. *Evolutionary Computation*, 2003, 7(2):174-188.
- [24] ZITZLER E, THIELE L. Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength Pareto approach[J]. *Evolutionary Computation*, 1999, 3(4):257-271.
- [25] NICOAR E S. Performance measures for multi-objective optimization algorithms[EB/OL]. (2007-04-06)[2015-12-26]. http://www.bmif.unde.ro/docs/20071/Buletin_UPG_MIF_Nr1_2007-04.pdf.

作者简介:

居学尉(1991—),男,江苏扬州人,硕士研究生,研究方向:智能制造, E-mail:724519521@qq.com;

贺利军(1989—),男,江西吉安人,硕士研究生,研究方向:智能制造;

朱光宇(1970—),男,黑龙江哈尔滨人,教授,博士,研究方向:智能制造、优化设计,通信作者, E-mail:zhugy@fzu.edu.cn。