高级微观经济学

田国强

经济学院
上海财经大学

(讲义材料初稿，请勿外传)

2014年2月

目　录

插图

表格

第一章　现代经济学和数学基础

为了更有效地掌握本书的内容，学好现代经济学及领会其深邃的经济学思想，本章介绍现代经济学这一学科的本质及其相关数学知识。我们将给出现代经济学，特别是本书所涉及到的一些预备知识、思想与方法。我们将介绍现代经济学的基本术语和所研究的市场制度以及与中国古代经济思想的相通性、它的核心假设、若干要点、基本分析框架、研究方法与技巧及注重点。这些研究方法与技巧和注重点包括：给出基准点(benchmark)，确定参考（reference）系，建立研究平台(studying platform)，发展分析工具，做出实证分析与规范分析，学好经济理论的基本要求，经济理论的作用及其注意事项，弄清一个断言的充分和必要条件，数学的地位和作用，以及经济和数学语言之间的转化。然后我们介绍一些基本的数学知识和本书将用到的一些基本的数学结果。

1.1　现代经济学的本质

1.1.1　现代经济学与经济理论

- **什么是经济学？**

*经济学*是一门研究在资源稀缺情况下如何决策的社会科学。具体说来，它是一门研究人类经济行为和经济现象及追求自身利益的个体（含个人、家庭、企事业、团体、政府、国家）如何对有限资源进行最佳权衡取舍的学问。

正是资源的稀缺性与人们欲望（即需要，wants）的无止境性这一对基本矛盾和冲突才产生了经济学。贯穿经济学的整个核心思想就是在资源有限(信息有限、资金有限、时间有限、能力有限、自由有限等）和人们欲望无限这一对基本约束条件下，逼迫人们对资源的配置作出权衡取舍的最佳选择，尽可能有效地利用资源，用有限的资源最大限度地满足人们的需求。

- **任何经济制度都必须回答的四个基本问题**

(1) 生产何种产品和服务，每种生产多少?

(2) 产品如何生产?

(3) 产品为谁生产、如何分配?

(4) 谁来作出生产决策?

判断一个制度体制是否能够较好地解决这些问题的根本因素就看是否能够较好地解决信息和激励问题。

迄今为止，现实世界中有两种基本的经济制度安排：

(1) 计划经济制度安排：所有四个问题都是由政府来回答,政府决定大多经济活动，垄断经济决策：决定产品目录、基本建设投资分配、人们工作分配、产品价格和职工工资等，风险由政府承担。

(2) 市场经济制度安排：经济活动大多通过自由交换体系组织起来，生产什么、如何生产和为谁生产的决策是由企业和消费者分散作出的，风险由个人承担。

在现实世界中,几乎每一个经济制度都介于两者之间。计划经济的根本弊病，就是不能解决好信息和激励问题，而市场机制很好地解决了信息和激励的问题。这就是为什么采用计划经济制度安排的国家无不以失败告终，中国要搞市场化改革的根本原因。

- **什么是现代经济学？**

*现代经济学*主要在上世纪40年代后发展起来的，它通过引入和采用严谨的科学方法并运用数学分析工具—通过观察、理论和再观察— 来系统地探索人类经济行为和社会经济现象，从而它是一门科学，代表了科学的分析框架和研究方法。这种系统探索，既涉及到理论的形式，也为经济数据的考察提供了分析工具。

正确理解，学好和掌握现代经济学，特别是本书的内容，对现代经济学的创新和应用都十分重要，不仅可用于研究和分析经济问题，解释经济现象和人的经济行为，更重要的是能根据成因进行内在逻辑分析，从而得出内在逻辑结论和作出比较准确的预测。

现代经济学之所以被称为社会科学的"皇冠"，是由于其基本思想、分析框架及研究方法威力巨大，可以用来研究不同国家和地区、不同风俗和文化的人类行为下的经济问题和现象，并被应用到几乎所有的社会科学门类、商学及日常生活当中，甚至也有助于当好领导、搞好管理、做好工作，以致被调侃为"经济学帝国主义"或无所不能的学科。

顺便指出，本节后面会做较详细的讨论，现代经济学与自然科学有三大重大差别：（1）经济学往往需要研究人的行为，需要对人的行为进行假设，而自然科学一般不需要，一旦涉及到人，由于人心隔肚皮，信息极度不对称，处理起来就变会得非常复杂；（2）在讨论和研究经济问题时，不仅要作描述实证性分析，也要作价值判断的规范性分析，由于人们价值观和涉及到利益，往往容易引起争议，而自然科学一般只

做描述性的实证分析，结论可以通过实践来建议；（3）经济学大多结论不能拿社会作实验检验，由于政策的影响面太宽，具有巨大的外部性，而自然科学绝大多数领域没有这个问题。

- 什么是经济理论？

*经济理论*是一种公理化的研究经济问题的方法。它由一组假设或条件、一个分析框架和若干结论（解释和/或预测）组成，这些结论从假设和分析框架及模型中严格导出，因而是一种具有内在逻辑的分析方法。

和其它科学一样，经济学基于经济理论对观察到的经济现象作出解释、进行评估并作出经济预测。人们利用经济理论来解释观察到的经济现象。这些经济理论由一组基本假设和规则组成。

- 微观经济理论

微观经济理论的目标是对追求私利的经济个体在经济活动中的相互影响进行建模和分析。

微观经济学是经济学所有分支的理论基础。无论是宏观、金融、应用计量等分支，都要以微观经济理论作为支撑。

1.1.2 正确理解现代经济学

现代经济学能帮助人们正确地运用经济学的基本原理和分析方法来研究不同经济环境、不同经济人行为及不同制度安排下的各类经济问题。现代经济学中的不同学派、不同理论本身就说明了现代经济学的分析框架和研究方法的普遍性和一般性。当经济环境不同，当然就需要采用了不同的假设和不同的具体模型设定，只有这样，所发展出来的理论才可用来解释不同的经济现象和人的经济行为，更重要的是能根据在接近理论假设的各类经济环境下，成因进行内在逻辑分析，给出合乎内在逻辑的结论或进行科学的预测与推断。

经常听到有人批评现代经济学存在着太多不同的经济理论，觉得经济学流派观点各异，不知道孰对孰错，甚至有人借此讽刺经济学家，100个经济学家会有101个不同的观点和说法，从而否认现代经济学及其科学性。其实是没有弄清楚，正是由于不同的经济、社会、政治环境，才需要发展出不同的经济理论模型和经济制度安排。经济学家之所以对于一个问题会有不同的观点，恰恰说明现代经济学的严谨和完善，因为前提变了，环境变了，由此结论自然就要相应地发生变化，很少有放之四海而皆准的一般性的“好”结论，否则就不需要因时、因地制宜，具体情况具体分析了。

不同的经济、政治、社会环境可以发展出不同的经济理论或经济模型，但决不是不同的“经济学”。经常听人说，由于中国的国情不一样，需要发展中国的经济学。那么，世界上千千万万的楼房，即使由同一个人设计出来，也都不尽相同，由此我们需

要不同的建筑学吗？当然不是，修建楼房所采用的基本原理和方法基本一样。对研究经济问题而言，也是同样的道理。无论是中国的还是国外的经济问题，都采用基本相同的分析框架与研究方法，只有中国问题、中国路径、中国特色，但不存在着所谓的"中国的经济学"和"西方的经济学"。

现代经济学的基本分析框架和研究方法是无地域和国家界限的，并不存在独立于他国的经济分析框架和研究方法，现代经济学的某些基本原理、研究方法和分析框架可以用来研究任何经济环境和经济制度安排下的各种经济问题，研究特定地区在特定时间内的经济行为和现象。几乎所有的经济现象和问题都可以通过下面要介绍的基本分析框架和研究方法来进行研究和比较，从而中国实际经济环境下的各种经济问题也可通过现代经济学的分析框架来研究。事实上，这正是现代经济学分析框架的威力和魅力所在：它的精髓是要人们在做研究时必须考虑到，并界定清楚某时某地具体的经济、政治和社会环境条件。现代经济学不仅可以用来研究不同国家和地区、不同风俗和文化的人类行为下的经济问题和现象，它的基本分析框架和研究方法甚至也可用于研究其他社会现象和人类行为决策。事实证明：由于现代经济学分析框架和研究方法的一般性和规范性，在过去几十年中，现代经济学的许多分析方法和理论已被延伸到政治学、社会学、人文学科等学科。

另外，要理性看待现代经济学现有理论和模型的作用。对现代经济学有两种错误的看法：第一种看法是不顾中国的客观现实约束条件，盲目地应用或直接套用现有现代经济学理论解决中国问题，照搬模型来研究中国问题，以为把数学模型加进去就是好文章。不充分考虑中国实际情况与经济制度环境所决定的约束条件和边界条件，将一个经济理论或模型泛用到中国现实当中去，如此简单套用而得出的结论和建议，一旦被采纳，往往会出大问题。

第二种看法是全盘否定现代经济学的作用，包括行为假设、分析框架、基本原理和研究方法，认为现代经济学及其分析框架和研究方法是国外的东西，不合乎中国的国情，中国的问题需要用创新一套中国的经济学来解决。

1.1.3 现代经济学与现代市场制度治理

现代经济学的一个主要目的就是研究市场的客观规律及个体（如消费者、厂商）在市场中的行为。具体地讲，研究追求自身利益的个体在市场中如何达到和谐；市场通过什么途径配置社会资源；以及如何取得经济稳定、可持续性增长等问题。

市场与市场机制

市场：买卖双方进行自愿交换的一种交易方式，它不仅指买者和卖者进行交换活动的聚集地，也包括任何其他形式的交易活动。

市场机制：市场机制是以价格作为引导，个体作出分散决策的一种机制。它是一种信息分散决策、自愿合作、自愿交换产品和服务的经济组织形式，是人类历史上最

伟大的发明之一，是迄今为止人类解决自己的经济问题的最成功的手段。市场机制的建立并没有经过人类自觉的、有目的的设计，而是一个自然的发展演化过程。现代经济学主要是研究市场制度而产生，发展而扩展延拓的。

在市场体系中，资源配置的决策是由追求各自利益的生产者和消费者在市场价格的引导下独立作出的，没人指挥，发号施令。市场体系可以在不知不觉中很好地解决任何经济体系都逃不掉的四大基本问题：生产什么、怎么生产、为谁生产、谁作决策。

在竞争市场体系下，由企业和个人作出自愿交换与合作的决策。消费者追求最大需求满足，企业追逐利润。为使利润最大化，企业必须精打细算，最有效地利用资源。就是说，对于效用或作用相近的资源，尽量拣便宜的用。企业的物尽其用和社会的物尽其用本不相干，但**价格**把二者联系起来了。**价格的高低反映了社会上资源的供求状况，从而反映了资源的稀缺情况**。社会上缺钢材不缺木料，钢材就贵木料就便宜。企业为了减少开支多赚钱，就得尽量多用木料少用钢。企业这样做时没有想到社会的利益，但结果却完全符合社会的利益，这中间悄悄起作用的正是资源价格。资源价格协调了企业利益和全社会的利益，解决了怎么生产的问题。价格体系还引导企业作出符合社会利益的产出决策。生产什么，企业只有一个考虑：什么价钱高就生产什么。可是在市场体系下，价格的高低恰恰反映了社会的需要，收成不好，粮价上涨，将会激励农民多生产粮食。追逐利润的生产者就这样被引上了”救死扶伤”的正轨，生产什么的问题解决了。最后，市场体系还解决了哪位消费者得到哪件产品的问题。消费者如果真需要这件衬衫，就会出比别人高的价。只想赚钱的生产者就会只把衬衫卖给最需要它的那个消费者，决不会找错人！这样，为谁生产的问题也解决了。所有这些决策都是由生产者和消费者分散地作出的—- 谁作决策的问题也解决了。

市场机制就这样轻松潇洒地把看似水火不容的个人利益和社会利益协调起来了。早在二百多年前，现代经济学之父亚当.斯密（Adam Smith，1776）就看到了市场机制的和谐和美妙。他把竞争的市场机制比作一只“看不见的手”，在这只手的暗暗指引下，追逐私利的芸芸众生不由自主地走向一个共同的目标，实现了社会福利的最大化:[1]

> *“每人都在力图应用他的资本，来使其生产品能得到最大的价值。一般的说：他并不企图增加公共福利，也不知道他所增进的公共福利为多少。他所追求的是他个人的安乐，仅仅是他个人的利益。在这样做时，有一只看不见的手引导他去促进一种目标，而这种目标决不是他所追求的东西。由于追逐他自己的利益，他经常促进了社会利益，其效果要比他真正想促进社会利益时得到的效果为大。”–亚当.斯密*

本书一般均衡理论中第一福利经济学基本定理严谨地陈述了亚当.斯密论断：在一定条件下，完全竞争的市场导致了资源有效配置。

[1]英文原文见：$http : //en.wiktionary.org/wiki/Citations : invisible_hand$。

价格机制的三大功能

市场体系的正常运转通过价格机制实现。如诺贝尔经济学奖获得者米尔顿亚当.斯密弗里德曼所分析的那样，价格在组织经济活动时，履行了彼此关联的三种功能：

(1) 传递信息：最有效的方式传递生产和消费的信息；

(2) 提供激励：激励人们以最佳方式进行消费和生产；

(3) 决定收入分配：资源禀赋、价格及经济活动成效决定收入分配。

- **价格的功能之一：传递信息**

价格指导着参与者的决策，传递供求变化的信息。需求增加，价格就会上升，于是厂商就会投入更多生产要素来生产这种商品，使得有关方面都获得了商品需求增加的信息。价格体系传递信息很有效率，只向需要了解有关信息的经济人传递信息。而且，它不但能传递信息，也能产生激励保证信息传递的畅通，使信息不会滞留在不需要信息的人的手中。传递信息的人有内在的动力去寻找需要信息的人；需要信息的人有内在的动力去获取信息。

- **价格的功能之二：提供激励**

价格还能提供激励，使人们对需求和供给的变动作出反应。当某种商品的供给减少时，一个经济社会应当提供某种激励，使生产这种商品的企业愿意增加生产。市场价格体系的优点之一就在于价格在传递信息的同时，也给人们以激励，从而使人们基于自己的利益自愿地对信息作出反应，激励消费者以最优的方式进行消费，生产者以最有效的方式进行生产。价格的激励功能与价格决定收入分配的第三个功能密切相关。如果提高产量所增加的所得大于所增加的成本，生产者就会继续提高产量，直到两者相等，达到利润最大化。

- **价格的功能之三：决定收入分配**

在市场经济中，个人收入取决于他拥有的生产资源(如资产、劳力等)，及其经济活动的成效。在收入分配上，人们往往想把价格的收入分配功能与传递信息、提供激励的功能分割开来，在保留传递信息和提供激励功能的同时，使人们的收入更加平等。然而，这三个功能是紧密关联、缺一不可。价格对收入的影响一经消失，价格传递信息、提供激励的功能也就不复存在。如果一个人的收入并不取决于他为别人提供劳务或商品的价格，那么他何必费劲去取得关于价格和市场供求的信息，并对这些信息作出反应呢？如果干好干坏收入都一样，有谁肯好好干？如果发明创造而得不到好处，又何必费时费力去发明创造呢？就这样，如果价格不再影响收入分配，价格就失去其他两项功能。

政府、市场与社会的治理边界

当然，世界上没有纯粹，独立于政府之外的完全放任自由市场经济。市场运行良好需要政府、市场与社会这样一个国家治理三维结构得以有效地耦合和整合。完全独立于政府之外的放任自由市场不是万能的，在许多情景下往往会失灵，如垄断、收入分配不公、贫富两极分化、外部性、失业、公共物品供给不足等，从而导致资源无效率配置资源和各种社会问题。

市场经济可以分为“好的市场经济”和“坏的市场经济”，关键取决于政府、市场和社会之间的治理边界是否得到了合理界定和理清。在好的市场经济中，政府能让市场充分发挥作用，而当市场失灵时，政府又能发挥很好的替补作用。好的、有效的现代市场经济是一种契约社会，是法治经济，受商品交换契约的约束，受市场运行规则的约束，受到信誉的约束。通过价格机制的作用和个体对自身利益的追求，不得不遵守它的规则，使之市场导致资源的有效配置和社会福利最大化。从而，现代市场经济是建立在法治基础上的。法治的作用有二：一是约束政府对于市场经济活动的任意干预，这是最基本的；二是更进一步对市场起到支持和增进作用，包括产权的界定和保护，合同和法律的执行，维护市场的公平竞争等等，使得市场在资源配置中起到基础性作用，从而使得价格传递信息、提供激励和决定收入分配的三大基本功能得到充分发挥。

而在坏的市场经济中，政府缺乏对于经济社会转型的驾御和治理能力，不仅不能提供必要的、足够的公共产品和服务以弥补市场失灵，反而出现了大量的寻租和腐败现象，使得社会经济的公平正义受到极大减损，出现所谓的“政府俘获（State Capture）”现象，即经济主体通过向政府官员进行私人利益输送来影响法律、规则和规章制度的选择和制定，使得该主体能够不通过自由竞争而将自身的偏好转化成整个市场经济博弈规则的基础，形成大量的能够为特定个体产生高度垄断利益的政策安排，而其背后则是以巨大的社会成本和政府的公信力下降作为代价的，使得公共选择中的无效率均衡得以长期延续。此外，政府失效和市场失灵相叠加也会造成其他一些不良的社会后果，比如两极分化、机会不均、社会不公等等。

因此，在政府、市场和社会这样一个三维框架中，政府作为一种制度安排，有极强的正负外部性，起着非常关键的作用，既可以让市场有效，成为促进经济发展的动力，让社会和谐，实现科学发展，也可以让市场无效，导致社会矛盾重重，成为巨大的阻力。尽管世界上几乎所有的国家都实行市场经济，但大多数市场经济国家没有实现又好又快的发展。有许多其他原因，但最根本的原因就是没有合理地界定和理清政府、市场与社会的治理边界，政府的角色出现了过位、缺位或错位。只有政府无所不在的“有形之手”放开了，政府的职能及其治理边界得到了科学合理的界定，合理界定政府、市场和社会之间的治理边界才是可期的。

那么，如何合理界定政府、市场和社会的治理边界？那就是，只要市场能做好的就应该让市场去做，政府不直接参与经济活动（但需要政府维护市场秩序，保证合同及各种法规得到严格执行）；市场不能做的，或者说从国家安全等其他因素考虑，市场

不适合做的时候政府才直接参与经济活动。也就是，在考虑和谐社会的构建和经济的和谐发展的时候，在政府职能的转变和管理模式的创新的时候就应该根据市场和政府各自界定的边界来考虑，比如说，至少在竞争性的行业，政府应该退出，当然即使政府不退出也不可能长久生存下去。只有在市场失灵的时候，政府才发挥作用，单独或者是与市场一起去解决市场失灵的问题。

这样，在现代市场经济条件下，政府最基本的职能、角色和作用可以用两个词来概括，就是"维护"和"服务"，也就是制定基本的规则及保障国家的安定和社会秩序的稳定，以及供给公共产品和服务。这正如哈耶克所指出的那样，政府的基本职能有二：一是必须承担实施法律和抵御外敌的职能，二是必须提供市场无法提供或无法充分提供的服务。与此同时，必须将这两方面的职能和任务明确地界分开来，当政府承担服务性职能的时候，不能把赋予政府实施法律和抵御外敌时的权威性也同样赋予它。这就要求政府除了承担必要的职能外，还要向市场和社会分权。美国历史上伟大的总统林肯对政府职能的界定概括得非常精辟：**"政府存在的合法目的，是为人民去做他们所需要做的事，去做人民根本做不到或者以其各自能力不能做好的事；而对于人民自己能够做得很好的事，政府不应当干涉。"**[2]

同时，好的、有效的现代市场经济和国家治理模式需要一个具备较强的利益协调能力的独立、自治公民社会作为辅助非制度安排，否则一个严重后果就是市场经济活动的各类显性和隐性交易成本都非常大，社会最基本的信任关系难以构筑。

总之，只有合理界定和理清了政府、市场与社会的治理边界，才能建立好的、有效的市场经济制度，实现效率、公平与和谐发展。当然转型到有效的现代市场制度往往要有一个过程，由于各种约束条件，不能一步到位地理清政府、市场与社会的治理边界，往往需要制定一系列过渡性的制度安排。但是，随着转型的深入，原有的那些过渡性制度安排的效率就会出现衰减，甚至完全退化为无效制度安排或负效制度安排。如果不能适时适度地不断理清政府、市场与社会的治理边界，反而将一些临时性、过渡性的制度安排（如政府主导经济发展）定型化和终极化，就不可能造就有效市场和构建和谐社会。由于现代经济学的发展，它的分析框架和研究方法，对如何合理的界定和理清政府、市场与社会治理边界，如何进行综合治理等方面的研究，起到了不可替代的作用。

综合治理的三个制度安排

以上说明了，为了让市场运行良好，建立有效现代市场制度，就需要耦合和整合好政府、市场与社会这三个基本协调机制之间的关系，以此规制和引导个体经济行为，实行综合治理。政府、市场和社会，这三者正好对应的是一个经济体中的治理（Governance）、激励（Incentive）和社会规范（Social Norms）等三大基本要素，强制性的公共治理和激励性的市场机制等正式制度安排相互交叠、综合治理、长期积淀，

[2]英文原文见：$http://en.wikiquote.org/wiki/Abraham_Lincoln$。

会对规范性的非正式制度安排形成一种导向和型塑，增强社会经济活动的可预见性和确定性，大大节约交易成本。

法规治理是强制性的，是基本的制度安排和管理规则。是否制定这样的法则和规制基本标准就看是否容易界定或判断清楚（信息透明和对称与否），了解信息及监督和执法成本是否太大。如果一个法规的监督成本太大，这样的法规就不具有可行性。产权的保护、合同的实施、适当的监管都需要制定规制，从而需要一个监督执行规则的第三者。这个第三者便是政府。为了维持市场秩序，引入政府是必然的。由于政府也是经济人，既当裁判员又当运动员，影响巨大，这就要求对政府的行为应有明确的程序和规则，并且这些程序和规则的制定应该是宜细不宜粗，越明确越好。对经济人和市场的规制则相反，由于信息不对称，应该是宜粗不宜细，就是给人们更多的经济上的选择自由和政策空间。

激励机制，如市场机制，是诱导性的，这是适用范围最大的一块。由于信息不对称且了解信息的成本又比较大，那么具体的运行规则应该是通过用市场等诱导性的激励机制来调动经济人的积极性，实现激励相容，使人们主观为自己为个人、客观为他人为社会努力工作。声誉和诚信在市场经济机制下也是一种惩罚激励机制。做生意要靠诚信，并不是说这样企业主本身很愿意讲诚信，而是不得不讲诚信，否则就会受到被市场淘汰的惩罚。此外，诚信能节省经济成本，降低交易成本。

社会规范是一种既不需强制，也不需激励的无欲无纲的制度安排。长期坚持按强制性的法规和诱导性的激励机制来解决问题，慢慢就形成了一种既不需要强制也不需要激励的社会规范、信仰和文化，比如企业文化、民风、宗教信仰、意识形态、理念追求，这是最节省交易成本的方式。特别当理念一致时，会大大地减少办事的难度，极大地提高工作效率。当理念不一致时，即使采用“大棒式”的强迫命令这一刚性方式，“胡萝卜”式的诱导性激励机制或友情关系，解决了一件事，但遇到新的事情和问题，又需要重新再来，造成很大的实施成本。

这三种基本方式往往需要综合应用，并且要因人、因事、因地、因时而异，具体情况，具体分析解决。采用何种方式的标准是由法规的重要性，信息对称的程度，监督和执法等交易成本的多少决定的。总之，这三种制度都有其边界条件，“晓之以理”主要看信息容不容易对称，法律容不容易监督。如果制定出来的法律监督、执行成本很大，或者大家都不去执行，这样的法律就没有存在的意义。

1.1.4 现代经济学与中国古代经济思想

许多人就把市场经济的理念，把商品的价格由市场决定的理念，认为是西方灌输过来的，其实不然。中国早在从上古中华文化起，就崇尚朴素的自由市场经济和信奉价格由市场决定的，包含了许多市场经济的理念，给出了许多激励相容的辩证治国方略，总结地异常深刻。现代经济学的几乎所有重要的基本思想、核心假设及基本结论，如个体自利性假设、经济自由、看不见的手的无为而治、社会分工、国富与民富及发展与稳定的内在关系，政府与市场的关系，中国古代先哲们差不多都论及到了。下面

列出一些这方面的例子。

早在三千两百多年前，姜太公姜尚就认为，**“避祸趁利”**乃是人之天生本性，**“凡人，恶死而乐生，好德而归利”**，从而说出了：**“天下非一人之天下，乃天下人之天下。同天下之利者则得天下”**的以民为本的民富国定，民富国强的辩证统一思想和治国的根本规律，给出了政府要以天下之利为利，以天下之害为害，以天下之乐为乐，以天下之生为务的根本治国方略，达到使天下人与之共利害的激励相容的结果。姜子牙对国富和民富的顺序关系也给出了精辟的答案：**“王者之国，使民富；霸者之国，使士富；仅存之国，使大夫富；无道之国，使国家富。”**周文王在其建议下开仓济穷，减税富民，西周日益强盛。

两千六百多年前，管仲在《管子》一书中就给出需求法则：**“夫物多则贱，寡则贵”**，也给出了**民富则国定、国安、国治、国富、国强**的基本结论：“仓禀实，则知礼节，衣食足，则知荣辱”，所以指出：**“凡治国之道，必先富民。民富则易治也，民穷责难治也。……故治国常富而乱国常贫。是以善为国者，必先富民，然后治之。”**

两千六百多年前，孙子的《孙子兵法》“始计篇”虽说谈论的是兵法，但与现代经济学基本分析框架高度吻合，完全可将其放在做事业的情境下。这也是大到治理好一个国家、小到一个企业或单位，做大事，办成事，决策正确和在竞争中能胜出的法则。他同时也给出了信息经济学基本结论：信息完全情况下，才有可能达到最优（“the best is first best”）；在信息不能对称的时候，至多只能得到次优结果（“the best is second best”）。**“知彼知己，百战不殆；不知彼而知己，一胜一负；不知彼不知己，每战必殆。”**—《孙子兵法》。

同时代的老子更是了不得，给出了成大事者应明白的综合治理最高法则：**“以正治国，以奇用兵，以无事取天下。”**（《道德经》第57 章）这是治理大到一个国家小到一个单位的根本之道，用通俗的话说，就是要：行的正、用的活、管的少，要政府少干预，无为而治。老子将“道”看作为无形的自然规律，而“德”则是“道”的具体体现。认为，治国御人应采用天道、地德、无为的管理理念：**“人法地，地法天，天法道，道法自然。”**—《道德经》第二十五章。还有，**“天下难事，必作于易，天下大事，必作于细。”**—《道德经》第六十三章，也就是，做任何事情，细节决定成败。这些论述都说明了，老子的无为思想并不是人们通常所以为的，要人们无所作为，那是消极的，不是老子的本意，是对老子天大的冤枉。老子谈论的无为是相对的，大的方面要无为，细节方面要有为，要细心。也就是，要大处着眼，小处着手，要有为。

两千一百多年前，司马迁《史记˙货殖列传》更是写下了石破天惊的**“天下熙熙，皆为利来，天下攘攘，皆为利往”**的千古名句，有了和斯密非常类似的，建立在自利基础的社会分工实现社会福利的经济思想。司马迁考察了社会经济生活的发展，意识到了社会分工的重要性，写下来，**“皆全国人民所喜好，谣俗被服饮食奉生送死之具也”**因此，就有必要**“待农而食之，虞而出之，工而成之，商而通之。”**（人们依赖农民耕种来供给他们食物，虞人开出木材来（供给他们使用），工匠做成器皿来（供他们的所需），商人输通这些财物（供他们选购）。）并且，他认为由农、虞、工、商所组成的

整个社会经济，应该合乎自然地发展，而不需行政命令来加以约束。

司马迁在《史记˙货殖列传》中续写道：**"此宁有政教发征期会哉？人各任其能，竭其力，以得所欲。故物贱自征贵，贵之征贱，各劝其业，乐其事，若水之趋下，日夜无休时，不召而自来，不求而民出之，岂非道之所符，而自然之验邪？"**（这难道还需要政令教导、征发人民如期集会来完成吗？人们各自以自己的才能来行事，竭尽自己的力量，以此来满足自己的欲望。因此，物价低廉，他们就寻求买货的门路，物价昂贵，他们就寻求销售的途径，各自勤勉而致力于他们的本业，乐于从事自己的工作，如同水向低处流，日日夜夜而永无休止，他们不待召唤自己就赶来，物产不须征求而百姓们自己就生产出来。这难道不是合乎规律的而自然就是如此的证明吗？）

对经济自由的重要性和几种基本的制度安排的排序，司马迁在《史记·货殖列传》中总结的非常精辟：**"故善者因之，其次利道之，其次教诲之，其次整齐之，最下者与之争。"**其喻意就是，最好的办法是顺其自然，无为而治，其次导之以利，其次加以道德教化，再次用规定加以约束，最坏的做法就是与民争利。

这些古代经济学思想异常深邃，亚当斯密所论及的，我们先哲们早已论述到，但遗憾的是，由于这些只是些经验总结，没有形成严格的科学体系，没有给出结论成立的范围或边界条件，没有建立严格内在逻辑分析，所以很少被外人所知。

1.1.5 现代经济学的核心假设

个体的理性选择及其自利行为。经济学中一个最基本、最关键、最核心的假设就是个体行为的利己性假设。这不仅是假设，更是目前社会经济发展阶段中最大的客观现实，是整个现代经济学的基石。任何一门社会学科都需对个体的行为作出某些假设，将个体的行为作为理论体系的逻辑起点。社会科学和自然科学最本质的差别就在于，社会科学往往需要研究人的行为，需要对人的行为进行假设，而自然科学不研究人，而是研究自然世界和事物。经济学是一门非常特殊的学科，它不仅要研究和解释经济现象，进行实证分析，同时还要研究人的行为，以便更好地作出预测，并给出价值判断。

所谓利己性假设，就是个体（无论是国家、单位、企业还是个人），在常规性情况下，往往表现出利己性，追求自身的利益。作为一个理性个体，就意味着，在经济活动中，个人、单位和国家都会尽可能地追求自身利益最大化。这个假设在任何层面都基本成立，在处理国家、单位、家庭及个人之间关系的时候都是如此，因而是一个在研究和解决政治社会经济问题时必须考虑的客观现实或约束条件。比如在考虑和处理国与国之间关系的时候，作为一个公民，需要维护本国的利益，站在本国的立场上说话和行事，如果泄露国家机密，就可能受惩罚；在处理企业与企业的关系时，作为本企业的员工，必须维护本单位的利益，如果把企业机密泄露给竞争对手，视后果的严重程度也会被判刑。经常看到或听到有人对利己性假设提出质疑，既然人是理性自利的，追求个人利益，那为什么要有家庭？其实，从家庭层次上来分析问题，每个人都是站在本家庭的利益上行事的。也就是在常规情况下，人们关注的是自己的家庭，而

不是别人的家庭。在研究个人与个人问题时也是如此，大多从自身的角度来考虑问题。这些都表明，利己性是一个相对的概念，在同等层次考虑问题时往往需要采用此假设。但不少人对这个假设产生了误区，将它简单狭义地理解为，无论考虑哪个层次上的问题，都是针对个人的假设。

当然，需要着重指出的是，利己性假设也有其适应边界。大公无私与人的自利性并不矛盾，是不同环境下的不同行为反应。在天灾人祸等非常规性条件下，人们往往表现出来的是另外一种理性，即大公无私的一面。如在国破家亡时很多人愿意抛头颅、洒热血为国战斗。在他人遇到危机或受到灾害时，都能够勇于相助。比如，当日本帝国主义侵略中国，中华民族面临亡国亡族威胁的时候，人们都站起来，抗击日本侵略，抛头颅、洒热血，为民族利益不惜献身。在没有国哪有家的情况下，人们往往体现出无私的一面。当几年前发生汶川大地震后，全国人民心急如焚，出钱出力，帮助灾区人民。而在安定正常的和平环境下，在从事经济活动时，个体往往追求的自身的利益。所有这些都说明，利己或大公，都是在不同情境、不同环境下自然反应，完全不矛盾。

由此，可以看出利己性和利他性都是相对的。其实，即使动物也有这种二重性。比如，野山羊被猎人追到悬崖边，老山羊自愿献身，先跳，让年轻或小山羊后跳，踏着它们的身子逃生。连动物都愿意牺牲，何况人呢? 当国家遇到危机时，当他人遇到危险时，当人们需要帮助时，我们应该勇敢地站出来，雪中送炭，伸出力所能及的援助之手。亚当·斯密不仅写了本奠基性的《国富论》，也写了本《道德情操论》，论述人们应具有同情心和正义感。亚当·斯密交替创作，反复修改直至去世的《道德情操论》和《国富论》这两部著作，形成了亚当·斯密学术思想体系两个互为补充的有机组成部分。

需要指出的是，“自利”并不等于“损人”。理性的自利行为把遵守社会规范作为必要的约束条件。我们举双手赞成通过思想教育使人民在追求个人利益时不违反公共秩序，我们赞成维护建立在个人理性基础上的公众利益。但是，我们不赞成把政策建立在无视个人利益的基础上的经济理想主义，我们不赞成以维护集体利益为名侵犯合理的个人利益。总之，我们要把在法律、政策条例约束下的自利行为与违反法律、政策条例、损害他人的自私自利行为区分开来，对前者应该保护，对后者才加以反对。

即使同样是利己性，程度也不同。利己性当然越少越好，但完全不存在也是不可能的，是经济学的逻辑起点。可以说，如果人都是非自利的，总是为他人着想，也就根本不需要涉及到人类行为的经济学了，工业工程学或投入产出分析也许就够了。中国之所以进行改革开放，从计划经济体制转为市场经济体制，从根本上就是考虑到个体自利性这一客观现实，在参与经济活动时往往考虑个人利益。事实上，短短三十多年，中国的改革就取得了举世无双的巨大成就，这与承认个人利益这一客观现实，从而实行市场制度是分不开的。

1.1.6　现代经济学的若干要点

经济学家在讨论经济问题时通常基于一些关键性的条件或基本原理：

(1) 资源的有限性；

(2) 信息不对称与分散决策：个体偏好于分散决策；

(3) 经济自由：自愿合作和自愿交换；

(4) 在约束条件下决策；

(5) 激励相容：体制或经济制度需要解决个体或经济组织的利益冲突问题；

(6) 产权清晰界定；

(7) 机会平等；

(8) 资源有效配置。

放松上述的任何一条都将导致不同结论。注意和运用好这些要点和原理，对人们处理日常事务中也非常有用。这些原理说起来简单，但真正能领会贯通，得心应手地应用到现实中却不太容易。下面对这些关键性假设、条件、要点或原理分别给于说明。

资源的有限性

之所以有经济学这门学问，从根源上来说就是世界上的资源是有限的(至少地球的质量是有限的)。只要有一个人是自利的，并且他的物欲是无穷的(他所拥有的物品越多越好)，就不可能实现按需分配，就需要解决如何用有限的资源满足需要的问题，也就需要经济学。

信息不对称与分散决策

除了个体的自利性这一最基本的客观现实外，另外一个最基本的客观现实就是，在大多数情况下，经济人之间的信息往往是不对称性的，即使一个人说了一番话，说的非常好听，光面堂皇，也不知道说的是真话还是假话，即使两眼盯住讲台，好像在听讲，也不知听进去了没有，“人心隔肚皮”，“人心叵测”，“人是最难对付”就是说的这个道理。在加上个体的自利性，往往由此产生个体之间的利益冲突，这就使得社会科学，特别是经济学，比自然科学要复杂的多和难研究的多。这也是为什么在现代社会，由于人心叵测，欺诈事情太多，许多人不愿意和人打交道，更愿意跟动物打交道，养宠物，认为动物不会骗他们。从而使得集中化决策方法往往无效，需要采用分散决策，比如采用市场机制的方式来解决经济问题。

只有信息完全掌握和了解后，才能将事情做得更好，其结果才可能最优。即信息经济学中所讲到的，信息完全情况下，才有可能达到最优（“the best is first best”）。不过，信息往往很难对称，由此需要通过激励机制的方法来诱导真实信息，但获得信

息需要代价，这样至多只能得到次优结果（“the best is second best”），这是本书第四部分将要介绍的委托代理理论、最优合同理论和最优机制设计理论所得到的基本结果。由于在很多情况下信息是不对称的，所以市场会失灵，会出现委托代理问题，但不管采取哪种方法，都是次优，根本原因在于信息不对称。如果没有合理的制度安排，人们会出现激励扭曲，要诱导信息，必须要付出成本和代价，所以不能得到最优（first best）。这也是《孙子兵法》中所说，“知彼知己，百战不殆；不知彼而知己，一胜一负；不知彼不知己，每战必殆”。信息对称特别重要，许多误会误解都是信息不对称的结果。通过与人沟通，让别人了解你（发送信息，signaling），你了解别人（screening），做到信息对称，消除误解误会，尽可能达成理念一致，这是做好一件事情的基本前提。

政府过多干预经济活动，作用过位，由此导致低效率，其根本原因就是信息不对称造成的，在收集信息、鉴别信息等方面存在着很大问题。如果决策者能够掌握全部有关信息能的话，直接控制的集中化决策就不会有问题，只是一个简单的最优决策问题。正是由于信息不可能完全被掌握，人们才希望分散化决策。这也是为什么经济学家强调用激励机制这种间接控制的分散化决策方法来促使(激发）人们做决策者想做的事,或实现决策者想达到的目标。我们将在第五部分着重讨论信息和激励方面的问题。

需要指出的是，集中化决策在某些方面也有其优点。在作重大改变的决策时，比如在一个国家、单位或企业在制定愿景、方向或战略或作重大决定时，集中化决策比分散化决策来得有效。不过这种重大改变可能带来很大成功，也可能带来重大失误。例如，邓小平改革开放的决策，使得中国经济得到高速发展，取得了前所未有的巨大成就，而毛泽东搞文化大革命的决策，使中国经济几乎走向了崩溃的边缘。解决此问题一个办法就是充分尊重民意，选出优秀的领导人。

自由选择与自愿交换

由于经济人追求自身利益，再加上信息不对称，晓之以理的“大棒”式制度安排，往往不是有效制度安排，就需要给人们更多的经济上的选择自由。从而，应该通过建立在自愿合作和交换基础上的经济自由选择方式，用市场等诱导性的激励机制来调动经济人的积极性。因而，经济上的选择自由（即“松绑”）在分散化决策（即“放权”）的市场机制中起着至关重要的作用，是市场机制正常运行的先决条件，也是保证竞争市场经济机制导致资源最优配置的一个最基本的前提条件。

事实上，在第八章要介绍的经济核定理（Economic Core Theorem）深刻揭示了：只要给人们充分自由选择，并且容许或能够自由竞争，自愿合作和交换，即使不事先考虑任何制度安排，在个体自利行为驱动下，所导致的资源配置结果与完全竞争市场的均衡结果一致。经济核定理的核心思想可以概括为：在理性假设下，即在思想水平不高的假设下，只要给人们两样东西–自由和竞争，而不考虑任何制度安排，所导致的经济核就是市场竞争均衡。

中国过去30多年的改革开放从实践上证明了这一定理。分析中国经济之所以取得

举世瞩目成就的成功经验，千重要，万重要，给老百姓更多经济上的选择自由最重要。从早期的农村改革到后来的城市改革实践都已表明，哪里的政策一松动，哪里的自由度更大一些，哪里给生产者和消费者更多的选择自由，哪里的经济效率就更高。中国经济增长奇迹的创造恰恰是源于政府向市场的放权，而现实中市场不健全，则是源于政府过多的干预以及政府监管、制度供给的不到位。

顺便指出，人的经济自由权包括三类，除了经济上自由选择权，还包括财政拥有权和生存权。

在约束条件下做事

在约束条件下做事是经济学中一个最基本的原理，人在屋檐下不得不低头说的就是这个道理。做每一件事情都有其客观约束条件，即所有的个人体都在既定约束条件下进行权衡取舍的选择，这是经济学的一个最基本原理，人们的选择由客观约束条件和主观偏好所决定的。在经济学中，约束条件基本思想的一个体现就是消费者理论中的预算约束线。任何一个人乃至一个国家的发展都是面临着各种限制和约束条件，包括政治、社会、文化、环境、资源等等，如果不把约束条件弄清楚，事情很难做成。

引进一个改革措施或制度安排必须考虑到可行性、可实施性，满足客观约束条件，同时也希望实施风险控制到尽可能小，不致引起社会政治和经济的大动荡。可行性也就是做好事情必须要考虑所面临的各种约束条件，否则就没有可实施性。所以，可行性是判断一个改革措施或制度安排是否有利于经济发展和经济体制平稳转型的一个必要条件。在一国经济转型中，一个制度安排之所以具有可行性，是因为它符合了该国特定发展阶段的制度环境。具体到中国，就是改革必须适应中国的国情，要充分考虑到了所面临的各种约束条件，包括人们的思想境界有限，参与性约束条件等。

参与性约束条件在考虑激励机制设计时是一个非常重要的约束条件，它意味着经济人能在经济活动中获利，至少不受损，否则不会参加，或反对所设施的规则或政策。追求自身利益最大化的个体不会自动接受某一制度安排，而是会在接受与不接受之间做出选择，只有当一个制度安排下个体的收益不小于其保留收益（不接受该制度）时，个体才愿意进行工作、生产、交易、分配和消费。如果一个改革或制度安排不满足参与约束条件，个人可能放弃、大家都不愿接受这个改革措施或制度安排，就不可能成功推行。强制改革反而导致反对，造成社会的不稳定，也就谈不上发展。这样，参与约束条件和社会稳定密切相关，是发展中是否稳定的一个基本判断。

自利与互利的激励相容

由于个体都有其自身利益，往往就造成个体间或个体与社会间的利益不一致，发生利益冲突。其原因是，个体在给定制度安排或游戏规则下会根据自身利益作出最优选择，但是该选择不会自动满足他人及社会的利益或目标，而信息的不完全性使得社会最优很难通过指令方式来执行。因而，要实施自己或社会某个目标，就需要给出恰

当的游戏规则，使得当事人在追求自身利益的同时，能达到所要实施的目标，这就是所谓的激励相容。也就是使个人的自利和人们之间的互利统一起来，使得每个人在追求其个人利益的同时也达到社会或他人所要达到的目标。

由于每个人从所要做的事中获得利益与付出代价，通过对利益和代价的比较，将会对游戏规则作出合理的激励反应。一个好的制度安排或规则是能够引导自利的个体主观为自己，客观为别人，争取做到使人们的社会经济行为于国、于民、于己、于公、于私都有利，这是现代经济学的核心内容。激励问题在每一个社会经济单位中都会出现。一个人做的每一件事都涉及到利益与代价(收益与成本)，只要利益和代价不相等，就会有不同的激励反应。既然个人、社会和经济组织的利益不可能完全一致, 怎样将自利、互利和社会利益有机地结合起来呢? 那就需要激励相容，要求所采用的改革措施或制度安排能极大地调动人们的生产和工作的积极性。我们将在本书第五部分着重讨论如何达到激励相容的问题。

产权激励

产权(property rights)是市场经济中的一个重要范畴。产权包括财产的拥有权、使用权及决策权。产权的明确界定，因而利润归属的明确界定，有激励让产权所有者以最有效的方式进行消费和生产，有激励提供优质的产品和良好的服务, 有激励去建立名声和信誉，有激励尽力维护和保养自己的商品、房舍、设备。如何产权界定不清，则会伤害企业的积极性，产生激励扭曲和道德风险。在市场机制中，激励主要是通过拥有财产和获得利润的方式给予人们的。本书第十一章要讨论的科斯定理是产权理论的一个基准定理，它论断，当交易成本为零和没有收入效应，只要产权明晰界定，通过自愿协调和合作就可以导致资源的有效配置。

结果平等与机会平等

“结果平等”是一个理想的社会想要达到的目标。但这种“结果平等”对具有自利行为的人类社会来说，却带来低效率。那么在什么意义下平等能与经济效率一致呢? 回答是，如果人们用“机会平等” 这一价值判断标准时，平等与效率是可以一致的。“机会平等”意味着不能有任何障碍阻止每个人运用自己的能力追求自己的目标，并且尽快对所有个人都有一个尽可能平等的竞争起点。本书第九章所介绍的公正定理(outcome fairness theorem)，告诉我们：只要每个人的初始禀赋的价值相等，通过竞争市场的运作，即使个体追求自身利益，也可以导致既有效率也是公平的资源配置结果。与”机会平等”相似的一个平等概念是“个人平等”(也就是所谓的，“在上帝面前人人平等”)，它意味着，尽管人们生下来不尽相同，有不同价值观、不同性别、不同身体条件、不同文化背景、不同的能力、不同的生活方式，但“个人平等”要求大家尊重个体的这种差异。

由于各人的爱好不一样，把牛奶和面包平等地分给每一个人虽然看起来公平，但不见得大家都满意。因此，除了用平等配置这个绝对平均主义的概念来定义公平外，在经济问题的讨论中，还用到其他意义下的公平概念。本书中第九 所介绍的可平等配置就既考虑到客观因素，也考虑到主观因素，它意味着所有的人每个人都满意自己所得的一份。

资源有效配置

一个社会的资源是否得到有效配置是评价一个经济制度是否好坏的基本标准。在经济学中，资源配置有效通常指的是帕累托有效或最优，它是指在给定现有资源的条件下，不存在另外的资源配置方案使得至少某人得利，而又不损害他人的利益。这样，不仅指要有效地消费和生产，也要使得生产出来的产品能最好地满足消费者的需要。

这样，在谈到经济效率时，要区分三种效率：企业经济效率、行业经济效率及社会资源配置效率这三个不同的概念。企业生产是有效的，是指给定生产投入使产出最大，并且反过来，给定产出，使投入最小。行业是所有生产某种商品的企业的总和，它的有效性可类似地定义。注意，每个企业有效并不意味着整个行业生产的有效性。因为如果把那些技术落后的企业的生产资料用到技术先进的企业，会导致全行业更多的产出。同时，即使整个行业的生产是有效的，对社会资源配置也可能不是（帕累托）有效。

帕累托资源有效配置这个概念对任何经济制度都是适用的。它只是从社会效益的角度对一个经济制度给出了一个基本的价值判断标准，从可行性的角度来评价经济效果。这无论对计划经济、市场经济，还是混合经济都适用。本书第八章所介绍的第一福利经济学定理证明了，在个体追求自身利益时，完全竞争的市场导致了资源有效配置。

1.1.7 现代经济学基本分析框架

做任何事情都有其基本规律。现代经济学所研究的问题和解决问题的方式类似于人们处理个人、家庭、经济、政治、社会各类事务时所采用的基本方式。大家知道，要做好一件事情，与人打交道，首先要了解国情和民风，也就是要知道现实环境和所要打交道人的品行和性格；在此基础上，决定相应的待人处事规则，从而在权衡利弊后作出激励反应，争取达到尽可能最佳的结果；最后对所选择的结果及所采用的规则进行价值判断和评估比较。现代经济学的基本分析框架和研究方法完全是按照这种方式来研究经济现象、人类行为，以及人们是如何作出权衡取舍选择的。当然，其重大差别就是论证严谨，通过正式规范的模型来严格界定前提假设与结论的内在逻辑关系。这种分析框架具有高度的规范性和一致性。

写一篇规范的文章，首先给出想要研究和解决的问题，或想要解释的某种经济现象，即经济学家首先需要确定研究目标，要阐明所研究的问题的重要性，进行文献回

顾，让读者知道所研究问题的概况和进展，并且也要说明文章在技术分析及理论结论上有什么创新。然后，正式讨论如何解决所提出的问题和得出有关结论。

尽管所研究的各类经济问题非常不一样，但研究这些问题的基本分析框架却可以是一样的。现代经济学的任何一个规范经济理论的分析框架，基本上由以下五个部分或步骤组成：(1) **界定经济环境**；(2) **设定行为假设**，(3) **给出制度安排**；(4) **选择均衡结果**；及(5)**进行评估比较**。可以这样认为，任何一篇逻辑清楚、层次分明、论证合理的经济学论文，无论结论如何或是否作者意识到，都基本上由这五部分组成，特别是前四部份。可以说，写经济学方面的论文，就是对这些部分进行具有内在逻辑结构的填空式写作。掌握了这些组成部分，就掌握了现代经济学论文写作方式的基本规律，更容易学习和研究现代经济学。这五个步骤对于理解经济理论及其论证、选择研究主题以及撰写标准的经济论文极有帮助。

在对这五个部分逐一进行讨论之前，先对制度(institution)这一术语进行界定。制度通常被定义为一组行事规则的集合，这些规则与社会、政治和经济活动有关，支配和约束社会各阶层的行为(Schultz，1968；Ruttan，1978；North，1990)。由于人们在考虑问题时，总是把一部分因素作为外生变量或参数给定，另外一部分则作为内生变量或因变量，这些内生变量是由外生变量所导致的，从而是这些外生变量的函数。于是，按照Davis-North(1971，pp6-7) 的划分方法，根据所要研究的问题，又可以将制度划分成两个范畴：制度环境(institutional environment)和制度安排(institutional arrangement)。制度环境是一系列基本的经济、政治、社会及法律规则的集合，它是制定生产、交换以及分配规则的基础。在这些规则中，支配经济活动、产权和合约权利的基本法则和政策构成了经济制度环境。制度安排是支配经济单位之间可能合作和竞争的规则的集合。制度安排可以理解为人们通常所说的游戏规则，不同的游戏规则导致人们不同的激励反应。尽管从长远看，制度环境和制度安排会互相影响和发生变化，但如Davis-North明确指出的那样，在大多数情况下，人们通常将经济制度环境作为外生变量给定，而经济制度安排(如市场制度安排）则根据所要研究或讨论的问题，可以看成外生给定也可内生决定。

界定经济环境

这是现代经济学分析框架中的首要组成部分，是对所要研究的问题或对象所处的经济环境(economic environment)作出界定。经济环境通常由经济人、经济人的特征、经济社会制度环境以及信息结构等组成，是作为外生变量，参数给定的，短期不能改变，但长期可能会发生演变。约束条件这一基本思想在这里得到充分体现。

怎样界定经济环境呢？这分为两个层次，一是**客观描述经济环境，尽可能逼真**；二要**精炼刻画最本质的特征，尽可能简明深刻**，前者是科学，后者是艺术，但需要综合平衡。即描述经济环境首先要客观，然后要根据目的抓住主要特征，将其有机地结合起来。对经济环境描述的越清楚、准确，理论结论就会越正确；对经济环境刻画的越精炼和深刻，论证起来就越简单，理论结论也越能让人理解和接受。只有既清楚准

确地了描述经济环境，又能精炼深刻地刻画经济环境的特征，才能抓住所要研究问题的本质，具体论述如下：

描述经济环境：现代经济学中任何一个经济理论，首先需要做的就是，对所要研究的对象或问题所处的经济环境作近似地描述。一个合理、有用的经济理论应正确、恰当地描述其研究对象所处的具体经济环境。尽管不同国家和不同地区的经济环境往往存在着差异，从而所得到的理论结论多半会不同，但是所采用的基本分析框架和研究方法却是一样。经济问题研究的一个基本共同点就是要对经济环境进行描述。对经济环境描述地越清楚、准确，理论结论就会越正确。

刻画经济环境：在描述经济环境时，一个同等重要的问题是如何做到既清楚、准确地描述了经济环境，又精炼、深刻地刻画了经济环境的特征，使之能抓住所要研究问题的本质。完全客观地描述环境没有什么用，反而会被一些旁枝末叶弄糊涂。如果把所有这些情况都统统描述出来，当然可以说是非常准确而真实地描述了现状或经济环境，但这种简单罗列抓不住重点，无法看清问题的本质，让大量繁杂的事实弄晕了头脑。为了避开细枝末节，把注意力引向最关键、核心的问题，我们需要根据所考虑的问题，对经济环境进行特征化的刻画。比如，在第X章研究消费者行为的时候，不分男女老少，贫富贵贱，我们将消费者简单地刻画为由偏好关系、消费空间、初始禀赋所组成。而在第X章研究厂商理论时，简单地刻画成生产可能性集合。在研究转型时，如中国经济转型问题时，我们就不能简单地照搬在规范经济环境下所得出的理论结果，而是需要刻画出转型经济的基本特征，但仍然采用的是现代经济学的基本分析框架和研究方法来研究转型经济问题。

经常听人批评现代经济学之所以没有用，就是用几个简单的假设来简单地概括复杂的现状，对此很不理解。其实，这也是物理学的基本研究方法。在研究两个物理变量之间的关系时，无论是理论研究还是实验操作，都是把其余影响所研究对象的变量固定。为了做一件事情，把每一个方面（即使无关）都搞清楚，在很多时候，不仅没有必要，反而会让人抓不住重点。这和根据不同的目的和用途绘制地图一样，要旅游，需要的是旅游地图；如果开车，需要的是交通地图；如果打仗，需要的是军事地图。尽管这些地图都描述了一个地区的一些特征，但不是真实世界的全貌。为什么需要旅游地图、交通地图、军事地图呢？因为目的不一样。如果将整个现实世界当作地图，尽管这完全地描述了客观现实，但这样的地图又有什么用呢？

经济学完全是用这种对经济环境进行简练刻画，来描述问题的成因，进行内在逻辑分析，从而得出逻辑结论和推断。一个高明的经济学家，关键就看他在研究问题的时候，能不能准确把握经济现状中最本质的特征。只有真正把成因和现状搞清楚，才能对症下药，其对策和药方（所采用的经济理论）就会信手拈来，当然这需要有基本的经济学理论训练。

设定行为假设

现代经济学分析框架中的第二个基本组成部分是对经济人的行为方式做出假设。这是经济学不同于自然科学的关键性差别。一个经济理论有没有说服力和实用价值，一个经济制度安排或经济政策能不能让经济持续快速地发展，关键看所假定的个人行为是不是真实地反映了大多数人的行为方式。

一般来说，在给定现实环境和游戏规则下，人们将会根据自己的行为方式作出权衡取舍的选择。这样，在决定游戏规则、政策、规章或制度安排时，要考虑到参与者的行为方式并给出正确的判断，就像日常和人打交道一样，看他们是自私自利还是无私利他，是忠厚老实还是老奸巨猾，面对不同行为方式的参与者，所采用的游戏规则往往不同。如果你所面对的人是一个老实，做事讲诚信的人，你和他处事的方式或者说你针对他的游戏规则将多半会相对简单，不需费什么精力(设计游戏规则）和他处事，游戏规则也许显得不是那么重要。但如果要打交道的人是一个难缠、狡猾、无诚信可言的人，你和他打交道的方式可能会非常的不同，与他相处的游戏规则可能会复杂得多，需要小心对付。这样，为了研究人们是如何作出激励反应和权衡取舍的选择，对所涉及人的行为作出正确判断和界定是非常重要的一环。

如前面所提及的那样，在常规情况下，一个比较合理和现实而又通常被经济学家所采用的人类行为假设是利己性假设，或更强的经济人理性假设，即人是追求个人利益最大化的。有限理性是根据掌握的情况作出最优的选择，不管怎么样，仍然是属于理性假设的范畴。在后面讨论的消费者理论中，我们会具体假定消费者追求效用最大化；在生产者理论中，我们假定生产者追求利润最大化的；而在博弈论中，描述经济人行为的均衡解概念有很多种，这些概念是基于不同的参与人行为假定所给出的。任何个体在与其他人进行交往时，都隐含假定了他人的行为假设。

这种假定是有其合理性的。从现实来看，如前所述，存在三种基本制度安排：强制性的法规制度安排（适用于操作成本小，信息较易对称）、激励机制（适用于信息不对称的情景）、社会规范（social norms）（由理念、理想、道德、风俗组成，给于人们自我约束自己行为的规范）。如果所有的人思想境界非常高，都是大公无私的，那么采取刚性的大棒式“晓之以理”法规体系，或柔性的“待之以利” 的市场制度就没有存在的必要了，大家都无欲无纲，那么共产主义的实现就指日可待了。

但理想不等于现实，假定个体是理性的、自利的，不但符合现实，而且更重要的是对社会来说风险最小。即使利己性假设有误，也不会造成严重的后果。相反，一旦利他行为假设有误的话，碰到言行很不一致的人，所造成的后果比利己行为假设有误所造成的后果要严重得多，特别是一旦让阴谋家、诡计家得逞，很可能会给国家、企业和个人造成重大损失，甚至可能是灾难性的。这就是为什么即使在非常强调大公无私的“文化大革命”时代，也没有将国家的法律、会计制度取消的根本原因。中国之所以搞市场经济，其本质原因就在于在常规情况下，人是自利的，在现阶段国民思想经济情况下，市场经济是符合人的自利性假设的。这也是我们下面要讨论的制度安排的基础。

给出经济制度安排

现代经济学分析框架中的第三个基本组成部分是给出经济制度安排，也即人们通常所说的游戏规则。对不同的情况，不同的环境，面对不同行为方式的人们，往往需要采取不同的因应对策或游戏规则。当情况及环境发生变化时，所采用的对策或游戏规则多半也会相应地发生变化。游戏规则的决定对做任何事情都非常重要。不同的游戏规则将导致人们不同的激励反应，不同的权衡取舍结果，从而可能导致非常不同的结果。这对经济学的研究也同样成立，当经济环境确定后，人们需要决定经济上的游戏规则，在经济学中称之为经济制度安排。现代经济学根据不同的经济环境和行为假设，研究并给出各式各样的经济制度安排，也即经济机制。依赖于所讨论的问题，一个经济的制度安排可以是外生给定，也可以是内生决定的。

现代经济学的任何一个理论都要涉及到经济制度安排。标准的现代经济学主要是研究市场制度安排的。研究在市场制度下人们的权衡取舍选择问题(如消费者理论、厂商理论及一般均衡理论）以及研究在什么样的经济环境下市场均衡存在，并对各种市场结构下的配置结果作出价值判断(判断的标准基于资源配置是否最优、公平等等）。在这些研究中，市场制度安排通常假定是外生给定的。将制度安排作为外生给定的好处是将问题单一化，以便将注意力集中于研究人们的经济行为及人们是如何作出权衡取舍选择的。

当然，对制度安排的外生性假设在许多情况下不尽合理，应依赖于经济环境和人的行为方式，不同的经济环境和不同的行为方式应给出不同的制度安排。如在本书第四、第五部分所论及的那样，市场制度在许多情况下会失灵(即不能导致资源的有效配置和市场均衡不存在），这样人们想寻找替代机制，或其它更佳的经济机制，从而我们需要将制度安排看作为内生变量，是由经济环境和人的行为方式决定的。这样，经济学家需要给出各种可供选择的经济制度安排。

当研究具体经济组织或单位的经济行为和选择问题时，经济制度安排更应是内生决定的。新制度经济学、转轨经济学、现代企业理论、特别是最近四十年来发展起来的经济机制设计理论、信息经济学、最优合同理论和拍卖理论等，根据不同的经济环境和行为假设，研究并给出大到整个国家、小到二人经济世界的各式各样的经济制度安排。

确定均衡

现代经济学分析框架中的第四个基本组成部分是作出权衡取舍的选择，找出最佳结果。一旦给定经济环境和经济制度安排(游戏规则）及其它必须遵守的约束条件之后，人们将会根据自己的行为方式作出激励反应，在众多的可行结果中通过权衡取舍来选定结果，称之为均衡结果。其实均衡概念不难理解，它表示在有多种可供选择方式的情况下，人们需要选定一个结果，这个最终选定的结果就是均衡结果。对利己的人来说，他将选择一个自认为是最有利的结果；对利他的人来说，他可能选定一个有

利于他人的结果。这样，所谓均衡，指的是一种状态，即所有经济个体无激励偏离的一种状态，因而是一种静态概念。

以上所定义的均衡应是经济学中最一般化的均衡定义。它包括了教科书中在自利动机的驱动以及各种技术或预算约束条件下独立决策所达到的均衡。例如，在市场制度下，作为企业所有者，在生产技术约束条件下的利润最大化生产计划称之为均衡生产计划；作为消费者，在预算约束条件下的效用最大化消费组合称之为消费均衡。当生产者和消费者以及彼此之间相互作用达到一种大家都无动力偏离的状态时，又可得出每种商品的市场竞争均衡。

需要指出的是，均衡是一个相对的概念。均衡选择结果依赖于经济环境、自己的行为方式（无论是相对于理性假设，有限理性假设，还是其它行为假设），以及让他作出激励反应的游戏规则，它是相对这些因素的"最优"选择结果。注意，由于有限理性的原因，它也许不是真正客观上的最优，而是自认为的最优。

评估比较

现代经济学分析框架中的第五个基本组成部分，是对经济制度安排和权衡取舍后所导致的均衡结果进行价值判断和作出评估比较。当经济人作出选择后，人们希望对所导致的均衡结果进行评价，与理想的"最优"状态结果（如，资源有效配置、资源平等配置、激励相容、信息有效等）进行比较，从而进一步对经济制度安排给出评价和作出优劣的价值判断—-判断所采用的经济制度安排是否导致了某些"最优" 结果；还要检验理论结果是否与经验现实一致，能否给出正确预测，或具有现实指导意义。最后，对所采用的经济制度和规则作出优劣的结论，从而判断是否能给出改进办法。简而言之，就是为了把事情做得更好，在做完一件事情之后，评估这件事情的成效到底如何，值不值得继续做，有没有可改进的空间。就像我们写工作总结报告一样，需要对经济制度安排和权衡取舍后所导致的均衡结果进行价值判断和作出评估比较，找出到底哪些制度最适合本国的发展。

在评估一个经济机制或制度安排时，现代经济学的一个最重要的评估标志就是看这个制度安排是否符合效率原则。但帕累托最优只是一个标准，还有一种价值判断是平等或公平。市场制度是达到了资源的有效配置，但也出现了很多问题，例如贫富差距大造成社会不公。平等和公平有许多种定义，本书第九章的介绍可平等配置就既考虑到了客观平等，也考虑了主观因素，并且更重要的是可以同时解决公平和效率问题，这是第九章所介绍的公正定理的基本结论。评估一个经济制度安排好坏的还有一个重要的标准就是看它是否激励相容(incentive compatibility)。

总的来说，以上所讨论的五个组成部分可以说基本上是所有规范经济理论一致使用的分析框架，无论其中使用多少数学，无论制度安排是外生给定的还是内生决定的。在研究经济问题时，我们应该首先界定经济环境，然后考察个体自利行为在外生给定的或者内生决定的机制下是如何相互影响的。经济学家通常将"均衡"、"效率"、"信

息”和“激励相容”作为着重考虑的方面，考察在不同的机制对个体行为和经济组织的影响，说明个体行为是如何达到均衡的，并对均衡状态进行评估比较。利用这样的基本分析框架分析经济问题不仅在方法论上是相容的，而且可能得到令人惊讶（但逻辑一致）的结论。

1.1.8 现代经济学基本研究方法

以上讨论了现代经济学分析框架的五个基本组成部分：界定经济环境、设定行为假设、给出制度安排、选择均衡结果、以及进行评估比较。任何一个经济理论基本上都是由这五个部分组成的。对这五个部份的讨论自然会引申到如何按科学的研究方法将它们有机地结合起来，并且可以逐步深入地研究各种经济现象，发展出新的经济理论。这就是本节要讨论的现代经济学中通常所采用的一些基本研究方法和注意要点。它包括确定基准点、建立参照系、提供研究平台、发展分析工具、作出实证分析与规范分析，学好现代经济理论的基本要求，经济理论的作用及其注意事项，区分充分条件和必要条件的重要性，以及弄清数学与现代经济学的关系等。

现代经济学的研究方法是，首先提供各种层次和方面的基本研究平台、建立“参照系”，从而给出度量均衡结果和制定安排的优劣度量标尺。提供研究平台和建立参照系对任何学科的建立和发展都极为重要，经济学也不例外。

确定基准点

为了研究、比较现实中的各种经济问题，经济学需要首先给出基准点（benchmark）。基准点是相对理想状态下的经济环境。为了研究更现实的问题和发展新的理论，往往需要先给出无摩擦理想经济环境下的结果和现已有的理论，然后讨论更接近现实的有摩擦的非理想经济环境下的结果和发展出新的理论，并与理想状态进行比较，因而基准点是相对于非理性经济环境或所要发展新的理论而言的。比如，完全信息是研究不完全信息的基准点。在研究信息不对称情况下的经济问题时，我们需要首先弄清楚完全信息的情况（尽管它非常不现实）。只有将完全信息研究透了之后，才能将信息不完全情况下的经济问题研究弄清楚。写文章的技巧就是这样的，先考虑理想状态，然后再考虑现实情况，或者先学习好别人研究的成果，然后才能理论创新。有生命力的经济学理论和自然科学一样，首先考虑无摩擦的理想状态，然后考虑更接近现实的有摩擦非理想状态。新的理论总是基于前人的理论成果基础上发展起来的，正因为有了牛顿力学，才会有爱因斯坦的相对论，有了相对论，才会有了杨振宁、李政道的宇称不守恒理论。

建立参照系

参照系指的是理想状态下的标准经济学模型，它导致了理想的结果，如资源有效配置等。建立参照系对任何学科的建立和发展都极为重要，经济学也不例外。尽管作

为参照系的经济理论可能有许多假定与现实不符，它至少有三个方面的作用：(1)有利于简化问题，抓住问题的特征；(2)有利于建立评估理论模型和理解现实的标尺，确立改进方向；(3)有利于在此基础上进一步进行理论创新，可用来作为进一步分析的参照系。

尽管作为参照系的经济理论可能有许多假定与现实不符，但是它们却非常有用，是用来作进一步分析的参照系。这跟在生活中树立榜样是一样的道理，这些参照系本身的重要性并不在于它们是否准确无误地描述了现实，而在于建立了一些让人们更好地理解现实的标尺，它像一面镜子，让你看到各种理论模型或现实经济制度与理想状态之间的距离，它的根本重要性在于给出努力和修正的方向，以及修正多少的程度。试想，一个人如果不知道努力的目标是什么，不知道差距，大致努力的方向都没有，如何改进？能有激励做事吗？遑论要把事情做成。

本书中要讨论的一般均衡理论就提供了这样一种参照系。我们知道完全竞争市场会导致资源的有效配置，尽管现实生活中没有这种市场，但如果朝着这方面努力，就会增加效率，因而也才有了反垄断法这样的保护市场竞争的制度安排。通过将完全竞争市场作为基准点所导致的参照系，人们可以研究一般均衡理论中假设不成立（信息不完全，不完全竞争，具有外部性），但也许更合乎实际的经济制度安排（比如具有垄断性质或转型过程中的经济制度安排），能得出什么样的结果，然后将所得的结果与理想状态下的一般均衡理论进行比较。通过与完全竞争市场这一理想制度安排相比较，人们就可以知道一个（无论是理论或现实采用的）经济制度安排在资源配置和信息利用的效率方面的好坏，以及现实当中所采用的经济制度安排与理想的状态相差多远，并且提供相应的经济政策。这样，一般均衡理论也为衡量现实中所采用的制度安排和给出的经济政策的好坏建立了一个标尺。

这就像，一个人无论怎么聪明，假如没有努力的目标和方向（好比一把刀无论怎样锋利，如不知道砍的方向，就不能发挥作用一样），就可能一事无成。雷锋就是做人的理想样板。尽管当今的现实当中没有雷锋，但学雷锋仍然很重要的，需要提倡，即使只能做到1%，也比什么都不做强。因此做人要有远大的理想，它让你知道努力的方向和奋斗的目标，也许永远也达不到，但是能激励你不断地接近理想。

发展研究平台

现代经济学中的研究平台是由一些基本的经济理论或方法组成，它们为更深入的分析提供了方便。现代经济学的研究方法类似于物理学的研究方法，即先将问题简化，再抓住问题的核心部分。当有众多因素形成某种经济现象时，我们需要弄清每个因素的影响程度。这可以通过假定其它因素不变，研究其中某个因素对经济现象的影响来做到。现代经济学的理论基础是现代微观经济学，而微观经济学中最基础的理论是个人选择理论–消费者理论和厂商理论，它们是现代经济学中最基本的研究平台或奠基石，这就是为什么所有的现代经济学教科书基本上都是从讨论消费者理论和厂商理论入手的。它们为个人作为消费者和厂商如何作出选择，给出了基本的理论，并且为更

深入地研究个人选择问题提供了最基本的研究平台。

一般来说，个人的均衡选择不仅依赖于自己的选择，而且也依赖于其他人的选择。为了研究清楚个人的选择问题，首先要弄清楚个人选择在不受他人影响时是如何作出决策的。在本书中要讨论的消费者理论与厂商理论就是按照这样的研究方法得到的，经济人被假定处于完全竞争的市场制度安排中，由此每人都把价格作为参数给定，个人选择不受他人选择影响，最优选择由主观因素（如追求效用或利润最大）和客观因素（如预算线或生产约束）来决定。

不少人对这种研究方法感到不解，认为这种简单情况离现实太远，理论中的假设和现实太不相吻合，从而认为没有什么用处。其实，这样的批评表明这些人对科学的研究方法还没有什么理解。这种将问题简化或理想化的研究方法为更深入的研究建立了一个最基本的研究平台。这就像物理学科一样，为了研究一个问题，先抓住最本质的东西，从最简单的情况研究着手，然后再逐步深入，考虑更一般和更复杂的情况。微观经济学中关于垄断、寡头、垄断竞争等市场结构的理论就是在更一般情况下—厂商间相互影响下—所给出的理论。为了研究经济人相互影响决策这更一般情况下的选择问题，经济学家同时也发展出博弈论这一有力的分析工具。

一般均衡理论是基于消费者理论和厂商理论之上，属于更高一层次的研究平台。如果说消费者理论和厂商理论为研究个人选择问题提供了基本的研究平台，一般均衡理论则为研究在各种情况下所有商品的市场互动，如何达到市场均衡提供了一个基本的研究平台。近40年发展起来的机制设计理论则又是更高一层次的研究平台，它为研究、设计、比较各种经济制度安排和经济机制（无论是公有制，私有制，还是混合所有制）提供了一个研究平台，它不仅可以用来研究和证明完全竞争市场机制在配置资源和利用信息方面的最优性及唯一性，更重要的是，在市场失灵时，给出如何设计替补机制。在一些规范性的条件下，没有外部性的完全自由竞争的市场制度安排不仅导致了资源的有效配置，并且从利用信息量（机制运行成本、交易成本）的角度看，它利用的信息量最小，从而它是信息利用最有效。在其他情况下，市场会失灵，我们就需要设计出不同经济环境下的各种不同的替补机制。研究平台也为评估各类经济制度安排提供各种参照系创造了条件，为衡量现实与理想状态的差距制定了标尺。

提供分析工具

对经济现象和经济行为的研究，仅有分析框架、基准点、参照系和研究平台还不够，还需要有分析工具。现代经济学不仅需要定性分析，也需要定量分析，需要界定每个理论成立的边界条件，使得理论不会被泛用或乱用。这样，需要提供一系列强有力的“分析工具”，它们多是数学模型，但也有的是由图解给出。这种工具的力量在于用较为简明的图象和数学结构帮助我们深入分析纷繁错综的经济行为和现象。比如，需求供给图像模型，博弈论，研究信息不对称的委托-代理理论，萨缪尔森世纪迭代模型，动态最优理论等。当然，也有不用“分析工具” 的，如科斯定理，只要语言和基本逻辑推理来建立和论证所给出的经济理论。

构建严谨分析模型

在解释经济现象或经济行为，并给出结论或作出经济推断时，往往要求具有逻辑严谨的理论分析。如前所述，任何一个理论的成立都是有一定条件件的，现代经济学不仅需要定性分析，也需要定量分析，需要界定各种理论结果成立的边界条件，使得理论不会被泛用或滥用。为此，我们需要建立严谨的分析模型，将其理论成立的条件界定得非常清楚。不了解相关的数学知识，就很难准确理解概念的内涵，也就无法对相关的问题进行讨论，更给不出做研究时所需要的边界条件或约束条件。这样以数学和数理统计作为基本的分析工具就毫不奇怪了，而它们也成为现代经济学研究中最重要的研究方法之一。

实证分析与规范分析

从研究方法的角度看，经济分析可分为两类：一类称为实证性或描述性分析；另一类称为规范性或价值判断分析。经济学与自然科学另外一个重大差别就是，自然科学基本只作实证分析，而经济学对问题的讨论往往不仅要作实证性分析，也要作规范性分析。

实证性分析只解释经济是如何运行的，它只给出客观事实并加以解释（因而是可验证的），而不对经济现象作出价值评价或给出修正办法。例如,现代经济学的重要任务是对生产、消费、失业、价格等现象加以描述、比较、分析，并预测各种不同政策的可能结果。消费者理论、厂商理论及博弈论都是实证性分析的典型例子。

规范性分析则要对经济现象作出评价。经济学不仅要解释经济是如何运行的，而且要找出修正办法。因此，它往往涉及到经济学家个人主观的价值标准和偏好（从而是不能由事实来验证的）。例如，有的经济学家更强调经济效益，而有的经济学家更强调收入的平等或社会公平。讨论经济学问题时，注意到这两种方法差异能避免许多不必要的争论。经济机制设计理论就是规范性分析的典型例子。

实证性分析是规范性分析的基础，规范分析师实证分析的延拓。因而经济学的首要任务是进行实证性分析，然后在进行规范性分析，本书要讨论的一般均衡理论就既包括实证性分析（如竞争均衡的存在性、稳定性及唯一性），也包括规范性分析（第一、第二福利经济学定理）。

1.1.9 学好现代经济理论的基本要求

学好经济理论有三个基本要求：

1. 基本的概念和定义要清楚和掌握，这是头思维清晰、脑清楚最基本的体现。这不仅是讨论和分析问题的前提，也是学好经济学的前提，否则由于术语的定义不同，会产生很大歧义，引起不必要的争论。

2. 所有定理或命题的陈述要明确，基本结论及其条件要清楚，否则在应用经济理论分析问题时会失之毫厘、谬以千里。就像药物有其适应范围一样，任何一个理论、任何一个制度都有其适用的边界和范围，不能够泛用，弄不好会出大问题，导致巨大负外部性。经济社会出现大问题，很多时候就是经济学家误用了某种理论，没弄清楚理论的边界和适用条件。所以，一个合格的经济学家，就像一个合格的医生给病人开处方治病一样，需要首先弄清各种药的药性。

3. 基本定理或命题的证明（思路和过程）要掌握。一个优秀的经济学家，就像一个优秀的医生一样，不仅要知其然，也要知其所以然，不仅要知道药的药性，也要知道病理，才能更深刻的理解和掌握所学的理论。

如果达到了上述要求，即使一些命题结论的证明忘记了，将来要重新捡起来也很容易。经济学基本上不能进行实验，主要靠内在逻辑分析，这也是现代经济学理论的威力。因此精确地掌握理论及其边界是非常重要的。

1.1.10 现代经济学理论的基本作用

经济理论的三个基本作用

经济理论至少有三个作用。第一个作用是，用来认识和理解现实经济世界，解释现实中的经济现象和经济行为，这是现代经济学主要讨论的内容。

第二个作用是，作出内在逻辑的推断与预测。通过经济理论的内在逻辑分析，对给定的现实经济环境、经济人行为方式及经济制度安排下所可能导致的结果作出内在逻辑的推断和预测，以此指导解决现实经济问题。只要理论模型中的前提假设条件大致满足，它就能得出科学的逻辑结论并据此作出基本正确的预测和推断，而不一定需要用实验就能知道最终结果。例如，哈耶克关于计划经济不可行的理论就有这样的洞察力。

一个好的理论不用实验也能推断出最终结果。这在很大的程度上解决了经济学不能拿社会作实验的问题。人们需要做的只是检验经济环境和行为方式等方面的假设是否合理（近些年来非常热门的实验经济学主要就是从事检验经济人的行为方式假设等理论基础性方面的研究）。例如，社会不允许为了研究通货膨胀和失业率的关系，而乱发货币。像天文学家和进化论生物学家一样，经济学家大多时候只能利用世界碰巧向他们提供的数据来发展理论和检验理论。

第三个作用是，许多理论上的不可能性结果可以用来避免实施许多现实中不可行的目标和项目。这是因为如果一个结论在理论上不能成立，只要理论的前提假设条件符合现实，这个结果在现实中也一定不可能成立。

1.1.11 现代经济学理论的注意事项

要注意理论结论的边界条件

从前面对现代经济学的基本框架的介绍可以看出，经济学中每一个理论或一个模型都是由一组关于经济环境、行为方式，制度安排的前提假设以及由此导出的结论所组成的。由于现实中的经济环境复杂性，且个体偏好各式各样性，因而一个理论的前提假设越一般化，理论指导意义就越大，发挥的作用也就越大。如果一个理论的前提假设条件太强，它就没有一般性，这样的理论也就没有什么现实作用。特别是经济学是要为社会和政府提供服务的，因此理论要有一定的宽度。这样，成为一个好的理论的必要条件就是它要有一般性，越具有一般性，解释能力就会越强，就越有用。一般均衡理论就具有这样的特点，它在非常一般的偏好关系及生产技术条件下，证明了竞争均衡存在并且导致了资源的最优配置。

尽管如此，社会科学特别是现代经济学理论，像数学里面的所有定理一样，都有其边界条件。在讨论问题和运用某些经济学原理时，要注意到一个理论后面的前提假设条件和它的适应范围，任何一个经济理论的结论都不是绝对的，只是基于前提假设相对成立的。讨论问题时是否认识到此点是辨别一个经济学家是否训练有素的基本方法。由于经济问题和日常生活密切相关，即使一般老百姓对经济问题也能谈出一些看法，比如通货膨胀、经济是否景气、供需是否平衡、失业、股票市场等，由此很多人说经济学不是科学。那些不考虑任何约束条件、不以准确数据为依据和严谨理论进行内在逻辑分析的"经济学"，当然不是科学，这种人也不是真正的经济学家。而一个训练有素的经济学家在讨论问题时，会以某些经济理论作为背后支撑来讨论问题，会意识到经济变量间关系的成立有其边界条件，由此得出的结论亦有其内在逻辑。充分理解经济理论的边界条件非常重要，否则，就分不清楚理论和现实的差别在什么地方，就会出现两种极端看法：或不顾客观现实约束条件，将理论简单地泛用到现实中去，或笼统地一概否认现代经济学理论的价值。

第一种极端看法就是高估理论的作用，泛用一个理论。一个理论和行为假设无论多么一般化，都有其适应范围、边界以及局限性，不能泛用，特别基于理想状态，离现实较远，主要是为了建立参照系、基准点及努力目标和方向而发展出来的那些理论更应该是如此，不能直接套用，否则就会得出错误的结论。如果没有社会责任感或本身没有良好的经济学训练，过高估理论的作用，无限扩大和盲目运用经济理论，简单地将书本上的一些理论套用到现实经济中去，不考虑任其前提条件而误用，后果不堪设想，弄不好会严重影响社会经济发展，造成严重的后果和巨大社会负外部性。比如本书要讨论的第一福利经济学定理所论断的竞争市场导致了资源有效配置这一结论基于一系列先决条件，泛用就会导致重大的政策失误和危害到现实经济。

另外一个极端看法是低估理论的作用，否认现代经济学的指导意义。不少人经常以现代经济学中某些假设或原理不太适合中国国情为理由而否定现代经济学。事实上，世界上没有一门学科的所有假设或原理完全地合乎现实（像前面提到的没有空气阻力

的自由落体等物理概念)。我们不应根据这一点来否定一门学科的有用性。对现代经济学也是如此。我们学习现代经济学，不仅仅是了解它的基本原理、它的有用性，更重要的是学习它思考问题、提出问题和解决问题的方法。有些经济理论本身的价值并非直接解释现实，而是为解释现实发展更新的理论提供研究平台和参照系。借鉴这些方法，人们可以对如何解决现实中的问题得到启发。此外，如上节所述，由于环境的不同，一个理论对一个国家或地区适合，不见得对另外一个国家或地区适合，不能机械地生搬硬套，而需要修改或创新原有理论，根据当地的经济环境和人们的行为方式发展新的理论。

经常听到有人宣称他们推翻了某个理论或经济结论。由于理论中的某些条件不符合现实，他们就认为这个理论错了，然后认为他们将这个理论推翻了。一般说来，这种说法不科学，甚至是错误的说法。没有任何一个假设条件完全地符合现实或覆盖了所有的情况，一个理论可能符合一个地方的经济环境，但不符合另外一个地方的经济环境。但是，只要没有内在的逻辑错误，我们就不能说这个理论是错的，需要推翻，而只能说这样理论在这里不能运用。人们当然可以批评一个理论太具有局限性，或非常不现实，但我们需要做的是放宽或修改理论的前提假设条件，修改模型，从而改进或推广原有的理论；而不能说新的理论推翻了原有理论。其实更恰当的说法应当是新的理论改进或推广了旧的理论，它可以运用到更一般的经济环境，或不同的经济环境。

另外还有一个容易犯的错误就是通过一些具体的实例就企图得出一个普遍性理论结论，这是犯了方法论方面的错误。

要注意不能拿社会作实验

经济学理论一般不能拿社会作实验，而是靠它的内在逻辑分析，并由此得出内在逻辑结论和推断。近些年来流行的实验经济学，主要是通过实验的手段来检验人的行为，检验人的行为假设是否理性，而通过实验来检验理论的情况不多。其原因就是经济理论的结论很难拿社会做实验，弄不好会造成政策失误，导致巨大的经济社会风险，这是与自然科学最大的不同之处。自然科学能够对自然现象进行实验研究，拿物体做实验，通过实验室可以检验和发展理论。自然科学大致只有天文学不能做实验，但天文学不涉及到个体的行为，一涉及到个体的行为，问题就显得更为复杂。另外，自然科学理论的应用可以做到非常精确，比如盖楼、修桥、造导弹、核武器，可以精确到任意程度，其参数都是可控的，变量之间的关系是可做实验的。但经济学中影响经济现象的许多因素都是不可控的。经济学家经常被批评经济预测不准确。

可用两种原因来解释：一种原因是主观方面的，即有些经济学家本身的水平问题，没有经过系统和严格的现代经济学理论训练，在讨论和解决经济问题时，弄不清问题的主要成因，作不出内在逻辑分析和推断，从而开错治理经济问题的药方；另一种原因是客观方面的，即使受过很好的经济学训练，具有经济学的直觉和洞察力，但影响经济结果的一些经济因素发生了不可控的突变，使其预测变得不确切。一个经济问题

除了牵涉到人的行为，使得问题变得复杂之外，还有许多不可控的因素。尽管一个经济学家非常高明，但许多影响经济结果的因素是无法控制的，一旦发生变化就会使预测出现偏差。就像一个国家的领导人，尽管很有威望，能管好本国的事情，但无法控制他国的事情一样。从而，即使一个好的经济学家有准确的判断能力，但一旦经济环境、政治环境、社会环境发生突变，就有可能使得经济预测变得很不准确。那么，经济学一般不能做实验,靠什么来判断经济形势走向或作出比较准确的预测呢? 靠的是经济学的内在逻辑分析。

所谓经济学的内在逻辑分析方法，就是首先对想要解决问题的有关情景（经济环境，形势和现状）作充分了解和刻画，弄清问题所在和成因，然后有针对性地正确运用恰当的经济理论，得出科学的内在逻辑结论，并据此作出科学、准确的预测和正确的推断。只要现状符合经济理论模型所预设的因（经济环境、行为假设），就能根据经济理论得出具有内在逻辑结论的果，从而对所处的不同情景（因时因地因人因事会不同），给出解决之道（给出某种制度安排加以解决）。经济学的内在逻辑分析方法，可以对给定的现实经济社会环境、经济人行为方式及经济制度安排下所可能导致的结果，根据经济理论，作出符合内在逻辑的科学推断，并指导解决现实经济问题。换言之，只要弄清楚了问题和成因，有针对性地正确运用经济理论（相当于药方），对症下药，综合治理，就能得出内在逻辑结论，从而作出准确的预测和正确的推断。否则，则可能会造成严重的后果。

综上所述，经济学不能拿社会做实验，也不能单靠数据说话，实践是检验真理的唯一标准，但它不是预测真理的标准，现代经济学靠的是内在逻辑分析。就像医生给病人看病（或修汽车）一样，最难的是找出病因（或故障），医生医术高低的主要区别就在于能不能准确地找到病因，一旦把病因找到，开药方就相对简单多了，除非他是一个十足的庸医。解决经济问题，药方就是经济学理论。只要将经济环境的特征诊断明白，情况调查清楚，人的行为定位准确，做起事来就会事半功倍。

1.1.12 区分必要和充分条件的重要性

在讨论经济问题时，区分充分条件与必要条件也是非常重要的，它能帮助人们很清楚地思考问题和避免不必要的争论。必要条件是一个命题成立所必不可缺少的条件，充分条件是能保证命题一定成立的条件。例如，经常听到有人，用印度的例子来否认市场经济，认为印度采用的是市场经济，但还是很贫穷，所以中国不应该走市场经济之路。说这些话的人，就是没有区分出必要条件和充分条件的差别。市场经济是导致一个国家富强的必要条件而不是充分条件。这就是说，要想国家富强，一定要走市场经济的道路。这是由于在世界上找不到任何富裕，但不是市场经济的国家。但走市场经济之路，只是必要条件，不是充分条件，我们也必须承认市场机制不一定导致繁荣昌盛。如前所述，市场经济分为好的市场经济核坏的市场经济，其原因是，尽管（根据目前观察到的事实）市场机制是使一个国家繁荣昌盛必不可少的，但还有许多因素也能影响一个国家的繁荣富强。比如，政府干预经济的程度、政治制度、宗教、文化、

社会结构等，使得市场机制有好的市场机制和坏的市场机制之分。

1.1.13 数学在现代经济学中的作用

现代经济学中几乎每个领域都用到大量数学、统计及计量经济学方面的知识。所用到的数学之多、之深，甚至超过了物理科学。之所以如此，这与现代经济学越来越成为一门科学，采用数理分析工具，以及社会系统更为复杂，影响巨大等原因都分不开的。因而，在考虑和研究经济问题时，要求具有逻辑严谨的理论分析模型进行内在逻辑分析和通过计量分析方法进行实证检验，需要完全弄清楚一个结论成立需要哪些具体条件。这样以数学和数理统计作为基本的分析工具就毫不奇怪了，而它们也成为现代经济学研究中最重要的分析工具。每个学习现代经济学和从事现代经济学研究的人必须掌握必要的数学和数理统计知识。

现代经济学主要用数学语言来表达关于经济环境和个人行为方式的假设，用数学表达式来表示每个经济变量和经济规则间的逻辑关系，通过建立数学模型来研究经济问题，并且按照数学的语言逻辑地推导结论。不了解相关的数学知识，就很难准确理解概念的内涵，也就无法对相关的问题进行讨论，更谈不上做研究，给出结论时弄清所需要的边界条件或约束条件。因而你如果想要学好现代经济学，从事现代经济学的研究，成为一个好的经济学家，就需要掌握必要的数学。

许多人不懂数学，掌握不了现代经济学的基本理论和分析工具，看不懂较为高深的经济学教科书或文章，就否定数学在经济学研究中的作用，用产生经济思想的重要性或用数学就是远离现实经济问题等由头来作为遮掩。谁也不否认经济思想的重要性，它是研究的产出。但没有数学作为工具，怎么会知道经济思想或结论成立的那些边界条件和适应范围呢？如不知道这些条件和范围，又怎么能保证其经济思想或结论没有滥用或错误地应用呢？世界上又有几个人能像亚当斯密和科斯那样，不用数学模型就能发展出那么深刻的经济思想呢？既便如此，经济学家直到现在还在研究在什么条件下，他们的结论成立。况且我们处的时代不同，现代经济学已经成为一门非常严谨的社会科学学科。没有严谨的论证，其思想或结果就不会被别人承认。的确如此，如前所述，在过去三千多年中，姜尚、老子、孙子、管仲、司马迁等先哲们所给出的经济学思想异常深邃，亚当斯密所论及的，我们先哲们早已论述到，但为什么不被外人所知，其基本原因就是这些只是些经验总结，没有形成科学体系，没有用严格的科学方法进行内在逻辑分析。

还有一种看法，就是认为用数学来研究经济问题就是远离现实，这是一个误区。大多的数学都是基于现实的需要而产生的。学过基本的物理学，读过物理科学发展史或数学思想史的人都知道无论是初等数学还是高等数学，都来源于科学发展和现实的需要。既然如此，为什么经济学就不能用数学来研究现实经济问题呢？马克思作为一个哲学家和经济学家，用过当时最先进的数学，写过《数学手稿》这一著作，其《资本论》在当日相对而言，用到了数学知识。尽管本书将用到许多数学，但所讨论的问题都是来源于现实世界，非常具有现实性和指导性。所以要想成为一个合格的经济学

家，就应打好数理和现代经济学基础。学好了数学，掌握了现代经济学的基本分析框架和研究方法，学起现代经济学来就会感到相对容易，可以提高学习现代经济学的效率。

数学在现代经济学理论分析中的作用是：(1) 使得所用语言更加精确和精炼，假设前提条件的陈述更加清楚，这样可以减少许多由于定义不清所造成的争议。(2) 分析的逻辑更加严谨，并且清楚地阐明了一个经济结论成立的边界和适应范围，给出了一个理论结论成立的确切条件。否则的话，往往导致一个理论的泛用。例如，在谈到产权问题时，许多人都喜欢引用科斯定理，认为只要交易费用为零，就可导致资源的有效配置。直到现在，仍有许多人不知道（包括科斯本人在给出他的论断时也不知道），这个结论一般不成立。如上所述，还要加上效用（支付）函数是准线性(quasi-linear)这一条件。(3) 利用数学有利于得到不是那么直观就得到的结果。比如，从直观上来看，根据供给和需求法则，只要供给和需求量不相等，竞争的市场就会由看不见的手，通过市场价格的调整，达到市场均衡。但这个结论不总是成立。Scarf(1960) 给出了具体的反例，证明这个结果在某些情况下并不成立。(4) 它可改进或推广已有的经济理论。这方面的例子在经济理论的研究中太多了。比如，经济机制设计理论是一般均衡理论的改进和推广。

对经济问题，不仅要作定性的理论分析，还需要有经验性的定量分析。经济统计和计量经济学在这些方面发挥着重要作用。经济统计侧重于数据的收集、描述、整理及给出统计的方法，而计量经济学则侧重于经济理论的检验、经济政策的评价、进行经济预测，及检验各个经济变量之间的因果关系。为了更好地估计经济模型和作出更精确地的预测，理论计量经济学家不断地研究出更为有力的计量工具。

应该注意的是，经济学不是数学，数学在经济学中只是作为一种工具被用来考虑或研究经济行为和经济现象。经济学家只是用数学来更严格地阐述、更精炼地表达他们的观点和理论，用数学模型来分析各个经济变量之间的相互依存关系。由于经济学的度量化、将各种前提假设条件精确化，它已成为了一门体系严谨的社会科学。

当然，光懂数学还不能成为一个很好的经济学家，还要深刻理解现代经济学的分析框架和研究方法，对现实经济环境、经济问题有很好的直觉和洞察力，学经济学时不仅要从数学（包括几何）的角度去了解一些术语、概念和结果,更重要的是，即使它们是用数学的语言或几何的图型给出的，也要尽可能弄清它们的经济学含义及其背后的深邃经济思想。因而在学习经济学时不要被文中的数学公式、数学符号等迷惑住。所以，要成为一个真正优秀的经济学家，需要做到**有思想的学术和有学术的思想**。

1.1.14 经济和数学语言之间的转换

经济学研究的产品是经济论断和结论。任何一篇规范的经济学论文的写作由下面三个部份组成：(1)提出问题，给出重要性，确定研究目标；(2) 建立经济模型，严格表达并验证论断；(3) 通俗表达论断并给出政策含义。这就是说，一个经济结论的产生一般需要经过三个阶段：非数学语言阶段–数学语言阶段–非数学语言阶段。第一阶段提

出经济观念、想法或猜想，这些观念、想法或猜想可能由经济直觉产生或根据历史经验或外地经验而来。由于还没有经过理论论证，人们可将它们类比为一般生产中的初等品。这一阶段是非常重要的，它是理论研究和创新的来源。

第二阶段需要验证所提出来的经济想法或论断是否成立。这种验证需要经济学家通过经济模型和分析工具给出严格的证明，只要可能，还需要得到实际经验数据的检验。所得出的结论和论断往往都是由数学语言或专家术语来表达的，非专家的人士不见得能理解，从而不能为社会大众，政府官员、政策制定者所采用。所以将这些由技术性较强的语言所表达的结论和论断类比为一般生产中的中间产品。

学经济学是要为现实经济社会服务，所以第三阶段就是将由技术语言所表达的结论和论断用通俗的语言来表达，使得一般的人也能够理解，用通俗语言的形式给出这些结论的政策含义，深远意义及具有洞察力的论断，这些才是经济学的最终产品。注意第一和第三阶段都是用通俗、非技术、非数学的语言来给出经济想法和结论，但第三阶段是第一阶段的一种飞跃、升华。这种三阶段式–由通俗语言阶段到技术语言阶段然后再回到-通俗语言阶段其实也是大多数学科所采用的研究方式。

1.2 数学语言和数学方法

本节回顾一些基本的数学结果，如函数的连续性和凹性，分离超平面定理，最优化，对应(correspondence)（点到集合的映射)，不动点定理，KKM引理，最大值定理等。这些结果将被用来证明本讲义给出的某些结果。

1.2.1 函数

设X和Y为欧几里德空间上的两个子集。在本讲义中，向量不等号$\geqq$、$\geq$和$>$定义如下。令$a,b \in \mathbb{R}^n$。则$a \geqq b$表示对所有的$s = 1,\dots,n$，有$a_s \geqq b_s$；$a \geq b$表示$a \geqq b$但$a \neq b$；$a > b$表示对所有的$s = 1,\dots,n$，有$a_s > b_s$。

定义 1.2.1 *称函数$f: X \to \mathbb{R}$在$x_0 \in X$处连续，如果*

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0),$$

或者等价地，任给$\epsilon > 0$，存在$\delta > 0$，使得对任意满足$|x - x_0| < \delta$的$x \in X$，有

$$|f(x) - f(x_0)| < \epsilon.$$

称函数$f: X \to \mathbb{R}$在X上连续，如果f在任意的$x \in X$处都连续。

连续性的思想是十分直观的。如果我们对函数作出其曲线，则曲线不存在间断点。函数是连续的，当且对x的微小变化，$f(x)$的变化也极小。

所谓的**上半连续性**和**下半连续性**比连续性的概念更弱。更弱的连续性的概念是**转移连续性(transfer continuity)**，它被用来刻画许多最优化问题，如Tian (1992, 1993, 1994)，Tian和Zhou (1995)以及Zhou和Tian (1992)。

定义 1.2.2 *函数$f: X \to \mathbb{R}$称为***上半连续的(upper semi-continuous)**，*如果在点$x_0 \in X$处我们有*

$$\limsup_{x \to x_0} f(x) \leqq f(x_0),$$

或等价地，任给$\epsilon > 0$, 找到$\delta > 0$，使得对任意满足$|x - x_0| < \delta$的$x \in X$，我们有

$$f(x) < f(x_0) + \epsilon.$$

虽然在点x_0处所有上半连续性的三个定义都是等价的，第二个定义更容易验证一些。

*函数$f: X \to \mathbb{R}$称为在X上***上半连续的**，*如果f对任意的$x \in X$都是上半连续的。*

定义 1.2.3 *函数$f: X \to \mathbb{R}$称为在X上***下半连续的(lower semi-continuous)**，*如果$-f$是上半连续的。*

很显然，函数$f: X \to \mathbb{R}$在X上连续当且仅当它同时是上半连续又是下半连续的，或者等价地，对所有的$x \in X$，f的上图$U(x) \equiv \{x' \in X : f(x') \geqq f(x)\}$和其下图$L(x) \equiv \{x' \in X : f(x') \leqq f(x)\}$是$X$的闭子集。

设f是定义在$\mathbb{R}^k$上具有连续偏导数的函数。我们定义f的梯度为向量

$$Df(x) = \left[\frac{\partial f(x)}{\partial x_1}, \frac{\partial f(x)}{\partial x_2}, \ldots, \frac{\partial f(x)}{\partial x_k}\right].$$

假设f具有连续的二阶偏导数。我们定义f在x处的海色(Hessian)矩阵为$n \times n$阶矩阵$D^2 f(x)$，其中：

$$D^2 f(x) = \left[\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_i \partial x_j}\right],$$

由于

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_j \partial x_i},$$

因此上述矩阵是对称矩阵。

定义 1.2.4 *函数$f: X \to \mathbb{R}$称为k***次齐次的**，*如果对任意的t，有$f(tx) = t^k f(x)$。*

与齐次函数相关的一个重要结果如下所示。

定理 1.2.1 (欧拉定理) *函数$f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$是$k$次齐次的当且仅当*

$$kf(x) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} x_i.$$

1.2.2 分离超平面定理

$X \subset \mathbb{R}^n$称为**紧集(compact set)**，如果它是有界闭集。X称为**凸集(convex set)**，如果对任意$x, x' \in X$和任意的$0 \leqq t \leqq 1$，有$tx + (1-t)x' \in X$。几何上，凸集表示该集合中的任意两点之间的线段上的任意一点都在该集合内。

定理 1.2.2 (分离超平面定理) *假设$A, B \subset \mathbb{R}^m$为凸集，且$A \cap B = \emptyset$。则存在向量$p \in \mathbb{R}^m, p \neq 0$以及$c \in \mathbb{R}$，使得*

$$px \leqq c \leqq py \quad \forall x \in A \;\&\; y \in B.$$

进一步地，设$B \subset \mathbb{R}^m$是闭凸集，$A \subset \mathbb{R}^m$ 是紧凸集，且$A \cap B = \emptyset$。则存在向量$p \in \mathbb{R}^m, p \neq 0$以及$c \in \mathbb{R}$，使得

$$px < c < py \quad \forall x \in A \;\&\; y \in B.$$

1.2.3 凹函数和凸函数

凹函数、凸函数和拟凹函数在微观经济学中经常出现，它们有很强的经济意义。在最优化问题中，它们也占据着特殊的地位。

定义 1.2.5 *设X为凸集。称函数$f: X \to \mathbb{R}$在X上是凹的，如果对任意的$x, x' \in X$和任意的$t \in [0,1]$，我们有*

$$f(tx + (1-t)x') \geqq tf(x) + (1-t)f(x')$$

称函数f在X上是严格凹的，如果对所有的$x \neq x' \in X$和$0 < t < 1$，有

$$f(tx + (1-t)x') > tf(x) + (1-t)f(x').$$

称函数$f: X \to \mathbb{R}$在X上是(严格)凸的，如果$-f$在X是(严格)凹的。

注. 线性函数既是凸函数也是凹函数。两个凹(凸)函数之和仍然是凹(凸)函数。

注. 当定义在X上的函数f具有连续二阶偏导数时，它是凹(凸)函数当且仅当其海色矩阵$D^2f(x)$在X上是负(正)半定的。它是严格凹(凸)的当且仅当其海色矩阵$D^2f(x)$在X上是负(正)定的。

注. 函数$f(\mathbf{x})$的严格凹性可以通过检验海色矩阵的顺序主子式是否依次改变符号来确定，即

$$\begin{array}{rcl} \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{vmatrix} & > & 0, \\ \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{vmatrix} & < & 0, \end{array}$$

如此等等，其中$f_{ij} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}$。这种代数条件对于检验二阶最优性条件十分有用。

在经济理论中，拟凹函数被经常使用，特别是在效用函数的表示中。相对来说，拟凹性的概念比凹性更弱一些。

定义 1.2.6 *设X为凸集。称函数$f:\ X \to \mathbb{R}$在X上是拟凹的，如果集合*

$$\{x \in X : f(x) \geqq c\}$$

对所有的实数c都是凸集。称f在X上是严格拟凹的，如果集合

$$\{x \in X : f(x) > c\}$$

对所有实数c都是凸集。

称函数$f:\ X \to \mathbb{R}$在X上是(严格)拟凸的，如果$-f$在X上是(严格)拟凹的。

注. 两个拟凹函数的和一般来说不是拟凹函数。任意定义在一维实数空间的子集上的单调函数即是拟凹的也是拟凸的。

注. 当定义在凸集X上的函数f具有连续二阶偏导数时，它是严格拟凹(凸)的，如果其海色矩阵的顺序主子式依次改变符号，即

$$\begin{array}{rcl} \begin{vmatrix} 0 & f_1 & f_2 \\ f_1 & f_{11} & f_{12} \\ f_2 & f_{21} & f_{22} \end{vmatrix} & > & 0, \\ \begin{vmatrix} 0 & f_1 & f_2 & f_3 \\ f_1 & f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_2 & f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_3 & f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{vmatrix} & < & 0, \end{array}$$

如此等等。

1.2.4 最优化

最优化是进行现代经济分析的基本工具。大多数经济模型都是用最优化模型来描述的，其分析都是基于最优化问题的解来进行的。本小节的结果将在整个讲义中用到。

基本的最优化问题是求一个函数在某个给定集合上的最大值或者最小值。其基本而且关键的结果是**魏尔斯特拉斯(Weierstrass)**定理。

定理 1.2.3 (魏尔斯特拉斯定理) *任意上半(下半)连续函数在紧集上都存在最大值(最小值)*。

等式约束最优化

等式最优化问题具有如下形式：

$$\begin{aligned} \max \quad & f(\mathbf{x}) \\ s.t. \quad & h_1(\mathbf{x}) = d_1 \\ & h_2(\mathbf{x}) = d_2 \\ & \vdots \\ & h_k(\mathbf{x}) = d_k, \end{aligned}$$

其中$f, h_1, \dots, h_k$为定义在$\mathbb{R}^n$上的可微函数，且$k < n$和$d_1, \dots, d_k$为常数。

等式约束最优化问题最重要的结果是**拉格朗日乘子定理**，它给出了一个点是最优化问题的解的必要条件。

定义上述等式约束问题的拉格朗日函数为：

$$L(x, \lambda) = f(x) + \sum_{i=1}^{k} \lambda_i [d_i - h_i(x)],$$

其中，$\lambda_1, \dots, \lambda_k$称为**拉格朗日乘子(Lagrange multipliers)**。

x为最大化问题的解的必要条件是存在$\lambda_1, \dots, \lambda_k$使得一阶条件(FOC)成立：

$$\frac{L(x, \lambda)}{\partial x_i} = \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} - \sum_{l=1}^{k} \lambda_l \frac{\partial h_l(x)}{\partial x_i} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

不等式约束最优化

考虑如下不等式约束最优化问题：

$$\begin{aligned} & \max f(\mathbf{x}) \\ s.t. \quad & g_i(\mathbf{x}) \leqq d_i \quad i = 1, 2, \dots, k. \end{aligned}$$

使所有约束在等式处成立(即对所有的i，有$g_i(x) = d_i$)的点x 称为满足**约束品性(constrained qualification)条件**，如果梯度向量$Dg_1(x), Dg_2(x), \ldots, Dg_k(x)$线性无关。

定理 1.2.4 (库恩(Kuhn)-塔克(Tucker)定理) *设x为不等式约束最优化问题的解，且它满足约束品性条件。则存在由Kuhn-Tucker (K-T) 乘子($\lambda_i \geqq 0, i = 1, \ldots, k$)组成的集合，使得*

$$Df(x) = \sum_{i=1}^{k} \lambda_i Dg_i(x).$$

进一步地，如下互补松弛条件成立:

$$\begin{aligned} \lambda_i &\geqq 0 \qquad \text{对所有的} i = 1, 2, \ldots, k \\ \lambda_i &= 0 \qquad \text{若} g_i(x) < D_i. \end{aligned}$$

将库恩-塔克定理同等式约束最优化问题的拉格朗日乘子相比较，我们可以看出两者最主要的差别在于库恩-塔克乘子的符号是非负的，而拉格朗日乘子的符号则是不确定的。这更为丰富的信息使得库恩-塔克定理在多种场合都十分有用。

库恩-塔克定理只给出了达到最大值的必要条件。下面的定理给出了保证上述一阶条件是充分条件的条件。

定理 1.2.5 (库恩-塔克充分性条件) *设f是凹函数，$g_i, i = 1, \cdots, k$是凸函数。若x 满足上述定理给出的库恩-塔克一阶条件，则x是该约束最优化问题的全局解。*

当存在一个约束时，我们可将上述定理所需的条件削弱。令$C = \{x \in \mathbb{R}^n : g(x) \leqq d\}$。我们有如下命题。

命题 1.2.1 *设f为拟凹函数，C为凸集(若g是拟凸的，则该结果成立)。若x 满足库恩-塔克一阶条件，则x是约束优化问题的全局解。*

有时我们需要x是非负的。考虑如下最优化问题:

$$\begin{aligned} \max \quad & f(\mathbf{x}) \\ s.t. \quad & g_i(\mathbf{x}) \leqq d_i \quad i = 1, 2, \ldots, k \\ & x \geqq 0. \end{aligned}$$

则该问题的拉格朗日函数为

$$L(x, \lambda) = f(x) + \sum_{l=1}^{k} \lambda_l [d_l - h_l(x)] + \sum_{j=1}^{n} \mu_j x_j,$$

其中$\mu_1,\ldots,\mu_k$为对应于约束$x_j \geqq 0$的拉格朗日乘子。其一阶条件为

$$\begin{aligned}
\frac{L(x,\lambda)}{\partial x_i} &= \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} - \sum_{l=1}^{k} \lambda_l \frac{\partial g_l(x)}{\partial x_i} + \mu_i = 0 \quad i = 1,2,\ldots,n \\
\lambda_l &\geqq 0 \quad l = 1,2,\ldots,k \\
\lambda_l &= 0 \quad 若 g_l(x) < d_l \\
\mu_i &\geqq 0 \quad i = 1,2,\ldots,n \\
\mu_i &= 0 \quad 若 x_i > 0.
\end{aligned}$$

在上述条件中消去μ_i，则我们可以将带有非负选择变量最优化问题的上述一阶条件写为

$$\frac{L(x,\lambda)}{\partial x_i} = \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} - \sum_{i=1}^{k} \lambda_l \frac{\partial g_i(x)}{\partial x_i} \leqq 0 \quad 等式成立当且\ x_i > 0 \quad i = 1,2,\ldots,n,$$

其矩阵形式表示为

$$Df - \lambda Dg \leqq 0,$$

$$x[Df - \lambda Dg] = 0,$$

这里我们将两个向量x和y的乘积写为内积的形式，即$xy = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i$。因此，如果问题在内点处达到最优(即对所有的$i$有$x_i > 0$)，则我们有

$$Df(x) = \lambda Dg.$$

1.2.5 包络定理

考虑如下目标函数依赖于参数a的最大化问题：

$$M(a) = \max_{x} f(x,a).$$

这里函数$M(a)$称为最大值函数，它是参数a的函数。

设$x(a)$为上述最大化问题的解。则我们有$M(a) = f(x(a),a)$。我们有兴趣知道$M(a)$是如何随着a的变化而变化的。根据**包络定理(the envelope theorem)**，我们可得

$$\frac{dM(a)}{da} = \left.\frac{\partial f(x,a)}{\partial a}\right|_{x=x(a)}.$$

该表示式说明，若x为最优选择且保持不变，则M关于a的导数等于f关于a的偏导数，此即上式中$|_{x=x(a)}$的含义。包络定理的证明比较简单，我们只要通过直接的计算即可

得到。

考虑形式如下的一般的约束参数最优化问题：

$$\begin{aligned} M(a) = \quad & \max_{x_1,x_2} \quad g(x_1,x_2,a) \\ & \text{s.t.} \qquad h(x_1,x_2,a)=0. \end{aligned}$$

该问题的拉格朗日函数为

$$\mathcal{L} = g(x_1,x_2,a) - \lambda h(x_1,x_2,a),$$

其一阶最优性条件为

$$\begin{aligned} \frac{\partial g}{\partial x_1} - \lambda \frac{\partial h}{\partial x_1} &= 0 \\ \frac{\partial g}{\partial x_2} - \lambda \frac{\partial h}{\partial x_2} &= 0 \\ h(x_1,x_2,a) &= 0. \end{aligned} \tag{1.2.1}$$

上述条件即确定了最优选择函数$(x_1(a), x_2(a), a)$, 它进一步确定了最大值函数

$$M(a) \equiv g(x_1(a), x_2(a)). \tag{1.2.2}$$

包络定理给出了参数最优化问题中最大值函数关于参数的导数的计算公式，具体地，有

$$\begin{aligned} \frac{dM(a)}{da} &= \left.\frac{\partial \mathcal{L}(x,a)}{\partial a}\right|_{x=x(a)} \\ &= \left.\frac{\partial g(x_1,x_2,a)}{\partial a}\right|_{x_i=x_i(a)} - \lambda \left.\frac{\partial h(x_1,x_2,a)}{\partial a}\right|_{x_i=x_i(a)} \end{aligned}$$

同前面一样，对偏导数进行解释要格外小心：它们是给定x_1和x_2在最优解处的取值g和h关于a的偏导数。

1.2.6 点到集合的映射

当映射不是单值映射（即函数）时，它称为点到**集合的映射(point-to-set mapping)**，也称为**对应(correspondence)**或者**多值(multi-valued)函数**。即对应F将域$X \subseteq \mathbb{R}^n$ 中的点x映射到域$Y \subseteq \mathbb{R}^m$中的集合中，记为$F: X \to 2^Y$。在本讲义中，我们也用$F: X \to\to Y$来表示映射$F: X \to 2^Y$。

定义 1.2.7 *对应$F: X \to 2^Y$是***取非空值的(non-empty valued)**，*如果$F(x)$对所有$x \in X$都是非空的；它是***凸值的(convex valued)**，*如果$F(x)$对所有$x \in X$都是凸的；它是***紧值的(compact valued)**，*如果$F(x)$对所有的$x \in X$都是紧的。*

直观地，如果x的微小变化只带来$F(x)$的微小变化，则对应是连续的。但不幸的是，对应的连续性的正式定义并不那么简单。图1.1 给出了一个连续对应。

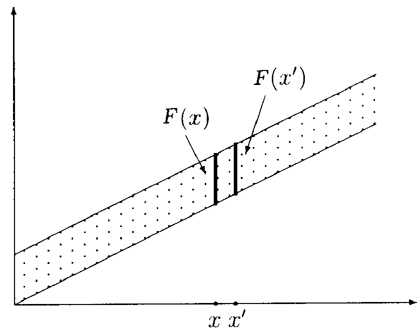

图 1.1: 连续对应

半连续(hemi-continuity)的概念一般用**序列(sequences)**来定义(参见Debreu (1959) 和Mask-Collell et al. (1995))，虽然它们相对来说容易验证，但直观上来看它们似乎依赖于对应是紧值的这一假定。更为正式的定义如下所示(参见(Border(1988))。

定义 1.2.8 *对应$F: X \to 2^Y$ 在点x处是***上半连续的(upper hemi-continuous)**，*如果对每个包含$F(x)$的开集U，存在包含x的开集$N(x)$，使得若$x' \in N(x)$，则$F(x') \subset U$。对应$F: X \to 2^Y$在X上是***上半连续的(upper hemi-continuous)**，*如果它在每个$x \in X$处都是上半连续的，或者等价地，如果对Y中的每个开子集V，$\{x \in X : F(x) \subset V\}$都是$X$中的开集。*

注. 上半连续性的概念抓住了当我们经过点x时$F(x)$不会”突然包含新的点“的思想，换句话说，如果我们缓慢地改变x，$F(x)$不会突然变得很大。这即是说，如果我们从点x开始向点x'移动一点点，F在点x处的上半连续性意味着在$F(x')$中不会存在点离$F(x)$中的某个点充分远。

定义 1.2.9 *对应$F: X \to 2^Y$称为在x处***下半连续的(lower hemi-continuous)**，*如果对每个开集V, $F(x) \cap V \neq \emptyset$，存在$x$的一个邻域$N(x)$，使得对所有的$x' \in N(x)$都有$F(x') \cap V \neq \emptyset$。对应$F: X \to 2^Y$ 称为在X上***下半连续的(lower hemi-continuous)**，*如果它在X中的每个点x处都是下半连续的，或者等价地，对Y中的每个开集V，集合$\{x \in X : F(x) \cap V \neq \emptyset\}$ 在X中都是开的。*

注. 下半连续性抓住了$F(x)$中的任意元素都可从所有方向逼近的思想。换句话说，当我们轻微地改变x，$F(x)$不会突然变得很小。这即是说，如果我们从某点x和$y \in F(x)$出发，F在x处的下半连续性意味着如果我们从x向x'移动一点点，那么存在$y' \in F(x')$充分接近y。

注. 基于如下两个事实，下半连续性和上半连续性两个概念都可用序列的语言来刻画。

(a) 如果对应$F : X \to 2^Y$是紧值的，则它是上半连续的，当且仅当对任意的$\{x_k\}$以及$\{y_k\}$，其中，$x_k \to x$，$y_n \in F(x_k)$，序列$\{y_k\}$存在收敛子列$\{y_{k_m}\}, y_{k_m} \to y$，使得$y \in F(x)$。

(b) 对应$F : X \to 2^Y$ 在x处是下半连续的，当且仅当对任意的$\{x_k\}$以及$y \in F(x)$，其中$x_k \to x$，存在序列$\{y_k\}$，$y_k \to y$，且$y_n \in F(x_k)$。

定义 1.2.10 *对应$F : X \to 2^Y$称为在x处是***闭的(closed)**，*如果对任意的$\{x_k\}$以及$\{y_k\}$，其中$x_k \to x$，$y_k \to y$，若$y_n \in F(x_k)$，则$y \in F(x)$。F称为在X上是闭的，如果F在所有的$x \in X$处都是闭的，或者等价地，*

$$Gr(F) = \{(x, y) \in X \times Y : y \in F(x)\} \text{ 是闭的.}$$

注. 关于上半连续性和闭图的关系，我们有如下结果。

(i) 设Y是紧的，且$F : X \to 2^Y$是闭值的。若F存在闭图，则它是上半连续的。

(ii) 设X和Y是闭的，且$F : X \to 2^Y$是闭值的。若F是上半连续的，则它存在闭图。

由于结论(i)，存在闭图的对应在文献中有时称为上半连续对应。但我们要注意的是这两个概念一般来说并不完全相同。这样的一个反例为$F : \mathbb{R}_+ \to 2^{\mathbb{R}}$，它定义为

$$F(x) = \begin{cases} \{\frac{1}{x}\} & \text{若} x > 0 \\ \{0\} & \text{若} x = 0. \end{cases}$$

图1.2给出了是上半连续但不是下半连续的对应的一个例子。为了说明为什么它是上半连续的，考虑包含$F(x)$的区间U。现在考虑在x的左边向点x'移动一点。显然$F(x') = \{\hat{y}\}$在该区间里。类似地，如果我们在x的右边向点x'移动一点，则只要x'充分接近x，$F(x)$ 将一直在该区间里。因此对应是上半连续的。另一方面，对应不是下半连续的。为了说明这一点，考虑点$y \in F(x)$。设U是包含y但不包含$\hat{y}$的非常小的区间。如果我们取任意包含x的开集$N(x)$，则$N(x)$将包含在x左边的某一点x'。但这样$F(x') = \{\hat{y}\}$将不包含靠近y的任意点，即它不与U相交。因此对应不是下半连续的。

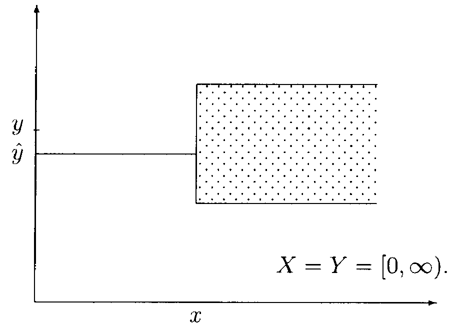

图 1.2: 对应是上半连续的，但不是下半连续的

图1.3 表明对应是下半连续的，但不是上半连续的。为了说明为什么它是下半连续的，对任意的$0 \leqq x' \leqq x$，首先有$F(x') = \{\hat{y}\}$。令$x_n = x' - 1/n$，$y_n = \hat{y}$。则对充分大的n，$x_n > 0$，$x_n \to x'$，$y_n \to \hat{y}$，且$y_n \in F(x_n) = \{\hat{y}\}$。因此它是下半连续的。显然对$x_i > x$它不是上半连续的。因此，它在$X$上是下半连续的。另一方面，对应不是上半连续的。如果我们从x出发向x右边的某点x'稍微移动一点，则由于$F(x) = \{\hat{y}\}$，$F(x')$将突然包含距离$\hat{y}$充分远的点。因此它不是上半连续的。

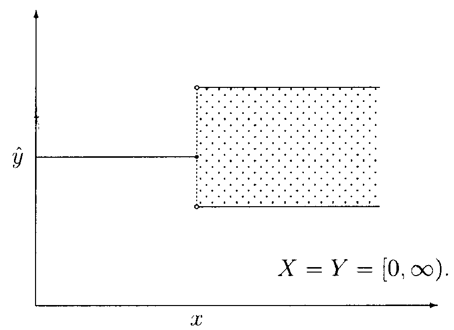

图 1.3: 对应是下半连续的，但不是上半连续的

将上半连续性和下半连续性的概念相结合，我们即可得到对应的连续性的概念。

定义 1.2.11 *对应$F : X \to 2^Y$称为在$x \in X$处连续，如果它在$x \in X$处既是上半连续的，也是下半连续的。对应$F : X \to 2^Y$称为在X上连续，如果它既是上半连续的，也是下半连续的。*

注. 正如已证明的，如果$F(\cdot)$是单值对应（即函数），则上半连续和下半连续对应的概念即退化成连续函数的概念。这即是说，$F(\cdot)$是单值上半(或者下半) 连续对应当且仅当它是连续函数。

定义 1.2.12 $F : X \to 2^Y$ *称为*开对应，*如果其图if*

$$Gr(F) = \{(x, y) \in X \times Y : y \in F(x)\} \text{ 是开的.}$$

定义 1.2.13 $F : X \to 2^Y$ *称为具有*上半开部分(**upper open sections**)，*如果*$F(x)$*对所有的*$x \in X$*都是开的。*

$F : X \to 2^Y$ *称为具有*下半开部分(**lower open sections**)，*如果其原像*$F^{-1}(y) = \{x \in X : y \in F(x)\}$ *是开的。*

注. 如果对应$F : X \to 2^Y$具有开图，则它具有上半和下半开部分。如果对应$F : X \to 2^Y$具有下半开部分，则它必然是下半连续的。

1.2.7 最大值的连续性

在很多最优化问题中，我们都需要检验最优解是否为参数的连续函数，如检验需求函数的连续性。对此，我们将用到所谓的**最大值定理(maximum theorem)**。

定理 1.2.6 (伯格(Berg)最大值定理) *设*$f(x, a) : A \times X \to \mathbb{R}$*为连续函数，且约束集*$F : A \to\to X$*是具有非空紧值的连续对应。则最优值函数*

$$M(a) = \max_{x \in F(a)} f(x, a)$$

是连续函数，且最优解

$$\phi(a) = \arg \max_{x \in F(a)} f(x, a)$$

是上半连续对应。

1.2.8 不动点定理

为了对连续总超额需求函数证明竞争均衡的存在性，我们将用到如下不动点定理。布劳威尔(Brouwer)不动点定理的推广结果可在Tian (1991)中找到，该文献给出了函数存在不动点的充分和必要条件。

定理 1.2.7 (布劳威尔不动点定理) *设*X*为*$\mathbb{R}^m$ *中的非空紧凸子集。若函数*$f : X \to X$*在*X*上连续，则*f *存在一个不动点，即存在点*$x^* \in X$*，使得*$f(x^*) = x^*$*成立。*

例 1.2.1 $f : [0, 1] \to [0, 1]$*连续，则*f*存在不动点*(x)*。为理解这一点，令*$g(x) = f(x) - x$*。则我们有*

$g(0) = f(0) \geqq 0$

$g(1) = f(1) - 1 \leqq 0.$

根据中值定理，存在点$x^* \in [0, 1]$*，使得*$g(x^*) = f(x^*) - x^* = 0$*。*

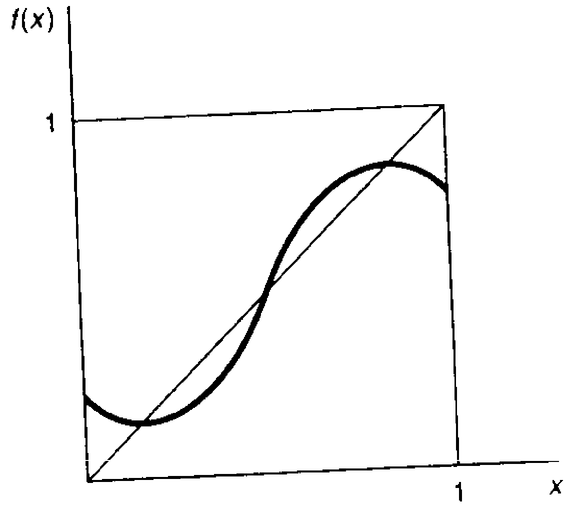

图 1.4: 45^0线和函数的曲线的交点即为不动点。本例存在三个不动点。

当映射为对应时，我们有如下形式的不动点定理。

定理 1.2.8 (角谷(Kakutani)不动点定理) *设$X\mathbb{R}^m$的非空紧凸子集。若$F: X \to 2^X$为X上的非空紧凸值连续对应，则F 存在不动点，即存在点$x^* \in X$，使得$x^* \in F(x^*)$成立。*

那斯特-库拉托斯基-马祖尔克维奇(Knaster-Kuratowski-Mazurkiewicz) (KKM)引理是比布劳威尔不动点定理更为基本的结果，在某些情形它也更为有用。如下结果是由Ky Fan (1984)给出的KKM引理的一个推广形式。

定理 1.2.9 (FKKM定理) *设Y为凸集，且$\emptyset \not\subset X \subset Y$。另设$F: X \to 2^Y$为满足如下条件的对应：*

(1) 对所有的$x \in X$，$F(x)$是闭的；

(2) 对某个$x_0 \in X$，$F(x_0)$是紧的；

(3) F是FS-凸的，即对任意$x_1, \ldots, x_m \in X$及其凸组合$x_\lambda = \sum_{i=1}^m \lambda_i x_i$，我们有$x_\lambda \in \cup_{i=1}^m F(x_i)$.

则$\cap_{x\in X} F(x) \neq \emptyset$。

这里，FS的定义来自Fan (1984) 和Sonnenschein (1971)，他们引入了FS-凸的概念。

有关角谷不动点定理、KKM引理和最大值定理的不同的表述可在Tian (1991, 1992, 1994) 和Tian和Zhou (1992)中找到。

参考文献

弗里德利希.冯.哈耶克：《法律、立法与自由》（第二、三卷），邓正来等译，中国大百科全书出版社2000年版，第333页。

安德烈.施莱弗，罗伯特.维什尼编著：《掠夺之手–政府病及其治疗(中文版)》，赵红军译，中信出版社2004年版。

乔尔.S.赫尔曼：《转型经济中对抗政府俘获和行政腐败的策略》，叶谦、宾建成编译，《经济社会体制比较》2009 年第2期。

雅诺什・科尔奈:《社会主义体制–共产主义政治经济学》，张安译，中央编译出版社2007 年版。

约翰・罗尔斯：《正义论》，中国社会科学出版社，1988年版。

热若尔・罗兰：理解制度变迁：迅捷变革的制度与缓慢演进的制度，《南大商学评论》2005年第5辑。

钱颖一：《理解现代经济学》，《经济社会体制比较》，2002年第2期。

钱颖一：《市场与法治》，《经济社会体制比较》，2000年第3期。

田国强，《内生产权所有制理论与经济体制的平稳转型》，《经济研究》，1996年第11期。

田国强，《现代经济学的基本分析框架与研究方法》，《经济研究》，2005年第2期。

田国强，《和谐社会的构建与现代市场体系的完善——效率、公平与法治》，《经济研究》，2007年第3期。

田国强：《从拨乱反正、市场经济到和谐社会构建–效率、公平与和谐发展的关键是合理界定政府与市场的边界》，《文汇报》、《解放日报》及上海管理科学研究院“中国改革开放与发展30年”征文优秀论文稿，2008年7月。

田国强，《经济学的思想与方法》，论文稿，2009年10月。

田国强，《中国经济发展中的深层次问题》，《学术月刊》，2011年第3期。

田国强：《中国下一步的改革与政府职能转变》，《人民论坛・学术前沿》2012年第3期。

田国强，《中国经济转型的内涵特征与现实瓶颈解读》，《人民论坛》，2012年第35期。

田国强，《世界变局下的中国改革与政府职能转变》，《学术月刊》，2012年第6期。

田国强，《中国改革的未来之路及其突破口》，《比较》，2013年1月。

田国强，《序从国富到民富–从发展型政府转向公共服务型政府》，载王一江：《民富论》，中信出版社，2010年7月第1版。

田国强、张凡：《大众市场经济学》，《市场经济学普及丛书》之一，上海人民出版社，1993。

田国强、夏纪军、陈旭东，《破除中国模式迷思坚持市场导向改革》，《比较》2010年第50辑。

田国强、杨立岩，《对"幸福–收入之谜"的一种解释：理论与实证》，《经济研究》，2006年第11期。

王一江，《民富论》，中信出版社，2010年7月第1版。66、

王一江，《国家与经济》，《比较》，第18辑，2005年。

Border, K. C., *Fixed Point Theorems with Appplications to Economics and Game Theory*, Cambridge: Cambridge University Press, 1985.

Debreu, G. (1959), *Theory of Value*, (Wiley, New York).

Fan, K., "Some Properties of Convex Sets Related to Fixed Point Theorem," *Mathematics Annuls*, 266 (1984), 519-537.

Hildenbrand, W., A. P. Kirman, *Equilibrium Analysis: Variations on the Thems by Edgeworth and Walras*, North-Holland: New York, 1988.

Luenberger, D., *Microeconomic Theory*, McGraw-Hill, 1995, Appendixes A-D.

Mas Colell, A., M. D. Whinston, and J. Green, *Microeconomic Theory*, Oxford University Press, 1995, Mathematical Appendix.

Nessah, R. and G. Tian, "Existence of Solution of Minimax Inequalities, Equilibria in Games and Fixed Points without Convexity and Compactness Assumptions," (with Rabia Nessah), *Journal of Optimization Theory and Applications*, forthcoming.

Jehle, G. A., and P. Reny, *Advanced Microeconomic Theory*, Addison-Wesley, 1998, Chapters 1-2.

Rubinstein Ariel, *Lecture Notes in Microeconomics (modeling the economic agent)*, Princeton Univeristy Press, 2005.

Takayama, A. *Mathematical Economics*, the second edition, Cambridge: Cambridge University Press, 1985, Chapters 1-3.

Olson, M., The Logic of Collective Action, Cambridge: Harvard University Press, 1965. (中译本：曼瑟尔·奥尔森：《集体行动的逻辑》，1965年版。陈郁等译，上海三联书店，1995年)

Olson, M., The Rise and Decline of Nations, New Haven: Yale University Press, 1982. (中译本：曼瑟尔·奥尔森：《国家兴盛探源》，商务印书馆，1995年。)

Olson, M., The Power and Prosperity, Outgrowing Communist and Capitalist Dictatorships, New York: Basic Books, 2000.

Rawls, J., A Theory of Justice, Cambridge: Harvard University Press, 1971.（中译本约翰.罗尔斯：《正义论》，何怀宏等译，中国社会科学出版社，1988年。）.

Smith, Adam, (1776) 1976, (An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations) The Wealth of Nations, London: W. Strahan and T. Cadell. Reprinted, Oxford: Clarendon Press. （中译本：亚当.斯密著：《国民财富的性质和原因的研究》，郭大力、王亚南译，北京：商务印书馆1974年版。）

Tian, G., "Fixed Points Theorems for Mappings with Non-Compact and Non-Convex Domains," *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 158 (1991), 161-167.

Tian, G."Generalizations of the FKKM Theorem and Ky-Fan Minimax Inequality, with Applications to Maximal Elements, Price Equilibrium, and Complementarity," *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 170 (1992), pp. 457-471.

Tian, G., "Generalized KKM Theorem and Minimax Inequalities and Their Applications," *Journal of Optimization Theory and Applications*, 83 (1994), 375-389.

Tian, G., "Minimax Inequalities and Related Theorems for Arbitrary Topological Spaces: A Full Characterization,", 2013, working paper.

Tian, G. and J. Zhou, "The Maximum Theorem and the Existence of Nash Equilibrium of (Generalized) Games without Lower Semicontinuities,"*Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 166 (1992), pp. 351-364.

Tian, G. and J. Zhou, "Transfer Continuities, Generalizations of the Weierstrass Theorem and Maximum Theorem–A Full Characterization," *Journal of Mathematical Economics*, 24 (1995), 281-303.

Varian, H.R., *Microeconomic Analysis*, W.W. Norton and Company, Third Edition, 1992, Chapters 26-27.

第三部分

一般均衡理论和社会福利

我们在第六章中讨论了市场局部均衡的内容，也就是一个行业或一个市场均衡。在完全的竞争市场中，任何人都不能左右市场价格；在垄断竞争或者寡头市场内，价格受企业产量的影响。在寡头市场内，寡头可通过数量或者价格进行竞争。但是，只考虑一个市场的均衡在现实中是不够的。在实际中，一个市场出问题，可能会影响到其它市场。因而我们需从综合、全面、宏观的角度考虑来市场问题。

第三部分即从一般均衡(general equilibrium)的角度考察完全竞争市场经济(complete competitive market economy)。在这样的经济中，所有商品的市场价格都相互影响，且当经济达到均衡状态时，所有的市场出清。尽管这种理想状态的一般均衡理论离现实较远，甚至在现实中基本不存在，但有必要研究这种理想状态，它为研究更为现实的市场提供了基准点和参照系，对如何改进和提高市场效率提供了启示和方向。这样的研究方法实际上是借鉴了物理学的研究方法，为了研究有摩擦的自然世界，人们需要首先考虑无摩擦的情况。

第三部分由四章内容构成。第七章和第八章构成了一般均衡理论的核心内容。第七章阐述一般均衡模型的正式结构和引入了**竞争均衡**（或称为**一般均衡**或**瓦尔拉斯(Walrasian)均衡**）概念，其讨论的重点为竞争性均衡的实证性质，即讨论竞争性均衡的存在性、唯一性和稳定性。我们还将讨论均衡分析更为一般的设定 — **抽象经济**，在其中一般均衡模型只是一个特殊情景。第八章通过引入**帕累托(Pareto)有效性**的概念讨论竞争性均衡的规范性质。我们将考察竞争性均衡和帕累托最优性的关系，其核心内容与两个**福利经济学基本定理**相关。

第九章探讨第七和八章所阐述的基本分析的相关拓展，包含了基于规范理论的一些专题，从不同的角度来论证竞争市场的最优性。我们将介绍重要的**经济核等价定理**、**配置公平定理**和**社会选择理论**，其中核等价定理表明，当经济人数目增大时，瓦尔拉斯均衡将成为合作博弈的极限。该定理的深刻之处在于，只要个体在通常情况下是逐利的，即使不考虑任何的制度安排，只要保证充分竞争和经济自由选择，所导致的资源配置和完全竞争市场均衡配置一致，从而达到资源的有效配置。这意味着市场经济制度实际上是一种自然选择，实践结果，而非臆想出来的。

第九章还将考察阿罗不可能定理。该定理对集体选择和社会选择给出了一个基本的不可能结果。阿罗不可能定理假定了个人序满足自反性、传递性和完备性。但传递性虽然对个体基本成立，是合理假设，但对整个社会来说不一定成立。如人大代表是代表当地老百姓的意见的，但不同的人的意见是不同的，他需要对这些不同的观点从个人偏好角度进行总合（这些观点可能分别同社会保障、平等、社会福利等角度考虑问题），但总和所导致的偏好序往往是非传递的。阿罗不可能定理的基本结论是，在一些公认合理的假设下，所能代表整个社会选择对应的唯一可能性就是某个人的偏好代表了整个社会的偏好，这显然是不可能的。这一结果无论是对经济学、社会学还是政治学的研究与发展都产生了重大影响。

第**??**章将第七章到第九章所讨论的一般均衡框架应用到存在不确定性时包含交换和资源配置的经济情形。

第七章　一般均衡的实证理论：存在性、唯一性和稳定性

7.1　导言

一般均衡理论是近百年来所发展出来的一个最重要的经济理论，是新古典经济学的一个分支。不像局部均衡理论一次只考察一个市场的均衡问题，一般均衡理论通过同时考察多个市场的均衡，来解释整个经济中供给、需求和价格的互动情况。考察多个竞争市场的交互影响可能会得到局部均衡理论框架不能得到的新结果，它是研究市场经济的一个基准模型，是对现实市场的抽象表述。无论将均衡价格视作为长期价格，还是从均衡推导出实际价格，这个模型都非常有用。由于一般均衡理论的基本思想及核心结构是由Walras(1874)最早给出，因而一般均衡理论通常又称为瓦尔拉斯(Walras)市场理论。

从实证的角度来看，一般均衡理论是一个在完全竞争市场体系下均衡价格和数量决定的理论。一般均衡理论存在性的证明通常被认为是一个最重要、最坚实的经济理论结果。Walras (1874-77)关于竞争经济的数学模型试图解释大量的微小经济个体如何通过市场相互作用达到均衡状态。当时瓦尔拉斯只是提出了理论的雏形，列出了市场供给等于市场需求的方程组。但其理论已经具备现代一般均衡理论的基本要素。瓦尔拉斯的核心问题是满足这一组方程组的市场均衡是否存在，即是否存在价格向量使得供需平衡。瓦尔拉斯断言，只要价格变量的个数同方程的个数相等，则均衡存在。但由于供给和需求函数不一定是线性的，方程个数和变量个数相等时并不一定有解。Walras 自己也意识到，如果不能从数学上证明至少存在一个均衡状态作为支撑，则该理论是没有意义的。但是，尽管Walras认为其模型中方程数和未知数相等能保证竞争均衡的存在性，但在他提出其理论之后的半个多世纪中，由于证明所需要的数学工具还没有发明，这一断言并未被证明。

其模型中竞争均衡存在性的研究始于20世纪30年代早期。Neisser (1932), Stackelberg (1933), Zeuthen (1933)和Schesinger (1935) 证明了均衡的若干基本性质，而Wald (1935, 1936a, 1936b)则得到了第一个均衡解。尽管Wald首先证明了竞争均衡的存在性，但天才人物冯诺依曼（von Neumann，1928, 1937)的结果比Wald的更为重

要[1]。他证明了一个拓扑学引理，该引理后由Kakutani (1941)发展为一般的对应映射（correspondence mapping）的不动点定理，成为证明一个系统均衡存在性的最有力的数学工具。在中断20年后，其经济均衡的存在性问题才由Arrow和Debreu (1954), McKenzie (1954, 1955), Gale (1955)以及其他一些作者重新提出并进行研究。

一般均衡是指所有市场的**总需求(aggregate demand)**不超过**总供给(aggregate supply)**的状态。它的基本特征是在封闭或者开放的经济中所有市场不是独立的而是相互关联的，其均衡价格是由市场供给和需求内生决定的。一般均衡理论在国际经济学、宏观经济学等方面都有广泛的应用。

一般均衡方法主要具有如下两个特点：

(1) 它将经济视为内部相互关联的系统，在该系统中我们必须同时决定所有感兴趣的变量的均衡值（同时考虑所有的市场）。

(2) 它旨在将经济中的外生变量缩减到少数实体变量。

从实证的观点来说，一般均衡理论是决定完全竞争市场系统中均衡价格和均衡数量的理论，它也可用来预测市场机制所决定的最终消费和最终生产。

如第一章所述，现代经济学的基本分析框架可分为五个部分：描述经济环境、设定行为假设、确定制度安排、决定均衡结果及进行评估比较。一般均衡理论也不例外，为了研究一般均衡问题，首先要确定济制度环境的最主要特征：包括经济人个数及其偏好、生产集、初始禀赋、信息解构等，同时要对经济人的行为进行设定，及对制度安排进行选择。然后决定均衡配置及进行其他性质的实证分析，我们需要了解在什么样的经济环境下，存在一般均衡、一般均衡是否稳定和唯一。最后还要搞清楚均衡的福利性质，即什么样的均衡结果能导致资源的有效配置，是否它也是平等或公平配置。从而知道在什么样的条件下或范围下，市场制度能有效运作而在何种情形市场会失灵（如存在消费和生产的外部性、商品不可分等）。不弄清楚一个经济理论的基本分析框架及它的适应范围，就如医生开药方而不知道药性及其适应范围会出大问题一样，将理论应用于实践而不知道它的适应边界就可能出大错。所以，弄清它的适应范围和边界条件是一个合格的经济学家必须应有的基本训练。

一般均衡理论由如下五部分内容构成：

1. **经济制度环境**（经济的基本特征）：由经济人个数、消费空间、消费偏好、消费者初始禀赋、生产者生产可能性集合、信息解构等构成的经济。
2. **经济制度安排**：决定商品价格的机制。
3. **行为假定**：消费者和企业将价格视为给定、消费者效用最大化和企业利润最大化。

[1]冯诺依曼的确是一个天才，他不仅是数学家和物理学家，是氢弹和现代计算机理论的发明者，并且也是博弈论的开创人之一。

4. **结果预测**：均衡分析——关于均衡的存在性、唯一性和稳定性的实证分析。

5. **结果评估**：规范分析，如一般均衡配置有效性的评估。

一般均衡理论要回答的基本问题：

A. 一般均衡的存在性及其确定：在何种经济环境下，也就是对环境（消费集、禀赋、偏好、生产集、信息集）作何种限定，能保证一般均衡解的存在?

B. 一般均衡的唯一性：对经济环境作何种限制能保证一般均衡是唯一的?

C. 一般均衡的稳定性：当经济发生波动后，何种经济情景能保证市场价格能最终收敛于一般均衡价格，特别是当需大于求时提价、供大于求时降价?

D. 一般均衡理论的福利性质：对何种消费集、禀赋、偏好和生产集，能保证一般均衡理论是社会最优或者帕累托有效的?

7.2 一般均衡模型的结构

下面我们介绍一般均衡模型的结构。在这一章中我们只考虑存在私有品（不存在公共品）的经济。

7.2.1 经济环境

经济的基础是外生给定的经济制度环境，其基本元素可描述如下：

n: 经济中消费者的数目；

$N = \{1, \ldots, n\}$: 所有消费者构成的集合；

J: 经济中生产者（企业）的数目；

L: 经济中（私有）商品的数目；

$X_i \subset \Re^L$: 消费者i的**消费空间(consumption space)**，$i = 1, \ldots, n$，它设定了消费者i的消费边界，即所有**个人可行(collection of all individually feasible)**消费的集合。个人消费向量中的某些元素可能是负的，如劳动供给。

$\succcurlyeq_i$: 消费者i的偏好序[2]，(如效用函数存在，也可设为效用函数u_i)，$i = 1, \ldots, n$。

[2]一般均衡理论可推广到一般偏好关系，而不是序的情形。

注. $\succcurlyeq_i$是偏好序，如果它是**自反的(reflexive ($x_i \succcurlyeq_i x_i$))**、**可传递的(transitive (若$x_i \succcurlyeq_i x_i'$和$x_i' \succcurlyeq_i x_i''$，则$x_i \succcurlyeq_i x_i''$))**和**完备的(complete (对任意的x_i和x_i'，或者$x_i \succcurlyeq_i x_i'$成立，或者$x_i' \succcurlyeq_i x_i$成立))**。偏好序反映了人们对商品偏好的排序。可证明，若$\succcurlyeq_i$是连续的，则对应于$\succcurlyeq_i$的连续效用函数存在。即使所有消费者的偏好不满足完全性或者传递性，也可讨论一般均衡的存在性。[3]

$w_i \in X_i$: 消费者i的初始禀赋向量。

$e_i = (X_i, \succcurlyeq_i, w_i)$: 消费者$i$的经济特征。这样，对消费者来说，他们的经济特征完全由消费空间、偏好关系和初始禀赋来刻画。

Y_j : 企业j的生产可能性集合，$j = 1, 2, \ldots, J$。对厂商来说，对其任一生产技术，可用一个生产可能性集来刻画。生产函数即为生产可能性集的前沿。

$y_j \in Y_j$: 生产计划向量,$y_j^l > 0$表示y_j^l为产出，$y_j^l < 0$表示y_j^l为投入。一个企业y_j的大部分元素为0，表示绝大部分商品企业既不作为生产要素，也不生产此类产品。

我们前面已经知道有三种类型的生产规模报酬：非规模报酬递增(即任给$\alpha \in [0,1]$，若$y_j \in Y_j$，则$\alpha y_j \in Y_j$)、非规模报酬递减(即任给$\alpha \geqq 1$，若$y_j \in Y_j$，则$\alpha y_j \in Y_j$)和规模报酬不变(即任给$\alpha \geqq 0$，若$y_j \in Y_j$，则$\alpha y_j \in Y_j$)。换句话说，规模报酬递减意味着任意可行的投入产出向量都是规模递减的,规模报酬递增意味着任意可行的投入产出向量都是规模递增的，规模报酬不变意味着生产可能性集合是报酬递增和报酬递减的联合。其几何图像为空间上的一个锥。需要指出的是，一般均衡只在规模报酬不变或递减的情形下才可能存在，这也是一般均衡理论的一个局限性。如果企业生产处于规模报酬递增，则厂商可以不断地加大生产规模，使得企业利润趋近于无穷，从而一般均衡不存在。所以需要事前假定生产集是凸集，这样生产函数需要假定为凹函数（而不能简单地假定是单调的拟凹函数）。[4]

$e = (\{X_i, \succcurlyeq_i, w_i\}, \{Y_j\})$: 称之为经济环境或简称为经济。

$X = X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n$: 所有消费者消费空间构成的消费空间。

$Y = Y_1 \times Y_2 \times \ldots \times Y_J$: 所有企业生产集所构成的生产空间。

[3]根据Hurwicz基本可积性定理，只要能观测价格和个体的消费量成反比关系，在一些技术性条件下，可以证明效用函数必定存在，尽管人民无法直接度量它。另外，如前面章节所指出的那样，人们的偏好序并非总可由效用函数来表示，但满足上半连续性的偏好序可用上半连续的效用函数来表示。

[4]在下章第六节，我们将讨论，当生产可能集非凸或有规模经济时，为了发挥规模优势，一个行业只能有几个少数几个企业，由此价格给定的假设不合理，但非竞争导致了垄断价格和利润，从而导致了资源的无效率配置。下章第六节同时也说明了，即使允许充分竞争，资源的有效配置也不能通过竞争市场来达到，由此利润最大化原则就不再可行。所有这些都说明了，一般均衡理论在有规模经济的情景下具有重大局限性。

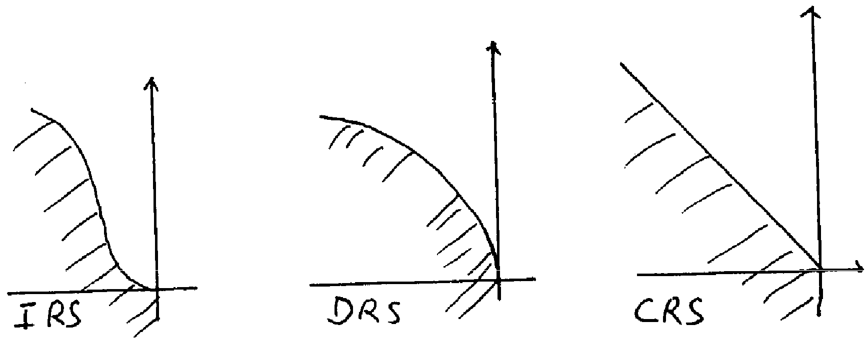

图 7.1: 不同的规模报酬: IRS, DRS, 和CRS。

7.2.2 制度安排：私人市场经济

$p = (p^1, p^2, \ldots, p^L) \in \Re^L_+$: 价格向量;

px_i: 消费者i的开支，$i = 1, \ldots, n$;

py_j: 企业j的利润，$j = 1, \ldots, J$;

pw_i: 消费者i的禀赋，$i = 1, \ldots, n$;

$\theta_{ij} \in \Re_+$: 消费者i拥有企业j的份额，该向量确定了所有权结构，其中

$$\sum_{i=1}^{n} \theta_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \ldots, J.$$

$\sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} py_j$ =: 消费者i从所投资的企业中获得的总（利润）收入，$i = 1, \ldots, n$。

对$i = 1, 2, \ldots, n$，消费者i的预算约束由下式给定:

$$px_i \leqq pw_i + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} py_j, \tag{7.2.1}$$

因而其预算集为:

$$B_i(p) = \{x_i \in X_i : px_i \leqq pw_i + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} py_j\}. \tag{7.2.2}$$

私人所有权或简称私有(private ownership)经济记为:

$$e = (e_1, e_2, \ldots, e_n, \{Y_j\}_{j=1}^{J}, \{\theta_{ij}\}). \tag{7.2.3}$$

所有这样的私有经济的集合记为E。

7.2.3 个人行为假定

关于行为假设，我们假设消费者和厂商都是理性的,即消费者追求在预算约束下的效用最大化，而厂商追求在自身生产技术约束下的利润最大化。在一般均衡理论中，我们还假设市场是完全竞争的，即每个人都视市场价格为给定，无人能影响或控制市场价格：

(1) **完全竞争市场：** 每个经济个体都是价格接受者。

(2) **效用最大化：** 每个消费者在消费集$B_i(p)$中最大化其效用。即：

$$\max_{x_i} u_i(x_i) \tag{7.2.4}$$

s.t.

$$px_i \leqq pw_i + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} py_j \tag{7.2.5}$$

(3) **利润最大化：** 每个企业在Y_j中最大化其利润。即对$j = 1, \ldots, J$，有：

$$\max_{y_j \in Y_j} py_j \tag{7.2.6}$$

7.2.4 竞争均衡

模型的第四部分是均衡选择。我们假定在均衡状态时，消费者的总需求受到资源的约束，消费者的消费束和生产决策都在可行集中。也就是，对整个经济来说，当处于一般均衡时，我们要求，对所有的商品，总需求不大于总供给。如果不存在资源的浪费，则总需求等于总供给。

在定义竞争均衡之前，我们首先给出有关配置的若干概念，这些概念界定了经济e中各种可能结果的集合。为了记号上的方便，在本讲义中，我们用"$\hat{a}$"表示所有向量$a_i, i = 1, \cdots, n$之和，即$\hat{a} := \sum a_l$.

配置(allocation)

配置 (x, y)是消费向量$x = (x_1, \ldots, x_n)$和产出向量$y = (y_1, \ldots, y_J)$构成的序偶。

配置(x, y)称为**个人可行的(individually feasible)**，如果对任意的$i \in N$和$j = 1, \ldots, J$，有$x_i \in X_i$和$y_j \in Y_j$成立。

配置(x, y)称为**弱平衡(weakly balanced)**的，如果

$$\hat{x} \leqq \hat{y} + \hat{w} \tag{7.2.7}$$

或者

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \leqq \sum_{j=1}^{J} y_j + \sum_{i=1}^{n} w_i. \tag{7.2.8}$$

当上述不等式在等号处成立时，配置称为**平衡的(balanced)**或者**可达的(attainable)**。

若配置(x, y)既是个人可行也是(弱)平衡的，则它是可行的。

因此，若每种商品的消费总量不超过所有商品的初始禀赋和产出之和，则配置是可行的。我们将所有可行配置的集合记为$A = \{(x, y) \in X \times Y : \hat{x} \leqq \hat{y} + \hat{w}\}$。

加总

$\hat{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i$: 总消费。

$\hat{y} = \sum_{j=1}^{J} y_j$: 总产出。

$\hat{w} = \sum_{i=1}^{n} w_i$: 总禀赋。

下面我们定义竞争均衡的概念。竞争均衡（也称为一般均衡或瓦尔拉斯均衡）的概念是一般均衡理论中最重要的概念之一。它可以大致描述为：给定私有产权经济，竞争均衡满足三个条件：(1) 消费者效用最大化；(2) 生产者利润最大化；(3) 市场出清，总需求不大于总供给。

定义 7.2.1 (竞争均衡或称为瓦尔拉斯均衡) *给定私有经济$e = (e_1, \ldots, e_n, \{Y_j\}, \{\theta_{ij}\})$，配置$(x, y) \in X \times Y$和价格向量$p \in \Re^L_+$构成一个竞争均衡，如果下述条件满足：*

(i) **效用最大化：** *对任意的$x'_i \in B_i(p)$和$x_i \in B_i(p), i = 1, \ldots, n$，有$x_i \succcurlyeq_i x'_i$。*

(ii) **利润最大化：** *对任意的$y'_j \in Y_j$，有$py_j \geqq py'_j$。*

(iii) **市场出清(market clear)条件：** $\hat{x} \leqq \hat{w} + \hat{y}$。

记

$x_i(p) = \{x_i \in B_i(p) : x_i \in B_i(p)$ 和$x_i \succcurlyeq_i x'_i, \forall x'_i \in B_i(p)\}$为消费者$i$ 在效用最大化行为下的**消费对应(consumption correspondence)**。当它为单值函数时，它又称为消费者i的需求函数。

$y_j(p) = \{y_j \in Y_j : py_j \geqq py'_j,\ \forall y'_j \in Y_j\}$为企业$j$的**供给对应(supply correspondence)**。当它为单值函数时，它又称为企业j的供给函数。

$\hat{x}(p) = \sum_{i=1}^{n} x_i(p)$: **总需求对应**。

$\hat{y}(p) = \sum_{j=1}^{J} y_j(p)$: **总供给对应（映射）**。

$\hat{z}(p) = \hat{x}(p) - \hat{w} - \hat{y}(p)$: **总超额需求对应(aggregate excess demand correspondence)**。

在上述记号下，如果$\hat{z}^l(p) > 0$，则表示经济中商品l存在短缺，$\hat{z}^l(p) < 0$则表示其商品l存在剩余。于是竞争均衡的一个等价定义可表示如下。

定义 7.2.2 *价格向量*$p^* \in \Re^L_+$*是竞争均衡价格，如果存在*$\hat{z} \in \hat{z}(p^*)$*，使得*$\hat{z} \leqq 0$*成立。*

若$\hat{z}(p)$*是单值的，则*$\hat{z}(p^*) \leqq 0$*为竞争均衡。*

7.3 一般均衡模型的例子

前面我们已经介绍了一般均衡模型的基本解构。大多数经济中存在着三种类型的经济活动：生产、消费和交换。在正式给出竞争均衡的存在性结果之前，我们首先给出一般均衡模型的两个简单例子。第一个是不包含生产的纯粹交换经济，第二个例子包含了一个生产者和消费者，两者可能重合的经济，或称为鲁滨逊-克鲁索经济。对第一个例子，如果交易双方可以自由公平地进行贸易，则贸易可以达到双方都得到改善的结果。通过这两个例子，我们将引入贯穿本部分所有章节的问题、概念和常用的技巧。

7.3.1 纯交换经济

纯交换经济(pure exchange economy)是不存在生产的经济，它是一般经济形式的一个特例。在这样的经济中，经济活动只有交换和消费。

- **埃奇沃思盒:**

在纯交换经济中，总超额需求对应为$\hat{z}(p) = \hat{x}(p) - \hat{w}$，因而我们可以定义个体超额需求函数为$z_i(p) = x_i(p) - w_i$。

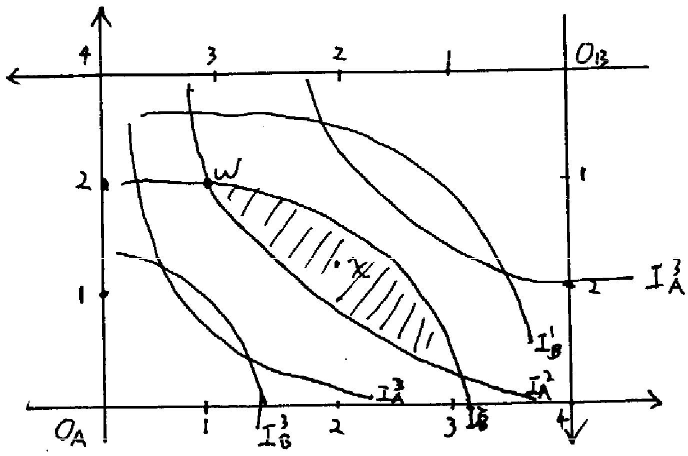

图 7.2: $w_1 = (1, 2)$和$w_2 = (3, 1)$时的埃奇沃思盒.

最简单，可能带来互利的交换经济是两种商品、两个消费者的经济。该经济比较容易处理和分析。正如我们将要看到的，它可以通过十分简便易学的埃奇沃思

盒(Edgeworth Box)来处理和分析。埃奇沃思盒的一个特征是在盒中的任何一点都表示总的消费之和等于总的禀赋之和，即经济在资源上是可行和平衡的。通过埃奇沃思盒，我们立刻可以看出什么样的配置对双方来说是福利改善的，而何种配置对某一方或者双方来说是受损的。

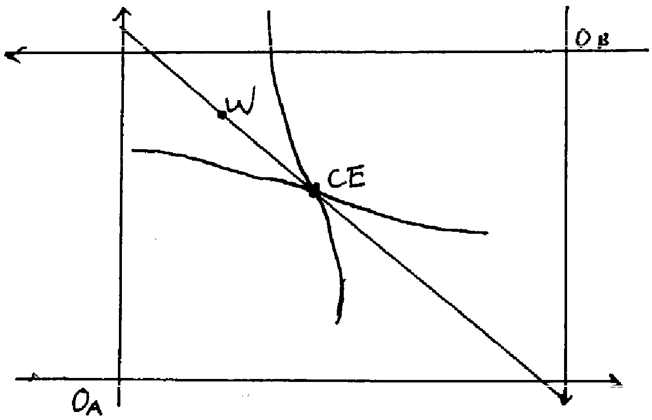

图 7.3: 在埃奇沃思盒中，点CE 是竞争均衡。

考虑存在两种商品(x_1, x_2)和两个消费者的交换经济。经济中的总禀赋为$\hat{w} = w_1 + w_2$。例如，如果$w_1 = (1, 2), w_2 = (3, 1)$, 则总禀赋为$\hat{w} = (4, 3)$。在图7.2的埃奇沃思盒中，点$w$用来表示两个消费者的初始禀赋。

使用埃奇沃思盒的好处在于它给出了所有可行(平衡)交易点，即对任意盒中的点$x = (x_1, x_2)$，有

$$x_1 + x_2 = w_1 + w_2, \tag{7.3.9}$$

其中，$x_1 = (x_1^1, x_1^2)$和$x_2 = (x_2^1, x_2^2)$。因此，埃奇沃思盒中的每个点都表示一个可达的配置，从而有$x_1 + x_2 = w_1 + w_2$。

我们可以看到，经过w由个体1和2的无差异曲线围成的区域是对双方来说都是福利改善或者说至少有一方福利得到改善而另一方福利不恶化的区域。此即图7.2中的阴影部分(shaded lens)。在埃奇沃思盒之外，任何点都是不可行的。我们也可以看到，在盒中的某个区域，至少有一个消费者的福利会恶化。

埃奇沃思盒中的那个点才是竞争均衡呢?

在埃奇沃盒中，一个人的预算线同时也是另外一个人的预算线。如果两人的最优消费组合都相切于预算线的同一个点，那么这个点一定是一般均衡配置，比如图7.3中点CE 是竞争均衡。

图7.4给出了市场调整到竞争均衡的过程。在最开始的价格p处，两个人都想得到更多的商品2。这意味着商品1的价格p^1相对来说太高了，以至于消费者不愿意消费所有的该商品初始禀赋，因而商品1的数量x_1有剩余，而商品2的数量x_2存在超额需求，

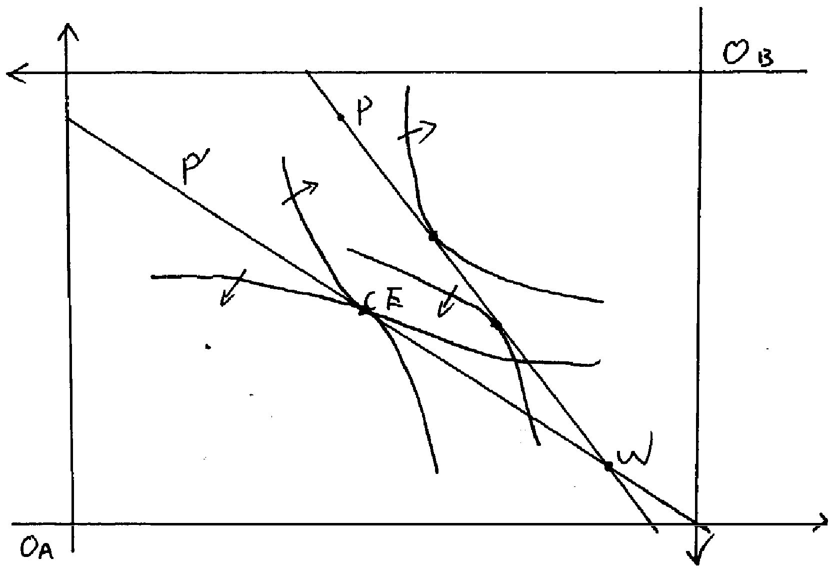

图 7.4: 本图给出了市场调整过程。

从而有$x_1^1 + x_2^1 < w_1^1 + w_2^1$以及$x_1^2 + x_2^2 > w_1^2 + w_2^2$成立。因此，商品1的价格$p^1$将下降到$p^{1\prime}$。这导致预算线的斜率减小（几何上表现为更平坦），直到均衡状态，此时总需求等于总供给。若均衡在内点处达到，两个消费者的无差异曲线将相切于预算线上的某一点，此时两个消费者两种商品的的边际替代率相等，且等于两种商品的价格比率。

前面我们讨论了一般均衡的内点解。如果是均衡内点解，则在均衡点两个消费者的无差异曲线相切。是否所有一般均衡都是内点解呢？不见得。如果不在内点，则两者在任何地方都并不相切。比如，当消费者的无差异曲线是线性函数时。那么可能的竞争均衡是什么呢？

在此情形，只要两个人的无差异曲线的斜率不相等，则它们在任何点都不可能相切。即便如此，竞争均衡仍然可能存在，我们可以从图7.5看出这点。其基本思想仍然是在预算约束下消费者使自身效用最大化。在角点处，均衡存在，但均衡价格并不唯一。

另一种表示竞争均衡的方法是通过消费者“价格变化时所有消费最优点形成的轨迹”（亦即无差异曲线与预算平衡点相切点的集合）的交点来决定，所形成的曲线称为”提供曲线”（offer curve），也称之为供应条件曲线或相互需求曲线。对每个消费者来说都有一条提供曲线。如果两个消费者的提供曲线存在除初始禀赋另外一个交点，则其交点必为竞争均衡。有兴趣的读者可以尝试采用这种方法求解竞争均衡。

提供曲线: 当两种商品的价格变动时消费者最优消费变动形成的轨迹。它由商品价格变动时无差异曲线和预算线的切点构成。

两个消费者的提供曲线由图7.6给出。

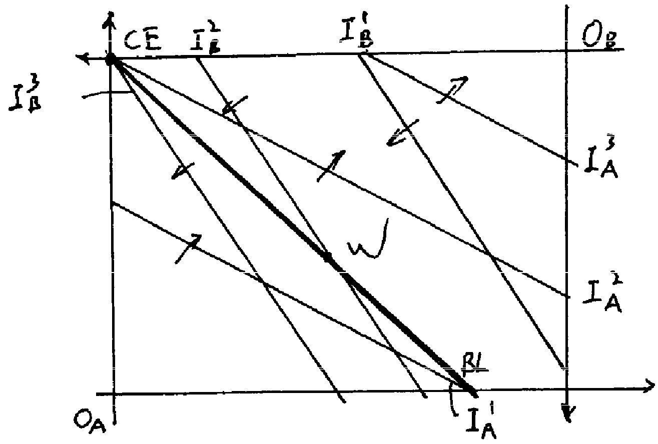

图 7.5: 即使两个个体的无差异曲线不相交，竞争均衡仍然存在。

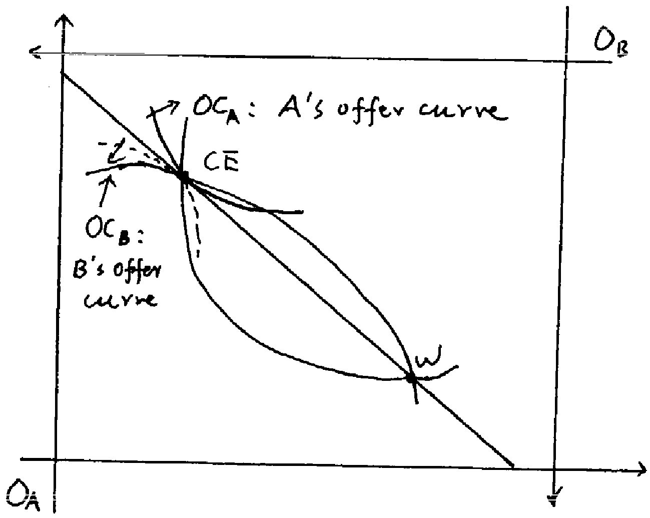

图 7.6: CE为两个个体的提供曲线之交。

两个消费者的提供曲线的交点可用于检查竞争均衡是否存在。由图7.6，我们可以看到消费者提供曲线的交点总是为初始禀赋点。若除此之外还有另外一个提供曲线的交点，则该点必然是竞争均衡。

为了加强对竞争均衡的理解，读者可以尝试用图作出如下各种情形的竞争均衡：

1. 存在多个均衡价格的情形。
2. 其中一个消费者的偏好满足这样的性质：两种商品完全可替代（即无差异曲线为线性函数）。
3. 其中一个消费者的偏好为**Leontief型偏好**(即完全互补的(perfect complement))
4. 其中一个消费者的偏好是非凸的。
5. 其中一个消费者的偏好为**“厚的(thick)“**。
6. 其中一个消费者的偏好是凸的，但有一个**满意点(satiation point)**.

注意到偏好关系$\succcurlyeq_i$是凸的当且仅当对任意的$t \in (0, 1)$ 和任意的$x, x' \in X_i$，若$x \succ_i x'$成立，则$tx + (1-t)x' \succ_i x'$成立。偏好关系$\succcurlyeq_i$有一个满意点（satiation point）x，如果有$x \succcurlyeq_i x', \forall x' \in X_i$成立。

可能不存在瓦尔拉斯均衡(Walrasian Equilibria)的情形

有两种可能的情形使得竞争均衡不存在，这些反例告诉我们，为了得到一般存在性定理，我们必须施加相应假设。

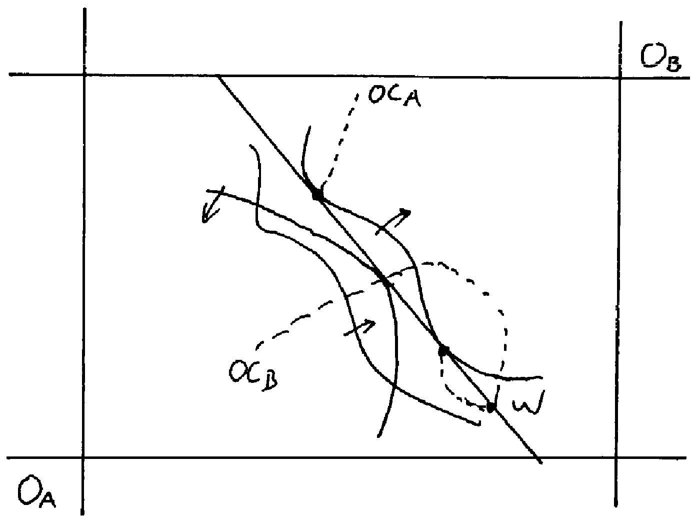

图 7.7: 如果无差异曲线非凸，竞争均衡可能不存在。在此情形，两个人的提供曲线不相交。

情形1. 消费者的偏好从而无差异曲线是非凸的。若两个消费者的提供曲线除了禀赋点之外不相交，则竞争均衡可能不存在。消费者偏好非凸可能导致消费者的提供曲线不连续，因而消费者的两条无差异曲线不相交，从而竞争均衡不存在。当然，这只是一个极端的例子。也有可能消费者的偏好虽然非凸，竞争均衡仍可能存在。但为了证明竞争均衡的存在，我们不能放松消费者偏好为凸的假定。这个例子也说明，在得到一个结果或者要证明一个结果之前，画图能帮助我们从直觉上理解问题，帮助我们找到正确答案给出一些启示。

情形2. 消费者的初始禀赋点不是消费空间的内点。此时即使消费者的偏好性质良好，竞争均衡也可能不存在。考虑下面的交换经济，其中一个消费者的无差异曲线与某种商品的消费无关。不妨设消费者2的无差异曲线是垂直的直线，即$u_2(x_2^1, x_2^2) = x_2^1$。消费者1的效用函数是正则的效用函数，不妨设为准线性（quasi-linear）效用函数, 比如为$u_1 = \sqrt{x_1^1} + x_1^2$。初始禀赋为$w_1 = (0, 1), w_2 = (1, 0)$。在这样的经济中，竞争均衡可能不存在。为什么呢?

若$p^1/p^2 > 0$, 则

$$\begin{cases} x_2^1 = 1 \\ x_1^1 > 0 \end{cases} \tag{7.3.10}$$

从而有$x_1^1(p) + x_2^1(p) > 1 = \hat{w}^1$。因此，竞争均衡不存在。

若$p^1/p^2 = 0$，则$x_2^1 = \infty$，因此竞争均衡不存在。但在上述两种情形，我们都有$x_1^1(p) + x_2^1(p) > \hat{w}^1$，违反了可行性条件。

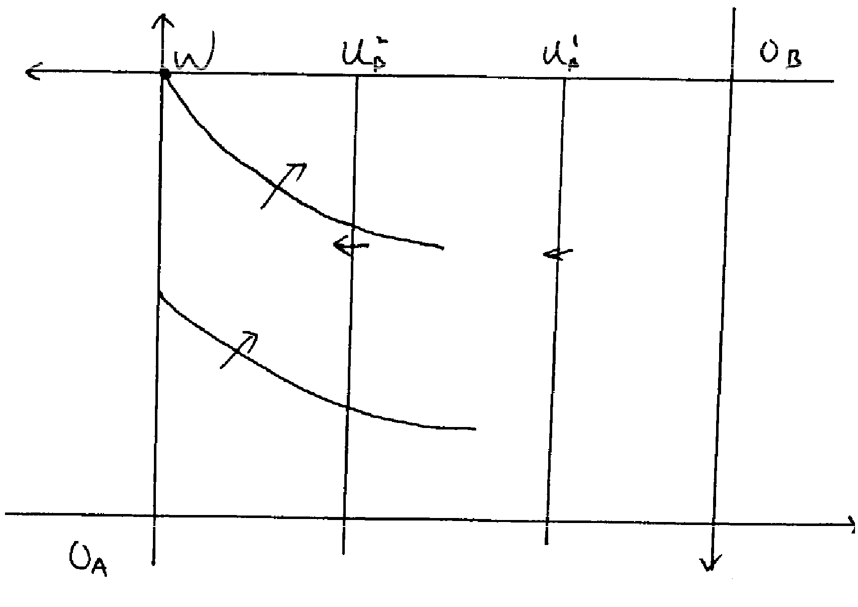

图 7.8: 如果其中一种商品的禀赋在埃奇沃思盒的边界上，竞争均衡可能不存在。

这个例子说明，当禀赋不是内点时，可能导致消费者的需求函数在边界处不连续，从而竞争均衡可能不存在。因此我们在证明竞争均衡时需要加入内地禀赋这一条件。

7.3.2 单一消费者和单一生产者经济

另一种特殊情形是只有一个生产者和一个消费者、生产者同时也是消费者的经济，我们称之为**鲁滨逊-克鲁索经济**。在该经济中，生产者投入劳动生产出一种产品，消费者消费闲暇和这一产品。消费者的收入来自两部分：生产利润和初始禀赋。为了求解竞争均衡，我们首先求生产者的利润最大化问题，由此可得最优生产计划和生产者的最大利润，它们都是产品价格的函数。然后求解消费者的效用最大化问题，得到产品的需求函数，其一阶条件是边际替代率等于产品价格之比。当产品的供给等于产品的需求、而劳动投入等于劳动供给时，我们即确定了产品均衡价格和劳动均衡价格（工资）。这一例子也清楚地说明了竞争均衡的求解步骤。

下面我们正式介绍该模型。

两个个体: 一个生产者(即$J=1$)和一个消费者(即$n=1$)。

两种商品: 劳动(闲暇)和由企业生产的消费品。

$w=(\bar{L},0)$: 禀赋。

$\overline{L}$: 闲暇时间总量。

$f(z)$: 严格递增、拟凹和可微的生产函数，其中，z为劳动投入。为保证有内点解，我们假定f满足**稻田条件(Inada condition)**，即$f'(0)=+\infty$，且$\lim_{z\to 0} f'(z)z=0$。

(p,w): 消费品和劳动的价格向量。

$\theta=1$: 单一个体经济，即经济中只存在一个消费者，且拥有企业。

$u(x^1,x^2)$: 严格拟凹、递增和可微的效用函数。为保证有内点解，我们假定u满足**稻田条件(Inada condition)**，即$\frac{\partial u}{\partial x_i}(0)=+\infty$，且$\lim_{x_i\to 0}\frac{\partial u}{\partial x_i}x_i=0$。

企业的问题为确定劳动投入z使其利润最大化，即求解如下问题：

$$\max_{z\geqq 0} pf(z)-wz \tag{7.3.11}$$

其一阶最优性条件为：

$$pf'(z)=w$$

或

$$
\begin{aligned}
f'(z) &= w/p, \\
(MRTS_{z,q} &= \text{价格比率})
\end{aligned}
$$

即劳动替代消费品q的边际技术替代率等于劳动投入和消费品产出的价格比率。

设

$q(p,w)=$消费品在企业利润最大化时的产出。

$z(p,w)=$企业利润最大化时的劳动投入。

$\pi(p,w)=$ 利润最大化时的利润函数。

消费者的问题为确定闲暇时间和消费品的消费数量以使自身效用最大化，即求解如下问题：

$$
\begin{aligned}
& \max_{x^1,x^2} u(x^1,x^2) \\
s.t. \quad & px^2 \leqq w(\overline{L}-x^1)+\pi(p,w),
\end{aligned}
$$

其中，x^1为闲暇时间，x^2为商品的消费量。

上述问题的一阶最优性条件为：

$$
\frac{\frac{\partial u}{\partial x^1}}{\frac{\partial u}{\partial x^2}} = \frac{w}{p} \tag{7.3.12}
$$

即闲暇替代消费品q的边际替代率等于闲暇和消费品的价格比率，即$MRS_{x^1x^2}=w/p$。

根据(7.3.11)和(7.3.12)，我们有：

$$
MRS_{x^1x^2} = \frac{w}{p} = MRTS_{z,q}. \tag{7.3.13}
$$

该经济的竞争均衡包含了价格向量(p^*,w^*)，它满足

$$
\begin{aligned}
x^2(p^*,w^*) &= q(p^*,w^*), \\
x^1(p^*,w^*) &+ z(p^*,w^*)=\overline{L}.
\end{aligned}
$$

这意味着两种商品的总需求等于总供给。图7.9分别给出了企业和消费者的最优化问题以及竞争均衡。

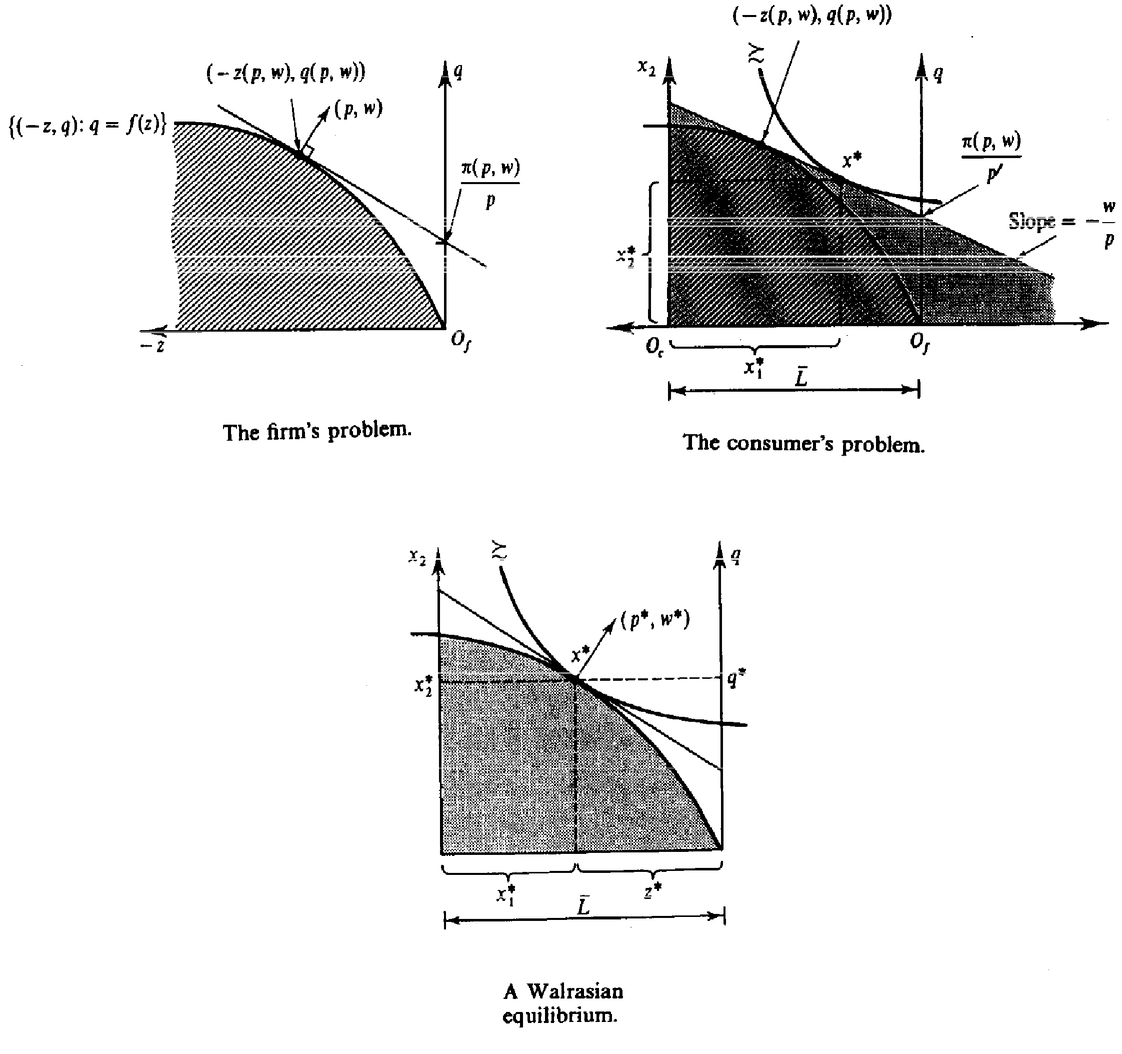

图 7.9: 生产者问题、消费者问题和竞争均衡图

7.4 竞争均衡的存在性

竞争均衡存在性的证明通常被认为是经济理论中最重要和最一般的一个结果。在本节中，我们将对三种情形考察竞争均衡的存在性：(1) 单值总和超额需求函数; (2) 总和超额需求对应; (3) 一般类的私人所有权生产经济。前两种情形以超额需求为基础，该方法通过证明存在某个价格使得超额需求非正来证明均衡的存在性，而第三种情形以消费者生产集上的偏好为基础。

对上述三种情形，存在多种方法证明一般均衡的存在性结果，比如，我们可以用**布劳威尔不动点(Brouwer fixed point)定理**[5]方法，**KKM引理**方法，**抽象经济(abstract economy)**方法，但其所用到的基本结果都是不动点定理。虽然瓦尔拉斯在1874年即已经写出确定一般均衡价格的方程（总供给等于总需求的方程），但直到1954年一般均衡的存在性才被严格地证明，其原因在于不动点定理一直没有被发展起来。

7.4.1 竞争均衡的存在性：总超额需求函数情形

当总和超额需求对应为单值函数时，竞争均衡的存在性结果较为容易证明。注意，当偏好序和生产可能集都是严格凸时，总和超额需求对应为单值函数。总超额需求对应$\hat{z}(p)$一个非常重要性质是瓦尔拉斯律(Walras' Law)，有以下三种形式：

(1) 强瓦尔拉斯律（the strong Walras' law）

$$p \cdot \hat{z}(p) = 0 \quad \text{for all } p \in \Re^L_+;$$

(2)弱瓦尔拉斯律（the weak Walras' law）

$$p \cdot \hat{z}(p) \leqq 0 \quad \text{for all } p \in \Re^L_+;$$

(3) 内点瓦尔拉斯律（the interior Walras' law）

$$p \cdot \hat{z}(p) = 0 \quad \text{for all } p \in \Re^L_{++}.$$

显然，强瓦尔拉斯律意味着弱瓦尔拉斯律，反之不成立。为了讨论方便，除非有混淆，我们在随后讨论中将瓦尔拉斯律和内点瓦尔拉斯律简单称为瓦尔拉斯律。

总超额需求对应$\hat{z}(p)$另外一个非常重要性质是关于价格向量p的零阶齐次性(Homogeneity of degree zero)，即对任意的$\lambda > 0$，有$\hat{x}(\lambda p) = \hat{z}(p)$。若该性质成立，则我们可以对价格向量$p$按下述方式进行**标准化(normalize)**:

[5]其基本结果是：若X是紧凸集，而$f: X \to X$是X到X上的连续对应映射，则f在X上必然有一个不动点x。

(1) $p'^l = p^l/p^1 \quad l = 1, 2, \ldots, L$

(2) $p'^l = p^l/\sum_{l=1}^{L} p^l$.

什么时候采用何种价格标准化方式，应视乎问题决定，当求解具体一般均衡解时，用一种价格标准化方式，而证明均衡的存在时，为了运用某个不动点定理时，需采用第二种标准化方式。

这样，不失一般性，我们只需将价格限制在如下**单形(simplex)**上考察竞争均衡的存在性：

$$S^{L-1} = \{p \in \Re^L_+ : \sum_{l=1}^{L} p^l = 1\}. \tag{7.4.14}$$

于是有如下竞争均衡的存在性定理。

定理 7.4.1 (存在性定理I) *对私人所有权经济*$e = (\{X_i, w_i, \succcurlyeq_i\}, \{Y_j\}, \{\theta_{ij};\})$，*若*$\hat{z}(p)$*是零阶齐次连续函数，且满足***瓦尔拉斯律**，*则竞争均衡存在，即存在*$p^* \in \Re^L_+$，*使得*

$$\hat{z}(p^*) \leqq 0. \tag{7.4.15}$$

证明: 为证明该定理，我们需要构造一个从某个闭凸集到该闭凸集的连续对应，然后根据布劳威尔不动点定理得到相关结论。

定义连续函数$g: S^{L-1} \to S^{L-1}$如下：

$$g^l(p) = \frac{p^l + \max\{0, \hat{z}^l(p)\}}{1 + \sum_{k=1}^{L} \max\{0, \hat{z}^k(p)\}}, l = 1, 2, \ldots, L. \tag{7.4.16}$$

首先，由于$f(x)$和$h(x)$连续，则$\max\{f(x), h(x)\}$连续，所以上面定义的函数g是连续的。

由于g连续，根据布劳威尔不动点定理，存在价格向量p^*，使得$g(p^*) = p^*$，即

$$p^{*l} = \frac{p^{*l} + \max\{0, \hat{z}^l(p^*)\}}{1 + \sum_{k=1}^{L} \max\{0, \hat{z}^k(p^*)\}} \quad l = 1, 2, \ldots, L. \tag{7.4.17}$$

下面我们证明p^*确实为竞争均衡价格向量。

在(7.4.17)同乘以$1 + \sum_{k=1}^{L} \max\{0, \hat{z}^k(p^*)\}$，我们有：

$$p^{*l} \sum_{k=1}^{L} \max\{0, \hat{z}^k(p^*)\} = \max\{0, \hat{z}^l(p^*)\}. \tag{7.4.18}$$

在上述方程两端同乘以$\hat{z}^l(p^*)$并关于l累加，得：

$$\left[\sum_{l=1}^{L} p^{*l} \hat{z}^l(p^*)\right] \left[\sum_{l=1}^{L} \max\{0, \hat{z}^l(p^*)\}\right] = \sum_{l=1}^{L} \hat{z}^l(p^*) \max\{0, \hat{z}^l(p^*)\}. \tag{7.4.19}$$

根据瓦尔拉斯律，我们有：

$$\sum_{l=1}^{L}\hat{z}^l(p^*)\max\{0,\hat{z}^l(p^*)\}=0. \tag{7.4.20}$$

因此，上述和式中的每一项或者为0、或者为$(\hat{z}^l(p^*))^2>0$。因此，为了保证上述和式为0，其每一项都必须为0，即有$\hat{z}^l(p^*)\leqq 0$，$l=1,\ldots,L$。这就证明了定理。

□

注. 不要将总超额需求函数同瓦尔拉斯律混淆。即使瓦尔拉斯律成立，我们也不能保证有$\hat{z}(p)\leqq 0,\forall p$。反之，若存在$p^*$使得$\hat{z}(p^*)\leq 0$，即$p^*$为竞争均衡价格向量，瓦尔拉斯律也可能不成立，除非某些类型的单调性条件如局部非满足性条件成立。

事实1: (免费商品) 若瓦尔拉斯律成立，且p^*是使得$\hat{z}^l(p^*)<0$的竞争均衡价格向量，则$p^{*l}=0$。

证明: 若不然，则$p^{*l}>0$。因此有$p^{*l}\hat{z}^l(p^*)<0$，从而有$p^*\hat{z}(p^*)<0$，这与瓦尔拉斯律相矛盾。 □

可欲商品(Desirable goods): 若$p^l=0$，则$\hat{z}^l(p^*)>0$。

事实2: (供需相等) 若所有商品都是可欲的，且p^*是竞争均衡价格向量，则$\hat{z}(p^*)=0$。

证明: 若不然，$\exists l,\hat{z}^l(p^*)<0$。根据事实1，我们有$p^{*l}=0$。由于商品$l$是可欲的，我们必然有$\hat{z}^l(p^{*l})>0$，这就造成了矛盾。 □

注. 根据瓦尔拉斯律, 若$p>0$, 且$(L-1)$个市场处于均衡状态，则剩下的第L个市场也处于均衡状态。因此，根据瓦尔拉斯律，为验证在价格向量$p>0$处所有市场是否出清，我们只需检查其中$L-1$个市场是否出清即可。

上述存在性定理要求总超额需求函数是连续的，且满足瓦尔拉斯律。利用KKM引理（参见第一章），即使总超额需求函数只是下半连续(semi-continuous)和满足弱瓦尔拉斯律，我们也可以证明竞争均衡的存在性。

定理 7.4.2 (存在性定理I′) *对私人所有权经济$e=(\{X_i,w_i,\succcurlyeq_i\},\{Y_j\},\{\theta_{ij}\})$，若总超额需求函数$\hat{z}(p)$下半连续且满足弱瓦尔拉斯律，则竞争均衡存在，即存在价格向量$p^*\in S^{L-1}$，使得*

$$\hat{z}(p^*)\leqq 0. \tag{7.4.21}$$

证明: 定义对应$F:S\to 2^S$如下：

$$F(q)=\{p\in S:q\hat{z}(p)\leqq 0\}\ \forall q\in S.$$

首先，根据弱瓦尔拉斯律，$q\in F(q)$，因此$F(q)$对于每个$q\in S$都是非空的。由于$p\geqq 0$且$\hat{z}(\cdot)$下半连续，函数$\phi(q,p)\equiv q\hat{z}(p)=\sum_{l=1}^{L}q^l\hat{z}^l(p)$关于$p$也是下半连续的。

因此，$F(q)$对所有的$q \in S$都是闭的。我们现在证明F是FS-凸的。若不然，假设存在$q_1, \ldots, q_m \in S$和某个凸组合$q_\lambda = \sum_{t=1}^m \lambda_t q_t$使得$q_\lambda \notin \cup_{t=1}^m F(q_t)$。则$q_\lambda \notin F(q_t)$，$\forall t = 1, \ldots, m$。因此，$\sum_{t=1}^m \lambda_t q_t \hat{z}(q_\lambda) = q_\lambda \hat{z}(q_\lambda) > 0$，这就与$\hat{z}$满足弱瓦尔拉斯律的假定相矛盾。因此$F$是FS-凸的。从而根据KKM引理，我们有

$$\cap_{q \in S} F(q) \neq \emptyset.$$

这意味着存在$p^* \in S$，使得$p^* \in \cap_{q \in S} F(q)$，即，$p^* \in F(q)$，$\forall q \in S$。因此$q\hat{z}(p^*) \leqq 0, \forall q \in S$。设$q_1 = (1, 0, \ldots, 0), q_2 = (0, 1, 0, \ldots, 0), q_n = (0, \ldots, 0, 1)$。则$q_t \in S$，因此有$q_t \hat{z}(p^*) = \hat{z}^t(p^*) \leqq 0, \forall t = 1, \ldots, L$。从而有$\hat{z}(p^*) \leqq 0$，这意味着$p^*$是竞争均衡价格。定理得证。 □

上述存在性定理只给出了充分性条件。最近，著者（Tian，2013) 对一般形式的超额需求函数给出了竞争均衡存在性的完整解答，其中商品可以是不可分的、超额需求函数也许是不连续的或者除了（弱）瓦尔拉斯律外不具有其它任何其它特殊结构。

著者引进了一个非常弱的条件，所谓的**递归转移下半连续性(recursive transfer lower semi-continuity)**条件，它比转移下半连续性(transfer lower semi-continuity)要弱，进而比下半连续性(lower semi-continuity)要弱。在弱瓦尔拉斯律下，该条件是一般均衡存在性的充分必要条件。因此，著者的结果严格推广了所有在超额需求函数下所得到的均衡存在性结果。

我们称价格p **超越了(upset)**价格q，如果在价格q下所对应的总超额需求在价格p下不足以买到（not affordable），即$p \cdot \hat{z}(q) > 0$。

定义 7.4.1 一个总超额需求函数$\hat{z}(\cdot) : S^{L-1} \to \mathbb{R}^L$是转移下半连续的，如果对所有的价格$q, p \in S^{L-1}$, $p \cdot \hat{z}(q) > 0$意味着存在某个价格向量$p' \in X$以及q的某个邻域$\mathcal{N}(q)$，使得$p' \cdot \hat{z}(q') > 0$，$\forall\, q' \in \mathcal{N}(q)$。

$\hat{z}(\cdot)$的转移下半连续性意味着，如果总超额需求$\hat{z}(q)$在价格p下不足以买到, 则存在着价格向量p'使得对所有充分接近q的价格q'，它的总超额需求$\hat{z}(q')$在p'下同样也不足以买到。注意，由于$p \geqq 0$, 如果$\hat{z}(\cdot)$是下半连续的，这个条件被满足（令$p' = p$）。

定义 7.4.2 *(递归超越(Recursive Upsetting))令$\hat{z}(\cdot) : S^{L-1} \to \mathbb{R}^L$为总超额需求函数。我们称非均衡价格向量$p^0 \in S^{L-1}$被$p \in S^{L-1}$***递归超越**，*如果存在一个有限价格向量集$\{p^1, p^2, \ldots, p\}$，使得$p^1 \cdot \hat{z}(p^0) > 0, p^2 \cdot \hat{z}(p^1) > 0, \ldots, p \cdot \hat{z}(p^{m-1}) > 0$。*

换句话说，非均衡价格向量p^0被p递归超越意味着着存在有限个超越价格向量$p^1, p^2, \ldots, p^m$，$p^m = p$，使得p^0所对应的超额需求在价格p^1下不足以买到, p^1所对应的超额需求在p^2下不足以买到，$\cdots$，p^{m-1}所对应的超额需求在p^m处不足以买到。当瓦尔拉斯律成立时，这意味着p^0被p^1超越, p^1被p^2超越, ..., p^{m-1}被p超越。

为讨论方便起见，当$m = 1$时，我们称p^0**被**p**直接超越**，而当$m > 1$时，称p^0**被**p**间接超越**。

定义 7.4.3 *(递归转移下半连续性) 称超额需求函数$\hat{z}(\cdot): S^{L-1} \to \mathbb{R}^L$在$S^{L-1}$上***递归转移下半连续***，如果$q \in S^{L-1}$不是竞争均衡价格向量，则存在某个价格$p^0 \in S^{L-1}$ (可能为$p^0 = q$)和一个邻域$\mathcal{V}_q$，使得对任意递归超越了p^0的价格p，有$p \cdot \hat{z}(\mathcal{V}_q) > 0$。这里$p \cdot \hat{z}(\mathcal{V}_q) > 0$意味着$p \cdot \hat{z}(q') > 0$，$\forall q' \in \mathcal{V}_q$。*

简单地说，$\hat{z}(\cdot)$的递归转移下半连续性意味着，当q不是竞争均衡价格向量时，存在另一个非竞争均衡价格向量p^0，使得在q某个邻域内任一价格所对应的超额需求在任何递归超越了p^0的价格p下都不足以买到。这意味着，如果$\hat{z}(\cdot): \Delta \to \mathbb{R}^L$不是递归转移下连续的，则存在某个非均衡价格向量$q$，使得对任何其它价格向量$p^0$和$q$的每个邻域，该邻域内任一价格向量$q'$所对应的超额需求在递归超越了$p^0$的价格$p$处都不足以买到。

注. 递归转移下半连续性比下半连续性弱。事实上，若$\hat{z}(\cdot)$是下半连续的，则对任意的非负价格向量p，$p \cdot \hat{z}(\cdot)$也是下半连续的，因此我们有$p^m \cdot \hat{z}(q') > 0$，$\forall q' \in N(q)$，$\forall p \in S^{L-1}$。这样，对任何有限个价格向量$\{p^1, p^2, \ldots, p^m\}$, 我们会有$p^k \cdot \hat{z}(q') > 0$，$\forall q' \in \mathcal{V}_q, k = 1, \ldots, m$,这就意味着$\hat{z}(\cdot)$是转移下连续的。

在上述定义下，如果经济中的超额需求函数是单值的，则我们有如下竞争均衡存在性定理。

定理 7.4.3 (存在性定理I$''$) *假设超额需求函数$\hat{z}(\cdot): S^{L-1} \to \mathbb{R}^L$满足弱瓦尔拉斯律。则竞争均衡价格向量$p^* \in S^{L-1}$存在当且仅当$\hat{z}(\cdot)$在$S^{L-1}$上递归转移下半连续。*

证明: 充分性 ($\Leftarrow$)。用反证法，假定竞争均衡不存在。根据$\hat{z}(\cdot)$的递归转移下连续性，对每一个q，则存在p^0和q的一个邻域$\mathcal{V}_q$使得只要p递归超越$p^0 \in S^{L-1}$，就有$p \cdot \hat{z}(\mathcal{V}_q) > 0$，即对任意的递归价格向量序列$\{p^1, \ldots, p^{m-1}, p^m\}$，$p \cdot \hat{z}(p^{m-1}) > 0$，$p^{m-1} \cdot \hat{z}(p^{m-2}) > 0, \ldots, p^1 \cdot \hat{z}(p^0) > 0$，$m \geqq 1$, 就意味着$p \cdot \hat{z}(\mathcal{V}_q) > 0$。既然不存在竞争均衡，$p^0$不是竞争均衡价格，则根据递归转移下半连续性，对某个$m \geqq 1$这样的递归价格向量序列$\{p^1, \ldots, p^{m-1}, p\}$存在。

由于S^{L-1}是紧集，且$S^{L-1} \subseteq \bigcup_{q \in S^{L-1}} \mathcal{V}_q$，因此存在有限个集合$\{q^1, \ldots, q^T\}$，使得$S^{L-1} \subseteq \bigcup_{i=1}^T \mathcal{V}_{q^i}$。对每个这样的$q^i$，记其对应的初始价格为$p^{0i}$，则当$p^{0i}$被$p^i$递归超越时，有$p^i \cdot \hat{z}(\mathcal{V}_{q^i}) > 0$。

由于均衡不存在，则对每个这样的p^{0i}, 存在p^i，使得$p^i \cdot \hat{z}(p^{0i}) > 0$, 从而根据1-递归转移下半连续性，我们有$p^i \cdot \hat{z}(\mathcal{V}_{q^i}) > 0$。现在考虑价格向量集$\{p^1, \ldots, p^T\}$。则我们有$p^i \not\in \mathcal{V}_{q^i}$。不然，根据$p^i \cdot \hat{z}(\mathcal{V}_{q^i}) > 0$，我们将有$p^i \cdot \hat{z}(p^i) > 0$，但这与弱瓦尔拉斯律矛盾。因此我们必然有$p^1 \not\in \mathcal{V}_{p^1}$。

不失一般性，我们设$p^1 \in \mathcal{V}_{p^2}$。由于$p^1 \in \mathcal{V}_{q^2}$和$p^1 \cdot \hat{z}(p^{01}) > 0$，则$p^2 \cdot \hat{z}(p^1) > 0$，从而根据2-递归转递下半连续性，我们有$p^2 \cdot \hat{z}(\mathcal{V}_{q^1}) > 0$。类似地，我们也有$q^2 \cdot \hat{z}(\mathcal{V}_{q^2}) > 0$。因此，$p^2 \cdot \hat{z}(\mathcal{V}_{q^1} \cup \mathcal{V}_{q^2}) > 0$，从而有$p^2 \notin \mathcal{V}_{q^1} \cup \mathcal{V}_{q^2}$。

类似地，不失一般性，我们设$p^2 \in \mathcal{V}_{q^3}$。由于$p^2 \in \mathcal{V}_{p^3}$，$p^2 \cdot \hat{z}(p^1) > 0$，及$p^1 \cdot \hat{z}(p^{01}) > 0$，我们有$p^3 \cdot \hat{z}(p^2) > 0$。根据3-递归转移下半连续性，有$p^3 \cdot \hat{z}(\mathcal{V}_{q^1}) > 0$。同样，由于$p^3 \cdot \hat{z}(p^2) > 0$和$p^2 \cdot \hat{z}(p^{02}) > 0$，有$p^3 \cdot \hat{z}(\mathcal{V}_{q^2}) > 0$。于是，根据2-递归转移下半连续性，有$p^3 \cdot \hat{z}(\mathcal{V}_{q^1} \cup \mathcal{V}_{q^2} \cup \mathcal{V}_{q^3}) > 0$，从而有$p^3 \notin \mathcal{V}_{q^1} \cup \mathcal{V}_{q^2} \cup \mathcal{V}_{q^3}$。

反复进行上述论证过程，我们可以证明$p^k \notin \mathcal{V}_{q^1} \cup \mathcal{V}_{q^2} \cup \ldots, \cup \mathcal{V}_{q^k}$，即$p^k$不属于$\mathcal{V}_{q^1}, \mathcal{V}_{q^2}, \ldots, \mathcal{V}_{q^k}$, $k = 1, 2, \ldots, L$的并集。特别地，对$k = T$，我们有$p^L \notin \mathcal{V}_{q^1} \cup \mathcal{V}_{q^2} \ldots \cup \mathcal{V}_{q^T}$，从而有$p^T \notin S^{L-1} \subseteq \mathcal{V}_{q^1} \cup \mathcal{V}_{q^2} \ldots \cup \mathcal{V}_{q^T}$。这就造成了矛盾。

因此，必然存在某个$p^* \in S^{L-1}$，使得$p \cdot \hat{z}(p^*) \leqq 0$，$\forall p \in S^{L-1}$。令$p^1 = (1, 0, \ldots, 0)$, $p^2 = (0, 1, 0, \ldots, 0), \cdots$，$p^L = (0, 0, \ldots, 0, 1)$, 我们有$\hat{z}^l(p^*) \leqq 0$，$l = 1, \ldots, L$，因此$p^*$是竞争价格均衡。

必要性 $(\Rightarrow)$。假设p^*是竞争价格均衡，且$p \cdot \hat{z}(q) > 0$，$q, p \in S^{L-1}$。令$p^0 = p^*$，$N(q)$为q的某个邻域。由于$p \cdot \hat{z}(p^*) \leqq 0, \forall p \in S^{L-1}$，因此我们不可能找到有限个价格向量序列$\{p^1, p^2, \ldots, p^m\}$，使得$p^1 \cdot \hat{z}(p^0) > 0, p^2 \cdot \hat{z}(p^1) > 0, \ldots, p^m \cdot \hat{z}(p^{m-1}) > 0$。因此，递归传递下半连续性自然成立。

□

上述定理在检验竞争均衡的非存在性时较为有用。

我们证明定理7.4.3所用到的方法比较新颖，不是用传统的运用不动点定理的证明方法。当然也有其它数学工具用来证明竞争均衡的存在性，但所有其它数学工具的证明都用到了与不动点定理相关的结果。上述证明方法的优点是它较为简单，仅用到了基本数学分析的结论，没有用到高深的数学。

以上三个存在性定理对超额需求函数连续或者下半连续且满足（弱）瓦尔拉斯律情形时竞争均衡的存在结果给出了证明。注意到，上述三个存在性定理都假设了超额需求函数在闭单形S^{L-1}上是有定义的，即使价格为零也是有定义的。但当效用函数严格单调曾时,某些商品的价格如果为0，则这些商品的需求量将会是无限大，继而总超额需求没有定义。这样，在偏好严格单调情形，我们就不能应用上述存在性定理。因此我们需要在偏好严格单调下也能证明有均衡存在的结果。下面要介绍的就是这样的一个结果。这个结果的证明比较难。读者应该熟悉该定理的五个基本条件以及定理的大致思路。尤其需要注意的是该定理的条件同前面所介绍几个定理条件的区别。只有正确区分这些定理条件的差别，才能理解其相关经济学结论所适用的边界条件。

定理 7.4.4 (存在性定理I$'''$) *对私人所有权经济$e = (\{X_i, w_i, \succcurlyeq_i\}, \{Y_j\}, \{\theta_{ij}\})$，设总和超额需求函数$\hat{z}(p)$对所有严格为正的价格向量$p \in \Re^L_{++}$都有定义，且满足如下条件：*

(i) $\hat{z}(\cdot)$连续;

(ii) $\hat{z}(\cdot)$零阶齐次;

(iii) $p\cdot\hat{z}(p)=0,\forall p\in\Re^L_{++}$ *(瓦尔拉斯律);*

(iv) 存在$s>0$*，使得*$\hat{z}^l(p)>-s,\forall l,\forall p\in\Re^L_{++}$*（总和超额需求下有界）；*

(v) 若$p_k\to p$*,其中，*$p\neq 0$*，且对某个*l*，*$p^l=0$*，则*

$$\max\{\hat{z}^1(p_k),\ldots,\hat{z}^L(p_k)\}\to\infty.$$

则存在$p^*\in\Re^L_{++}$*，使得*

$$\hat{z}(p^*)=0, \tag{7.4.22}$$

从而p^**是竞争均衡。*

证明:

由于$\hat{z}(\cdot)$是零阶齐次的，我们只需在单形S上考察均衡的存在性。记S的内部为$intS$。我们希望构造一个从S到S的对应F，其任意的不动点p^*都是竞争均衡，即若$p^*\in F(p^*)$成立，则$\hat{z}(p^*)=0$。

我们定义对应$F:S\to 2^S$如下

$$F(p)=\begin{cases}\{q\in S:\hat{z}(p)\cdot q\geqq\hat{z}(p)\cdot q'\ \forall q'\in S\} & \text{若}p\in intS\\ \{q\in S:p\cdot q=0\} & \text{若}p\text{在边界上}\end{cases}.$$

注意到若$p\in intS$，上面定义的$F(\cdot)$表示给定现有报价$p\in intS$，由对应$F(\cdot)$给出的**反报价(counterproposal)**是任意使总超额需求向量在所有在S上的可行价格中取最大值的价格向量q（也就是在单形S上，对以$\hat{z}(p)$为系数向量，q'为变量的线性函数求最大值，因此最大值由具有最大系数，也就是由超额需求最多的商品，赋予最大的价格（权重）而得到）。这里$F(\cdot)$可视为一种调整价格规则，其调整方向为消除任意的超额需求，对超额需求最多的商品指定最高的价格，使之其超额需求量下降。特别地，我们有

$$F(p)=\{q\in S:q^l=0,\ \text{若}\ \hat{z}^l(p_k)<\max\{\hat{z}^1(p_k),\ldots,\hat{z}^L(p_k)\}\}.$$

注意到对$p\in intS$，若$z(p)\neq 0$，则根据瓦尔拉斯律，存在l和$l'\neq l$，使得$z^l(p)<0$，$z^{l'}(p)>0$。因此，对这样的p，若$q\in F(p)$，则存在l，使得$q^l=0$ (使超额需求向量的值最大)。因此，若$z(p)\neq 0$，则$F(p)\subseteq S\setminus IntS$，即$F(p)$为$S$的边界的子集。相对应地，若$z(p)=0$，则$F(p)=S$（这是由于所有系数为零的线性函数的最大值的集合就是整个区域S）。

下面我们希望证明对应F是取非空紧凸值的上半连续（对应）对应。首先，根据上述构造，对应F 显然是紧凸值的。对所有的$p\in S$，$F(p)$也是非空的。事实上，当$p\in intS$时，使$\hat{z}(p)\cdot q$取最大值的价格向量q的集合$F(p)$ 非空。当p属于S的边界时，至少存在一种商品l，其价格为$p^l=0$，因而存在$q\in S$，使得$p\cdot q=0$，这意味着$F(p)$也是非空的。

现在我们证明对应F是上半连续的，或等价地证明它具有闭图（由于像空间S是紧的，对应F的上半连续性和它具有闭图是等价的），即对任意满足$q_t \in F(p_t), \forall t$的序列$p_t \to p$和$q_t \to q$，我们有$q \in F(p)$。有两种情形需要考虑：

情形1. $p \in intS$。则当k充分大时，有$p_k \in intS$。由$q_k \cdot \hat{z}(p_k) \geqq q' \cdot \hat{z}(p_k), \forall q' \in S$和$\hat{z}(\cdot)$的连续性，我们可得$q \cdot \hat{z}(p) \geqq q' \cdot \hat{z}(p), \forall q' \in S$，即$q \in F(p)$。

情形2. p是S的边界上的点。对任意满足$p^l > 0$的l，我们希望证明对充分大的k，都有$q_k^l = 0$，从而有$q^l = 0$，因而有$q \in F(p)$。由于$p^l > 0$，存在$\epsilon > 0$，使得当k充分大时，有$p_k^l > \epsilon$。若p_k也在S的边界上，则根据$F(p_k)$的定义，$q_k^l = 0$。若$p_k \in intS$，则根据条件(iv)和(v)，对充分大的k，我们必然有：

$$\hat{z}^l(p_k) < \max\{\hat{z}^1(p_k), \ldots, \hat{z}^L(p_k)\}$$

从而也有$q_k^l = 0$。为证明上述不等式，注意到根据条件(v)，当$k \to +\infty$时，上述不等式的右边趋于$+\infty$ (由于p是S边界上的点，当$k \to \infty$时，某些商品的价格趋于0)。但上述不等式的左边有上界。事实上，若上式左边为正，则

$$\hat{z}^l(p_k) \leqq \frac{1}{\epsilon} p_k^l \hat{z}^l(p_k) = -\frac{1}{\epsilon} \sum_{l' \neq l} p_k^{l'} \hat{z}^{l'}(p_k) < \frac{s}{\epsilon} \sum_{l' \neq l} p_k^{l'} < \frac{s}{\epsilon},$$

其中s是由条件(iv)给出的超额供给的界。这样，我们证明了对任意满足$p^l > 0$的l，当k充分大时，都有$q_k^l = 0$，从而有$q^l = 0$。这就意味着$p \cdot q = 0$，从而$q \in F(p)$。因此F必然是上半连续的。

因此，对应F是取非空紧凸值的上半连续对应。根据Kakutani不动点定理(见第1.2.8节)，存在$p^* \in S$，$p^* \in F(p^*)$。

最后我们证明任意F的不动点p^*都是竞争均衡。设$p^* \in F(p^*)$，由于$p \cdot p > 0$和$p \cdot q = 0, \forall q \in F(p)$不能同时成立，因此$p^*$不可能是$S$边界上的点，从而有$p^* \in intS$。若$\hat{z}(p^*) \neq 0$，则前面已证$F(p^*)$必为$S$的边界的子集，与$p^*$不可能是$S$边界上的点矛盾。因此，若$p^* \in F(p^*)$，则我们有$\hat{z}(p^*) = 0$。定理得证。 □

从上述结论中，我们可以看到，上述各个存在性定理都有其适用条件。对什么样的经济环境使用哪个定理的辨别很重要。如果偏好是严格递增的，则我们需要使用存在性定理I‴，而不能运用前面的三个存在性定理。

Tian (2013)证明，定理7.4.3 也可推广到任意集合的情形，特别是正价格开集情形，只要在该集合上超额需求有定义即可。为此，我们需要引入如下形式的递归传递下半连续性概念。

定义 7.4.4 *设D为$int S^{L-1}$的子集。称超总额需求函数$\hat{z}(\cdot): int S^{L-1} \to \mathbb{R}^L$在$int\, S^{L-1}$上关于$D$* **递归转移下半连续**，*如果$q \in int S^{L-1}$不是竞争均衡价格向量，则存在某个价格$p^0 \in int S^{L-1}$ (可能为$p^0 = q$) 及其某个邻域$\mathcal{V}_q$，使得：(1) 若p^0被$int S^{L-1} \setminus D$上的某个价格向量超越，则它也被D上的价格向量超越；(2) 对递归超越p^0的任意价格向*

量$p \in D$，有$p \cdot \hat{z}(\mathcal{V}_q) > 0$。

现介绍下述定理，该定理完全刻画了经济竞争均衡的存在性，其经济的商品空间可能是不可分的，超额需求函数可能是不连续的。

定理 7.4.5 (存在性定理I'''') *假设超额需求函数$\hat{z}(\cdot)$: $\boldsymbol{int} S^{L-1} \to \mathbb{R}^L$ 满足瓦尔拉斯律：$p \cdot \hat{z}(p) = 0$，$\forall p \in \boldsymbol{int} S^{L-1}$。则竞争价格均衡$p^* \in \boldsymbol{int} S^{L-1}$存在当且仅当存在某个紧子集$D \subseteq \boldsymbol{int} S^{L-1}$，使得$\hat{z}(\cdot)$在$\boldsymbol{int} S^{L-1}$上关于$D$递归转移下半连续。*

证明: 充分性 ($\Leftarrow$)。充分性的证明实质上与定理7.4.3的证明相同，现给出大致证明。为证明经济在S^{L-1}上竞争均衡的存在性，我们只需证明，如果超额需求函数在S^{L-1}上关于D递归转移下半连续，则经济在D上存在竞争均衡p^*。反证法。若不然，设在D上不存在竞争均衡。则由于$\hat{z}$在S^{L-1}上关于D递归转移半连续，因此对每个$q \in D$，存在p^0及其某个邻域$\mathcal{V}_q$，使得：(1) 若p^0被$S^{L-1} \setminus D$上的某个价格向量超越，则它将被D上的某个价格向量超越；(2) 对任意的有限价格向量子集$\{p^1, \ldots, p^m\} \subset B$，$p^m = p$和$p \cdot \hat{z}(p^{m-1}) > 0, p^{m-1} \cdot \hat{z}(p^{m-2}) > 0, \ldots, p^1 \cdot \hat{z}(p^0) > 0$，$m \geqq 1$，有$p \cdot \hat{z}(\mathcal{V}_q) > 0$。既然竞争均衡价格不存在，$p^0$不是竞争均衡价格，于是根据总超额需求函数在$S^{L-1}$上关于$D$递归转移下半连续的假设，对某个$m \geqq 1$，这样的递归序列$\{p^1, \ldots, p^{m-1}, p\}$ 存在。

由于D 是紧集，且$D \subseteq \bigcup_{q \in S^{L-1}} \mathcal{V}_q$，因此存在有限集$\{q^1, \ldots, q^T\} \subseteq D$，使得$D \subseteq \bigcup_{i=1}^T \mathcal{V}_{q^i}$。对每个这样的$q^i$，其对应的初始偏差价格向量记为$p^{0i}$，从而当$p^{0i}$被$p^i$在$\{p^{1i}, \ldots, p^{mi}\} \subset D$上超越时，我们有$p^i \cdot \hat{z}(\mathcal{V}_{q^i}) > 0$，其中$p^{mi} = p^i$。采用与定理7.4.3同样的论证，我们最终可推得$z^k$不在$\mathcal{V}_{q^1}, \mathcal{V}_{q^2}, \ldots, \mathcal{V}_{q^k}, k = 1, 2, \ldots, T$的并集内。特别地，对$k = L$，我们有$p^T \notin \mathcal{V}_{q^1} \cup \mathcal{V}_{q^2} \ldots \cup \mathcal{V}_{q^T}$，从而有$p^T \notin D \subseteq \bigcup_{i=1}^T \mathcal{V}_{q^i}$，这就与$p^T$ 是D上的超越价格相矛盾。

因此，存在价格向量$p^* \in S^{L-1}$，使得对所有的$p \in \operatorname{int} S^{L-1}$，有$p \cdot \hat{z}(p^*) \leqq 0$。我们希望证明$p^*$就是竞争价格均衡。由于$\operatorname{int} S^{L-1}$ 是开集，D是$\operatorname{int} S^{L-1}$上的紧子集，因此存在价格向量序列$\{q_n^l\} \subseteq \operatorname{int} S^{L-1} \setminus D$，使得当$n \to \infty$时有$q_n^l \to p^l$，其中$p^l = (0, \ldots, 0, 1, 0, \ldots, 0)$是第$l$个元素为1其它元素为零的单位价格向量。由于$p \cdot \hat{z}(q)$关于$p$连续，因而我们有$\hat{z}^l(p^*) \leqq 0$，$l = 1, \ldots, L$，因此$p^*$是竞争价格均衡。

必要性 ($\Rightarrow$)。设p^*是竞争均衡。令$D = \{p^*\}$。则集合D显然是紧的。对任意的非竞争均衡$q \in S^{L-1}$，令$p^0 = p^*$，$\mathcal{V}_q$为q的某个邻域。由于$p \cdot \hat{z}(p^*) \leqq 0$，$\forall p \in S^{L-1}$，且$p^0 = p^*$为$B$上的唯一元素，因此不存在其它超越价格$p^1$，使得$p^1 \cdot \hat{z}(p^0) > 0$。因此，超额需求函数在$S^{L-1}$上关于$D$递归对角传递连续。

□

对单值超额需求函数经济，定理15.8.3严格推广了目前所有其它的竞争均衡存在性结果。

从上述定理中我们可以看到瓦尔拉斯律对于竞争均衡的存在性的证明至关重要。在何种条件下瓦尔拉斯律成立呢?

• **瓦尔拉斯律的条件**

当每个消费者的预算线在等式处成立时：

$$px_i = pw_i + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} p y_j, \forall i,$$

我们有

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{n} px_i(p) &= \sum_{i=1}^{n} pw_i + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} p y_j \\ &= \sum_{i=1}^{n} pw_i + \sum_{j=1}^{J} p y_j,\end{aligned}$$

这意味着

$$p[\sum_{i=1}^{n} x_i(p) - \sum_{i=1}^{n} w_i - \sum_{j=1}^{J} y_j] = 0, \tag{7.4.23}$$

从而有

$$p \cdot \hat{z} = 0. \tag{7.4.24}$$

因此，只要预算线在等式处成立，总超额需求在所定义的价格区域有定义，瓦尔拉斯律(Walras' Law)在此区域必然成立。

上述竞争均衡存在性定理都是基于总超额需求对应为单值对应且满足瓦尔拉斯律的假定上得到的。现在的问题是经济环境满足何种条件预算约束在等式处成立，且总超额需求对应为单值的和凸的? 我们将应用下面所述的偏好的不同类型的单调性和凸性来回答上述问题。这些概念以从强到弱的顺序排列。

• **单调性(monotonicity)条件**的类型

(1) **严格单调性(Strict monotonicity)**: 对任意两个消费束($x \geq x'$) 若$x \neq x'$，则$x \succ_i x'$。

换句话说，若偏好满足严格单调性，如果对两个消费组合，只要一个消费组合的某种商品的消费量大于另外一个消费组合该种商品的消费量，则消费者的效用在前者中比在后者大。

(2) **单调性(Monotonicity)**: 若$x > x'$，则$x \succ_i x'$。

换句话说，若偏好满足单调性，如果对两个消费组合，只要一个消费组合的每种商品的消费量大于另外一个消费组合每种商品的消费量，则消费者的效用在前者中比在后者大。

(3) **局部非满足性(Local non-satiation)**:对任意的x和其任意邻域$N(x)$，存在$x' \in N(x)$，使得$x' \succ_i x$。

换句话说，若偏好满足局部非满足性，则在任何消费组合的任何一个领域内，总有一个新的消费组合比该消费带来的效用更大。

(4) **非满足性(Non-satiation)**: 对任意的x，存在x'，使得$x' \succ_i x$.。

- **凸性(convexity)的类型**

(i) **严格凸性(Strict convexity)**: 对任意的x和x'，若$x \succcurlyeq_i x', x \neq x'$, 则$x_\lambda \equiv \lambda x + (1-\lambda)x' \succ_i x', \forall \lambda \in (0,1)$。

用对应偏好的无差异曲线容易理解这个概念。无差异曲线的边际替代率严格递减与无差异曲线的严格凸性等价。这相当于效用函数是严格凹函数。

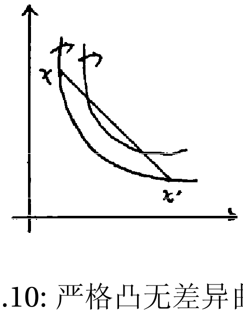

图 7.10: 严格凸无差异曲线。

(ii) **凸性(Convexity)**: 若$x \succ_i x'$，则$x_\lambda = \lambda x + (1-\lambda)x' \succ_i x', \forall \lambda \in (0,1)$。

显然，如果偏好是严格凸的，则它必然是凸的。

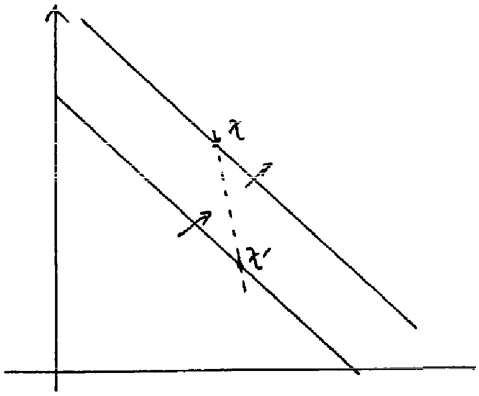

图 7.11: 线性无差异曲线是凸的，但不是严格凸的。

(iii)**弱凸性(Weak convexity)**: 若$x \succcurlyeq_i x'$，则$x_\lambda \succcurlyeq_i x'$。

如果偏好是凸的，则若x和y都是最优的消费组合，则其加权平均也是最优的消费组合。这相当于效用函数是拟凹的。

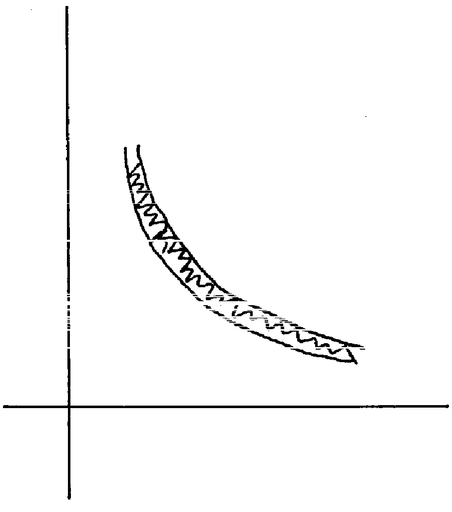

图 7.12: “厚”无差异曲线是弱凸的，但不是凸的。

上述每个条件成立都能推出下一个条件成立，但反之不能成立。为理解这点，我

们可以考察上述图表中给出的厚的(thick)无差异曲线、线性无差异曲线和严格凸的无差异曲线的例子。

注. 偏好的单调性可解释为个体对商品需求的欲望：越多越好。局部非满足型可解释为个体的欲望是无限的。

注. 凸性假设相当于人们偏好多元化消费，例如穿衣和饮食上人们就偏好多元化。[6] 因而偏好凸性假设可视为市场经济对多元化偏好基本测度的正式表示。

注意到$\succcurlyeq_i$的严格凸性意味着通常的边际替代率(MRS)递减，$\succcurlyeq_i$ 的弱凸性则等价于效用函数u_i的拟凹性。同时注意到$\succcurlyeq_i$的连续性为效用函数连续的充分条件，即它保证了连续效用函数$u_i(\cdot)$的存在性。

注. 若偏好$\succcurlyeq_i$满足凸性，则由非满足性可以推出局部非满足性。读者可自行证明该结论。

现在我们回答在何种条件下瓦尔拉斯律成立以及在何种条件下需求对应为凸值对应。下述命题回答了这些问题，证明较简单，读者可以试着证明。

命题 7.4.1 *若偏好的局部非满足性成立，则最优需求在约束线上，从而瓦尔拉斯律成立。*

命题 7.4.2 *若偏好$\succcurlyeq_i$满足严格凸性，则$x_i(p)$为单值函数。*

命题 7.4.3 *若偏好满足弱凸性，则需求对应$x_i(p)$为凸值的。*

生产集的严格凸性:若$y_j^1 \in Y_j$，$y_j^2 \in Y_j$，则凸组合$\lambda y_j^1 + (1-\lambda)y_j^2 \in intY_j, \forall 0 < \lambda < 1$，其中，$intY_j$表示$Y_j$的内部。

基于最大值定理，我们可以证明下述命题。

命题 7.4.4 *若Y_j是紧集(即有界闭集)，且严格凸，则供给对应$y_j(p)$有定义，且是连续单值函数。*

[6]心理学、幸福学中有两个很重要的规律：反差(Contrast)定律或效应和适应(Adaptation)定律或效应。这两个效应，从本质上看，就是个体偏好的凸性效应在起作用。心理学中的适应性定律，表示了人们对一件新鲜事物之所以适应很快，或兴趣减少，或喜新厌旧，其实就是人们的偏好是凸性的。比如当你买下一件漂亮衣服或一辆好车后，新鲜感会很快过去，所以快乐感不会维持很久，这实际上就是边际替代效用减少在起作用。如果你的快乐都是来自于物质，你会很自然的想去买更好、更贵的东西，以此得到刺激感。这造成了人们往往一生，都需要追著钱跑。其实，反差效应和适应效应是一对矛盾的两方面。我们做这样一个实验：有两盆水，一盆的水温是20摄氏度，一盆的水温是40摄氏度。如果你把左手放在20摄氏度的水中，右手放在40摄氏度的水中，你会有什么样的感觉呢？开始时，你左手有些凉，右手有些热，但是几分钟后，你既不觉得左手多冷，也不会觉得右手多热，这就是适应效应在起作用。但是，如果这个时候，你把手拿出来，然后同时放进一盆30摄氏度的水中，那么感觉是什么呢？那就是你会感觉左手热而右手冷，会觉得30摄氏度的水更加热，这就是这就是反差效应在起作用。

证明: 根据最大值定理（参见第一章对其介绍），由于对$\forall p \in R^L_+$，Y_j紧且$0 \in Y_j$，我们可知$y_j(p)$为值非空的上半连续对应。

下面我们证明$y_i(p)$是单值函数。若不然，设y^1_j和y^2_j 为当$p \in \Re^L_+$时的两个利润最大化生产计划，则有$py^1_j = py^2_j$。根据Y_j的严格凸性，我们有$\lambda y^1_j + (1-\lambda)y^2_j \in \text{int}Y_j, \forall 0 < \lambda < 1$。因此，存在$t > 1$，使得

$$t[\lambda y^1_j + (1-\lambda)y^2_j] \in \text{int}Y_j. \tag{7.4.25}$$

从而有$t[\lambda py^1_j + (1-\lambda)py^2_j] = tpy^1_j > py^1_j$，这与$y^1_j$为利润最大化生产计划的假定相矛盾。因此$y_j(p)$为单值函数。根据$y_j(p)$的上半连续性，我们可知$y_j(p)$为连续单值函数。
□

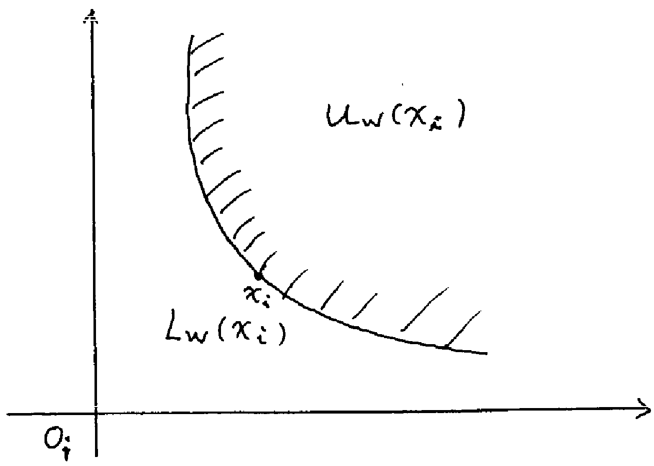

图 7.13: 在本图中，$U_w(x_i)$的上图为无差异曲线之上的所有点组成的集合，$L_w(x_i)$的下图为无差异曲线之下的所有点组成的集合。

命题 7.4.5 *若$\succcurlyeq_i$连续、严格凸、局部非满足，且$w_i > 0$，则$x_i(p)$是连续单值函数，且对所有的$p \in \Re^L_{++}$，预算约束在等式处成立，因而对所有的$p \in \Re^L_{++}$，瓦尔拉斯律成立。.*

证明: 首先，由于$w_i > 0$，我们可证明预算约束集$B_i(p)$为具有非空紧值的连续对应[7]，且$\succcurlyeq_i$是连续的。其次，根据最大值定理，需求对应$x_i(p)$是上半连续的。此外，根据偏好的严格单调性，$x_i(p)$是单值连续映射。最后，根据局部非满足性，我们可知预算约束在等式处成立，因此瓦尔拉斯律成立。 □

[7]如Debreu(1959)所指出的那样，$w_i > 0$不能放宽，否则不能保证预算约束对应的连续性。

根据上述命题，对满足上述假定的经济运用存在性定理I'''，直接针对经济环境，可得如下存在性定理，它给出了均衡存在的充分性条件。

定理 7.4.6 *对私人所有权经济*$e = (\{X_i, w_i, \succcurlyeq_i\}, \{Y_j\}, \{\theta_{ij};\})$，*竞争均衡存在，如果*

(i) $X_i \in \Re^L_+$;

(ii) $\succcurlyeq_i$*连续、严格凸(保证需求函数是单值的)且严格单调(保证瓦尔拉斯律成立);*

(iii) $w_i > 0$;

(iv) Y_j*紧、严格凸，且*$0 \in Y_j$ $j = 1, 2, \ldots, J$。

注意，若上图(upper contour set)$U_w(x_i) \equiv \{x'_i \in X_i$和$x'_i \succcurlyeq_i x_i\}$和下图$L_w(x_i) \equiv \{x'_i \in X_i$和$x'_i \preccurlyeq_i x_i\}$是闭集，则$\succcurlyeq_i$连续。

证明: 根据定理的假定，我们可知$x_i(p)$和$y_j(p)$是单值连续映射。因此根据偏好的单调性，总超额需求函数是满足瓦尔拉斯律的连续单值函数。因此，我们只需证明定理I'''中的条件(iv)和(v)也满足即可。(iv)中的下确界可从需求的非负性和生产集的有界性得到(即$X_i = \mathbb{R}^L_+$)，这意味着消费者对任意商品l的市场总净供给不超过其初始禀赋之和生产集的上界之和。现证明条件(v)也满足。当某些商品的价格趋于0时，具有严格单调性偏好且其财富趋于严格正极限的消费者(由于$p\hat{w} > 0$, 必然存在至少一个这样的消费者)对这些商品的需求将会越来越大。因此根据定理I'''，竞争均衡存在。定理得证。 □

上述结果是针对个体的经济特征给出了竞争均衡存在的条件，因而相对容易验证和理解。

竞争均衡计算的例子

下面我们给出计算竞争均衡的一些例子。尽管一般均衡理论是关于完全竞争的市场经济理论，这就隐含意味著经济中存在许多消费者和生产者。但在我们下面的例子中，即使对数目很少的消费者和生产者来说，价格也是给定的，这一假定显然是不现实的，因为在经济个体有限时双方都有讨价还价能力，因而每个个体都有激励改变价格。因此，一般均衡理论在现实中应用时现实经济条件并不严格满足理论假设，因而只能是一定程度上的近似。

在下面的例子中，效用函数假定是柯布-道格拉斯(Cobb-Douglas) 类型，初始禀赋在边界上。我们已经给出过初试禀赋在边界时竞争均衡不存在的例子，而且前面所给出的定理也是在初始禀赋是内点的假设下得到的。但这并不意味着初始禀赋在边界上就不存在竞争均衡，而要看经济人的具体经济特征。在下面的例子，由于只有两种商品，根据瓦尔拉斯律，我们只需考察一个市场出清即可。我们不妨设定其中一种商品（如商品1）的价格设为1。对该例子，我们很容易写出其需求函数。我们只需求出

第一种商品每个人的需求函数，且我们只需对第一种商品求解其市场出清方程即可。将看到竞争均衡存在，这说明即使出事初始在边界上，竞争均衡也可能存在。

例 7.4.1 *考虑具有两个消费者和两种商品的交换经济：*

$$\begin{array}{ll} w_1 = (1, 0) & w_2 = (0, 1) \\ u_1(x_1) = (x_1^1)^a (x_1^2)^{1-a} & 0 < a < 1 \\ u_2(x_2) = (x_2^1)^b (x_2^2)^{1-b} & 0 < b < 1 \end{array} \tag{7.4.26}$$

设$p = \frac{p^2}{p^1}$。则消费者1的效用最大化问题为：

$$\max_{x_1} u_1(x_1) \quad x_1^1 + p x_1^2 = 1. \tag{7.4.27}$$

由于消费者的效用函数为柯布-道格拉斯效用函数，消费者1对两种商品的需求函数为：

$$x_1^1(p) = \frac{a}{1} = a \tag{7.4.28}$$

$$x_1^2(p) = \frac{1-a}{p}. \tag{7.4.29}$$

消费者2的效用最大化问题为：

$$\max_{x_2} u_2(x_2) \quad x_2^1 + p x_2^2 = p. \tag{7.4.30}$$

我们类似可求得消费者2对两种商品的需求函数为：

$$x_2^1(p) = \frac{b \cdot p}{1} = b \cdot p \tag{7.4.31}$$

$$x_2^2(p) = \frac{(1-b)p}{p} = (1-b). \tag{7.4.32}$$

根据市场出清条件

$$x_1^1(p) + x_2^1(p) = 1 \Rightarrow a + bp = 1 \tag{7.4.33}$$

我们可得市场竞争均衡为：

$$p = \frac{p^2}{p^1} = \frac{1-a}{b}. \tag{7.4.34}$$

上述价格之所以是均衡价格，是因为根据瓦尔拉斯律，当$L = 2$时，一种商品的市场出清，则另外一种商品的市场也出清。

注. 由于柯布-道格拉斯效用函数经常被作为在$\mathbb{R}^L_{++}$上满足严格单调性、连续性和严格拟凹性的效用函数的例子，记住从该效用函数所导出的需求函数形式十分有用。对如下一般形式的效用函数$u_i(x_i) = (x_i^1)^\alpha (x_i^2)^\beta \quad \alpha > 0, \beta > 0$，通过合适的单调变换，我

们很容易导出其需求函数。事实上，对上述效用函数作单调变换，效用函数所表示的偏好仍然不变，此时效用函数可重写为：

$$[(x_1^1)^\alpha (x_1^2)^\beta]^{\frac{1}{\alpha+\beta}} = (x_1^1)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} (x_1^2)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}, \tag{7.4.35}$$

由此我们可得：

$$x_1^1(p) = \frac{\frac{\alpha}{\alpha+\beta} I}{p^1} \tag{7.4.36}$$

$$x_1^2(p) = \frac{\frac{\beta}{\alpha+\beta} I}{p^2} \tag{7.4.37}$$

此时预算线为：

$$p^1 x_1^1 + p^2 x_1^2 = I. \tag{7.4.38}$$

在下面的例子中，我们只是改变了第二个消费者的效用函数，将商品的完全替代变为了完全互补，从而只需求出第二个人的需求函数，然后重复第一个例子的步骤。解求出后，要注意其经济含义。由于价格要求非负，因此由商品1市场出清条件，我们发现价格可能为负。为了保证价格非负，需要两种产品的消费弹性之和大于1 。这意味着该例子对某些经济参数不存在竞争均衡。其原因在于初始禀赋不是内点，此例子再次说明了，在给出竞争均衡的一般存在性定理时，需要假定初始禀赋是消费空间的内点。

例 7.4.2

$$\begin{array}{ll} n = 2 & L = 2 \\ w_1 = (1,0) & w_2 = (0,1) \\ u_1(x_1) = (x_1^1)^a (x_1^2)^{1-a} & 0 < a < 1 \\ u_2(x_2) = \min\{x_2^1, b x_2^2\} & b > 0 \end{array} \tag{7.4.39}$$

对消费者1，我们已求得

$$x_1^1(p) = a, \qquad x_1^2 = \frac{(1-a)}{p}. \tag{7.4.40}$$

对消费者2，其效用最大化问题为：

$$\max_{x_2} u_2(x_2) \quad x_2^1 + p x_2^2 = p. \tag{7.4.41}$$

在最优消费处，我们有：

$$x_2^1 = b x_2^2. \tag{7.4.42}$$

将上述结果带入预算方程，我们有$b x_2^2 + p x_2^2 = p$，*因此有*$x_2^2(p) = \frac{p}{b+p}$*以及*$x_2^1(p) = \frac{bp}{b+p}$。

因此，根据$x_1^1(p)+x_2^1(p)=1$，我们有：

$$a+\frac{bp}{b+p}=1 \tag{7.4.43}$$

或者

$$(1-a)(b+p)=bp \tag{7.4.44}$$

从而有：

$$(a+b-1)p=b(1-a) \tag{7.4.45}$$

因此有：

$$p^*=\frac{b(1-a)}{a+b-1}.$$

为保证p^*为竞争均衡价格，我们需要假定$a+b>1$成立。

7.4.2 竞争均衡的存在性：总超额需求对应（映射）情形

当偏好或生产集不是严格凸时，需求对应或供给对应可能不是单值的，从而总超额需求对应也可能不是单值的。这样，我们不能直接应用上述存在性定理证明竞争均衡的存在性。不过，通过应用KKM引理，当总超额需求对应满足一定条件时，我们仍然可以证明竞争均衡的存在性。

定理 7.4.7 (存在性定理II) *对私人所有权经济$e=(\{X_i,w_i,\succcurlyeq_i\},\{Y_j\},\{\theta_{ij}\})$，若$\hat{z}(p)$为满足弱瓦尔拉斯律的非空凸紧值上半连续对应，则竞争均衡存在，即存在价格向量$p^*\in S$，使得*

$$\hat{z}(p^*)\cap\{-\Re_+^L\}\neq\emptyset. \tag{7.4.46}$$

证明: 定理的证明同定理I"类似。

定义对应$F:S\to 2^S$如下：

$$F(q)=\{p\in S: q\hat{z}\leqq 0,\ \exists\,\hat{z}\in\hat{z}(p)\}.$$

由于$\hat{z}(\cdot)$是上半连续对应，于是对每个$q\in S$，$F(q)$为闭集。我们现在证明F为**FS-凸(FS-convex)**。若不然，存在$q_1,\dots,q_m\in S$及其某个凸组合$q_\lambda=\sum_{t=1}^m\lambda_t q_t$，使得$q_\lambda\notin\cup_{t=1}^m F(q_t)$。则$q_\lambda\notin F(q_t,\forall t=1,\dots,m$。因而对所有的$\hat{z}\in\hat{z}(p)$, 我们有$q_\lambda\hat{z}>0$，$\forall t=1,\dots,m$。因此$\sum_{t=1}^m\lambda_t q_t\hat{z}=q_\lambda\hat{z}>0$，这与$\hat{z}$满足弱瓦尔拉斯律的假定相矛盾。因此$F$是FS-凸的。根据KKM引理，我们有

$$\cap_{q\in S}F(q)\neq\emptyset,$$

即存在$p^*\in S$，使得$p^*\in\cap_{q\in S}F(q)$，即$p^*\in F(q),\forall q\in S$。因此，对任意的$q\in S$，存

在$\hat{z}_q \in \hat{z}(p^*)$，使得

$$q\hat{z}_q \leqq 0.$$

我们现在证明$\hat{z}(p^*) \cap \{-\Re^L_+\} \neq 0$ (**注意：对不同的**q，$\hat{z}_q$**也许不同，因而不能直接采用定理I”后半部分的方法来证明**)。若不然，由于$\hat{z}(p^*)$紧且凸，且$-\Re^L_+$为凸闭集，根据分离超平面定理，存在$c \in \Re^L$，使得

$$q \cdot (-\Re^L_+) < c < q\hat{z}(p^*).$$

由于$(-\Re^L_+)$是锥，我们必然有$c > 0$和$q \cdot (-\Re^L_+) \leqq 0$。从而有$q \in \Re^L_+$，$q\hat{z}(p^*) > 0, \forall q$。这就造成了矛盾。因此定理成立。 □

注. 上述证明的最后部分也可应用下述结果得到：设K为紧凸集。则$K \cap \{-\Re^L_+\} \neq \emptyset$当且仅当对任意的$p \in \Re^L_+$, 存在$z \in K$，使得$pz \leqq 0$。该结果的证明可在K. Border (1985, p. 13)中找到.

类似地，应用上述定理II，我们可以直接得到下述竞争均衡存在性定理。该定理给出了均衡存在的充分条件。

定理 7.4.8 *对私人所有权经济*$e = (\{X_i, w_i, \succcurlyeq_i\}), \{Y_j\}, \{\theta_{ij}\}$*，竞争均衡存在，如果下述条件成立：*

(i) 消费空间非负： $X_i \in \Re^L_+$*；*

(ii) 偏好关系$\succcurlyeq_i$*连续、弱凸且严格单调；*

(iii) 初始禀赋大于零： $w_i > 0$*;*

(iv) 生产可能性集Y_j*闭、凸，且*$0 \in Y; j = 1, 2, \ldots, J$*。*

7.4.3 一般生产经济竞争均衡的存在性

前面两节都是对加总需求函数给出条件的。是否对一般的经济环境也有类似结果呢？ 1954年阿罗和德布鲁给出了肯定回答，随后德布鲁将该结果纳入其经济学中经典著者《价值论》（The Theory of Value）中，该书自1959年后再未修改过。

对一般的私人所有权生产经济

$$e = (\{X_i, \succcurlyeq_i, w_i\}, \{Y_j\}, \{\theta_{ij}\}), \tag{7.4.47}$$

为叙述一般生产经济竞争均衡存在性定理，注意到竞争性均衡由满足如下条件的可行配置(x^*, y^*)和价格向量$p^* \in R^L_+$构成：

(i) $x^*_i \in D_i(p^*) \equiv x_i(p^*)$ (效用最大化, $i = 1, 2, \ldots n$)

(ii) $y^*_i \in S_i(p^*) \equiv y_i(p^*)$ (利润最大化, $j = 1, 2, \ldots J$)

我们现在不加证明地叙述一般生产经济竞争均衡的存在性定理。由于该定理的证明十分复杂，有兴趣的读者可以参考Debreu (1959)对该定理的证明，其证明用到了第7.7节中的抽象经济均衡存在性定理.

定理 7.4.9 (存在性定理III, Debreu, 1959) *私人所有权经济e竞争均衡存在，如果下述条件满足：*

(1) X_i为有下界的闭凸集；

(2) $\succcurlyeq_i$为非满足的(non-satiated)；

(3) $\succcurlyeq_i$连续；

(4) $\succcurlyeq_i$凸；

*(5) $w_i \in$ **int**X_i；*

(6) $0 \in Y_j$ (不生产的可能性)；

(7) Y_j是闭凸集(连续且非规模报酬递增)；

(8) $Y_j \cap \{-Y_j\} = \{0\}$ (不可逆性(Irreversibility))；

(9) $\{-\Re^L_+\} \subseteq Y_j$ (自由处理(free disposal))。

尽管这些条件看起来都是数学条件，但大多有很强的经济含义，并且对大多经济人来说，基本成立。前五个条件是对消费者的经济特征给予界定的，后四个是对生产者的经济特征给予界定的。

假设（1）中消费空间为有下界的假设意味着消费者承受经济害品或具有负效用的商品的能力是有下界的，消费空间的凸性假设表示商品的消费是可分的，闭集是一个技术性假设，表示最佳消费选择在消费集中。

假设（2）中的偏好的局部非满足性即意味着个体思想境界有限，在通常情况下，追求物欲，且无止境。与资源的有限性一道，形成了现实中最基本的一对经济矛盾，由此产生了市场制度和专门研究市场的现代经济学。尽管市场制度有许多问题，但这是人类至今发现用来解决这一基本矛盾的最佳制度（后面将从多个角度来论证市场的最优性）。由于人们思想境界有限这一客观现实，这就是为什么我们不得不从社会主义阶段退到社会主义初级阶段。尽管社会主义和共产主义是美好的伟大理想，是人们努力的方向，但人们的思想境界在短期内无法一下子改变，不可能在很短期内实现。只有物质极大丰富和人们不是那么追求物质享受，才有可能实现。

假设（3）中的连续性假设是一个保证了最优消费解存在的假设，表示在任何预算约束集上都能有最佳选择。

假设（4）中的凸性假设表示人们的消费行为是多样化，前面已有讨论，就不论及了。

假设（5）中的初始禀赋内点假设是一个技术性假设，否则预算约束对应不连续，从而导致最优需求选择不存在。

假设（6）中不生产的假设是再自然不过的假设，允许企业有不生产的可能性。

假设（7）中生产集的闭性假设是一个优化的技术性假设，意味着最优的生产计划存在，而生产可能性集是凸的意味着不存在规模报酬递增，这是瓦尔拉斯均衡概念和一般均衡理论一个局限性较强的约束，排除了规模经济。也就是，说市场经济一旦出现规模经济，往往容易产生垄断，利润最大化原则就不再可行，由此价格给定的假设不合理，从而可能会导致市场配置资源的无效率，从而需要规制。当然，有几种方式来理解这点。在局部范围内生产可能会出现按规模报酬递增，但每个企业都是有边界的，没有任何企业能垄断整个市场。例如，新制度经济学中科斯的企业理论即证明了这一点。另一方面，罗默的内生增长理论专门研究了规模递增经济的存在，创新导致整个行业生产力提升，从而导致了在行业出现期规模递增，也就是，知识、科学技术的创新具有外部性，因而从经济总体上来说呈现出一种规模报酬递增。但对企业内部，投入产出的关系仍然是实规模报酬递减或规模不变。在阿罗和德布鲁的一般均衡理论的假设中，厂商水平和社会总体水平都不存在规模报酬递增。

假设（8）中生产不可逆假设是一个更自然的假设（美妙的是没有这个假设竞争市场均衡竟然有可能不存在）这个假设很容易理解的，投入产出不完全可逆，要素已被用于生产，怎么可能有变成产出呢?（比如劳动所费的时间不可逆），因而投入和产出是不可逆的。

假设(9)中自由处理假设意味着经济生产浪费的可能性是存在的，也就是生产只有投入而没有产出在生产上也是可能的，比如生产失败就是如此。

上述定理的九个假设尽管有它一定的局限性，但相对来说还是比较合理和一般都成立的假定。

上述定理是一个非常一般性的结果，但受限于一些隐含假设。这些隐含假设包括价格给定、信息完备（但在现实中信息往往是不完备的）、所有商品为私有品（无公共品）、个人的偏好是相互独立的（不依赖他人的偏好）等等。一旦这些假设放开，则或者竞争均衡不存在，或者即使均衡存在，均衡也是无效率的。

7.5 竞争均衡的唯一性

前面我们讨论了竞争均衡的存在性，已经知道，在某些正则性(regularity)条件下，如偏好和/或生产可能性集的连续性、单调性和凸性下，瓦尔拉斯均衡存在。随之需要关心的问题是瓦尔拉斯均衡是否唯一。也就是，是否有这样的可能性会出现：对给定经济，存在多个均衡，从而我们不知道哪一个是市场过程的结果。特别是经济发生波动后，就可能收敛到不希望达到的均衡，所以我们讨论均衡的稳定性和收敛性时也希望竞争均衡是唯一的。

我们很容易给出存在多重均衡价格向量的例子。在何种条件下才存在唯一的使所有市场出清的正规化(normalized)价格向量呢?

由于我们对免费商品情形不感兴趣，因此我们通过**可欲性(desirability)**假定将其

排除在外，即每种商品的价格都必须严格为正。我们同时假定总超额需求函数是连续可微的，否则若无差异曲线存在**断点(kink)**，我们可以找到一个价格区域使得该区域的所有价格向量都是市场均衡。这样均衡不仅不是唯一的，且它们也不是局部唯一的。因此，我们只对$p^* > 0$和$\hat{z}(p)$可微的情形回答均衡的唯一性问题。

1959、1961年阿罗、德布鲁、布洛赫、赫维茨等人首先考虑了均衡的唯一性和稳定性问题。他们给出了均衡唯一性和稳定性的两类条件，现分别给予讨论。

定理 7.5.1 *假设所有商品满足*可欲性(desirablity)*和*总替代性(gross substitutability) *(即对对所有价格和任意的$l \neq h$，有$\frac{\partial z^h(p)}{\partial p^l} > 0$)。若p^*是竞争均衡价格向量且瓦尔拉斯律成立，则竞争均衡价格向量是唯一的。*

证明: 根据可欲性，$p^* > 0$。设p为另一不与p^*成比例的竞争均衡价格向量。设对某个k，$m = \max \frac{p^l}{p^{*l}} = \frac{p^k}{p^{*k}}$ 。根据零阶齐次性和竞争均衡的定义，我们有$\hat{z}(p^*) = \hat{z}(mp^*) = 0$。由于$m = \frac{p^k}{p^{*k}} \geqq \frac{p^l}{p^{*l}}, \forall l = 1, \ldots, L$以及存在$h$使得$m > \frac{p^h}{p^{*h}}$成立，我们有$mp^{*l} \geqq p^l, \forall l$以及$mp^{*h} > p^h$。因此，当商品$k$的价格固定，商品$h$的价格相对下降时，根据总替代性，商品$k$的需求也将下降。这意味着$\hat{z}^k(p) < 0$, 这就造成了矛盾。 □

当总超额需求函数满足**显示性偏好弱公理(the Weak Axiom of Revealed Preference (WARP)**和瓦尔拉斯律时，竞争均衡是唯一的。

公理 7.5.1 *(总超额需求函数的显示性偏好弱公理) 若$p\hat{z}(p) \geqq p\hat{z}(p')$, 则$p'\hat{z}(p) > p'\hat{z}(p'), \forall p, p' \in \Re^L_+$。*

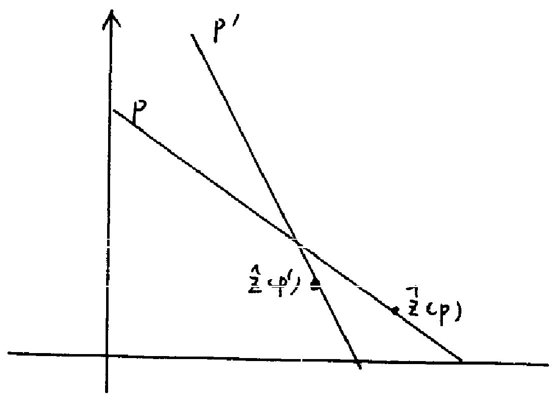

图 7.14: 本图给出了满足WARP的总超额需求函数。

显示性偏好弱公理意味着我们可以根据人们的行动（如消费行为）所提供的信号来推测其偏好（可积性定理）。我们假定加总需求也具有类似特征。

显示性偏好弱公理意味着若消费者可以在价格p处消费$\hat{z}(p')$和$\hat{z}(p)$，但由于$\hat{z}(p)$是在价格p下的最优需求，如果它唯一，则$\hat{z}(p) \succ \hat{z}(p')$，因而在价格$p'$下，消费$\hat{z}(p)$将超出预算线。

即使个体需求函数满足显示性偏好弱公理，它也不一定满足总超额需求函数的显示性偏好弱公理.

显示性偏好弱公理对总超额需求函数的的限制比连续拟凹效用函数更弱。但是，对总超额需求函数的限制没有像它可能看上去的那样弱。即使两个个体的需求函数满足个体显示性偏好弱公理，总超额需求函数不一定满足总超额需求函数的显示性偏好弱公理，如图7.16所示。

引理 7.5.1 *若瓦尔拉斯律和显示性偏好弱公理成立，则对任意的$p \neq kp^*$，有$p^*\hat{z}(p) > 0$，其中，p^*是竞争均衡。*

证明: 假设p^*是竞争均衡：

$$\hat{z}(p^*) \leqq 0. \tag{7.5.48}$$

根据瓦尔拉斯律，有$p\hat{z}(p) = 0$。因此我们有$p\hat{z}(p) \geqq p\hat{z}(p^*)$。根据显示性偏好弱公理，我们有$p^*\hat{z}(p) > p^*\hat{z}(p^*) = 0 \Rightarrow p^*\hat{z}(p) > 0, \forall p \neq kp^*$。 □

定理 7.5.2 *若瓦尔拉斯律和总超额需求函数显示性偏好弱公理成立，则竞争均衡是唯一的。*

证明: 根据引理7.5.1, 对任意的$p \neq kp^*$，$p^*\hat{z}(p) > 0$意味着至少存在l使得$\hat{z}^l > 0$成立。
□

以上结果只是给出竞争均衡是唯一的充分条件。现在我们给出竞争均衡是唯一的必要充分条件。数学上来说，竞争均衡的唯一性等价于总超额需求函数是全局可逆的，而连续的总超额需求函数是全局可逆当且仅当它是全局同态的（global homomorphism）(即是一对一的连续函数)。

我们给出下面数学概念。

定义 7.5.1 $\hat{z}(\cdot) : S^{L-1} \to \mathbb{R}^L$是一个恰当映射(proper map)如果对任意紧集K,它的逆映射$f^{-1}(K)$是紧集。

我们于是有所谓的Browder全局唯一性定理。

引理 7.5.2 *一个函数$F : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^m$是同丕当且仅当它是恰当的及局部同态的。*

当F是可微的，局部同态性等价于雅克比矩阵的行列式非零，于是我们下面关于竞争均衡唯一性结果。

定理 7.5.3 *假定总超额需求函数$\hat{z}(\cdot) : S^{L-1} \to \mathbb{R}^L$ 是可微的。则，竞争均衡唯一当且仅当$\hat{z}(\cdot)$的雅克比矩阵的行列式非零，且是恰当的。*

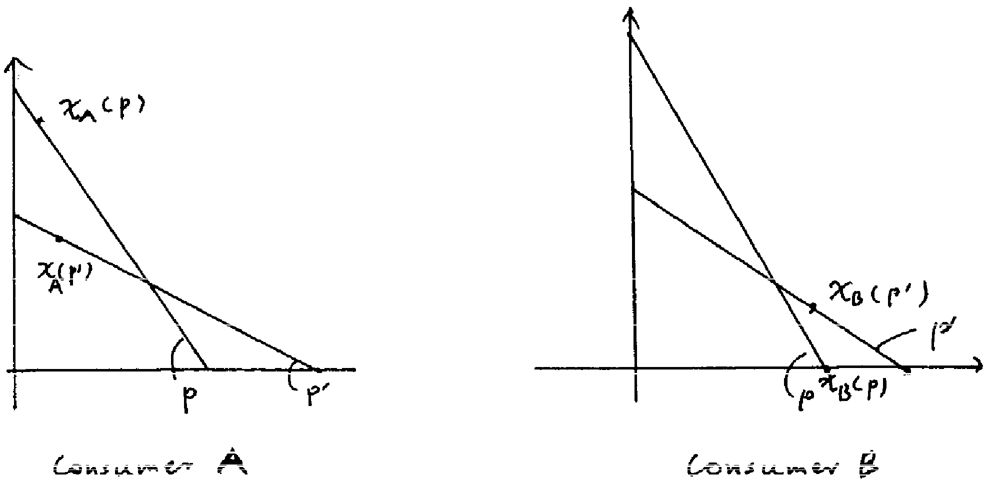

图 7.15: 两个人的需求函数都满足WARP。

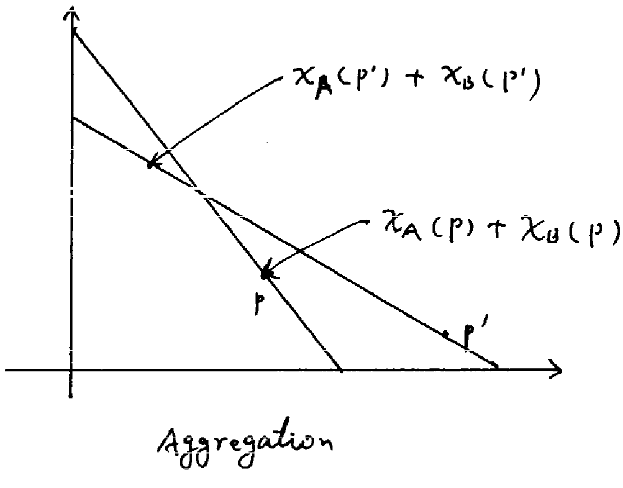

图 7.16: 总超额需求函数不满足WARP。

这个结果包括文献中的许多结果（如Gale an Nikaido (1965), Dierker (1972), Varian (1975), Mas-Colell (1979) and Mukherji (1997))作为特例。比如，比较容易严重的下面结果。

推论 7.5.1 *(Varian, 1975) 假定当某个商品的价格趋向零，总超额需求函数在所有的竞争均衡解的值是正的，则竞争均衡是唯一的。*

7.6 竞争均衡的稳定性

在前面，我们讨论了竞争均衡的存在性和唯一性，这一节我们讨论竞争均衡的稳定性。竞争均衡是一个静态的概念，它并不保证经济确实会在均衡点处运行。什么力量会使价格趋向于市场出清价格呢? 当价格偏离均衡价格时，需要政府干预吗? 这个问题涉及到竞争均衡价格调整机制的稳定性研究。

我们关心均衡稳定性的原因在于经济经常会发生波动，当经济发生波动时，比如因为战争、经济危机等原因发生波动，即均衡价格发生变动时，经济是否会自动回复到原来的均衡? 这是一个非常重要的现实问题。例如，当出现经济或金融危机时，人们都想知道经济能否好转，或希望它能尽快好转，就像2008年发生的世界经济、金融危机后，整个世界都在关注，经济什么时候才能好转一样。但经济也可能不往好的均衡收敛，不稳定，越来越恶化。发展经济学中关心的一个重要问题就是，为什么有些国家越来越穷、而另外一个国家越来越富，前者的例子有刚果等（刚果原来人均三百多美元，现才一百多美元)，后者有中国等。

根据经济学直觉，市场均衡的稳定性好像不是问题。比如，根据需求供给法则，当商品短缺时会导致价格上升，而过剩时会导致价格下届，于是价格会自己收敛到市场均衡价格，因而均衡似乎总是稳定的。尽管这个直觉基本正确，但并非总是如此。后面要讨论的Scarf竞争均衡非稳定的著名反例说明了此点。因而，在猜测问题的答案时，经济直觉虽然重要，但直觉也可能出现问题，需要严格证明，弄清的命题成立条件和结论的适应范围，否则会得到错误的结论。

一般竞争均衡概念和想要研究价格调整过程好像存在着悖论关系：在一般均衡理论中，每个人都视价格为给定，但在这里，我们又要让价格发生变动，如何处理这一悖论呢?

经济学家为了解决这个悖论，在考察均衡的稳定性时，引入了**瓦尔拉斯拍卖者(Walrasian auctioneer)**的概念，它唯一的功能就是寻求使市场出清的价格。假设瓦尔拉斯拍卖者对商品报价，且根据总超额需求的变化来调整价格，直到市场出清。这样的过程称为**摸索（Tâtonnement）调整过程**[8]。

[8]Tâtonnement 来源于法语,意为: 尝试错误法; 不断摸索; 反复试验。

根据供求定律，**摸索调整过程**定义为

$$\frac{dp^l}{dt} = G^l(\hat{z}(p)) \quad l = 1, \ldots, L, \tag{7.6.49}$$

其中，G^l为$\hat{z}(p)$的**保号函数(sign-preserving)**，即若$x > 0$，则$G^l(x) > 0$，若$x = 0$，则$G^l(x) = 0$，若$x < 0$，则$G^l(x) < 0$。上述方程意味着，当总超额需求函数为正时，商品存在短缺，因此根据供需法则，价格将上升。这样，价格是时间的单调函数，因而关于时间的导数是正的。

作为G^l的一个特别函数形式，G^l可以是**恒等映射(identical mapping)**，它满足

$$\dot{p}^l = \hat{z}^l(p) \tag{7.6.50}$$

$$\dot{p} = \hat{z}(p). \tag{7.6.51}$$

若瓦尔拉斯律成立，则

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(p'p) &= \frac{d}{dt}\left[\sum_{l=1}^{L}(p^l)^2\right] = 2\sum_{l=1}^{L}(p^l)\cdot\frac{dp^l}{dt} \\ &= 2p'\dot{p} = p\hat{z}(p) = 0, \end{aligned}$$

这意味着当价格调整时，价格的平方之和保持不变。这是另外一种价格标准化的方法，这样至今我们给出三种价格标准化的方法。在这种情况下，价格变动的路劲被限制在k-维球的球面上。[9]

现在我们考察在何种意义下竞争均衡价格全局稳定。我们作如下正式定义。

定义 7.6.1 *均衡价格p^*被说成是全局稳定的，如果*

(i) p^**是唯一的竞争均衡，*

(ii) *对所有的*p_o，*存在唯一的价格路径*$p = \phi(t, p_0), 0 \leqq t < \infty$，*使得*$\lim_{t\to\infty}\phi(t, p_o) = p^*$。

关于竞争均衡价格的局部稳定性，我们要求价格变动的范围不能太大。正式定义如下：

定义 7.6.2 *均衡价格p^*被说成是局部稳定的，如果存在$\delta > 0$和唯一的价格路径$p = \phi(t, p_0)$，使得当$|p^* - p_0| < \delta$时$\lim_{t\to\infty}\phi(t, p_o) = p^*$。*

价格动态的若干图例：在图7.17中的第一和第三幅图给出了稳定均衡，第二和第四幅图给出了唯一不稳定均衡。

[9]在证明均衡存在性时我们令价格之和为1，而在计算时令其中一个价格为1，在现在我们令价格到零点的距离为1。

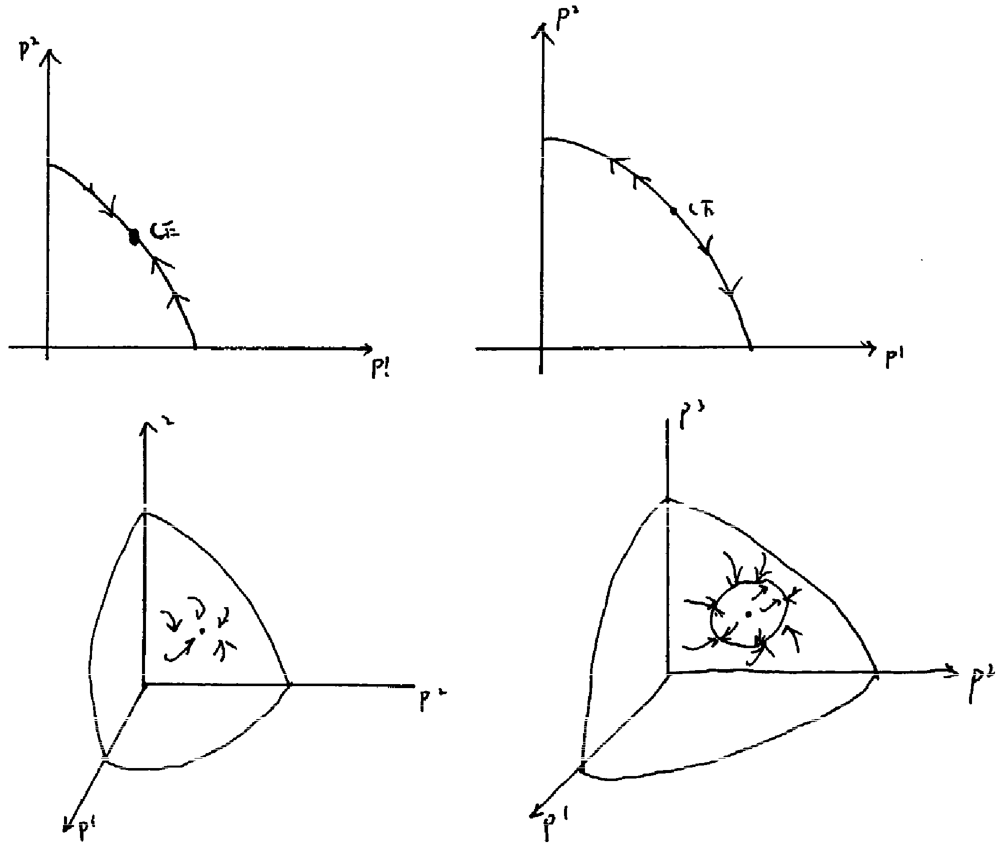

图 7.17: 在第一和第三幅图中，竞争均衡是稳定的，在第二和第四幅图中，竞争均衡不稳定。

价格调整过程的全局和局部稳定性的定义实际上就是和数学中所给出的定义是一样的，可以比较形象的说明。比如，球在碗中振动，有了三种可能性：当球在碗中振动不大时，球总能回复原位，而当球振动太大，就可能跳出碗外，球永远都回不到碗中，而在碗边缘振动时，球可能回在碗中，也可能跳出碗外，此时球既不是局部也不是全局稳定的。还有的例子是弹簧秤，只能承受一定负载量，拉力过大，弹簧就不能回复原装，所以它只是局部稳定，但不是全局稳定的。稳定性虽然是一个数学概念，但是有其实际意义，在物理或工程中，对稳定性要求的研究非常重要，有许多实际应用，比如需要研究建筑物防地震的稳定性。

竞争均衡的局部稳定性可从微分方程局部稳定性理论的标准结果中得到。

定理 7.6.1 *竞争均衡价格p^*是局部稳定的，如果雅可比矩阵(Jacobean matrix)*

$$A = \left[\frac{\partial \hat{z}^l(p^*)}{\partial p_k}\right]$$

所有特征根为负。

我们希望知道均衡的局部或者全局稳定性。如果是局部稳定性，上面的结果基本上无新意，来源于数学结果，和经济特征没有什么联系。对超额需求函数，导出其”雅可比”矩阵，即求偏导之后，得到系数矩阵，算出其特征根，如果所有特征根都是负的，则竞争均衡是局部稳定的。本节主要想讨论和给出价格均衡全局稳定性关于经济特征的条件。

在微分方程理论中有一个很重要的定理：李亚普诺夫定理。[10] 全局稳定性结果可由李雅普诺夫(Liaponov)定理得到。

定义 7.6.3 (李雅普诺夫函数) *对微分方程系统$\dot{x} = f(x), f(x^*) = 0$，函数$V$称为该微分方程系统的李雅普诺夫函数，如果*

(1) 存在唯一的x^*，使得$V(x^*) = 0$；

(2) $V(x) > 0, \forall x \neq x^*$；

(3) $\frac{dV(x)}{dt} < 0$。

定理 7.6.2 (李雅普诺夫定理) *若$\dot{x} = f(x)$存在李雅普诺夫函数，则其唯一均衡点是全局稳定的。*

阿罗、布洛赫和赫维茨等人即利用李亚普诺夫定理对经济系统价格的调整过程的（微分方程）一些类情形的全局稳定性给出了证明，即加总需求函数满足显示偏好弱公

[10]李亚普诺夫是19世纪伟大的俄国数学家，对微分方程的稳定性作出了开创性的贡献。

理的情形。这个条件对个体来说几乎没有加以任何限制。但显示偏好弱公理还是施加了条件。

确实如此，Debreu (1974)证明了本质上任意满足瓦尔拉斯律的连续函数都是某个经济的总需求函数。这意味着效用最大化假定对总体行为没有任何限定。因此，为了得到全局稳定性结果，我们必须对总超额需求函数做更多其它的假定，如**总替代性(gross substitutability)**和**显示性偏好弱公理(the Weak Axiom of Revealed Preference (WARP))**。

引理 7.6.1 *在瓦尔拉斯律和总替代性成立的假定下，我们有*$p^*\hat{z}(p) > 0, \forall p \neq kp^*$*，其中，*$p^* > 0$*是竞争均衡。*

证明: 该引理的证明比较复杂。这里只对两商品经济采用图示法来说明引理的证明过程。该引理的一般性证明可参见Arrow和Hahn (1971, p. 224)。

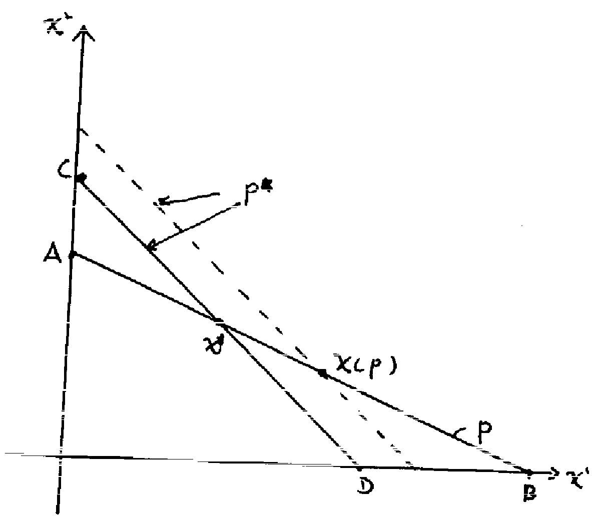

图 7.18: 引理7.6.1证明的说明。

设p^*为竞争均衡价格向量，$\hat{x}^* = \hat{x}(p^*)$为竞争均衡时的总需求。令$p \neq \alpha p^*, \forall \alpha > 0$。由于在总替代性的假定下竞争均衡是唯一的，因此$p$不是竞争均衡价格向量。由于在瓦尔拉斯律的假定下且$\hat{x}(p^*)$是竞争均衡配置，$p\hat{x}(p) = p\hat{w} = p\hat{x}(p^*)$ (注意$\hat{w} = \hat{x}(p^*)$)，因此总需求$\hat{x}(p)$在通过点$\hat{x}^*$的直线AB上，且其斜率为p。不失一般性，假设$p^{*1}/p^{*2} > p^1/p^2$。则$p^{*1}/p^1 > p^{*2}/p^2 \equiv \mu$。因此有$p^{*1} > \mu p^1$和$p^{*2} = \mu p^2$。从而根据总替代性，我们有$\hat{x}^2(p^*) > \hat{x}^2(\mu p)$。但瓦尔拉斯律成立意味着$\mu p\hat{x}(\mu p) = \mu p\hat{x}(p^*)$，因而我们必然有$\hat{x}^1(\mu p) > \hat{x}^1(p^*)$。根据零阶齐次性假定，我们可得$\hat{x}^1(p) = \hat{x}^1(\mu p) > \hat{x}^1(p^*) = \hat{x}^{*1}$以及$\hat{x}^2(p) = \hat{x}^2(\mu p) < \hat{x}^2(p^*) = \hat{x}^{*2}$。因此，在图上，点$\hat{x}(p)$必然在点$\hat{x}^*$的右边。我们作一条通过点$\hat{x}(p)$且平行于$CD$的直线。则有$p^*\hat{x}(p) > p^*\hat{x}^*$，从而

有$p^*\hat{z}(p)>0$。定理得证。 □

阿罗、布洛赫和赫维茨在1959年Econometrica的文章中证明了下述竞争均衡全局稳定性定理：在瓦尔拉斯律下，只要加总超额需求函数满足替代性或者弱显示公理，则竞争均衡必定是全局稳定的。该结果的证明很简单，利用到了李亚普诺夫定理。其思想是构造一个v距离函数。根据假设和距离函数的性质，竞争均衡是唯一的，因此v在竞争均衡下等于零，而在其它价格处大于零。我们只需证明$\frac{dv}{dt}<0$。我们只需对v求导。根据瓦尔拉斯律，我们可证明$\frac{dv}{dt}<0$。根据李亚普诺夫定理，竞争均衡价格是全局稳定的。下面是定理的正式陈述和证明。

定理 7.6.3 (Arrow-Block-Hurwicz) *在瓦尔拉斯律成立的假定下，若$\hat{z}(p)$或者满足总替代性，或者满足显示性偏好弱公理，则经济均衡价格全局稳定。*

证明: 根据总超额需求函数的总替代性或满足显示性偏好弱公理，竞争均衡价格p^*是唯一的。我们现在证明它是全局稳定的。定义李雅普诺夫如下：

$$V(p)=\sum_{l=1}^{L}(p^l(t)-p^{*l})^2=(p-p^*)\cdot(p-p^*). \tag{7.6.52}$$

根据总替代性或显示性偏好弱公理假定，竞争均衡价格p^*是唯一的。此外，由于

$$\begin{aligned}\frac{dV}{dt} &= 2\sum_{l=1}^{L}(p(t)^l-p^{*l})\frac{dp^l(t)}{dt}\\ &= 2\sum_{l=1}^{L}(p^l_{(t)}-p^{*l})\hat{z}^l(p)\\ &= 2[p\hat{z}(p)-p^*\hat{z}(p)]\\ &= -2p^*\hat{z}(p)<0,\end{aligned}$$

根据瓦尔拉斯律和引理7.5.1和引理7.6.1和李雅普诺夫定理，$\dot{p}=\hat{z}(p)$关于$p\neq kp^*$全局稳定。 □

上述定理给出了在瓦尔拉斯律、齐次性和总替代性/显示性偏好弱公理的假定下竞争均衡的全局稳定性结果。我们自然要问，这些假设哪些可以放松、它们可以放松到何种程度，特别是总替代性？由于现实中的很多商品都是互补品，竞争均衡的全局稳定性对互补品是否成立呢？Scarf (1961) 给出了一些反例，这些反例表明在存在互补商品的经济中，竞争均衡可能不是全局稳定的。下面是Scarf最著名的全局稳定性反例

例 7.6.1 (Scarf的全局稳定性反例) 考虑存在三个消费者和三种商品(n=3, L=3)的纯交换商品经济。假设消费者的禀赋分别为$w_1=(1,0,0)$, $w_2=(0,1,0)$和$w_3=(0,0,1)$，其

效用函数分别为：

$$\begin{aligned} u_1(x_1) &= \min\{x_1^1, x_1^2\}, \\ u_2(x_2) &= \min\{x_2^2, x_2^3\}, \\ u_3(x_3) &= \min\{x_3^1, x_3^3\}, \end{aligned}$$

从而他们的无差异曲线是L-形状的。因此，总超额需求函数为：

$$\hat{z}^1(p) = -\frac{p^2}{p^1+p^2} + \frac{p^3}{p^1+p^3} \tag{7.6.53}$$

$$\hat{z}^2(p) = -\frac{p^3}{p^2+p^3} + \frac{p^1}{p^1+p^2} \tag{7.6.54}$$

$$\hat{z}^3(p) = -\frac{p^1}{p^1+p^3} + \frac{p^2}{p^2+p^3}. \tag{7.6.55}$$

因此，动态调整方程为：

$$\dot{p} = \hat{z}(p).$$

根据瓦尔拉斯律，$\|p(t)\| = C, \forall t$，其中C为常数。下面我们将证明$\prod_{l=1}^3 p^l(t)$对所有t都为常数。实际上，我们有：

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\prod_{l=1}^3 p(t)) &= \dot{p}^1 p^2 p^3 + \dot{p}^2 p^1 p^3 + \dot{p}^3 p^1 p^2 \\ &= \hat{z}^1 p^2 p^3 + \hat{z}^2 p^1 p^3 + \hat{z}^3 p^1 p^2 = 0. \end{aligned}$$

下面我们证明上述动态过程不是全局稳定的。首先我们取初始价格$p^l(0)$，使之满足$\sum_{l=1}^3 [p^l(0)]^2 = 3$，且$\prod_{l=1}^3 p^l(0) \neq 1$。从而对所有$t$，有$\sum_{l=1}^3 [p^l(t)]^2 = 3$以及$\prod_{l=1}^3 p^l(t) \neq 1$。由于$\sum_{l=1}^3 [p^l(t)]^2 = 3$，唯一可能的均衡价格只能为$p^{*1} = p^{*2} = p^{*3} = 1$。这样，价格调整过程并不收敛到均衡价格$p^* = (1,1,1)$。

在上述例子中，我们需要注意到如下几点：(i) 不存在替代效应，(ii) 无差异曲线不是严格凸的，(iii) 无差异曲线有一个断点，因而不是可微的。Scarf (1961) 也给出了其他一些**非稳定性(instabiity)**的例子。在他的例子中，具有替代效应的吉芬(Giffen)经济环境下价格调整过程也是非稳定的。因此，Scarf的例子意味着非稳定性可能广泛地存在。

7.7 抽象经济

抽象经济的概念最早由Debreu (Econometrica, 1952)给出，它推广了N-人非合作博弈的概念，为在一般的条件下证明竞争均衡存在奠定了基石。在N-人非合作

博弈中，局中人的策略集依赖于所有其它局中人的策略选择，正如Arrow和Debreu (Econometrica，1954)所证明的，由于市场机制可看做一个抽象经济的一个特例，抽象经济的概念可用来证明竞争均衡的存在性。Debreu (1952)在有限个个体和非空紧凸的策略空间，且假定个体的连续且拟凹效用函数存在的条件下证明了抽象经济均衡的存在性。在Debreu在抽象经济方面的开创造性贡献后，随后许多学者给出抽象经济的存在性结果。包括Shafer和Sonnenschein (数理经济学杂志(Journal of Mathematical Economics), 1975) 和著者（Tian, 1992）将Debreu的结果推广到了不存在有序偏好情形。

7.7.1 抽象经济中的均衡

设N为所有个体的集合，它可能可数，也可能不可数。每个个体i 在$\mathbb{R}^L$上的子集X_i中选择策略x_i。记笛卡尔(Cartesian)集$\prod_{j\in N} X_j$和$\prod_{j\in N\setminus\{i\}} X_j$分别为$X$为和$X_{-i}$。另记$X$和$X_{-i}$中的元素分别为$x$和$x_{-i}$。每个个体$i$的支付函数设为$u_i$： $X \to \mathbb{R}$，该效用函数不仅依赖于个体i自己的策略选择，同时也依赖于其它所有个体的策略选择。给定x_{-i} (其它个体的策略)，个体i的策略选择限制在非空集$F_i(x_{-i}) \subset X_i$上，该集合称为i的**可行策略集(feasible strategy set)**；个体i选择$x_i \in F_i(x_{-i})$以使自身在$F_i(x_{-i})$上的效用$u_i(x_{-i}, x_i)$ 最大化。

抽象经济(或称广义博弈)$\Gamma = (X_i, F_i, u_i)_{i\in N}$定义为一族有序三元组$(X_i, F_i, P_i)$。

定义 7.7.1 *向量$x^* \in X$称为***抽象经济的均衡***，如果$\forall i \in N$*

(i) $x_i^* \in F_i(x_{-i}^*)$且
(ii) x_i^*使$u_i(x_{-i}^*, x_i)$在$F_i(x_{-i}^*)$上达到最大值。

注意：若$F_i(x_{-i}) \equiv X_i, \forall i \in N$，抽象经济即为传统博弈$\Gamma = (X_i, u_i)$，且均衡称为**纳什均衡(Nash equilibrium)**。

定理 7.7.1 (Arrow-Debreu) *令X为$\mathbb{R}^{nL}$的非空紧凸子集。设*

i) 对应F: $X \to 2^X$为取非空紧凸值的连续映射，

ii) $u_i : X \times X \to \mathbb{R}$连续，

iii) $u_i : X \times X \to \mathbb{R}$或者是关于$x_i$的拟凹函数，或者对所有的$x_{-i} \in X_{-i}$在$F_i(x_{-i})$上具有唯一的最大值，

则抽象经济Γ存在均衡。

证明: 对每个$i \in N$，定义最大化对应映射如下：

$$M_i(x_{-i}) = \{x_i \in F_i(x_{-i}) : u_i(x_{-i}, x_i) \geqq u_i(x_{-i}, z_i),\ \forall z_i \in F_i(x_{-i})\}.$$

由于u_i关于x连续、关于x_i拟凹且$F_i(x_{-i})$是取非空紧凸值的对应映射，因此最大化对应M_i： $X_{-i} \to 2^{X_i}$也是取非空凸值的对应映射。此外，根据最大值定理，M_i是取紧凸值的上半连续对应映射。因此最大化对应

$$M(x) = \prod_{i \in N} M_i(x_{-i})$$

也是取非空紧凸值的上半连续对应映射。于是根据Kakutani不动点定理，存在$x^* \in X$，使得$x^* \in M(x^*)$，即x^*是广义博弈的均衡。 □

竞争市场机制可视为抽象经济的一个特殊情况。为了说明此点，考虑简单的交换经济$e = (X_i, u_i, w_i)_{i \in N}$。定义抽象经济$\Gamma = (Z, F_i, u_i)_{i \in N+1}$ 如下。令

$$\begin{aligned}
Z_i &= X_i \quad i = 1, \ldots, n, \\
Z_{n+1} &= \Delta^{L-1}, \\
F_i(x_i, p) &= \{x_i \in X_i : px_i \leqq pw_i\} \quad i = 1, \ldots, n, \\
F_{n+1} &= \Delta^{L-1}, \\
u_{n+1}(p, x) &= \sum_{i=1}^{n} p(x_i - w_i).
\end{aligned} \tag{7.7.56}$$

我们所加的第$N+1$经济人是瓦尔拉斯拍卖者，他的唯一功能就是变动价格。我们可以验证，由于在均衡点有$\sum_{i=1}^n x_i \leqq \sum_{i=1}^n w_i$，如果上述定义的抽象经济具有均衡，则所导致的均衡就是经济e的竞争均衡。

7.7.2 均衡的存在性：一般偏好情形

上述抽象经济均衡存在性定理假定了偏好关系是序且可用效用函数表示，这些假设在一些经济环境下，仍然过强。由于现实中经济环境各式各样，人们总希望能在尽可能弱的条件下，能证明竞争均衡的存在，从而希望能推广已得到的关于一般均衡的结果。在本小节中，我们考察个人偏好$\succcurlyeq$可能不完备或不可传递情形下的抽象经济均衡的存在性。定义个体i的严格上图(strong upper contour)偏好对应$P_i : X \to 2^{X_i}$如下：

$$P_i(x) = \{y_i \in X_i : (y_i, x_{-i}) \succ_i (x_i, x_{-i})\}.$$

我们称$\Gamma = (X_i, F_i, P_i)_{i \in N}$为**抽象经济**。

广义博弈(generalized game) (或称抽象经济(abstract economy)) $\Gamma = (X_i, F_i, P_i)_{i \in N}$定义为一族**有序三元组(triple)**$(X_i, F_i, P_i)$。$x^* \in X$称为$\Gamma$上的均衡，如果$x^* \in F(x^*)$，且$P_i(x^*) \cap F_i(x^*) = \emptyset, \forall i \in N$。

Shafer & Sonnenschein (1975)证明了下述定理，该定理是定理7.7.1的推广，在其中偏好也许是不完备和不可传递的。

定理 7.7.2 (Shafer-Sonnenschein) *设$\Gamma = (X_i, F_i, P_i)_{i\in N}, i \in N$为满足如下条件的抽象经济：*

(i) X_i为$\mathbb{R}^{l_i}$的非空紧凸子集，

(ii) $F_i : X \to 2^{X_i}$为取非空紧凸值的连续对应，

(iii) P_i具有开图，

(iv) $x_i \notin con\ P_i(x), \forall x \in Z$，

则Γ存在均衡。

该定理要求偏好具有开图。著者，(Tian，International Journal of Game Theory), Tian, 1992)证明了下面的定理，该定理比上述定理更一般，它放松了像图或偏好对应的下截面（lower section）为开集的要求，推广了Debreu (1952), Shafer & Sonnenschein (1975)的结果。在详细分析该定理之前，我们先给出若干技术引理，这些引理首先由Micheal (1956, 命题2.5, 2.6和定理3.1′′′)给出。

引理 7.7.1 *令$X \subset \mathbb{R}^M$和$Y \subset \mathbb{R}^K$为子集，$\phi : X \to 2^Y$和$\psi : X \to 2^Y$为满足如下性质的对应：*

(i) *ϕ为取凸值的下半连续对应，且其上截面（upper section）是开集,*

(ii) *ψ为下半连续对应，*

(iii) *$\forall x \in X, \phi(x) \cap \psi(x) \neq \emptyset$，*

则对应$\theta : X \to 2^Y : \theta(x) = \phi(x) \cap \psi(x)$下半连续。

引理 7.7.2 *令$X \subset \mathbb{R}^M$和$Y \subset \mathbb{R}^K$为子集，并设$\phi : X \to 2^Y$下半连续。则对应$\psi : X \to 2^Y : \psi(x) = con\, \phi(x)$下半连续。*

引理 7.7.3 *令$X \subset \mathbb{R}^M$和$Y \subset \mathbb{R}^K$为凸子集。设$F : X \to 2^Y$为取非空凸值的下半连续对应。则存在连续函数$f : X \to Y$，使得$f(x) \in F(x), \forall x \in X$。*

定理 7.7.3 (田氏定理) *设$\Gamma = (X_i, F_i, P_i)_{i\in N}, i \in N$为广义博弈，它满足：*

(i) *X_i为$\mathbb{R}^{l_i}$的非空紧凸子集，*

(ii) *F_i为连续对应，且对每个$x \in X$，$F_i(x)$为非空紧凸集，*

(iii) *P_i下半连续，且上截面是开的，*

(iv) *$x_i \notin con\ P_i(x), \forall x \in F$，*

则Γ存在均衡。

证明: 对每个$i\in N$，定义对应$A_i: X\to 2^{X_i}$为$A_i(x)=F_i(x)\cap con\,P_i(x)$。令$U_i=\{x\in X: A_i(x)\neq\emptyset\}$。由于$F_i$和$P_i$在$X$上下半连续，它们在$U_i$也下半连续。根据引理7.7.2，$con\,P_i$在$U_i$上也下半连续。由于$P_i$的上截面是$X$中的开集，$conP_i$的上截面也是$X$中的开集，从而$con\,P_i$的上截面是$U_i$中的开集，且$F_i(x)\cap con\,P_i(x)\neq\emptyset, \forall x\in U_i$。因此，根据引理7.7.1，对应$A_i|U_i: U_i\to 2^{X_i}$在$U_i$上下半连续，且对所有的$x\in U_i$，$F(x)$是非空凸集。由于$X_i$是有限维的，根据引理7.7.3，存在连续函数$f_i: U_i\to X_i$，使得$f_i(x)\in A_i(x), \forall x\in U_i$。由于$U_i$是开集且$A_i$下半连续，若我们定义对应$G_i: X\to 2^{X_i}$如下：

$$G_i(x)=\begin{cases}\{f_i(x)\} & \text{若 } x\in U_i\\ F_i(x) & \text{否则}\end{cases}. \tag{7.7.57}$$

则G_i是上半连续的。因此对应$G: X\to 2^X: G(x)=\prod_{i\in N}G_i(x)$上半连续，且对所有的$x\in X, G(x)$都为非空闭凸集。因此，根据Kakutani不动点定理，存在点$x^*\in X$，使得$x^*\in G(x^*)$。由于对每个$i\in N$，若$x^*\in U_i$，则$x_i^*=f_i(x^*)\in A(x^*)\subset con\,P_i(x^*)$，这与(iv)矛盾。因此，$x^*\notin U_i$，从而对所有的$i\in N, x_i^*\in F_i(x^*)$且，$F_i(x^*)\cap con\,P_i(x^*)=\emptyset$，这意味着$F_i(x^*)\cap P_i(x^*)=\emptyset$。因此$\Gamma$存在均衡。 □

对应P具有开图意味着的上截面（upper section）和下截面（lower section）都是开的，对应P的上截面是开的意味着P是下半连续的。因此上述定理实际上比定理7.7.2更弱。

7.8 第七章习题

习题 7.1 *（埃奇沃思盒）两消费者两商品的纯交换经济可以用埃奇沃思盒来处理和分析。请回答以下关于埃奇沃思盒的问题:*

(a) *确定埃奇沃思盒的大小时，需要知道每一位消费者的禀赋吗?*

(b) *埃奇沃思盒内任意一点所表示的配置，是否允许有商品的浪费?*

(c) *无差异曲线可以画到埃奇沃思盒之外吗? 提供曲线呢?*

(d) *真正的盒子是一个三维的立方体而非二维的矩形。何种经济环境下的埃奇沃思盒是一个真正的盒子?*

习题 7.2 *（不可分商品）考虑一个存在不可分商品的纯交换经济。假设存在n个消费者，任意消费者i（$i=1,2,\cdots,n$）的消费集为:*

$$X_i=\left\{x_i=(x_i^1,x_i^2,\cdots,x_i^L)\in\Re_+^L\;\middle|\;x_i^l\in\mathbb{Z},\ \forall\, l=1,2,\cdots,L\right\}$$

其中$\mathbb{Z}$表示整数集。消费者i的初始禀赋向量$w_i\in X_i$满足$w_i>0$，偏好序为$\succcurlyeq_i$。

(a) *请给出消费品必须为整数的一些例子。*

(b) *该经济中偏好的连续性假设是无关紧要的吗?*

(c) *请给出该经济中偏好的单调性和严格单调性的定义。*

(d) 该经济中可以定义偏好的凸性吗？如果可以请给出定义，否则请说明理由。
(e) 该经济中偏好的局部非满足性成立吗?
(f) 该经济中是否必定存在竞争均衡？为什么?

习题 7.3 （均衡的存在性与唯一性）考虑一个两消费者两商品的纯交换经济。消费者的效用函数$u_1(x_1^1, x_1^2)$和$u_2(x_2^1, x_2^2)$都是严格递增的。在这样一个的经济中：
(a) 是否可能不存在竞争均衡？为什么?
(b) 是否可能存在无穷多个竞争均衡？如果是请给出一个例子，否则请说明理由。

习题 7.4 （偏好的单调性与凸性）请证明以下命题：
(a) 若偏好满足凸性，则由非满足性可以推出局部非满足性。
(b) 命题7.4.1：若偏好的局部非满足性成立，则预算约束取等号，从而瓦尔拉斯律成立。
(c) 命题7.4.2：若偏好满足严格凸性，则$x_i(p)$为单值函数。
(d) 命题7.4.3：若偏好满足弱凸性，则需求对应$x_i(p)$为凸值的。

习题 7.5 （完全替代的偏好）考虑一个两消费者两商品的纯交换经济。消费空间为$X_A = X_B = \Re_+^2$，禀赋$w_A = (4, 0)$，$w_B = (2, 8)$。效用函数为：

$$\begin{aligned} u_A(x_A^1, x_A^2) &= x_A^1 + 2x_A^2 \\ u_B(x_B^1, x_B^2) &= x_B^1 + x_B^2 \end{aligned}$$

(a) 请画出埃奇沃思盒并注明无差异曲线和初始禀赋。
(b) 请求出需求函数。
(c) 请在埃奇沃思盒里画出提供曲线。
(d) 请找出竞争均衡，均衡是唯一吗?

习题 7.6 （字典序偏好）考虑一个两消费者两商品的纯交换经济。消费空间为$X_1 = X_2 = \Re_+^2$。消费者1的效用函数为 $u_1(x_1, y_1) = x_1 + y_1$。消费者2的偏好为字典序（可参考第二章的例2.3.1），其中x是先比较的商品。每位消费者的初始禀赋为$w_1 = w_2 = (1, \frac{1}{2})$。
(a) 请画出这个经济的埃奇沃思盒，并标注消费者的禀赋、偏好和偏好增加的方向。
(b) 请求出每位消费者的需求函数。
(c) 请在埃奇沃思盒中画出每位消费者的提供曲线。
(d) 请求出竞争均衡，如果均衡不存在，请说明理由。
(e) 如果两位消费者都是先比较商品x的字典序偏好，此时的竞争均衡又是什么?

习题 7.7 （没有自由配置）考虑一个两消费者（1和2）两商品（x和y）的纯交换经济。
(a) 请定义没有自由配置（without free disposal）的竞争均衡。

(b) 如果消费者1和消费者2的效用函数分别为：

$$\begin{aligned} u_1(x_1, y_1) &= 72 - [(x_1)^2 + (y_1)^2],\ x_1, y_1 \geqq 0 \\ u_2(x_2, y_2) &= 8 - 5[(x_2)^2 + (y_2)^2],\ x_2, y_2 \geqq 0 \end{aligned}$$

消费者的禀赋分别为$w_1 = (24, 0)$，$w_2 = (0, 24)$。这个经济中至少存在一个竞争均衡，请求出一个均衡。

习题 7.8 （缩小的消费空间）考虑一个两消费者两商品的纯交换经济。对于消费者$i = 1, 2$，消费空间均为：

$$X_i = \{x_i \in \Re^2_+ : x_i^1 + x_i^2 \geqq 1\}$$

消费者的禀赋分别为$w_1 = (1, 0)$，$w_2 = (1, 2)$，效用函数分别为：

$$\begin{aligned} u_1 &= x_1^1 + 2x_1^2 \\ u_2 &= \ln x_2^1 + \ln x_2^2 \end{aligned}$$

(a) 请画出这个经济的埃奇沃思盒，必须注明消费集、无差异曲线和初始禀赋。
(b) 请求出需求函数。
(c) 请求出竞争均衡。如果竞争均衡不存在，则请说明该经济违背了存在性定理的哪个或哪些条件。
(d) 如果对于消费者$i = 1, 2$，消费集变为$X_i = \Re^2_+$，以上结果有何变化?

习题 7.9 （里昂惕夫效用函数）考虑一个两消费者两商品的纯交换经济。消费空间为$X_1 = X_2 = \Re^2_+$，初始禀赋$w_1 = w_2 = (2, 2)$，效用函数分别为：

$$\begin{aligned} u_1(x_1^1, x_1^2) &= \min\{2x_1^1, 3(x_1^2 - 3)\} \\ u_2(x_2^1, x_2^2) &= \min\{3(x_2^1 - 3), 2x_2^2)\} \end{aligned}$$

(a) 请求出每位消费者的需求函数。
(b) 请画出埃奇沃思盒和每位消费者的提供曲线。
(c) 请求出竞争均衡。
(d) 如果效用函数变为

$$\begin{aligned} u_1(x_1^1, x_1^2) &= \min\{x_1^1, 3(x_1^2 - 3)\} \\ u_2(x_2^1, x_2^2) &= \min\{3(x_2^1 - 3), x_2^2)\} \end{aligned}$$

其它条件保持不变，此时的竞争均衡是什么?

习题 7.10 （非严格递增的偏好）考虑一个两消费者两商品的纯交换经济。消费者A和B的消费组合满足$(x_A, y_A), (x_B, y_B) \in \Re^2_+$，效用函数分别为：

$$u_A(x_A, y_A) = x_A \cdot y_A$$

$$u_B(x_B, y_B) = x_B + 5$$

初始禀赋为$(w_A^x, w_A^y) = (0, 10)$，$(w_B^x, w_B^y) = (5, 10)$。
(a) 请求出每位消的需求函数。
(b) 请在埃奇沃思盒中画出两位消费者的提供曲线。
(c) 请求出竞争均衡。

习题 7.11 （有生产的竞争均衡）考虑一个两消费者两商品和一个生产者的经济。消费空间为$X_1 = X_2 = \Re_+^2$，效用函数为：

$$\begin{aligned} u_1(x_1^1, x_1^2) &= (x_1^1)^{\frac{1}{3}}(x_1^2)^{\frac{2}{3}} \\ u_2(x_2^1, x_2^2) &= x_2^1 x_2^2 \end{aligned}$$

生产集为：

$$y = \{(-y^1, y^2) : y^2 \leqq (y^1)^{\frac{1}{2}},\ y^1 \geqq 0, y^2 \geqq 0\}$$

假设企业有消费者1所有。每位消费者的禀赋$w_1 \geq 0$，$w_2 \geq 0$。
(a) 请求出竞争均衡。
(b) 请算出当$w_1 = (10, 5)$，$w_2 = (3, 2)$时的竞争均衡。

习题 7.12 （有生产的竞争均衡）
(a) 请考虑如下一个两消费者三商品的纯交换经济。消费者A和B的效用函数分别为：

$$\begin{aligned} u_A(x_A^1, x_A^2, x_A^3) &= (x_A^1)(x_A^3)^2 \\ u_B(x_B^1, x_B^2, x_B^3) &= 3(x_B^1)^{\frac{1}{2}} + 2(x_B^3) \end{aligned}$$

消费者A的禀赋为$x_A = (3, 0, 0)$，消费者B的禀赋为$x_B = (3, 0, 0)$。请找出这个经济的竞争均衡（如果存在的话）。
(b) 如果这个经济中还存在两个生产者（企业），消费者A拥有企业F_1，消费者B拥有企业F_2。企业F_1和企业F_2的生产函数分别为：

$$\begin{aligned} y^2 &= f_1(y^1) = (y^1)^{\frac{1}{2}} \\ y^3 &= f_2(y^1, y^2) = 2y^1 + 3y^2 \end{aligned}$$

在这样一个有生产的经济中，是否有可能某个企业不生产或两个企业都不生产？这个经济是否存在竞争均衡？如果有，请求出来；如果没有，请说明理由。

习题 7.13 （商品间可分离的效用函数）考虑一个三消费者三商品的纯交换经济。假设对于消费者$i = 1, 2, 3,$ 效用函数为：

$$U_i(x_i) = v_i(x_i^1) + v_i(x_i^2) + v_i(x_i^3)$$

其中$v_i(\cdot)$可微、严格递增、严格凹。
(a) 假设消费者个人的禀赋$w_i \in \Re_+^3$，竞争均衡是否总是存在？为什么？

(b) 假设消费者的禀赋满足

$$\sum_{i=1}^{3} w_i^1 > \sum_{i=1}^{3} w_i^2 > \sum_{i=1}^{3} w_i^3$$

请证明：对于任意一个竞争均衡都有

$$p^1 < p^2 < p^3$$

(c) 假设对于$i = 1, 2, 3, v_i(x) = \ln x$。如果两个经济的总禀赋相同，请证明两个经济的价格相同。如果消费者的偏好相同（但不是$v_i(x) = \ln x$的形式），这一结论还成立吗?

习题 7.14 （存在性定理）设整数$L \geqq 2$，Δ表示$\Re_+^L$上的单形，即:

$$\Delta = \{p \in \Re_+^L : \sum_{t=1}^{L} p^t = 1\}.$$

一个连续的函数$f : \Delta \to \Re^L$可视为总超额需求函数。
(a) 是否必定存在一个价格向量$p^* \in \Delta$使得$f(p^*) \leqq 0$? 如果不存在，请说明在何种假定条件下可以存在这样的价格向量，并说明该条件的经济含义。
(b) 请描述布劳威尔不动点定理。
(c) 运用布劳威尔不动点定理证明存在$p^* \in \Delta$使得$f(p^*) \leqq 0$，如果需要其它假设条件请予以补充说明。
(d) 现在假定总超额需求函数的定义域变为

$$\Delta_{++} = \{p \in \Re_{++}^L : \sum_{t=1}^{L} p^t = 1\}$$

请描述在何种条件下一定存在竞争均衡。

习题 7.15 （存在性定理）考虑一个L种商品n个消费者（$i = 1, \ldots, n$）的纯交换经济。每位消费者的初始禀赋向量$w_i \in \Re_+^L$，偏好序$\succcurlyeq_i$定义在消费集$X_i = \Re^L$上且满足严格凸性和严格单调性。
(a) 这个经济的总超额需求函数$\hat{z}(p)$满足哪些性质? 请注明$\hat{z}(p)$的定义域和值域;
(b) 请证明以上性质并注明在证明中需要用到哪个或哪些关于偏好的假设。
(c) 请描述一个保证这个经济中竞争均衡存在的定理并给出证明的步骤，如果需要的话你可以添加其它的假设。

习题 7.16 （平衡配置）如果消费者偏好的局部非满足性成立，由命题7.4.1可知瓦尔拉斯律成立，即

$$p[\sum_{i=1}^{n} x_i - (\sum_{j=1}^{J} y_j + \sum_{i=1}^{n} w_i)] = 0$$

假设竞争均衡存在，请回答以下问题:
(a) 如果偏好的局部非满足性成立，竞争均衡的资源配置是否平衡? 即:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{j=1}^{J} y_j + \sum_{i=1}^{n} w_i$$

是否总是成立?

(b) 如果偏好满足单调性，竞争均衡的资源配置是否平衡?

(c) 如果偏好满足严格单调性，竞争均衡的资源配置是否平衡?

习题 7.17 （提供曲线）根据以上你做过求解竞争均衡的习题思考以下问题:

(a) 提供曲线的交点一定是竞争均衡的配置吗?

(b) 提供曲线一定会过禀赋点吗?

(c) 提供曲线的交点如果不是禀赋点，它一定是竞争均衡的配置吗?

(d) 竞争均衡的配置一定在提供曲线的交点上吗?

习题 7.18 （宾夕法尼亚大学经济系2009年八月博士生资格考试题）
考虑一个两消费者两企业的经济。消费者1所拥有的企业1利用油生产枪，生产函数为$g(x) = 2x$。消费者2所拥有的企业2利用油生产黄油，生产函数为$b(x) = 3x$。每位消费者拥有10单位的油。两位消费者的效用函数分别为$u_1(g, b) = g^{0.4}b^{0.6}$，$u_2(g, b) = 10 + 0.5 \ln g + 0.5 \ln b$。请求出这个经济的竞争均衡。

习题 7.19 （改编自哈佛大学经济系2006年秋季博士生资格考试题）

(a) 竞争均衡可能不存在的主要原因有哪些?

(b) 在只有一个消费者的纯交纯换经济中，如果竞争均衡存在，一定是唯一的吗?

(c) 考虑如下一个鲁滨逊-克鲁索经济：消费者的效用函数为x^1x^2，其中x^1表示休闲，x^2表示消费。生产函数为$q = z^{\frac{1}{2}}$，其中z是劳动投入，q是产出。消费者的禀赋为劳动量（即休闲）为2。请计算竞争均衡的价格、利润和消费。

习题 7.20 （改编自哈佛大学经济系2008年春季博士生资格考试题）考虑如下一个私人产权完全竞争的经济。该经济中的两个消费者的效用函数分别为

$$u_1 = (x_1^1)^{\alpha}(x_1^2)^{1-\alpha}$$
$$u_2 = (x_2^1)^{\beta}(x_2^2)^{1-\beta}$$

对于$i = 1, 2$, x_i^1表示消费者i的休闲，x_i^2表示消费者i的消费；$\alpha, \beta \in (0, 1)$。经济中存在一个企业，其生产函数为$q = z^{\frac{1}{2}}$，其中z是劳动投入，q是商品2的产出。休闲的总禀赋为$\bar{L} > 0$。每一个消费者对与休闲和企业都有一定的份额，消费者1的份额为θ，消费者2的份额为$1 - \theta$，其中$0 < \theta < 1$。经济中对于商品2的初始禀赋为0，它可以被生产出来。

(a) 请证明该经济中消费者的需求可以等价地认为存在一个有“加总偏好”的消费者，并写出加总的偏好。

(b) 请利用以上事实或其它方法，计算这个经济的竞争均衡。

习题 7.21 （改编自哈佛大学经济系2009年秋季博士生资格考试题）考虑如下一个两消费者两商品的纯交换经济。消费者1只在乎商品1，消费者2只在乎商品2。消费者1的

禀赋$(w_1^1, w_1^2) > 0$，消费者2的禀赋$(w_2^1, w_2^2) > 0$。

(a) 请计算这个经济的竞争均衡。均衡唯一吗?

(b) 商品2的相对价格是商品2总禀赋的减函数吗?

习题 7.22 （改编自斯坦福大学经济系2001年春季博士生资格考试题）考虑一个两消费者两商品的纯交换经济。消费者的禀赋分别为$w_1 = (1, 0)$，$w_2 = (0, 1)$。请计算在以下效用函数情形下的竞争均衡，如果均衡不存在，请说明理由。

(a) $u_1 = \min\{2x_1^1, x_1^2\}$，$u_2 = \min\{x_2^1, 2x_2^2\}$。

(b) $u_1 = \sqrt{x_1^1} + \frac{1}{2}(x_1^2)^2$，$u_2 = x_2^1 x_2^2$。

(c) $u_1 = \sqrt{x_1^1} + \sqrt{x_1^2}$，$u_2 = x_2^2$。

习题 7.23 （改编自斯坦福大学经济系2001年秋季博士生资格考试题）考虑一个线性生产集的经济。假定经济中有两位经济人、四种商品。商品1和商品2是消费品，商品3和商品4是熟练和不熟练的劳动力。经济人的效用函数为：

$$u_1(c_1^1, c_1^2, c_1^3, c_1^4) = \log(c_1^1) + \log(c_1^2)$$
$$u_2(c_2^1, c_2^2, c_2^3, c_2^4) = \log(c_2^1) + \log(c_2^2)$$

经济人的禀赋为$w_1 = (0, 0, 1, 0)$，$w_2 = (0, 0, 0, 2)$。假设有如下四种将劳动转化为商品1和2的方式：$a_1 = (1, 0, -3, 0)$，$a_2 = (0.1, 1, -1, 0)$，$a_3 = (1, 0, 0, 4)$，$a_4 = (0, 1, 0, 2)$。假定存在唯一的企业，其生产集Y是以上四种方式的凸包：

$$Y = \left\{ y \in \Re^L \middle| y = \textstyle\sum_{m=1}^4 \alpha_m a_m \text{ for some } \alpha \in \Re_+^4 \right\}$$

请定义这个经济的竞争均衡并计算出一个。

习题 7.24 （改编自斯坦福大学经济系2003年六月博士生资格考试题）

(a) 两商品两消费者。禀赋为$w_1 = (0, 1)$，$w_2 = (1, 0)$。效用函数为：

$$\begin{aligned} u_1(x_1) &= x_1^1 \\ u_2(x_2) &= \ln(x_2^1) + \ln(x_2^2) \end{aligned}$$

(b) 两商品三消费者。禀赋为$w_1 = (10)$，$w_2 = (2, 1)$，$w_3 = (1, 1)$。效用函数为：

$$\begin{aligned} u_1(x_1) &= x_1^1 \\ u_2(x_2) &= \min\{x_2^1, x_2^2\} \\ u_3(x_3) &= \min\{2x_3^1, x_3^2\} \end{aligned}$$

对于以上两种情形，请确定瓦尔拉斯均衡是否存在。如果存在，请计算出均衡价格和配置。如果不存在，请说明为什么违背了存在性定理。

习题 7.25 （改编自斯坦福大学经济系2010年春季博士生资格考试题）考虑如下一个

两商品两消费者的纯交换经济。消费者的消费集均为$\Re^2_+$。消费者的效用函数分别为：

$$
\begin{aligned}
u_1(x_1) &= \min\{x_1^1, x_1^2\} \\
u_2(x_2) &= \max\{x_2^1, x_2^2\}
\end{aligned}
$$

(a) 如果禀赋为$w_1=(1,0)$，$w_2=(0,1)$，求出价格p^1，p^2严格为正时的消费者需求。

(b) 竞争均衡（也要考虑包括一种或两商品价格为0时的情形）存在吗?

(c) 将经济复制，即复制后的经济中有两位与第一问中偏好及禀赋相同的消费1（称之为第1种类型的消费者）和两位相同的消费者2，请找出第1种类型的消费者消费严格正数量的商品的竞争均衡。

(d) 如果经济中仍然只有两位消费者，但是禀赋变为$w_1=(1,0)$，$w_2=(\frac{3}{2},\frac{1}{2})$，请找出此时的竞争均衡。

习题 7.26 （改编自威斯康辛大学麦迪逊分校经济系2005年八月博士生资格考试题）考虑一个三消费者三商品的纯交换经济。消费者i的消费向量为(x_i,y_i,z_i)。每位消费者都只有一种商品的禀赋：$w_1=(1,0,0)$，$w_2=(0,0,3)$，$w_3=(0,2,0)$。消费者的偏好可用效用函数表示如下：

$$
\begin{aligned}
u_1 &= \sqrt{\frac{x_1(y_1+z_1)}{5}} \\
u_2 &= \sqrt{5x_2y_2} \\
u_3 &= \sqrt{5x_3y_3}
\end{aligned}
$$

请计算竞争均衡。均衡唯一吗?

习题 7.27 （改编自明尼苏达大学经济系2003年秋季博士生资格考试题：Minors）

(a) 考虑一个生产函数$y=f(x_1,\cdots,x_n)$，其中n可以是任意正整数，$x_i \geqq 0$。请给出生产函数f满足规模报酬递增（increasing returns to scale）的定义。

(b) 当$n=1$时，请验证如下生产函数满足规模报酬递增（其中x是一个正实数）：

$$
\begin{aligned}
&\text{if} \quad 0 \leqq x \leqq 2, \text{ then } f(x)=0; \\
&\text{if} \quad x > 2, \text{ then } f(x)=x-2.
\end{aligned}
$$

(c) 假设存在价格严格为正的竞争均衡，请求出前一问提到的企业在均衡时的x^*和y^*。

习题 7.28 （改编自明尼苏达大学经济系2004年春季博士生资格考试题）考虑一个没有自由配置的纯交换经济。经济中有两种商品x和y，两位消费者1和2，每位消费者的消费集均为$\Re^2_+$。禀赋向量分别为$w_1=(\frac{1}{4},\frac{1}{4})$，$w_2=(\frac{3}{4},\frac{3}{4})$。偏好可分别用效用函数表示为：

$$
\begin{aligned}
u_1 &= (x_1)^2+(y_1)^2 \\
u_2 &= \min\{x_2, y_2\}
\end{aligned}
$$

考虑一个配置$A=(x_1,y_1,x_2,y_2)=(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2})$。

(a) 请画出一个埃奇沃思盒表示以上经济。

(b) 是否存在某种对初始禀赋进行再分配的方式，使得竞争均衡的配置结果为A。（提示：请考虑价格$p^x=p^y$以及$p^x\neq p^y$的情形。）

习题 7.29 （改编自明尼苏达大学经济系2008年春季博士生资格考试题）考虑一个两消费者L商品的纯交换经济。消费者i（$i=1,2$）的效用函数为：

$$u_i(x_i)=\sum_{l=1}^{L}\ln(x_i^l+1)$$

(a) 请定义这个经济的竞争均衡。

(b) 假设初始禀赋为$w_1=w_2=(1,\cdots,1)\in\Re_+^L$，请计算竞争均衡。

(c) 请证明对以任意的初始禀赋$(w_1,w_2)\in\Re_+^{2L}$，竞争均衡总是存在。

习题 7.30 （改编自明尼苏达大学经济系2009年秋季博士生资格考试题）考虑一个L商品n消费者的纯交换经济。消费者$i=1,2,\cdots,n$有定义在消费集$\Re_+^L$上的连续的序数效用函数u_i，初始禀赋向量$w_i\in\Re_+^L$。设$p\in\Re_{++}^L$是价格向量。消费者i的超额需求为：

$$z(\cdot;u_i,w_i):\Re_{++}^L\to\Re^L$$

超额总需求为：

$$Z(p;u_1,w_1,\cdots,u_n,w_n)=\sum_{i=1}^{n}z(\cdot;u_i,w_i)$$

(a) 请简要地说明为什么对于任意正数$\lambda>0$都有：

$$Z(p;u_1,w_1,\cdots,u_n,w_n)=Z(\lambda p;u_1,w_1,\cdots,u_n,w_n)$$

(b) 请简要的解释为什么对于任意正数$\lambda>0$都有：

$$Z(p;u_1,w_1,\cdots,u_n,w_n)=Z(p;\lambda u_1,w_1,\cdots,\lambda u_n,w_n)$$

(c) 对于任意正数$\lambda>0$是否有下式成立？为什么？

$$Z(p;u_1,w_1,\cdots,u_n,w_n)=Z(p;u_1,\lambda w_1,\cdots,u_n,\lambda w_n)$$

(d) 请找到特定的w_1和w_2使得对于所有的u_1和u_2以及所有的$p\in\Re_{++}^L$和都有：

$$z(p;u_1,w_1)+z(p;u_1,w_1)=z(p;u_1+u_2,w_1+w_2)$$

(e) 请找到特定的u_1和u_2使得对于所有的$p\in\Re_{++}^L$和所有的$w_1,w_2\in\Re_+^L$都有：

$$z(p;u_1,w_1)+z(p;u_1,w_1)=z(p;u_1+u_2,w_1+w_2)$$

(f) 请找到价格向量$p_1,p_2\in\Re_{++}^L$使得对于所有的u_i和所有的$e_i\in\Re_+^L$都有：

$$2z(\frac{p_1+p_2}{2};u_i,w_i)=z(p_1;u_i,w_i)+z(p_2;u_i,w_i)$$

7.9 习题参考答案

1.（a）不需要知道每一位消费者的禀赋，只需要知道总禀赋即可。（b）不允许。（c）无差异曲线可以画到埃奇沃思盒之外，只要在消费空间之内即可。提供曲线不能只画在埃奇沃思盒之内，必须画出埃奇沃思盒。（d）两人三商品的纯交换经济。

2.（a）比如说书籍、汽车等。（b）正确。（d）不可以。（e）不成立。（f）不一定。

3.（a）是。（b）是。

4.（a）提示：可先利用局部非满足性的定义，再利用凸性的定义。画图将有助于证明。（b）用反证法，再利用局部非满足性的定义得出矛盾；加总取等号的个人预算约束可得瓦尔拉斯律。（c）用反证法，若非单值则存在某两个预算约束集内最受偏好且无差异的消费束，这两个消费束的凸组合仍在预算约束集之内，但由严格凸性的定义，该凸组合优于此前两个消费束，从而得出矛盾。（d）需求对应内任取两点，由弱凸性的定义，两点的凸组合（也在预算约束集之内）至少和那两点一样好，又由于这两点是属于需求对应，所以任何预算约束集之内的点不会比它们更好，所以凸组合和这任意的两点无差异，从而凸组合也属于需求对应。

5.（d）竞争均衡为$\{(x_A^1, x_A^2), (x_B^1, x_B^2), (p^1, p^2)\} = \{(0,4), (6,4), (1,1)\}$。注意：在本章里下标（本题是$A$或$B$）表示消费者，上标（本题是1或2）表示商品。

6.（d）竞争均衡为$\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), (p^x, p^y)\} = \{(\frac{1}{2}, 1), (\frac{3}{2}, 0), (1,1)\}$。

7.（b）竞争均衡为$\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), (p^x, p^y)\} = \{(12,12), (12,12), (1,1)\}$。

8.（b）不妨设$p^1 = 1$，$p^2 = p$，当$p \leqq 1$时需求函数为$(x_1^1, x_1^2) = (0, \frac{1}{p})$，当$p > 1$时需求函数为$(x_1^1, x_1^2) = (1, 0)$。（c）竞争均衡不存在。（d）唯一的竞争均衡为$\{(x_1^1, x_1^2), (x_2^1, x_2^2), (p_1, p_2)\} = \{(0, \frac{2}{3}), (2, \frac{4}{3}), (1, \frac{3}{2})\}$。

9.（c）竞争均衡有三个：$\{(x_1^1, x_1^2), (x_2^1, x_2^2), (p^1, p^2)\} = \{(\frac{3}{5}, \frac{17}{5}), (\frac{17}{5}, \frac{3}{5}), (1,1)\}$；$\{(\frac{3}{2}, 4), (\frac{5}{2}, 0), (1, \frac{1}{4})\}$；$\{(0, \frac{5}{2}), (4, \frac{3}{2}), (1, 4)\}$。（d）考虑价格为0才可求出所有解。

10.（a）$p^x = 1$，$p^y = p > 0$时需求函数为$(x_A, y_A) = (5p, 5)$，$(x_B, y_B) = (510p, 0)$；$p^x > 0$，$p^y = 0$时为$x_A = 0$，$y_A \geqq 0$，$x_B = 5$，$y_B \geqq 0$；$p^x = 0$，$p^y > 0$时为$x_A = \infty$，$y_A = 10$，$x_B = \infty$，$0 \leqq y_B \leqq 10$。（c）竞争均衡为$\{(x_A, y_A, x_B, y_B, p^x, p^y) : x_A = 0, x_B = 5, 0 \leqq y_A + y_B \leqq 20, y_A \geqq 0, y_B \geqq 0, p^x > 0, p^y = 0\}$。

11.（a）先解利润最大化问题，再把利润带入消费者1的预算约束求其需求函数，并求出消费者2的需求函数，最后利用市场出清条件求出均衡价格，从而将价格带入需求函数得出均衡时的配置。（b）$(x_1^1, x_1^2) = (\frac{15}{8} + \frac{7}{4}\sqrt{6}, \frac{57}{14} + \frac{43}{28}\sqrt{6})$，$(x_2^1, x_2^2) = (-\frac{39}{2} + \frac{21}{2}\sqrt{6}, \frac{24}{7} + \frac{3}{14}\sqrt{6})$，$(-y^1, y^2) = (-\frac{245}{8} + \frac{49}{4}\sqrt{6}, \frac{7}{4}\sqrt{6} - \frac{7}{2})$，$(p^1, p^2) = (1, \frac{7}{2}\sqrt{6} - 7)$。

12.（a）不存在竞争均衡。（b）企业1因为利润为正一定会生产，企业2可能不生产。

13.（a）总是存在。（c）不一定成立，比如$v_i(x) = \ln x + x$。

14.（a）不一定存在，$f(p)$满足零次齐次和瓦尔拉斯律。

15.（a）$\hat{z}(p)$为满足零次齐次的单值函数，瓦尔拉斯律成立，$p \in \Re^L_{++}$，$\hat{z}(p) \in \Re^L$。

16.（a）不一定满足。（b）不一定满足，反例可以是本章习题第10题。（c）一定满足。因为严格单调性意味着局部非满足性成立，由第八章的福利经济学第一基本定理可知，竞争均衡是帕累托有效的；若竞争均衡的资源配置不平衡则有资源浪费，把浪费的资源给某位消费者可实现帕累托改进，矛盾。

17.（a）不一定。（b）不一定。（c）一定是。（d）不一定。

18. $(p^g, p^b, p^{oil}) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{3}), 1)$，$(g_1, b_1, g_2, b_2) = (8, 18, 10, 15)$，企业1使用9单位油生产18单位枪，企业2用11单位油生产33单位黄油。

19.（a）消费者的偏好是非凸的；消费者的初始禀赋点不是消费空间的内点。

20.（a）加总的偏好为$(x^1)^{\alpha\theta+\beta(1-\theta)}(x^2)^{(1-\alpha)\theta+(1-\beta)(1-\theta)}$。（b）设均衡时劳动投入（休闲）的价格为$w$，商品2的价格为$p$，则均衡的价格满足$\frac{p^2}{w^2} = \frac{4A[(1-\alpha)\theta+(1-\beta)(1-\theta)]}{2-(1-\alpha)\theta-(1-\beta)(1-\theta)}$。

21.（a）均衡的配置为$(x_1^1, x_1^2) = (w_1^1 + w_2^1, 0)$，$(x_2^1, x_2^2) = (0, w_1^2 + w_2^2)$，相对价格$(p^1, p^2) = (1, w_2^1/w_1^2)$。（b）否。

22.（a）均衡的配置为$x_1 = (\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$，$x_2 = (\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$，价格$(p^1, p^2) = (1, 1)$。（c）不存在均衡。

23. 均衡时的生产方式$(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4,) = (0, 1, 0.45, 0.1)$，产出$y = (0.55, 1.1, -1, -2)$，价格$(p^1, p^2, p^3, p^4) = (1, 0.6, 0.7, 0.25)$，消费$(c_1^1, c_1^2, c_2^1, c_2^2) = (0.3, 0.6, 0.25, 0.5)$。因为均衡时企业的生产计划必须带来零利润，当$a_2, a_3, a_4$三种方式进行时，是可能有零利润的；此时的价格为$(p^1, p^2, p^3, p^4) = (1, 0.6, 0.7, 0.25)$，在此价格下，$a_1$将是负利润，不会进行。假设有$k$（$k \in [0, 2]$）的劳动投入活动$a_3$，则投入$a_4$为$2 - 4k$。此时两种消费品产出为$(0.1 + 0.35k, 2 - 0.5k)$。由价格可以求出需求，再利用市场出清求出$k$，当$k \in [0, 2]$则此时的均衡是存在的。本题可能有多个均衡。不过四种方式都生产、a_1, a_2, a_3三种方式生产、任意两种方式生产都不存在均衡。

24.（a）$x_1 = (0.5, 0)$，$x_2 = (0.5, 1)$，$p = (2, 1)$。（b）不存在。

25.（a）$x_1^1 = x_1^2 = \frac{p^1}{p^1+p^2}$；$p^1 \geqq p^2$时$x_2^1 = 0, x_2^2 = 1$，$p^1 \leqq p^2$时$x_2^1 = \frac{p^2}{p^1}, x_2^2 = 0$。（b）不存在。（d）$x_1 = (0.5, 0.5)$，$x_2 = (2, 0)$，$p = (1, 1)$。

26.（a）$(x_1, y_1, z_1) = (0.5, 0, 3)$，$(x_2, y_2, z_2) = (0.25, 1, 0)$，$(x_3, y_3, z_3) = (0.25, 1, 0)$，$(p^x, p^y, p^z) = (6, 1.5, 1)$。

27.（c）$x^* = y^* = 0$。

28.（b）不存在。

29.（b）$x_1^* = x_2^* = (1, 1, \cdots, 1) \in \Re_+^L$，$p^* = (1, 1, \cdots, 1) \in \Re_+^L$。

30.（a）每位消费者的最大化问题的预算约束不变。（b）每位消费者的偏好仍然不变。（c）不成立。

参考文献

Arrow, K., H. D. Block, and L. Hurwicz, "On the Stability of the Competitve Equilibrium, II," *Econometrica*, 27 (1959), 82-109.

Arrow, K and G. Debreu, "Existence of Equilibrium for a Competitive Economy," *Econometrica*, 1954, 22.

Arrow, K., and L. Hurwicz, "On the Stability of the Competitve Equilibrium, I," *Econometrica*, 26 (1958), 522-552.

Arrow, K. J. and Hahn, F. H. (1971), *General Competitive Analysis*, (San Francisco, Holden Day).

Baye, M. J. Zhou, and Tian, G. "Characterizations of the Existence of Equilibria in Games with Discontinuous and Nonquasiconcave Payoffs," *Review of Economic Studies*, 60 (1993), 935-948.

Border, K. C., *Fixed Point Theorems with Applications to Economics and Game Theory*, Cambridge: Cambridge University Press, 1985.

Debreu, G., "A Social equilibrium existence theorem," *Proceedings of the National Academy of Sciences of the U. S. A.* 38 (1952) 386 393.

Debreu, G., *Theory of Value*, (Wiley, New York), 1959.

Debreu, G. "Excess Demand Functions," *Journal of Mathematical Economics*, 1 (1974), 15-22.

Hildenbrand, W., A. P. Kirman, *Equilibrium Analysis: Variations on the Thems by Edgeworth and Walras*, North-Holland: New York, 1988.

Jehle, G. A., and P. Reny, *Advanced Microeconomic Theory*, Addison-Wesley, 1998, Chapter 7.

Fan, K., "Some Properties of Convex Sets Related to Fixed Point Theorem," *Mathematics Annuls*, 266 (1984), 519-537.

Luenberger, D. *Microeconomic Theory*, McGraw-Hill, Inc, 1995, Chapter 7.

Mas-Colell, A., M. D. Whinston, and J. Green, *Microeconomic Theory*, Oxford University Press, 1995, Chapters 15, 17.

Michael, E., "Continuous selections I," *Annals of Mathematics* 63 (1956), 361 382.

Scarf, H., "Some Examples of Global Instability of the Competitive Equilibrium," *International Economic Review*, 1 (1960), 157-172.

Shafer, W. and H. Sonnenschein, Equilibrium in abstract economies without ordered preferences, Journal of Mathematical Economics 2 (1975) 345 348.

Sonnenschein, H., *Demand Theory without Transitive Preferences, with Application to the Theory of Competitive Equilibrium*, Preferences, Utility, and Demand, Edited. by J. S. Chipman, L. Hurwicz, M. K. Richter, and H. Sonnenschein, Harcourt Brace Jovanovich, New York, New York, 1971.

Takayama, A. *Mathematical Economics*, the second edition, Cambridge: Cambridge University Press, 1985, Chapters 1-3.

Tian, G. "On the Existence of Equilibria in Generalized Games," *International Journal of Game Theory*, 20 (1992), pp.247-254.

Tian, G. "Existence of Equilibrium in Abstract Economies with Discontinuous Payoffs and Non-Compact Choice Spaces," *Journal of Mathematical Economics*, 21 (1992), pp. 379-388.

Tian, G. (2009): Existence of Equilibria in Games with Arbitrary Strategy Spaces and Payoffs: A Full Characterization, mimeo.

Tian, G. (2013): "On the Existence of Price Equilibrium in Economies with Excess Demand Functions", mimeo.

Varian, H.R., *Microeconomic Analysis*, W.W. Norton and Company, Third Edition, 1992, Chapters 17-18, 21.

Walras, L., *Eléments of d'Économie Politique Pure. Lausanne: Gorbaz, 1874. [Translated as Elements of Pure Economics. Homewood, Ill: Irwin, 1954]*

第八章　一般均衡的规范理论：它的福利性质

8.1　导言

在前一章中，我们研究了竞争均衡的存在性、唯一性和稳定性。在本章中，我们将研究竞争均衡的福利性质。

经济学家不但对描述市场经济感兴趣，对评价它也感兴趣。竞争市场在配置资源方面有什么优势？亚当.斯密(Adam Smith)的“**看不见的手(invisible hand)**”的理论认为市场经济在配置资源方面是有效的，最大化了社会福利。那么亚当.斯密的看不见手的严格表述是什么？在何种意义上和在哪些情景下，市场经济是有效的呢？

资源的有效配置与经济个体的福利问题(well-being) 密切相关。规范分析不仅有助于我们理解市场机制具有何种优势，也有助于我们评估现实世界所采用的经济体系是否优劣，从而有助于我们理解为什么中国、俄罗斯和东欧国家要进行经济改革和经济体制转型。

经济有效性由三个要求构成：

(1) 交换的有效性：商品有效交易，没有其它交易能带来更多的收益。

(2) 生产的有效性：生产商品时资源没有浪费。

(3) 生产与消费的混合有效性(mix efficiency)：经济中厂商的商品生产组合反映了消费者的消费偏好。

8.2　配置的帕累托有效性

经济学家所谈到的一个经济资源配置的有效性指的是帕累托有效性。它提供了一个使用资源的一个最低标准，给出了任何一个经济制度是否优劣的基本标准。

在市场制度下，我们想知道市场均衡同帕累托有效性之间的关系是什么。它包含了两个基本的问题：(1) 如果市场(不必是竞争的)均衡存在，它是帕累托有效的吗？(2)某个所希望达到的帕累托有效配置能由市场机制通过重新分配禀赋达到吗？

帕累托有效性的概念不仅可用于研究市场经济的有效性，而且可用于研究任何经济系统的有效性。首先让我们定义**帕累托改善(Pareto improvement)**的概念。

定义 8.2.1 (帕累托改进) *一个配置称为可帕累托改进的，如果它是可行的，且存在另一个可行配置，使得至少一个人的效用得到改进，且其它所有人的效用没有恶化。*

定义 8.2.2 (帕累托有效，也称为帕累托最优) *一个配置称之为帕累托有效或帕累托最优(简记为P.O)，如果它不能被帕累托改进，即，如果它是可行的且不存在其它可行配置使得至少一个人的效用得到改进且其它所有人的效用没有恶化。*

用数学表达式更精确地表述，对交换经济，一个可行配置x是帕累托有效或帕累托最优($P.O$)，如果不存在其它配置x，使得

(i) $\sum_{i=1}^{n} x_i' \leqq \sum_{i=1}^{n} w_i$。

(ii) $x_i' \succcurlyeq_i x_i, \forall i$，且存在$k \in \{1, \cdots, n\}$，使得$x_k' \succ_k x_k$ 。

对生产经济，(x, y)称为帕累托最优的，当且仅当：

(1) $\hat{x} \leqq \hat{y} + \hat{w}$。

(2) 不存在可行配置(x', y')，使得

$$\begin{aligned} x_i' &\succcurlyeq x_i, \forall i, \\ x_k' &\succ_k x_k, \exists k. \end{aligned}$$

关于经济有效性一个较弱的概念是所谓的**弱帕累托有效性(weak Pareto efficiency)**的概念。

定义 8.2.3 (弱帕累托有效性) *一个配置称为弱帕累托有效，如果它是可行的，且不存在其它可行配置使得所有人的境况都得到改进。*

注. 一些教科书如Varian (1992)将弱帕累托有效的定义作为帕累托有效的定义。有它的合理性吗？在何种条件下它们是等价的呢？显然，若一个配置是帕累托有效性的，则必定它是弱帕累托有效的（这是由于不能让一个人改善，当然更加不可能让所有人改进)，但反之并不成立。但是，在偏好的连续性和严格单调性假设下，两者是等价的。

命题 8.2.1 *在偏好连续性和严格单调性假设下，弱帕累托有效性意味着帕累托有效性。*

证明: 设x弱帕累托有效但非帕累托有效。则存在可行配置x'，使得$x'_i \succcurlyeq_i x_i, \forall i$，且$\exists k, x'_k \succ_k x_k$。

定义一个新的配置$\overline{x}$如下：

$$\begin{aligned}\overline{x}_k &= (1-\theta)x'_k,\\ \overline{x}_i &= x'_i + \frac{\theta}{n-1}x'_k \forall i \neq k,\end{aligned}$$

则我们有

$$\overline{x}_k + \sum_{i\neq k}\overline{x}_i = (1-\theta)x'_k + \sum_{i\neq k}(x'_i + \frac{\theta}{n-1}x'_k) = \sum_{i=1}^{n} x'_i, \tag{8.2.1}$$

这意味着$\overline{x}$是可行的。此外，根据偏好的连续性，当θ充分接近于零时，有$\overline{x}_k = (1-\theta)x'_k \succ x_k$，且根据偏好的严格单调性，对所有的$i \neq k$，有$\bar{x}_i \succ_i x_i$。这与$x$是弱帕累托最优的事实相矛盾。因此，当偏好是连续和严格单调时，每个弱帕累托有效配置也是帕累托有效的。 □

注. 在上述命题的证明中所用到的从某人中拿出一点禀赋并均等地将其分配给其他人从而使每个人都得到改善的技巧将在福利经济学第二定理的证明中也会用到。注意，严格凸性不能放宽为凸性，为什么？请读者自己检查哪里用到了严格凸性。

注. 上述命题隐含地假定经济中所有的商品都是私有品。著者(Economics Letters, Tian, 1988)通过一个例子说明，如果商品为公共品，即使偏好是连续和严格单调曾，帕累托有效性和弱帕累托有效性的等价性可能不成立。

帕累托有效配置集可用埃奇沃思盒表示。注意埃奇沃思盒中的每个点都是可达的。假定A为起始点。A是帕累托最优的吗？答案是否定的。例如，阴影部分中的点C所表示的配置能使双方都得到改善。点B是帕累托最优的吗？答案是肯定的。实际上，所有的切点都是帕累托有效的，在所有切点上，至少有一人没有激励再进行交易。所有帕累托有效点的轨迹称为**契约曲线(contract curve)**。

注. **平等(equity)**和**帕累托有效性**是两个不同的概念。点O_A 或O_B是帕累托有效的（即一人拥有所有的资源，而另外一个一无所有，在自利的情况下，拥有所有资源的人不愿放弃任何资源），但这些点是极端不平等的。为了使一个配置相对平等同时又帕累托有效，政府应实施一些制度安排如税收、补贴等来平衡平等和帕累托有效性，但这是一个价值判断和政策议题。

我们将表明，当帕累托有效点为内点时，两人的无差异曲线必定相切，它将满足如下条件：

$$MRS^A_{x^1x^2} = MRS^B_{x^1x^2}$$

$$x_A + x_B = \hat{w}.$$

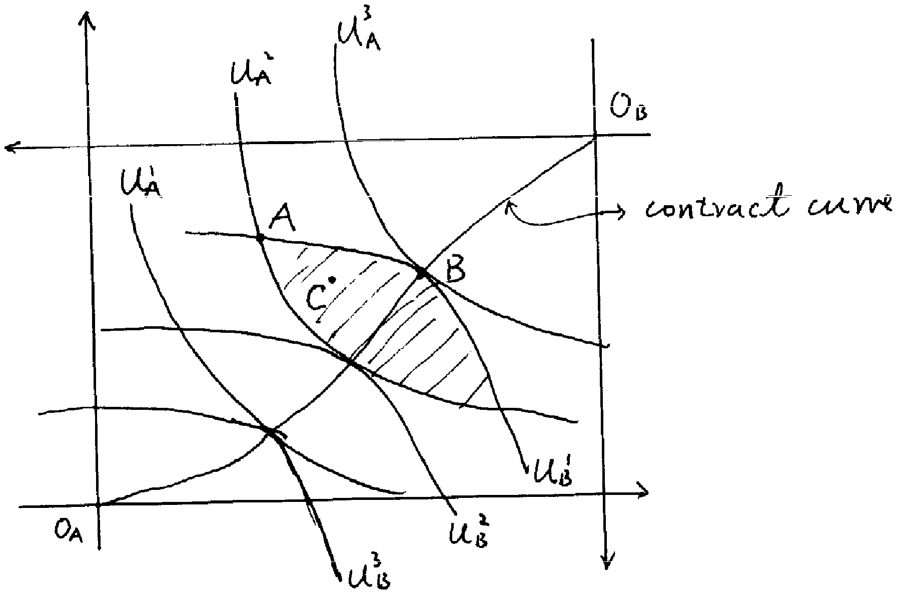

图 8.1: 帕累托有效配置集由契约曲线给出。

后面，我们会严格证明，对多人的情况也是如此。当两人的无差异曲线不相切时，我们有如下几种情形。

情形一对斜率非零(负)的线性无差异曲线，个体的无差异曲线可能不相切。我们如何求得这种情形的帕累托有效配置集呢？我们可通过比较无差异曲线的倾斜度来解决这个问题。

$$MRS^A_{x^1x^2} < MRS^B_{x^1x^2}. \tag{8.2.2}$$

在这种情形，当B的无差异曲线给定时，比如在直线DD，A在DD线上达到最大效用最大的点为帕累托有效配置，于是点K是帕累托有效点。当A的无差异曲线给定时，比如设为直线CC，则P是帕累托有效点。契约曲线因此由埃奇沃思盒的上边和左边给出。无论无差异曲线是否相切，给定一个人无差异曲线，找出另外一个人在此曲线上的效用最大化点，此点必定就是帕累托最优点。

情形二 设无差异曲线为

$$u_A(x_A) = x^2_A$$

和

$$u_B(x_B) = x^1_B.$$

则唯一的帕累托有效点为埃奇沃思盒的左上角点。但弱帕累托有效点集为盒子的

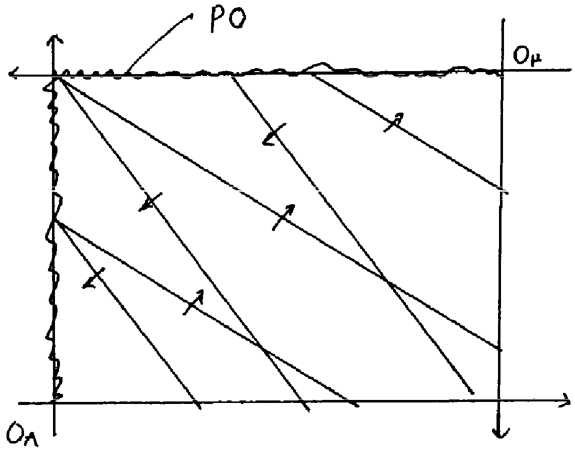

图 8.2: 当无差异曲线呈线性形式且个人B的无差异曲线更陡一些时，帕累托有效配置集由盒子的上边和左边缘给出。

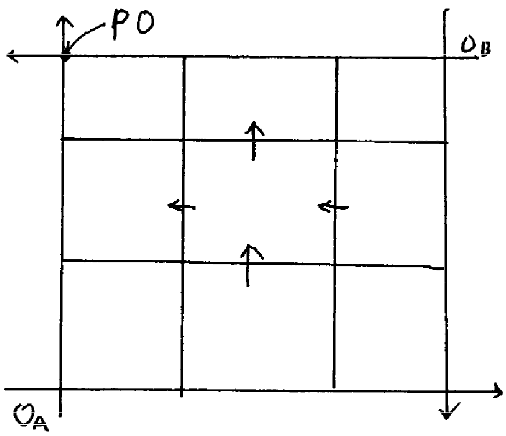

图 8.3: 当每个个体只消费一种商品时，唯一的帕累托有效配置点由盒子的左上角给出。

上边和左边。注意到尽管效用函数是连续且单调的，但弱帕累托有效配置可能不是帕累托有效的。这个例子说明，为保证弱帕累托有效性和帕累托有效性的等价性，偏好的严格单调性不能被单调性取代。

情形三 假设无差异曲线是完全互补的，则效用函数为

$$u_A(x_A) = \min\{ax_A^1, bx_A^2\}$$

和

$$u_B(x_B) = \min\{cx_B^1, dx_B^2\}.$$

一个特例是$a = b = c = d = 1$所代表的情形。

在此情形，帕累托最优配置点集为介于45^0度线之间的区域。

情形四 其中一人的无差异曲线是“**厚的(thick)**”。在这种情形，弱帕累托有效配置可能不是帕累托有效的。

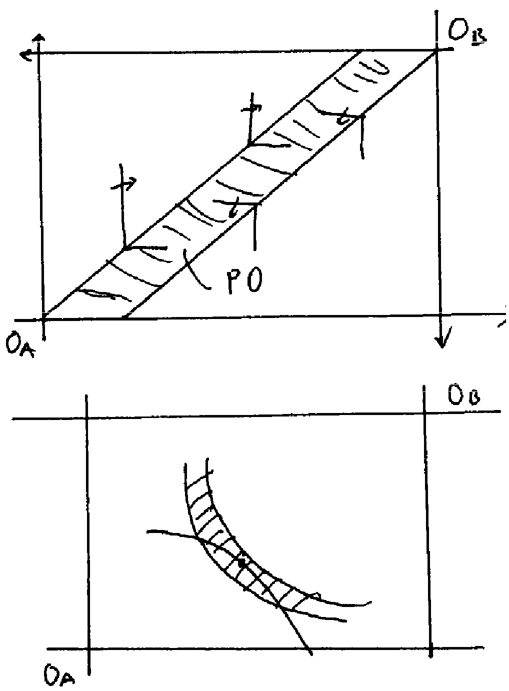

图 8.4: 第一幅图表明当无差异曲线完全互补时，契约曲线可能是“厚的”。第二幅图表明当无差异曲线是“厚的”时，弱帕累托有效配置可能不是帕累托有效的。

8.3 福利经济学第一基本定理

本节要介绍的福利经济学第一基本定理是经济学中最重要的定理之一，它证明了竞争市场制度在配置资源方面的的最优性：竞争均衡导致了帕累托有效配置。并且，该结论在非常一般的条件下成立，比保证竞争均衡的存在性的假定还要弱许多。本节所讨论的内容的几个隐含假定是个体的偏好是有序的、完全信息、商品是可分的和经济中不存在公共品或外部性。

定理 8.3.1 (福利经济学第一基本定理) *若(x, y, p) 为竞争均衡，则x是弱帕累托有效的。若偏好还满足非满足性，则它也是帕累托有效的。*

证明: 假设(x, y)不是弱帕累托最优的，则存在另外一个可行配置(x', y')，使得$x'_i \succ_i x_i, \forall i$。因此，我们必然有$px'_i > pw_i + \sum_{j=1}^J \theta_{ij} py_j, \forall i$。因此，将上述式子两端关于$i$累加，我们有

$$\sum_{i=1}^n px'_i > \sum_{i=1}^n pw_i + \sum_{j=1}^J py_j.$$

根据竞争均衡导致了利润最大化，我们有$py_j \geqq py'_j, \forall y'_j \in Y_j$，从而有

$$\sum_{i=1}^n px'_i > \sum_{i=1}^n pw_i + \sum_{j=1}^J py'_j. \tag{8.3.3}$$

或者

$$p[\sum_{i=1}^n x'_i - \sum_{i=1}^n w_i - \sum_{j=1}^J y'_j] > 0, \tag{8.3.4}$$

这与(x', y')是可行配置的事实相矛盾，因而(x, y)必是弱帕累托最优的。

为了证明在偏好的局部非满足性假定下竞争均衡是帕累托有效的，我们用反证法。假设(x, y)不是帕累托最优的。则存在另外一个可行配置(x', y')，使得$\forall i, x'_i \succcurlyeq_i x_i$且$\exists k, x'_k \succ_k x_k$。因此，根据偏好的局部非满足性，有

$$px'_i \geqq pw_i + \sum_{j=1}^J \theta_{ij} py_j \quad \forall i,$$

且由$x'_k \succ_k x_k$，我们有（为什么？请读者证明）

$$px'_k > pw_k + \sum_{j=1}^J \theta_{kj} py_j,$$

从而有

$$\sum_{i=1}^{n} px'_i > \sum_{i=1}^{n} pw_i + \sum_{j=1}^{J} py_j \geqq \sum_{i=1}^{n} pw_i + \sum_{j=1}^{J} py'_j. \tag{8.3.5}$$

这与(x', y')是可行配置的事实相矛盾。 □

第一福利经济学定理说明了，在人们的自利性行为假设下(惊讶的是，下面的反例说明，没有这个假设，市场可能导致了无效率配置！)，竞争市场经济导致了帕累托有效配置。尽管这只是一个理论结果，在现实中也大致成立。当然，无论是理论和实践，我们都知道市场不是万能的，有其适用边界，在许多情景下，市场会失灵和导致许多其他问题，但它是人类至今所发现的相对最有效经济制度，还没有找到更好的替代制度，这也是中国为什么进行改革开放，走市场经济之路的根本原因。当然，我们需要研究市场的边界，使之知道何时有效何时无效的问题。比如，在信息不完备、市场不完全竞争、存在外部效应等情况时，市场也许会导致无效率配置。在本书的最后两部分，我们将会讨论市场失灵及其如何修正的问题。

注. 若偏好的局部非满足性不满足，则竞争均衡x可能不是帕累托最优的，如对无差异曲线是“厚的”情形即如此，见图8.5。

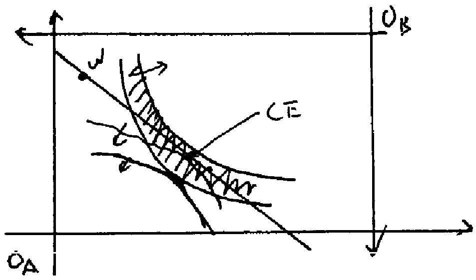

图 8.5: 当局部非满足性条件不满足时，竞争均衡可能不是帕累托有效的。

注. 注意到上述定理并不需要假定偏好的凸性和生产集的凸性。保证竞争均衡的帕累托有效性所需要的条件比保证竞争均衡的存在性所需要的条件更弱。

注. 若商品是不可分的，则竞争均衡配置x也可能不是帕累托最优的。

从图8.6中可以看出，由于消费1严格偏好x'，因此虽然点x是竞争均衡配置，但它不是帕累托最优的。因此，为保证福利经济学第一基本定理成立，商品消费的可分性条件是不可舍弃的。

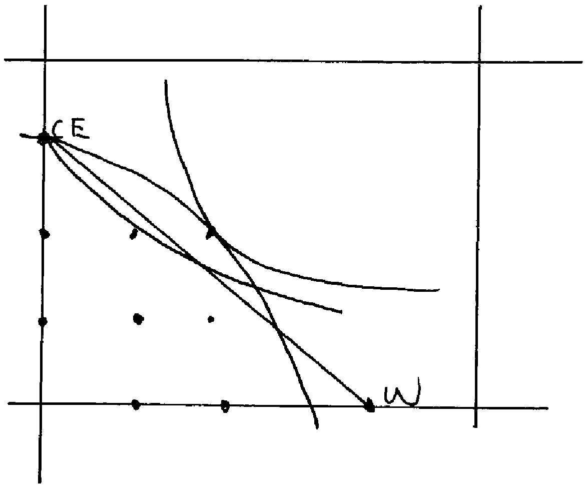

图 8.6: 当产品不可分时，竞争均衡配置可能不是帕累托有效的。

8.4　由一阶条件计算帕累托最优配置

现在讨论如何求解帕累托有效配置的问题，其基本方法是将其转化为求解有约束的优化问题。在前面所讨论的两人、两个商品纯交换经济的图显中，为求帕累托有效点，无论无差异曲线是否相切，一个方法是：给定一个人无差异曲线，找出另外一个人在此曲线上的效用最大化点，此点必定就是帕累托最优点。下面结果证明了，此技巧可以推广到任意多的经济人数，并且更重要的是，将求解帕累托最优点归结为个体在约束集下求最优解的问题，从而当效用函数是可微的，可给出帕累托最优解的一阶条件。

8.4.1　交换经济

命题 8.4.1 *可行配置x^*是帕累托有效的，当且仅当对所有的$i = 1, 2, \ldots, n$，x^*是如下问题的解：*

$$
\begin{aligned}
& \max_{x_i} u_i(x_i) \\
s.t. \quad & \sum x_k \leqq \sum w_k \\
& u_k(x_k) \geqq u_k(x_k^*), \forall k \neq i.
\end{aligned}
$$

证明: 先证充分性。假设x^*是所有人的效用最大化问题的解，但x^*不是帕累托有效的。这意味着存在某个配置x'，使得至少某个消费者的境况得到改善，而其他所有消费者的境况没有恶化。但这意味着x^*不是所有消费者的效用最大化问题的解。这就造成了

矛盾。

必要性：假设x^*是帕累托有效的，但它不是某个消费者的效用最大化问题的解。不妨设x'为该消费者效用最大化问题的解。则x'必然使该消费者的境况得到改善，但并没有使其它消费者的境况恶化，这与x^*是帕累托有效的假定相矛盾。命题得证。 □

如果效用函数$u_i(x_i)$是可微的，则我们可以定义上述问题的拉格朗日函数如下，并由此得到上述问题的一阶条件：

$$L = u_i(x_i) + q(\hat{w} - \hat{x}) + \sum_{k \neq i} t_k [u_k(x_k) - u_k(x_k^*)],$$

其一阶条件为

$$\frac{\partial L}{\partial x_i^l} = \frac{\partial u_i(x_i)}{\partial x_i^l} - q^l \leqq 0 \quad \text{等式成立当且} x_i^l > 0 \quad \forall l \& \forall i, \tag{8.4.6}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_k^l} = t_k \frac{\partial u_k(x_k)}{\partial x_k^l} - q^l \leqq 0 \quad \text{等式成立当且} x_k^l > 0 \quad \forall l; \forall k \neq l \tag{8.4.7}$$

由(8.4.6)，其中，x^*是内点解，则我们有

$$\frac{\frac{\partial u_i(x_i)}{\partial x_i^l}}{\frac{\partial u_i(x_i)}{\partial x_i^h}} = \frac{q^l}{q^h} = MRS_{x_i^l, x_i^h}, \tag{8.4.8}$$

由(8.4.7)，我们有

$$\frac{\frac{\partial u_k(x_k)}{\partial x_k^l}}{\frac{\partial u_k(x_k)}{\partial x_k^h}} = \frac{q^l}{q^h}, \tag{8.4.9}$$

因此我们有

$$MRS_{x_1^l, x_1^h} = \cdots = MRS_{x_n^l, x_n^h}, \quad l = 1, 2, \ldots, L; h = 1, 2, \ldots, L, \tag{8.4.10}$$

这是内点解为帕累托有效配置的必要条件(即任意两种商品的MRS对所有个体都相等)。当效用函数$u_i(x_i)$可微且拟凹时，一阶条件也是充分条件。

8.4.2　生产经济

为简单起见，我们假定经济中只有一个企业。设$T(y) \leqq 0$为生产(变换)前沿。类似地，我们可以证明下述命题。

命题 8.4.2 *可行配置*(x^*, y^*)*是帕累托有效的当且仅当*(x^*, y^*) *对所有的*$i = 1, 2, \ldots, n$，

(x^*, y^*)*都是下述问题的解：*

$$\begin{aligned}
& \max_{x_i} u_i(x_i) \\
s.t. \quad & \sum_{k\in N} x_k = \sum_{k \in N} w_k + y \\
& u_k(x_k) \geqq u_k(x_k^*) \text{ 对 } k \neq i \\
& T(y) \leqq 0.
\end{aligned}$$

若效用函数$u_i(x_i)$可微的，定义拉格朗日函数如下：

$$L = u_i(x_i) - \lambda T(\hat{x} - \hat{w}) + \sum_{k \neq i} t_k[u_k(x_k) - u_k(x_k^*)],$$

其一阶最优性条件为：

$$\frac{\partial L}{\partial x_i^l} = \frac{\partial u_i(x_i)}{\partial x_i^l} - \lambda^l \frac{\partial T(y)}{\partial x_i^l} \leqq 0 \quad \text{等式成立当且} x_i^l > 0, \forall l \ \& \ \forall i, \tag{8.4.11}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_k^l} = t_k \frac{\partial u_k(x_k)}{\partial x_k^l} - \lambda^l \frac{\partial T(y)}{\partial x_i^l} \leqq 0 \quad \text{等式成立当且 } x_k^l > 0, \ \forall l \ \& \ k \neq l \tag{8.4.12}$$

当x^*是内点解时，由(8.4.11)，我们有

$$\frac{\frac{\partial u_i(x_i)}{\partial x_i^l}}{\frac{\partial u_i(x_i)}{\partial x_i^h}} = \frac{\frac{\partial T(y)}{\partial y^l}}{\frac{\partial T(y)}{\partial y^h}}, \tag{8.4.13}$$

且由(8.4.12)，我们有

$$\frac{\frac{\partial u_k(x_k)}{\partial x_k^l}}{\frac{\partial u_k(x_k)}{\partial x_k^h}} = \frac{\frac{\partial T(y)}{\partial y^l}}{\frac{\partial T(y)}{\partial y^h}}. \tag{8.4.14}$$

从而有

$$MRS_{x_1^l, x_1^h} = \cdots = MRS_{x_n^l, x_n^h} = MRTS_{y^l, y^h} \quad \forall l \ \& \ h, \tag{8.4.15}$$

此即内点解是帕累托有效的必要条件。这意味着对所有个体两商品的MRS等于$MRTS$。当效用函数$u_i(x_i)$为可微拟凹函数且生产函数是凹函数时，上述条件也是内点解为帕累托有效配置的充分条件。

8.5 福利经济学第二基本定理

现在我们证明福利经济学第一基本定理的逆定理也成立。福利经济学第二基本定理告诉我们，在一些正规性假定下(包括偏好关系和生产集的凸性假设)下，任何一个

（包括那些相对平等的）帕累托最优配置都可以通过竞争市场和政府的转移支付手段相结合来达到。这个定理的重要性不言而喻，它意味着尽管市场制度存在着许多问题，在许多情景下会失灵，但我们没有必要放弃市场制度，改为其他经济制度，比如没有必要改为计划经济体制。为了解决资源配置的公平、贫富差距过大的问题，我们可以通过税收转移支付的手段，得到一个既有效率，也相对公平的配置。

我们首先定义转移支付竞争均衡(competitive equilibrium with transfers）的概念，即通过在个体之间转移若干禀赋后重新达到的竞争均衡。

定义 8.5.1 (转移支付竞争均衡) *对经济*$e=(e_1,\dots,e_n,\{Y_j\})$，$(x,y,p)\in X\times Y\times R^L_+$*称为***转移支付竞争均衡**，*如果*

(i) 对所有的$i=1,\dots,n$，*有*$x_i \succcurlyeq_i x'_i, \forall x'_i\in\{x'_i\in X_i: px'_i \leqq px_i\}$。

(ii) 对所有的$y'_j\in Y_j$，*有*$py_j \geqq py'_j$。

(iii) $\hat{x}\leqq\hat{w}+\hat{y}$ *(可行性条件)*。

注. 具有转移支付的均衡与使用初始禀赋求解预算约束下的效用最大化问题得到的竞争均衡不同。给定初始禀赋总量，具有转移支付的均衡，在求效用最大化时，不依赖初始禀赋。

注. 如果以上定义中的条件(i)由下列条件取代：

(i') $x'_i \succ_i x_i$意味着$px'_i \geq px_i\}$，$\forall i=1,\dots,n$,

则$(x,y,p)\in X\times Y\times R^L_+$称作为**拟转移支付竞争均衡**。注意到，如果$\hat{w}>0$, 偏好关系是连续和局部不满足的，则任何一个使得$x>0$的拟转移支付竞争均衡是转移支付竞争均衡。当偏好关系是严格凸时，拟转移支付竞争均衡价格$p>0$。证明可参见Mas-Colell, Whinston, and Green (1995)。

下面的福利经济学第二定理表明，每个帕累托有效配置都可以由通过重新分配禀赋得到的竞争均衡支撑，从而我们不必再寻找另外不同的经济制度来达到帕累托有效配置。这是现代经济学最重要的定理之一，且该定理也是微观经济学中证明较为复杂的定理之一。

定理 8.5.1 (福利经济学第二基本定理) *假设*(x^*,y^*)*是帕累托最优配置，其中*$x^*>0$，*另设*$\succcurlyeq_i$*连续、凸且严格单调，再设*Y_j*为闭凸集。则存在价格向量*$p\geq 0$，*使得*(x^*,y^*,p)*是具有转移支付的竞争均衡，即：*

(1) 若$x'_i \succ_i x^*_i$，*则*$px'_i > px^*_i$，$i=1,\dots,n$。

(2) 对任意的$y'_j\in Y_j, j=1,\dots,J$，*有*$py^*_j \geqq py'_j$。

证明: 首先定义严格上图集:

$$P(x_i^*) = \{x_i \in X_i : x_i \succ_i \ x_i^*\}. \tag{8.5.16}$$

令

$$P(x^*) = \sum_{i=1}^{n} P(x_i^*). \tag{8.5.17}$$

则根据$\succcurlyeq_i$的凸性，我们知$P(x_i^*)$是凸的，从而$P(x^*)$也是凸的。

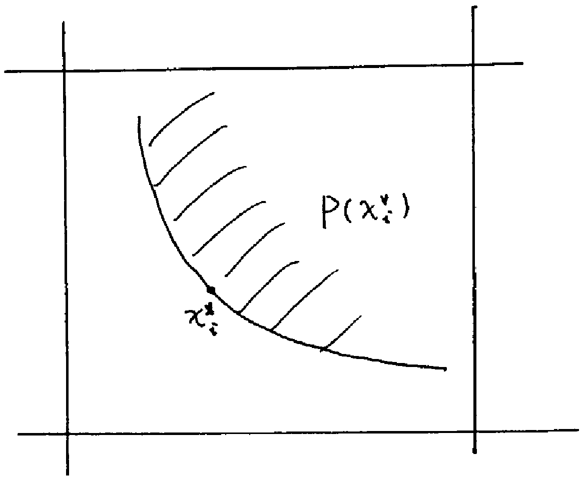

图 8.7: $P(x_i^*)$在通过x_i^*的无差异曲线之上的所有点的集合。

令$W = \{\hat{w}\} + \sum_{j=1}^{J} Y_j$，则$W$为所有可行配置的集合、闭且凸。根据$(x^*, y^*)$的帕累托最优性，有$W \cap P(x^*) = \emptyset$，从而根据一中介绍的分离超平面定理，存在$p \neq 0$，使得

$$p\hat{z} \geqq p\hat{\sigma} \ \ \forall \hat{z} \in P(x^*), \forall \hat{\sigma} \in W \tag{8.5.18}$$

下面我们分四步证明p是竞争均衡价格向量。

1. $p \geqq 0$

   为证明该结论，令$e^l = (0, \ldots, 1, 0, \ldots, 0)$，其中，$e^l$的第$l$个分量为1而其它所有分量都为0。设

   $$\hat{z} = \hat{\sigma} + e^l, \, \exists \, \hat{\sigma} \in W.$$

   则根据偏好的严格单调性和e^l的重新分配，有$\hat{z} = \hat{\sigma} + e^l \in P(x^*)$。因此，由(8.5.18)，我们有

   $$p(\hat{\sigma} + e^l) \geqq p\hat{\sigma}, \tag{8.5.19}$$

从而有

$$pe^l \geqq 0, \tag{8.5.20}$$

这意味着

$$p^l \geqq 0, for \quad l = 2, 3, \ldots, L. \tag{8.5.21}$$

2. 对所有的$y_j \in Y_j, j = 1, \ldots, J$，有$py_j^* \geqq py_j$。

   注意到(x^*, y^*)是帕累托有效配置且偏好序是严格单调的，我们可推得$\hat{x}^* = \hat{y}^* + \hat{w}$，从而我们有$p\hat{x}^* = p(\hat{w} + \hat{y}^*)$。因此，由(8.5.18)中的$p\hat{z} \geqq p(\hat{w} + \hat{y})$和$p\hat{w} = p\hat{x}^* - p\hat{y}^*$，我们有

$$p(\hat{z} - \hat{x}^*) \geqq p(\hat{y} - \hat{y}^*).$$

   令$\hat{z} \to x^*$，我们有

$$p(\hat{y} - \hat{y}^*) \leqq 0.$$

   对$k \neq j$，令$y_k = y_k^*$，由上述方程我们可得

$$py_j^* \geqq py_j \quad \forall y_j \in Y_j.$$

3. 若$x_i \succ_i x_i^*$，则

$$px_i \geqq px_i^*. \tag{8.5.22}$$

   为证明该结论成立，令

$$\begin{aligned} x_i' &= (1-\theta)x_i \quad 0 < \theta < 1, \\ x_k' &= x_k^* + \frac{\theta}{n-1}x_i \quad for \ \ k \neq i. \end{aligned}$$

   则根据$\succcurlyeq_i$的连续性和$\succcurlyeq_k$的严格单调性，我们有$x_i' \succ_i x_i^*, \forall i \in N$，因而若$\theta$充分小，则有

$$x' \in P(x^*). \tag{8.5.23}$$

   由(8.5.18)，我们得

$$p(x_i' + \sum_{k \neq i} x_k') = p[(1-\theta)x_i + \sum_{k \neq i}(x_k^* + \frac{\theta}{n-1}x_i)] \geqq p\sum_{k=1}^{n} x_k^*, \tag{8.5.24}$$

   从而有

$$px_i \geqq px_i^*. \tag{8.5.25}$$

4. 若$x_i \succ_i \ x_i^*$，我们必然有$px_i > px_i^*$。

若该结论不成立，则

$$px_i = px_i^*. \tag{8.5.26}$$

由于$x_i \succ_i x_i^*$，当$0 < \lambda < 1$充分接近1时，根据偏好的连续性，有$\lambda x_i \succ_i x_i^*$。由第三步证明的结论，我们有$\lambda px_i \geqq px_i^* = px_i$，从而由$px_i = px_i^* > 0$，我们得$\lambda \geqq 1$，这与$\lambda < 1$的事实相矛盾。

□

第二福利经济学定理说明了，任何一个帕累托有效配置都可以通过初始禀赋的再分配和市场竞争达到。给定初始禀赋，尽管没有转移支付的完全自由竞争市场均衡虽然导致有效的配置，但却可能是不太平等的配置，有人会消费很多商品，而另外一些人由于贫穷消费较小，从而造成社会不公平问题。第二福利经济学定理告诉我们，可以通过市场竞争和政府的共同作用来解决问题，即通过初始禀赋的再配置达到和竞争市场的运作，而不用通过取消市场竞争或其它方式来解决问题。因此，在现代经济理论中，政府并非不起作用，而是在市场失灵的时候要起到重要作用。因此，完全的市场经济并不是绝对的。政府通过在市场运作之前进行初始禀赋的再分配非常重要。

注. 当$\hat{w} > 0$时，偏好的严格单调性条件可以放宽为局部不满足性。另外，Mas-Colell, Whinston, and Green (1995)在更弱的条件下，即只在生产和偏好的凸性及局部不满足性下证明，任何一个内点的帕累托配置是拟转移支付竞争均衡。从而，当$\hat{w} > 0$,在生产集和偏好的凸性及局部不满足性下，我们可以证明第二福利经济学定理，参见Mas-Colell,Whinston, and Green (1995)。

对交换经济，转移支付竞争均衡与$w_i = x_i^*$时的正规竞争均衡是相同的。作为推论，我们有

推论 8.5.1 *设$x^* > 0$是帕累托最优配置，且$\succcurlyeq_i$是连续、凸和严格单调偏好序。则x^*是初始禀赋为$w_i = x_i^*$时的竞争均衡。*

注. 若$\succcurlyeq_i$可由凹且可微的效用函数表示，则福利经济学第二基本定理的证明将大大简化。效用函数为凹函数的一个充分条件是其海色(Hessian)矩阵是负定的。同时注意到单调变换不会改变偏好，在许多情况下，可以将拟凹效用函数变换为凹效用函数。比如对Cobb-Douglas效用函数，我们总可以做如下变化达到:

$$\begin{aligned} u(x,y) &= x^{\alpha}y^{\beta} \quad \alpha > 0, \beta > 0 \\ &\Leftrightarrow \quad u^{\frac{1}{\alpha+\beta}}(x,y) = x^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}y^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}, \end{aligned}$$

显然，当$\alpha + \beta > 1$时，原效用函数只是拟凹的，但经单调变换之后的效用函数是凹的。

交换经济福利经济学第二基本定理的微分形式

证明: 若$x^* > 0$是帕累托最优的，则我们有

$$Du_i(x_i) = q/t_i \quad i = 1, 2, \ldots, n. \tag{8.5.27}$$

我们要证明q是竞争均衡价格向量。为此，我们只需证明每个消费者都在约束集$B(q) = \{x_i \in X_i : qx_i \leqq qx_i^*)$中最大化其效用即可。实际上，根据$u_i$的凹性，我们有

$$\begin{aligned} u_i(x_i) &\leqq u(x_i^*) + Du_i(x_i^*)\,(x_i - x_i^*) \\ &= u(x_i^*) + q(x_i - x_i^*)/t_i \\ &\leqq u(x_i^*). \end{aligned}$$

上述不等式对凹函数成立的原因可以从图3.8看出

$$\frac{u(x) - u(x^*)}{x - x^*} \leqq u'(x^*). \tag{8.5.28}$$

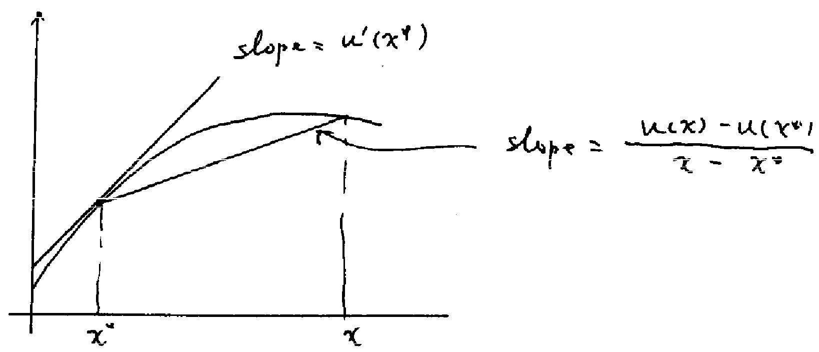

图 8.8: 凹函数

因此，我们有$u_i(x_i) \leqq u(x_i^*) + Du_i(x_i^*)\,(x_i - x_i^*)$。 □

8.6 非凸生产技术和边际成本定价

对福利经济学第二基本定理来说，凸性假定的不可缺失性可以从图8.9(a)中观察到。在该图中，配置x^*使消费者的福利最大，但对唯一能支撑x^*为效用最大化消费束的相对价格，企业甚至不能使其利润局部最大化(即使局部利润最大化都不可能)。相比较而言，福利经济学第一定基本理即使在凸性假设不满足也可能成立。如图8.9(b) 所

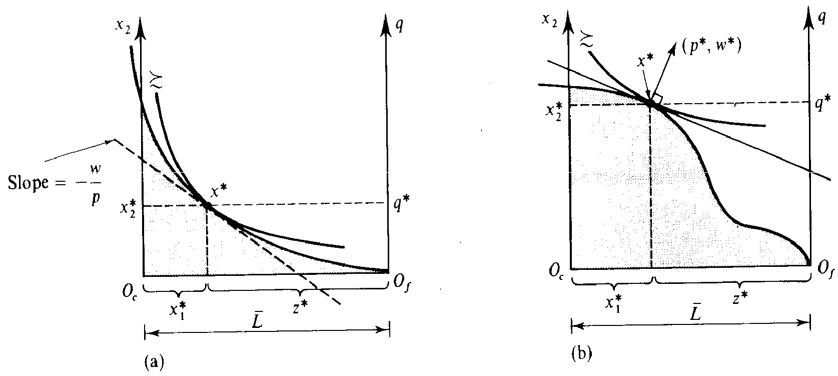

图 8.9: 图(a)表明福利经济学第二基本定理在非凸技术下不成立。图(b) 表明福利经济学第一基本定理即使在非凸技术下也成立。

示，任意瓦尔拉斯均衡在可行生产集上最大化了消费者的福利。

当生产可能性集非凸时，福利经济学第二基本定理不一定成立(这里我们不讨论消费的凸性假设，在大多数情况下都满足)。首先，如果对由固定成本或大规模收益递增所导致的非凸性（如很多行业包括高科技、电信、石油、铁路等自然垄断行业）情景来说，竞争均衡可能使每个企业都不能达到有效生产规模，从而对这些行业，生产可能只需要由一个企业或者少数几个企业进行（这不仅在中国，在外国许多具有规模经济的行业也是如此），于是企业是价格接受者的假定不再合理[1]。但这些企业一旦具有了自由定价权，他们会有激励采用垄断价格和降低产量来增加垄断利润，从整个社会资源配置效率的角度来说，垄断导致了资源的无效率配置。其次，即使企业是价格接受者的假定在某种程度上可接受，但它仍然不能支撑所给定的帕累托最优配置，即帕累托最优不能通过竞争市场达到，如图8.9(a) 和8.10所示。在图8.10中，在局部支撑生产计划y^*的相对价格处，企业将会处于亏损状态，从而企业宁愿不生产，以此避免该损失。另一方面，在图8.9(a)中，即使局部利润最大化也不能得到保证。

这样，对那些具有规模经济和需要不断创新的行业，怎样才能即做到保护垄断，发挥规模经济的优势，使得企业有激励进行创新，而从社会的角度又能导致资源的有效配置呢？这就需要由政府或第三方对其产品进行定价。但问题是如何定价才能导致资源的有效配置或最优。所以，对这些企业，应该有一个合理的科学的定价问题。当非凸或有规模经济时，利润最大化原则可能不再可行，人们需要采用采取其他的定价方式。在理论和现实中不少定价方法被提出，如平均成本定价、边际成本定价、无亏损定价等定价方法。我们下面证明，对在非凸情形，对边际成本定价来说，也有类似第二福利经济学定理结果，但第一福利经济学定理不一定成立。

[1]在许多行业尤其是高科技行业，固定成本非常大，边际成本却很小，必须发挥规模报酬递增优势对这些行业就显得非常重要。因此对这些行业中的企业来说，垄断是非常重要的。如果没有垄断，由于边际成本很小，一旦产品创新完成，则许多其它企业将很容易从模仿中受益。

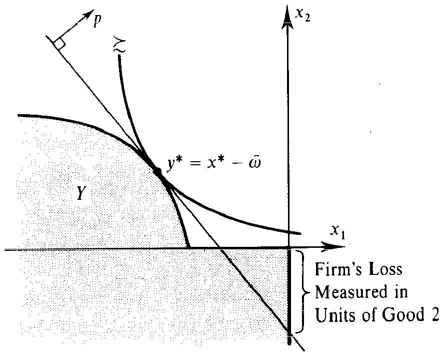

图 8.10: 在帕累托最优配置的价格下企业受到一定的损失

虽然非凸性不能支撑帕累托最优生产配置作为利润最大化选择，在企业的定价规则的可微性假定下，我们可使用前面导出的一阶必要条件得出类似于福利经济学第二定理但比其更弱的结果。下面的福利经济学第二定理对非凸生产集情形给出了相关结论：在一些正规的条件下，每一个帕累托最优配置都可通过具有转移支付的边际成本价格均衡得到。

定理 8.6.1 (生产集非凸时的第二福利定理) *假设企业j的转换函数（transformation function）$T_j(y)$ 是光滑的，且所有消费者具有连续、单调和凸偏好。若(x^*, y^*)是帕累托最优，且$x^* > 0$，则存在价格向量p和财富水平$(I_1, \ldots, I_n)$，其中$\sum_i I_i = p \cdot \sum_i w_i + \sum_j p \cdot y_j^*$，使得：*

(i) 对任意的企业j，我们有

$$p = \gamma_j \nabla T_j(y^*), \exists\ \gamma_j > 0.$$

(ii)对任意的i，x_i^*是$\succcurlyeq_i$在下述预算集上的最大解：

$$\{x_i \in X_i' : p \cdot x_i \leq I_i\}.$$

(iii) $\sum_i x_i^* = \sum_i w_i + \sum_j y_j^*$.

在上述定理中，由条件(i)到(iii)所表示的均衡的类型称为**转移支付边际成本价格均衡(marginal cost price equilibrium with transfers)**。该术语来自单一投入和单一产出情形的均衡概念，这时，价格等于边际成本。

如前所述，条件(i)成立并不意味着$(y_1^*, ..., y_J^*)$是价格接受者企业利润最大化的生产计划。该条件的意思是只有微小变动的生产计划才对利润没有一阶影响(如图8.9(a)所示，其中，在边际成本价格均衡处，企业实际上选择在有效生产中使利润最小的生产

计划)，且生产计划较大变动会提高利润(如图8.10所示)。因此，当这些具有自然垄断性质的行业由少数企业构成时，企业有激励提高产品价格，而不遵守由政府对其产品所给出的定价。因此，这些定价方法最大的问题是激励不相容。由于政府或者社会的目标同企业的目标并不一致，因而企业有动机改变其行为，如边际成本定价或者平均成本定价可能会导致企业亏损，而这同企业的利润最大化驱动相悖。为了获得配置(x^*, y^*)，规制者须防止具有非凸生产技术的企业管理者试图在价格p处最大化其利润。这就需要用到机制设计理论[2]。事实上，著者（Tian, 2010）已给出这样的激励机制，它执行了转移支付边际成本价格均衡配置。著者（Tian, 2009）针对其他定价的方式和非凸的经济环境类，也给出了类似的激励机制。

应该指出，上述定理的逆即每个边际成本价格均衡都是帕累托最优的，并不成立。如在图8.11中我们给出的单一消费者和非凸生产集经济。在该图中，x^*是价格系统$p = (1, 1)$的转移支付边际成本价格均衡。然而，配置x^*给消费者带来了更高的效用。非正式地，上述结果出现的原因是边际成本定价忽略了二阶条件，从而在配置x^*处社会效用最大化问题的二阶条件可能不成立。边际成本定价均衡不一定是帕累托最优配置。因此，一阶边际最优性条件(在图8.11中由无差异曲线的切线和生产曲面表示)成立不能保证配置是帕累托最优的。

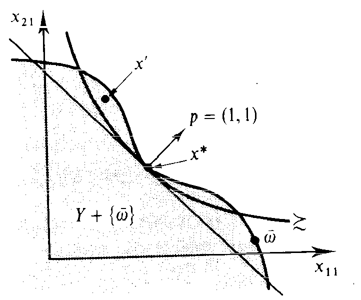

图 8.11: 在帕累托最优配置的价格下企业受到一定损失

有兴趣了解非凸生产集下讨论各种定价方式的读者，可参考Quinzii (1992)以获得更多的细节。

8.7 帕累托最优和社会福利最大化

市场均衡、福利经济学定理和社会福利最大化之间存在什么关系呢？由于帕累托有效配置有无穷多个，选择哪一个就成为我们现在要讨论的问题。

[2]机制设计理论源于上世纪三十年代社会主义大论战，导致了信息经济理论、合约理论、机制设计理论等成果。一般来说，大的学术论争和经济金融危机容易导致经济理论的重大创新。详细讨论见第五部分。

解决这个问题的一种途径是假定社会福利函数的存在。每个社会和政府都有其偏好，因而在选择帕累托配置时必然依赖于社会和政府的偏好。这里我们涉及到了社会福利的概念。即根据个人的偏好所导出的社会偏好，它对应于社会福利函数。社会福利函数函数一般关于个人效用假定是单调的，而且一般来说是拟凹或者凹的。

社会福利函数$W : X \to \Re$定义为$W(u_1(x_1), \ldots, u_n(x_n))$，这里$W(\cdot)$是单调递增函数。社会福利函数有两个典型的形式。

一个是功利主义效用函数，即将所有个体的效用进行加权平均所得的社会福利函数，是目前经济学理论和实证分析中最普遍和最通常采用的社会福利函数:

例 8.7.1 (功利主义社会福利函数) *效用主义(utilitarian)社会福利函数为*

$$W(u_1, \ldots, u_n) = \sum_{i=1}^{n} a_i u_i(x_i)$$

其中，$\sum a_i = 1, a_i \geqq 0$。它是个体效用的线性函数，每个人的效用在社会福利中的权重即为自身在社会中的权重。在效用主义规则下，社会状态更具效用的线性和排序。一个经常被批评的地方是只是追求效率，没有考虑到资源配置的平等问题。例如，城乡二元解构，使得一般城市居民在社会福利函数中的权重比农民一般来说要大一些。

二是罗尔斯社会福利函数[3]。他提出了两种社会福利函数，其中一种意味着只有当所有人的效用都提高时，社会的福利才能增加:

例 8.7.2 (罗尔森社会福利函数) *罗尔森(Rawlsian)社会福利函数定义为*

$$W(\cdot) = \min\{u_1(x_1), u_2(x_2), \ldots, u_n(x_n)\}.$$

罗尔森社会福利函数形式将处境最糟糕的个体的利益放在最优先的地位，它由Rawls (1971)首先用于道德体系中。在均衡时，所有个体效用相等，这意味着绝对平等。因此，罗尔斯社会福利函数体现了绝对平等。注意，该效用函数不是严格单调递增的。

8.7.1 纯交换经济中的社会福利最大化

假设一个经济在社会福利最大化处运行，即我们应该选择配置x^*，使得x^*为下述问题的解

$$\max W(u_1(x_1), \ldots, u_n(x_n))$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \leqq \sum_{i=1}^{n} w_i.$$

使社会福利最大化的配置同帕累托有效配置相比情况如何呢？如果单调性假定成立，社会福利最大配置必定是帕累托配置。

[3]哈佛大学哲学教授，1971年出版名著《功利论》

命题 8.7.1 *假设社会福利函数$W(\cdot)$严格单调。若x^*使社会福利函数达到最大，则x^*必然是帕累托最优的。*

证明: 反证法。假设x^*不是帕累托最优的，则存在另一个可行配置x'，使得对所有i，有$u_i(x_i') \geqq u_i(x_i)$，且存在k使得$u_k(x_k') > u_k(x_k)$。根据$W(\cdot)$的严格单调性，我们有$W(u_1(x_1'), \ldots, u_n(x_n')) > W(u_1(x_i), \ldots, u_n(x_n))$，因而$x^*$不是社会福利函数的最大解。 □

因此，每个使社会福利达到最大的配置都是帕累托有效的。反过来该结论还成立吗? 答案是肯定的。这里的关系同第一和第二福利经济学定理之间的关系类似，都是逆命题的关系。

根据福利经济学第二基本定理，我们知道每个帕累托有效配置是恰当地重新分配初始禀赋后的竞争均衡配置。这告诉我们竞争价格有其他经济涵义。由于它是福利最大化问题的拉格朗日乘子，竞争价格实际上衡量了产品的(边际)社会价值。

我们可以用功利主义社会福利最大化问题来证明这点：只要对一组u_i，选择恰当的$a_1, \cdots, a_n$，我们就可以证明：(1) 竞争均衡的价格事实上是社会福利最大化问题的影子价格，即拉格朗日乘子；(2) 我们可以由此定理找出市场均衡、福利经济学定理和社会福利最大化之间的关系。

下面我们要陈述的命题表明，每个帕累托有效配置也是使特定权重的效用主义社会福利函数达到最大值的配置。

命题 8.7.2 *设$x^* > 0$为任一帕累托最优配置。若u_i是可微、严格单调凹函数，则存在权重a_i^*，使得x^*是如下社会福利函数的最大解*

$$W(u_1, \ldots, u_n) = \sum_{i=1}^{n} a_i u_i(x_i), \tag{8.7.29}$$

且$a_i^* = \frac{1}{\lambda_i}, \lambda_i = \frac{\partial V_i(p, I_i)}{\partial I_i}$，其中，$V_i(\cdot)$是消费者$i$的间接效用函数。

证明: 由于x^*是帕累托有效配置，因此根据福利经济学第二基本定理，它也是禀赋为$w_i = x_i^*$时的竞争均衡配置。因此根据一阶条件，我们有

$$D_i u_i(x_i^*) = \lambda p, \tag{8.7.30}$$

其中，p是竞争均衡价格向量。

对福利最大化问题

$$\max \sum_{i=1}^{n} a_i u_i(x_i)$$
$$s.t. \sum x_i \leqq \sum x_i^*,$$

由于u_i为凹函数，当且其一阶条件

$$a_i \frac{\partial u_i(x_i)}{\partial x_i} = q \quad i = 1, \ldots, n \tag{8.7.31}$$

对某个q成立，对恰当权重的选择，x^*也可能是上述问题的解。的确如此，如果令$a_i^* = \frac{1}{\lambda_i}$和$p = q$，则两个问题的一阶条件完全恒等。因此，$x^*$同时也使福利函数$\sum_{i=1}^n a_i^* u_i(x_i')$达到最大。 □

这样，由于市场均衡价格向量是福利最大化问题的拉格朗日乘子，它衡量了商品的边际社会价值。这个命题对市场竞争商品价格给出了一个启示，即竞争均衡的价格事实上是社会福利最大化问题的影子价格。

在前面的命题8.4.1中，我们给出了如何将帕累托最优问题转化为约束最优化问题的一种方法，即每个个体在保证其他人效用不变低和资源约束条件下求最优解。命题8.7.1实际上是给出了另外一种将帕累托最优问题转化为约束最优化问题的方法。为求得帕累托有效配置，可以转而求解社会福利最大化配置，因为其一阶条件相同。对不同的$a_1, \cdots, a_n$选择，我们可以得到不同的帕累托最优配置。

8.7.2 生产经济中的社会福利最大化

我们也可类似讨论具有生产经济环境下的社会福利最大化问题。如果存在生产，则社会福利最大化问题可通过可行性约束来考虑生产，即$\hat{x} = \hat{y} + \hat{w}$（生产计划和消费的关系，$w$是初始禀赋），这样可减少约束方程的个数。因此，在这种情形，为求帕累托有效配置，我们也可以通过社会福利最大化问题来求解。

首先我们由下述转换函数定义选择集：

$$T(\hat{x}) = 0 \quad \text{其中} \quad \hat{x} = \sum_{i=1}^n x_i. \tag{8.7.32}$$

生产经济的社会福利最大化问题为

$$\max W(u_1(x_1), u_2(x_2), \ldots, u_n(u_n)) \;\; s.t. \;\; T(\hat{x}) = 0. \tag{8.7.33}$$

定义拉格朗日函数为

$$L = W(u_1(x_1), \ldots, u_n(u_n)) - \lambda T(\hat{x}). \tag{8.7.34}$$

上述问题的一阶最优性条件为

$$W'(\cdot) \frac{\partial u_i(x_i)}{\partial x_i^l} - \lambda \frac{\partial T(\hat{x})}{\partial x_i^l} \leqq 0 \quad \text{等式成立当且} x_i^l > 0, \tag{8.7.35}$$

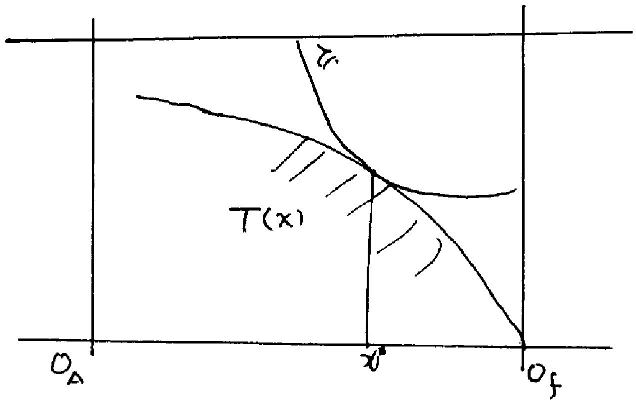

图 8.12: 福利最大化

因此，当x为内点解时，有

$$\frac{\frac{\partial u_i(x_i)}{\partial x_i^l}}{\frac{\partial u_i(x_i)}{\partial x_i^k}} = \frac{\frac{\partial T(\hat{x})}{\partial x^l}}{\frac{\partial T(\hat{x})}{\partial x_i^k}}. \tag{8.7.36}$$

即

$$MRS_{x_i^l, x_i^k} = MRTS_{x^l, x^k, \, \forall i \in N}. \tag{8.7.37}$$

刻画社会福利最大的条件要求所有个体的任意两种商品的边际替代率相等，且等于边际技术替代率，这和帕累托有效配置的一阶条件完全一样。

8.8 政策涵义

在这一章中，我们介绍了如下内容：

1. 根据福利经济学第一基本定理，只要市场没有失灵，政府不应该干预竞争市场，应给予人们充分经济自由，所以应该尽量减少各类补贴(subsiding)，对竞争行业放开价格，尽可能减少政府干预和规制(regulation)，消除进出口壁垒(import-export barriers)等等。当然，市场有效性的隐含前提是要有一个规范的市场，因而应该合理界定和理清市场、政府与社会的治理边界，第一福利经济学定理对市场的边界给出了基本界定，论证了产权明晰的自由竞争市场在配置资源方面的有效性。但这样结果成立还有许多隐含条件。其中一个隐含条件就是，有效的市场必要条件是需要有一个有限，从而有效的政府。有限有效政府基本作用简单说来就是两个：维护和服务，否则就会出现政府角色的过位、缺位和错位。在维护方面，政府所应做的事情是维护国家安全和社会稳定，保证经济有一个良好的竞争环境和人们有完全的经济自由，确保市场有效，让百姓、国家的资产得到保护和避免其流失。由于市场在许多情境下会失灵，特别是在公共服务（如公共卫生、公共教育、生态环境保护、解决收入差距过大等公

共事务方面)，希望政府提高辅助支持和服务。

2. 即使我们想要达到某个所希望的帕累托最优配置，该配置也许不同于现有禀赋下的竞争均衡配置，但我们可以通过调整初始禀赋做到，而不是干扰价格,进行规制，甚至是取消市场。这就是说，如果达到的帕累托最优配置不是那么公平或平等，政府应做的是，可以采用转移支付的方式来解决问题，并保证竞争环境不受影响。根据福利经济学第二基本定理，我们能通过调整初始禀赋来获得所希望的配置结果。这样，即使政府对资源的配置有某种价值取向，希望具有其他性质（如公平）的配置，也不应该取消市场。计划经济本质上就是取消市场，但这点误解了马克思的观点。即使竞争产生垄断和贫富差距，人们不需要取消市场。对于垄断，可以通过拆分垄断企业来保持竞争或对有规模经济的自然垄断由政府或第三方低价来解决。对于贫富差距问题，可以通过税收来进行调节，通过公共服务给予解决。

3. 市场不是万能的，而是有边界和局限性的。在许多情形，市场可能失灵，者竞争均衡不存在，或竞争均衡存在但不是帕累托最优的，因而福利经济学第一或者第二基本定理不能在这些情形中应用。因此当我们得出上述推论时，我们必须注意到上述结果成立所给出的前提条件。我们给出这些条件时，其实也意味着在给出政策建议。在应用这些结论时，应该注意让这些结果成立的条件是否满足。当这些条件不具备时，市场可能会失灵，只有在这样的情景下，我们才需要政府发挥作用，需要寻找新的制度安排，但并非完全取消市场，而需通过一些辅助的制度安排来解决市场失灵问题。例如，由于规模经济的存在，政府应该对企业进行恰当的价格干预。但由于企业生产方面的信息是私人信息，因而可能要用到机制设计理论来解决定价问题。第一福利经济学基本定理也是有其边界条件的（比如，没有公共品和外部性、市场完全竞争、规模报酬不变、商品可分、偏好局部费满足）等。如果不加辨别地用斯密的"看不见的手"理论，则是原教旨市场主义在作怪。经济金融危机产生的原因，可能是因为存在外部性。因此，在采取政策时应该注意这些定理成立的前提条件。因此，分析和解决问题时要因时因人因地而异，具体情况具体分析，看是否大致满足理论所给出条件。现实经济系统同工程物理系统不一样，其很多参数并不可观测和控制，因而在分析解决问题时尤其要注意先决条件是否满足，要注意内在因果关系，注意条件和结论的内在逻辑。

竞争均衡存在所需要的条件是：

(i) 凸性(消费分散化和不存在规模收益递增)，

(ii)单调性(自利行为)，和

(iii) 连续性，

(iv) 可分性，

(v) 完全竞争，

(vi) 完全信息，等等。

如果这些条件没有满足，可能就不能保证竞争均衡的存在性。

福利经济学第一基本定理成立所需要的条件是：

(i) 局部非满足性(无限欲望),

(ii) 可分性，

(iii) 无外部性，

(iv) 完全竞争，

(v) 完全信息，等等。

如果这些条件没有满足，就可能不能保证每个竞争均衡配置都是帕累托有效的。

福利经济学第二基本定理成立所需要的条件是：

(i) 偏好和生产集的凸性，

(ii) 单调性(自利行为)，

(iii) 连续性，

(iv) 可分性，

(v) 完全竞争，

(vi) 完全信息，等等。

如果这些条件没有满足，就可能不能保证每个帕累托有效配置都能被转移支付竞争均衡支撑。

总之，特别值得注意的是，在给出结论，特别是作政策建议时，我们应该注意经济理论成立所隐含或者非隐含的前提条件。对一般均衡理论来说，我们应该注意该理论成立所需要的可分性、无外部性、无规模收益递增、完全竞争和完全信息等条件是否满足。如果这些条件没有满足，竞争均衡可能不存在，或者即使存在也不是帕累托有效的，或者帕累托有效配置不能被转移支付竞争均衡支撑。只有当市场失灵时我们才能采取另外的经济制度。我们将在四和五中讨论市场失灵和解决市场失灵问题的方法。

8.9 第八章习题

习题 8.1 （不可分商品）考虑一个两商品（x和y）n消费者的经济。假设偏好严格递增，考虑以下两种情形：

(a) x是可分的，但y只能消费整数单位。

(b) x和y都只能消费整数单位。

如果竞争均衡存在，那么竞争均衡在*(a)* 和*(b)* 中可能不是帕累托最优吗？如果可能不是帕累托最优，请给出一个例子；如果是帕累托最优，请说明理由。

习题 8.2 （非凸生产集）相对于消费而言，非凸对于生产是一个更严重的问题。
(a) 经济中消费者的数目远多于生产者这一事实能否有助于证实以上论断？为什么众多的消费者可以减轻非凸给竞争均衡存在性带来的问题？
(b) 以上论断和福利经济学第一定理相关吗？
(c) 请给出一个非凸的偏好存在竞争均衡的纯交换经济的例子。
(d) 请给出一个非凸的偏好不存在竞争均衡的纯交换经济的例子。
(e) 偏好非凸时，保证竞争均衡存在的定理的哪个条件不成立？

习题 8.3 （*命题8.2.1*）*考虑命题8.2.1：在偏好连续性和严格单调性假设下，弱帕累托有效性意味着帕累托有效性。*
(a) *证明该命题时，哪里用到了严格单调性假设?*
(b) *除了连续性和严格单调性，还有其它隐含的条件吗?*
(b) *如果偏好满足连续性，并且弱帕累托有效集与帕累托有效集相同，那么偏好是否一定满足严格单调性?*

习题 8.4 （*完全替代的偏好序*）*考虑一个两消费者两商品的纯交换经济。消费空间为*$X_A = X_B = \Re^2_+$，*禀赋*$w_A = (4, 0)$，$w_B = (2, 8)$。*效用函数为*

$$\begin{aligned} u_A(x^1_A, x^2_A) &= x^1_A + 2x^2_A \\ u_B(x^1_B, x^2_B) &= x^1_B + x^2_B \end{aligned}$$

(a) *通过做第七章习题的第5题你已经找出竞争均衡，它是帕累托有效的吗?*
(b) *请找出所有帕累托有效的配置。*

习题 8.5 （*柯布-道格拉斯效用函数*）*考虑一个两消费者两商品的纯交换经济。消费集*$X_1 = X_2 = \Re^2_{++}$；*禀赋*$w_1 = (2, 1)$，$w_2 = (1, 2)$；*效用函数为:*

$$\begin{aligned} u_1(x_1, y_1) &= \ln x_1 + \ln y_1 \\ u_2(x_2, y_2) &= \ln x_2 + \alpha \ln y_2 \end{aligned}$$

(a) *对于任意的正实数*α，*用一个公式*$y_1 = f(x_1, \alpha)$*描述帕累托最优配置。*
(b) *对于*$\alpha = 2$，*在埃奇沃斯盒中画出帕累托最优集。*
(c) α*取何值时，初始禀赋是竞争均衡?*

习题 8.6 （*缩小的消费空间*）*考虑一个两消费者两商品的纯交换经济。对于消费者*$i = 1, 2$，*消费空间均为:*

$$X_i = \{x_i \in \Re^2_+ : x^1_i + x^2_i \geqq 1\}$$

消费者的禀赋分别为$w_1 = (1, 0)$，$w_2 = (1, 2)$，*效用函数分别为:*

$$\begin{aligned} u_1 &= x^1_1 + 2x^2_1 \\ u_2 &= \ln x^1_2 + \ln x^2_2 \end{aligned}$$

(a) 请找出所有帕累托有效的配置。

(b) 如果对于消费者$i=1,2$，消费集变为$X_i=\Re^2_+$，通过做第七章习题的第8题你已经找出竞争均衡，它是帕累托有效的吗?

(c) 请在前一问的基础上找出消费集为$X_i=\Re^2_+$时的契约曲线。

习题 8.7 （非严格递增的偏好）考虑一个两消费者两商品的纯交换经济。消费者A和B的消费组合满足$(x_A,y_A),(x_B,y_B)\in\Re^2_+$，效用函数分别为：

$$
\begin{aligned}
u_A(x_A,y_A) &= x_A\cdot y_A\\
u_B(x_B,y_B) &= x_B+5
\end{aligned}
$$

初始禀赋为$(w^x_A,w^y_A)=(0,10)$，$(w^x_B,w^y_B)=(5,10)$。

(a) 请在埃奇沃思盒内画出所有帕累托有效的配置。

(b) 通过做第七章习题的第10题你已经找出竞争均衡，竞争均衡是帕累托有效的吗? 所有帕累托有效的配置应该是什么?

习题 8.8 （福利经济学第一定理）考虑一个n消费者L种商品的纯交换经济。消费者的禀赋为w_i（$i=1,\ldots,n$）。消费者的偏好序$\succcurlyeq_i$定义在消费集$X_i=\Re^L$上。

(a) 请给出竞争均衡的定义和帕累托有效配置的定义。

(b) 请描述并证明福利经济学第一定理，如果需要其它假设条件请予以补充。

(c) 对于这个纯交换经济，福利经济学第一定理是否可能不成立? 如果是，请给出一个例子；如果不是，请说明理由。

习题 8.9 （福利经济学第二定理）考虑一个n消费者L种商品和J个生产者的经济。假设消费空间$X_i=\Re^L_{++}$，$i=1,\ldots,n$；消费者的禀赋为w_i，消费者的偏好序$\succcurlyeq_i$满足连续性和严格单调性。生产者j的生产计划向量$y_j\in Y_j$，$j=1,\ldots,J$。

(a) 请给出偏好序$\succcurlyeq_i$连续性和严格单调性的定义。

(b) 请定义具有转移支付的竞争均衡。

(c) 在这个经济中，福利经济学第一定义成立吗? 如果成立请说明理由，如果不成立请补充条件使其成立。

(d) 在这个经济中，福利经济学第二定义成立吗? 如果成立请表述该定理，如果不成立请补充条件后表述该定理。

(e) 请描述出福利经济学第二定理证明的基本步骤。

(f) 假设偏好序$\succcurlyeq_i$可以用严格单调的可微函数u_i表示；如果$x^*>0$是帕累托有效配置，请证明：存在权重a_i使得

$$x^*=\arg\max_{x\in X_i}\textstyle\sum_{i=1}^n a_iu_i(x_i)$$

如果需要其它条件请予以补充。

(g) 拟凹的效用函数意味着偏好是凸的。如果u_i是拟凹的，可以证明福利经济学第二定理的微分形式吗? 如果可以请予以证明，如果不是请注明条件后予以证明。

习题 8.10 （改编自哈佛大学经济系2009年春季博士生资格考试题）考虑一个两消费者两商品的纯交换经济。每种商品的总禀赋都是1。消费者的效用函数分别为：

$$\begin{aligned} u_1 &= (x_1^1)^{\frac{1}{2}} + (x_1^2)^{\frac{1}{2}} \\ u_2 &= x_2^1 \end{aligned}$$

(a) 这个经济的帕累托有效集是什么？

(b) 如果总禀赋是平均地在消费者间分配，竞争均衡是什么？

习题 8.11 （改编自哈佛大学经济系2010年春季博士生资格考试题）考虑一个两商品三消费者的纯交换经济。每种商品的总禀赋都是1。消费者的效用函数为：

$$\begin{aligned} u_i &= (x_i^1)^2 + (x_i^2)^2, i = 1, 2. \\ u_3 &= x_3^1 x_3^2 \end{aligned}$$

(a) 对于给定消费者1和2的效用水平$\bar{U}$，消费者3实现效用最大化的配置是什么？

(b) 给定消费者1和2的初始禀赋$(\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ 和消费者3的初始禀赋$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$，请计算竞争均衡。

习题 8.12 （改编自波士顿大学经济系2010年八月博士生资格考试题）请判断以下论断是否正确并说明理由：

(a) 即使所有消费者都有相同的凸偏好，也可能不存在使得每位消费者得到相同消费束的帕累托有效配置。

(b) 设(x^*, p^*)是一个交换经济的竞争均衡，消费者偏好的局部非满足性都成立。现在改变这个经济，增加一个包括原点的生产可能性集Y，该生产可能性集满足

$$\max_{y \in Y} p^* \cdot y = 0$$

即新增加的技术保证在价格p^*时最大利润为0。那么新的经济相对于原来经济的配置x^*有可能实现帕累托改进吗？

习题 8.13 （威斯康辛大学麦迪逊分校经济系1998年八月博士生资格考试题）考虑一个一消费一生产者两商品的经济。消费集为$X_i = \Re_+^2$，其禀赋为$(\omega, 0)$，其中ω是一个正整数，效用函数满足严格递增、严格拟凹、连续。企业使用商品1生产商品2的技术为：对于整数k，需要$k+1$单位商品1生产$k+z$单位商品2，$z \in (0, 1]$。产出可以自由配置（free disposal）。

(a) 请画出这个经济的生产集。

(b) 该经济中福利经济学第一定理是否成立？若成立请予以证明，否则请给出一个反例。

(c) 请给出一个例子说明尽管竞争均衡是帕累托最优，但福利经济学第二定理不成立。

(d) 这个经济中竞争均衡是否必定存在？为什么？

(e) 如果这个经济中有多个企业和多个消费者，竞争均衡是否必定存在？为什么？

习题 8.14 （改编自斯坦福大学经济系2007年春季博士生资格考试题）考虑一个两消费者两商品的纯交换经济。消费者的消费集为$\Re_+^2$。每位消费者的效用函数都是

$$u_i(x_i) = \min\{x_i^1, x_i^2\}$$

(a) 如果经济中仅有两位消费者1和2，其禀赋分别为$w_1 = (1,0)$，$w_2 = (0,1)$，那么瓦尔拉斯均衡是什么?

(b) 请问前一问中的满足弱帕累托有效配置的集合是什么?

(c) 如果经济中有三个消费者，禀赋分别为$w_1 = (1,0)$，$w_2 = (0,1)$，$w_3 = (0,1)$，满足弱帕累托有效配置的集合是什么?

习题 8.15 （改编自斯坦福大学经济系2007年秋季博士生资格考试题）考虑一个两消费者两商品的纯交换经济。消费者的消费集为$\Re_+^2$。每位消费者的效用函数都是

$$u_i(x_i) = \max\{x_i^1, x_i^2\}$$

(a) 如果经济中仅有两位消费者1和2，消费者的禀赋分别为$w_1 = (1,1)$，$w_2 = (1,1)$，那么瓦尔拉斯均衡是什么?

(b) 前一问中的经济满足帕累托有效配置的集合是什么? 满足弱帕累托有效配置的集合又是什么?

(c) 如果经济中有三位消费者，禀赋分别为$w_1 = (1,1)$，$w_2 = (1,1)$，$w_3 = (1,1)$，满足帕累托有效配置的集合是什么?

习题 8.16 （改编自斯坦福大学经济系2010年春季博士生资格考试题）考虑如下一个两商品两消费者的交换经济。消费者的消费集均为$\Re_+^2$。消费者的效用函数分别为:

$$\begin{aligned} u_1(x_1) &= \min\{x_1^1, x_1^2\} \\ u_2(x_2) &= \max\{x_2^1, x_2^2\} \end{aligned}$$

(a) 如果禀赋为$w_1 = (1,0)$，$w_2 = (0,1)$，这个经济中的弱帕累托有效配置是什么?

(b) 如果两位消费者的禀赋变为$w_1 = (1,0)$，$w_2 = (\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$，此时的弱帕累托有效配置又是什么?

习题 8.17 （改编自加州大学戴维斯分校经济系2006年八月博士生资格考试题）考虑一个两消费者两商品的经济。消费者的偏好分别为:

$$\begin{aligned} u_1(x_1, y_1) &= \min\{2x_1, y_1\} \\ u_2(x_2, y_2) &= x_2 y_2 \end{aligned}$$

经济中总的资源有1单位x和3单位y组成。

(a) 请找出这个经济的帕累托最优配置，并在埃奇沃斯盒中画出合同曲线。

(b) 请找出两位消费者效用水平相同的帕累托最优配置并在埃奇沃斯盒中标出。

(c) 假定经济中的初始禀赋为$w_1 = (1,0)$，$w_2 = (0,3)$，请计算竞争均衡。

(d) *假设平均主义的规划者能通过税收和补贴再分配财富，请计算如何征税和补贴可使两位消费者得到相同的效用。*

(e) *假定规划者可以知道每位消费的偏好，效用平均化在本题中是平均主义规划者的合理目标吗？对于一般的情形呢？*

习题 8.18 *（改编自加州大学戴维斯分校经济系2008年六月博士生资格考试题）考虑一个I消费者L商品的纯交换经济$e = (u_i, w_i)_{i=1}^I$。消费者的效用函数u_i都是连续且严格递增的。禀赋w_i满足$\sum_{i=1}^I w_i > 0$。取商品束$g \in \Re_+^L$，$g \neq 0$，定义每个消费者的利益函数*

$$b_i(x_i, v_i) = \max\{\beta \in \Re | u_i(x_i - \beta g) \geqq v_i\}$$

其中$x_i \in \Re_+^L$是消费者i的消费向量，$v_i \geqq u_i(0)$ 是效用水平。

(a) *解释$b_i(x_i, v_i)$并给出其在两商品经济中的几何表示。*

(b) *证明$u_i(x_i) \geqq v_i$意味着$b_i(x_i, v_i) \geqq 0$，并且$u_i(x_i) > v_i$时也有严格不等号成立。*

(c) *考虑可行的配置$x = (x_1, \cdots, x_I) \in \Re_+^{LI}$（即$\sum_i x_i \leqq \sum_i w_i$），取$v_i = u_i(x_i)$。假定存在可行的配置$\tilde{x}$使得$\sum_{i=1}^I b_i(\tilde{x}_i, v_i) > 0$。证明配置$x$不是帕累托有效的。*

(d) *在埃奇沃斯盒中画出前一问的结果，考虑$b_1(\tilde{x}_1, v_1) > 0$，$b_2(\tilde{x}_2, v_2) < 0$。*

(e) *运用(c) 中的结果证明如下通常被称为"zero-maximum principle" 的结果：如果x^*是帕累托最优配置，并且$v_{i*} = u_i(x_{i*})$，则x^*是最大化问题*

$$\max\left\{\sum_{i=1}^I b_i(x_i, v_{i*}) \middle| x \in \Re_+^L, \sum_{i=1}^I x_i \leqq \sum_{i=1}^I w_i\right\} \tag{ZMP}$$

的解；证明(ZMP)的最大值为0，并解释这一结果。

(f) *证明逆命题：如果x^*是(ZMP)的解，则x^*是帕累托最优配置。*

(g) *除了以上提及的假设，还假设效用函数u_i是拟凹的，证明利益函数$b_i(x_i, v_i)$是x_i的凹函数。*

习题 8.19 *（改编自威斯康辛大学麦迪逊分校经济系2010年一月博士生资格考试题）考虑一个两消费者两商品的纯交换经济。总禀赋$(\hat{w}^1, \hat{w}^2)$严格为正。两位消费者的偏好可分别用效用函数表示为：*

$$\begin{aligned} u_1(x_1) &= \min\{x_1^1, x_1^2\} \\ u_2(x_2) &= \min\{x_2^1, x_2^2\} \end{aligned}$$

(a) *请求出当$\hat{w}^1 = \hat{w}^2 = e > 0$时的帕累托最优集。*

(b) *请求出消费者的禀赋为$(3, 5)$和$(5, 3)$时的竞争均衡。均衡价格唯一吗？*

(c) *请求出$\hat{w}^1 = e > 0$，$\hat{w}^2 = 2e$时的帕累托最优集。*

习题 8.20 *（改编自明尼苏达大学经济系2004年春季博士生资格考试题：Minors）对于以下的情形，请分别给出一个纯交换经济的例子。你可以使用任意数目的商品种类，但必须包括至少两位消费者和无穷多种可行的配置。*

(a) 不存在帕累托有效配置。
(b) 每一个配置都是帕累托有效。
(c) 恰好有一个帕累托有效配置。
(d) 恰好有两个帕累托有效配置。
(e) 恰好有三个帕累托有效配置。
(f) 存在一个不是帕累托有效配置的瓦尔拉斯均衡配置。

习题 8.21 （改编自明尼苏达大学经济系2004年春季博士生资格考试题）考虑一个没有自由配置的纯交换经济。经济中有两种商品x和y，两位消费者1和2，每位消费者的消费集均为$\Re^2_+$。禀赋向量分别为$w_1 = (\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$，$w_2 = (\frac{3}{4}, \frac{3}{4})$。偏好可分别用效用函数表示为：

$$\begin{aligned} u_1 &= (x_1)^2 + (y_1)^2 \\ u_2 &= \min\{x_2, y_2\} \end{aligned}$$

考虑一个配置$A = (x_1, y_1, x_2, y_2) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$。
(a) 配置A满足帕累托有效吗？为什么？
(b) 在前一章的习题中，你已经尝试了寻找某种再分配的方式，使得A是竞争均衡。你的结果是否违背了福利经济学第二定理？

习题 8.22 （改编自明尼苏达大学经济系2006年秋季博士生资格考试题：Minors）
A女士的偏好$\succcurlyeq_A$定义在实数区间$[0,1]$上，越靠近0的元素越被A女士偏好。B女士的偏好$\succcurlyeq_B$也定义在实数区间$[0,1]$上，越靠近1的元素越被B女士偏好。
(a) 区间$[0,1]$上的哪些元素是帕累托有效的？
(b) 是否存在代表A女士的偏好的效用函数$U_A(x)$和代表B女士的偏好的效用函数$U_B(x)$，通过最大化$U_A(x) + U_B(x)$得到所有帕累托有效的元素x？

习题 8.23 （改编自明尼苏达大学经济系2006年秋季博士生资格考试题：Minors）
考虑一个两消费者两商品的纯交换经济。消费者的效用函数连续可导且边际效用为正。
(a) 请解释为什么寻找帕累托最优配置可以通过解有约束的最大化问题。
(b) 请推导内点解的帕累托最优配置的一节条件。

习题 8.24 （改编自明尼苏达大学经济系2007年秋季博士生资格考试题：Minors）
考虑一个两消费者两商品的纯交换经济，经济中允许自由配置（with free disposal）。消费集均为$\Re^2_+$。消费者1的效用函数为：

$$u_1(x_1, y_1) = 200 - (10 - x_1)^2 - (10 - y_1)^2.$$

消费者2的偏好为字典序，且先比较x_2再比较y_2。两位消费者的禀赋相同，均为：

$$w_i = (10, 10),\ i = 1, 2.$$

(a) 请画出这个经济的埃奇沃思盒。
(b) 请求出这个经济中的帕累托最优配置。如果不存在，请说明理由。
(c) 如果这个经济中存在竞争均衡，请求出来。如果没有均衡请说明理由。

习题 8.25 （改编自明尼苏达大学经济系2008年秋季博士生资格考试题：Minors）考虑一个两消费者（1和2）两商品（a和b）的纯交换经济。假定每种商品的总禀赋均大于0。假定消费者1和2的偏好可分别用效用函数U_1和U_2表示。对于所有可行的配置$x = (a_1, b_1, a_2, b_2)$，效用函数满足如下性质：

$$U_1(x) > U_2(x).$$

(a) 是否有某种偏好可以存在消费者1和2都得到严格正数量商品的帕累托最优配置?
(b) 是否有某种偏好可以存在消费者2比消费者1获得更多商品的帕累托最优配置?
(a) 是否有某种偏好可以存在消费者1和2都得到相同数量商品的帕累托最优配置?

习题 8.26 （改编自明尼苏达大学经济系2007年秋季博士生资格考试题）考虑一个L种商品n消费者（$i = 1, \cdots, n$）的纯交换经济。每位消费者初始禀赋$w_i \in \Re^L$。假定偏好序$\succcurlyeq_i$定义在消费集$X_i \subseteq \Re^L$上。福利经济学第一定理的结论在以下情形中是否成立?并请给出加粗术语的定义。
(a) 偏好是**凸**的，但不是**严格凸**的。
(b) 偏好是**弱凸**但不是凸的。
(c) 偏好是**非满足**的，但不是**局部非满足**。
(d) 偏好是**严格单调**但消费集X_i未必是**凸集**。

习题 8.27 （改编自明尼苏达大学经济系2009年秋季博士生资格考试题）假设e是一个两商品n消费者的纯交换经济。每位消费者的消费集均为$\Re^2_+$，初始禀赋$w_i \in \Re^2_{++}$（$i = 1, \cdots, n$），连续的偏好序$\succcurlyeq_i$是定义在$\Re^2_+$上。
(a) 请给出偏好序$\succcurlyeq_i$连续性的定义。
(b) 请定义经济e的竞争均衡。
(c) 请定义经济e的弱帕累托有效和帕累托有效。
(d) 在经济e中，是否每一个竞争均衡都是弱帕累托有效?
(e) 如果你前一问回答"是"请予以证明；如果回答"否"请给出一个反例。
(f) 对于定义在$\Re^2_+$上的连续的偏好序$\succcurlyeq_i$，请定义弱凸性、凸性和严格凸性。
(g) 如果偏好序$\succcurlyeq_i$是弱凸的，你在(d) 中的回答是否会有变化吗? 为什么?
(h) 如果偏好序$\succcurlyeq_i$是严格凸的，你在(d) 中的回答是否会有变化吗? 为什么?

习题 8.28 （改编自明尼苏达大学经济系2010年春季博士生资格考试题）考虑一个两消费者两商品并且没有自由配置的纯交换经济。每位消费者的消费集均为$\Re^2_+$，初始禀赋均为$(1, 1)$。假定每位消费者的偏好可以是任意的并且两位消费者的偏好可以不同，

只要求偏好分别可以用效用函数表示:

$$u_1 : \Re^2_+ \to \Re$$
$$u_2 : \Re^2_+ \to \Re$$

(a) *每位消费者的偏好关系必须满足什么条件?*

(b) *请定义这个经济的竞争均衡。*

(c) *请定义这个经济的弱帕累托有效配置和帕累托有效配置。*

(d) *是否有可能存在这样的效用函数使得帕累托有效配置让每位消费者的效用恰好为1而其它可行的配置使得每位消费者效用为0？请给出一个例子或解释为什么不存在这样的例子。*

(e) *是否可能存在这样的经济：任何帕累托有效配置都使得消费者1的效用都严格大于消费者2的效用？为什么?*

(f) *现在假设初始禀赋向量*$w_1 \in \Re^2_+$*，*$w_2 \in \Re^2_+$*，*$w_1 + w_2 = (2, 2)$*。是否可能存在这样的经济：任意该经济的竞争均衡配置*(x_1^*, y_1^*)*和其它任何非均衡的可行配置*(x_1, y_1) *都有*$u_1(x_1^*, y_1^*) > u_1((x_1, y_1)$*？为什么?*

(g) *关于偏好还需要什么假定才能保证福利经济学第二定理成立?*

8.10 习题参考答案

1. （a）竞争均衡一定是帕累托最优，因为局部非满足性成立。（b）竞争均衡可能不是帕累托最优。

2. （b）不相关。

3. （c）不一定满足。比如说一个两消费者两商品的纯交换经济，$u_i(x_i) = \min\{x_i^1, x_i^2\}$，$w_1 = (1, 0)$，$w_2 = (0, 1)$。

4. （a）是。（b）埃奇沃斯盒左边和上面的边界（A的原点在左下方，B的在右上）。

5. （a）$y_1 = \frac{3-y_1}{\alpha(3-x_1)+x_1}$，其中$x_1 \in (0, 3)$。（c）$\alpha = 4$。

6. （a）$\{(x_1^1, x_1^2), (x_2^1, x_2^2) : x_1^1 + x_2^1 = 2, x_1^2 + x_2^2 = 2, \frac{1}{3} \leqq x_2^2 = \frac{1}{2}x_2^1 \leqq 1\}$。（b）是帕累托有效。（c）$\{(x_1^1, x_1^2), (x_2^1, x_2^2) : x_1^1 + x_2^1 = 2, x_1^2 + x_2^2 = 2, 0 \leqq x_2^2 = 0.5x_2^1 \leqq 1\}$，$\{(x_1^1, x_1^2), (x_2^1, x_2^2) : x_1^1 + x_2^1 = 2, x_1^2 + x_2^2 = 2, x_1^1 0, 0 \leqq x_1^2 \leqq 1\}$。

7. （a）埃奇沃斯盒内的帕累托最优在其上面和左边的边界。（b）竞争均衡是帕累托有效的。（c）竞争均衡的配置（包括埃奇沃斯盒的左边界）和埃奇沃斯盒上面的边界表示的配置都是帕累托有效的配置。

8. （b）参考定理8.3.1。（c）如果偏好的局部非满足性不成立，则福利经济学第一定理可能不成立，图示可参考图8.3.5或图8.3.6。

9.（b）参考定义8.5.1。（c）一定成立，因为严格单调性意味着局部非满足成立。（d）不成立，参考定理8.5.1。（f）参考命题8.7.2。（g）参考福利经济学第二基本定理微分形式的证明。

10.帕累托有效集至少应满足：消费者1得到所有商品2。

11.消费者3实现效用最大化的配置是$(x_3^1, x_3^2) = (1-\sqrt{2\bar{U}}, 1-\sqrt{2\bar{U}})$。

12.（a）错误。平均配置时所有的边际替代率都相等，从而必定是帕累托有效配置。（b）错误。对于新的经济，$(x^*, y^* = 0, p^*)$是竞争均衡。由福利第一定理，配置$(x^*, 0)$是帕累托有效的。

14.（b）$\{(x_1^1, x_1^2, x_2^1, x_2^2) \in \Re_+^4 | x_1^1 = x_1^2 = 2 - x_2^1 = 2 - x_2^2\}$。（c）可行集内任何一个点的配置都满足弱帕累托有效。

15.（b）帕累托有效配置为$(x_1^1, x_1^2, x_2^1, x_2^2) = (2,0,0,2)$或$(0,2,2,0)$。弱帕累托有效配置为$\{(x_1^1, x_1^2, x_2^1, x_2^2) \in \Re_+^4 | x_i^l = 2, x_{i'}^l = 0, x_i^{l'} + x_{i'}^{l'} = 2; i, i' = 1,2, i \neq i'; l, l' = 1,2, l \neq l'\}$。（c）$\{(x_1^1, x_1^2, x_2^1, x_2^2, x_3^1, x_3^2) \in \Re_+^6 | x_i^l = 3, x_i^{l'} = 0, x_{i'}^l = x_{i''}^l = 0, x_{i'}^{l'} + x_{i''}^{l'} = 3; i, i', i'' = 1,2,3, i \neq i', i \neq i'', i' \neq i''; l, l' = 1,2, l \neq l'\}$。

16.（b）$\{(x_1^1, x_1^2, x_2^1, x_2^2) \in \Re_+^4 | 0.5 \leqq x_1^1 \leqq 2.5, x_1^2 = 0.5, x_2^1 = 2.5 - x_1^1, x_2^2 = 0\}$，
$\{(x_1^1, x_1^2, x_2^1, x_2^2) \in \Re_+^4 | x_1^1 = 00 \leqq x_1^2 \leqq 0.5, x_2^1 = 2.5 x_2^2 = 0.5 - x_2^1\}$，
$\{(x_1^1, x_1^2, x_2^1, x_2^2) \in \Re_+^4 | 0 \leqq x_1^1 \leqq x_1^2 \leqq 0.5, x_2^1 = 2.5 - x_1^1, x_2^2 = 0.5 - x_1^2\}$ 。

17.（c）$x_1 = \frac{1}{2}$，$y_1 = 1$，$x_2 = \frac{1}{2}$，$y_2 = 2$。（d）$p = (6,1)$，$(x_1, y_1) = (\frac{3}{4}, \frac{3}{2})$，$(x_2, y_2) = (\frac{1}{4}, \frac{3}{2})$。

19.（a）$\{(x_1^1, x_1^2, x_2^1, x_2^2) \in \Re_+^4 | x_1^1 = x_1^2 = e - x_2^1 = e - x_2^2\}$。（c）可行集内任何一个点的配置都满足帕累托有效。

20.（a）两消费者两商品的纯交换经济，消费集为$\Re_{++}^2$，$u_1(x_1^1, x_1^2) = x_1^1$，$u_2(x_2^1, x_2^2) = x_2^2$，总禀赋$\hat{w} > 0$。（b）两消费者两商品的纯交换经济，消费集为$\Re_+^2$，$u_i(x_i) = \min\{x_i^1, x_i^2\}$，
$w_1 = (1,0)$，$w_2 = (0,2)$。（c）除了消费集为$\Re_+^2$外，其它与（a）相同。（d）两消费者两商品的纯交换经济，消费集为$\Re_+^2$，$u_i(x_i) = \max\{x_i^1, x_i^2\}$，总禀赋$\hat{w} > 0$。

21.（a）配置A满足帕累托有效。（b）不违背福利经济学第二定理。

22.（a）区间$[0,1]$上的实数均为帕累托有效。（b）$U_A(x) = 1 - x$，$U_B(x) = x$。

23. 参考本章讲义的命题8.4.1。

24. （c）不存在竞争均衡。某种商品价格为零时不存在竞争均衡，因为消费者2的需求会无穷大。价格大于零时，消费者1的需求为$x_1^* = y_1^* = 10$，而消费者2对商品x的需求大于10，从而超额需求大于零。

25.取$U_1(x) = \pi \cdot e^{u_1(x)}$，$U_2(x) = \arctan(u_2(x))$。只要$u_1(x) \geqq 0$就有$U_1(x) \geqq \pi$，而$U_2(x) \leqq \frac{\pi}{2}$，从而$U_1(x) > U_2(x)$成立。当$u_i(x_i^a, x_i^b) = x_i^a \cdot x_i^b$时，帕累托最优配置是埃奇沃思盒的对角线，该对角线上存在题目中要求的三种配置。

26.（a）成立。（b）成立。（c）不成立。（d）成立。

27.（d）是。（g）不会。（h）不会。

28.（a）必须满足理性（自返性、完备性和传递性）。

参考文献

Arrow, K and G. Debreu, “Existence of Equilibrium for a Competitive Economy,” *Econometrica*, 1954, 22.

Arrow, K. J. and Hahn, F. H. (1971), *General Competitive Analysis*, (San Francisco, Holden Day).

Debreu, G. (1959), *Theory of Value*, (Wiley, New York).

Jehle, G. A., and P. Reny, *Advanced Microeconomic Theory*, Addison-Wesley, 1998, Chapter 7.

Luenberger, D. *Microeconomic Theory*, McGraw-Hill, Inc, 1995, Chapters 6, 10.

Mas-Colell, A., M. D. Whinston, and J. Green, *Microeconomic Theory*, Oxford University Press, 1995, Chapters 10, 16.

Quinzii, M. *Increasing Returns and Efficiency*, Oxford University Press, New York, 1992.

Rawls, J., *A Theory of Justice*, Cambridge: Harvard University Press, 1971.

Takayama, A. *Mathematical Economics*, the second edition, Cambridge: Cambridge University Press, 1985, Chapters 1-3.

Tian, G., “On the Constrained Walrasian and Lindahl Correspondences,” *Economics Letters*, 26 (1988), pp. 299-303.

Tian, G., "Implementation in Economies with Non-Convex Production Technologies Unknown to the Designer," Games and Economic Behavior, 66 (2009), 526-545.

Tian, G., "Implementation of Marginal Cost Pricing Equilibrium Allocations with Transfers in Economies with Increasing Returns to Scale," Review of Economic Design , 14 (2010), 163-184.

Varian, H.R., *Microeconomic Analysis*, W.W. Norton and Company, Third Edition, 1992, Chapters 17-18.

第九章　经济核、公平配置和社会选择理论

9.1　导言

在本章中，我们在一般均衡框架内简要地讨论若干主题，包括经济核、公平配置和社会选择理论。前两个从不同的角度进一步论证市场经济的合理性、最优性和必要性问题。经济学家如Debreu、Scarf等所给出和论证“经济核”定理时，让读者错觉地以为看到的一个数学化的结果，只是凸性假设、连续性假设、单调性假设，参与人数很多假设，其实这个定理有很深刻的经济学思想和政策性含义，它论证了市场制度的合理和必要性。不仅如此，它还导致了某种意义下的社会稳定性，没人愿意形成小集团来而获得更大利益。其政策含义是，在个体追求自身利益的客观现实条件下（也就是所谓理性假设），即在思想水平不高的假设下，只要给与人们经济自由和竞争，即允许自愿合作同、自愿地交换，同时允许充分的竞争即使事前不考虑任何经济制度安排，所导致的配置结果（称之为经济核）和完全市场所导致的竞争均衡一样，从而是帕累托有效的。实际上”经济核”定理就可以运用到中国，再次说明了中国松绑放权的放开和开放经济改革的合理性和必要性，在个体思想觉悟有限的现阶段，必须走市场经济之路，其它模式和发展道路不太可能导致更好结果。“经济核”定理也说明了市场制度不是哪人发明或创造的，有其内在逻辑性和自然演化性。同时，经济核理论之所以重要是因为它给我们关于竞争均衡是如何由个人策略行为而不是基于**瓦尔拉斯拍卖机制(Walrasian tâtonnement mechanism)**所导致的结果。

“经济核”定理包括好几个命题，核心内容是两个命题。第一，每个市场竞争均衡必然是一个经济核配置，即无任何抵制联盟抵制它，因而成熟的现代市场的经济社会是相对安定有序、稳定的，不太容易形成经济壁垒和反对联盟。它同帕累托有效配置的区别在于，后者是对所有个体来说的，而前者是对经济中任意数量的个体来说的。当经济发展之后，区域之间的限制将会越来越小，没有任何个体愿意形成小联盟。比如欧盟形成了统一货币欧元，再比如在美国，州与州之间没有收费关卡而在中国地方地方之间的公路收费关卡林立。一个经济理论，一方面是用来指导现实，另一方面也树立了参照系，与现实形成对照，找出两者差异。第二，对任何非竞争均衡，当经济充分大时，它必然不是经济核配置，如果存在，必定是和竞争均衡配置相同。“ 经济核”定理的结论成立是有条件的。我们将在后面的内容中说明其成立的边界条件。

第二个概念是资源的公平(fair)配置。我们已经看到，帕累托最优性是一个太弱的

准则，只是强调了资源的有效配置，而忽视其他标准，没有涉及到收入分配和配置的平等性方面的问题。公平配置是为克服这种缺陷而提出的一个概念，它是精炼帕累托最优配置集的一种方法，并说明了机会公平在同时解决效率和公平的异常重要性。公平配置结果说明，只要首先让所有个体的初始禀赋的价值相同，然后让竞争市场运作，则市场制度即可以解决公平问题，也可以解决有效配置问题。这个结果有很强的经济政策意义，它说明了遗产税、教育等的必要性和重要性，这些手段通过给所有公民一个平等的竞争起点，然后通过市场制度来达到公平公正。它说明了政府发挥必要作用的重要性，但同时又不否定市场的作用和必要性。

在另外一个稍微不同的框架内，我们假定社会要在有限个备选方案、项目或结果（不见得是资源的配置）中确定其优先性。我们考虑这样的一个问题，即确定一种“规则”，该规则使我们从个体对不同配置的排序中确定社会对这些配置的排序(社会福利函数),这是社会选择理论所要研究的核心问题。也就是如何从个体选择形成加总选择的问题。由于所有个体的偏好和选择不一样，如何从那些看似非常合理个体偏好来形成社会偏好排序就成了一个问题。我们可能构造这样的规则并使其满足若干性质吗?阿罗不可能定理的回答是否定的，认为唯一的可能就是一个人的偏好能代表社会中所有的偏好情况才行。“公平”和“社会福利函数“的概念即提出了社会公正问题。有人认为阿罗不可能定理说明了民主是没有用的。其实这是很大的误解，没有理解这个定理的真正含义。但该定理恰好说明了经济制度或经济理论的边界性和有限性。没有一个统一的经济理论和经济制度安排能解决所有地区和国家的经济问题，而是需要充分考虑国家、地区的初始条件的差异，根据具体情景，来决定是否给出不同的经济制度安排。

9.2 交换经济的核

我们首先讨论关于“经济核”的一些结果。大家都知道，竞争(市场)体系只是配置资源的一种方式。如果我们使用其它社会制度配置资源会出现什么结果呢? 我们仍然能够获得接近竞争均衡配置的结果吗? 本节针对这个问题进行答案，其基本结论是：如果我们给予经济人充分经济自由，允许个体自愿合作和自愿交换(形成联盟)，则当经济充分大时（也就是人数充分大时，充分竞争），最终得到的配置只能和竞争均衡配置的结果一样。这样的配置称为**核配置**，埃奇沃思(1881)首先提出和研究了该概念。

经济核是这样一种概念，如处于经济核状态，每个个体和每个组织都接受此配置，没有任何人或联盟愿意偏离它。这样，有理由认为经济核也是一个政治概念。如果一群人发现他们能利用他们自己的资源、形成联盟来改善自身的状况，那么没理由不认为他们会将此付诸实际。如果社会中的其它人强制他们不这样做，他们会十分沮丧，甚至会起来反抗，造成社会不稳，甚至要求独立，造成国体的分裂。但一旦达到了经济核配置，这种情况就不会出现，社会将会比较稳定，不太可能造成分裂。即使已造成分裂的局面，当各分裂体的经济状况大大改善和接近一致后，会有利于国家的统一，

或形成一个新的共同体，比如欧盟。这就是成熟现代市场经济国家，一般来说国体都比较稳定，社会比较安定有序。

不同于其他经济理论，经济核理论异常精炼、俭省（parsimony）。其分析框架和模型设置既没有用到任何特定的交易机制，也没有假定任何特定的制度安排。核理论所探讨的竞争的概念假定了每个交易者了解其它所有交易者的经济特征（完全信息假设），且任何群体中的交易者都可以重新组合以形成互利的协议。

为简单起见，我们只考虑纯粹交换经济，具有生产的情形要复杂的多。我们称两个个体属于同一种**类型**，如果他们具有相同的偏好和禀赋。

若一个经济每种类型的个体数量为某初始经济个体的r倍，则该经济称为该初始经济的r**-重复制(replication)** (或称为r**-重复制经济**)。

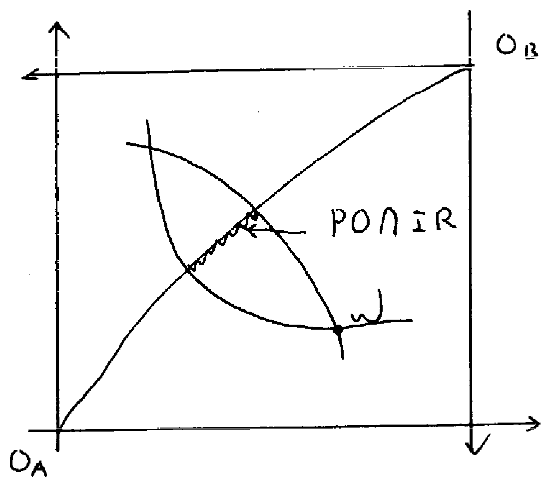

图 9.1: 当$n = 2$时，核中的配置集即帕累托有效和个人理性配置集

设n个个体组成的集合为N，一个**联盟(coalition)** 是N的一个子集。

定义 9.2.1 (抵制联盟) *若干个体形成的集合S (联盟)称为抵制给定的配置x，如果该集合中的个体能够使用自身资源使其境况得到帕累托改善，即存在另一个配置x'，使得*

(1) 该配置对S来说是可行的，即有$\sum_{i\in S} x'_i \leqq \sum_{i\in S} w_i$，

(2)对所有的$i \in S$，有$x'_i \succcurlyeq_i x_i$，且找到$k \in S$，使得$x'_k \succ_k x_k$。

定义 9.2.2 (核) *可行配置x称为具有核性质，如果不存在任何抵制联盟抵制它。由所有具有核性质的配置组成的集合称为***经济核***。*

注. 核中的每个配置都是帕累托最优的(抵制联盟由所有人组成)。

定义 9.2.3 (个人理性) *配置x称为是个人理性的，如果$x_i \succcurlyeq_i w_i, \forall i = 1, 2, \ldots, n$。*

个人理性条件也称为参与条件，它表示如果一个人参与经济活动得到的收益比从初始禀赋得到的收益少，则他不会参与该经济活动。个人理性条件是一个非常重要的概念，也是信息经济学和机制设计中一个基本的约束条件，如果不满足这个条件，就意味着参与活动会受损，从而就会反对参与此活动，或反对所涉及到的制度安排或改革。

注. 核中的每个配置必然都是个人理性的。

注. 若$n=2$且偏好关系是弱单调的，则配置在核中当且仅当它既是帕累托最优的也是个人理性的。

注. 即使帕累托最优配置独立于个人禀赋，核中的配置也与个人禀赋有关。

核中的配置和竞争均衡配置有什么关系呢? 下面的定理证明了，在个体的自利假设下，每个市场竞争均衡必定为经济核配置。由于经济核同时也是一个稳定的概念，这说明了完善成熟的市场经济是一个相对稳定的社会。证明的方法和第一福利经济学定理非常类似。

定理 9.2.1 *在偏好的局部非满足性假定下，若(x,p)是竞争均衡，则x具有核性质。*

证明: 反证法。若x不是核中的配置。则存在联盟S和可行配置x'，使得

$$\sum_{i\in S} x'_i \leqq \sum_{i\in S} w_i, \tag{9.2.1}$$

且$x'_i \succcurlyeq_i x_i, \forall i\in S, \exists k\in S$，$x'_k \succ_k x_k$。根据偏好的局部非满足性，我们有

$$\begin{aligned} px'_i &\geqq px_i \, \forall i \in S \text{且} , \\ px'_k &> px_k \, \exists\, k. \end{aligned}$$

因此，我们有

$$\sum_{i\in S} px'_i > \sum_{i\in S} px_i = \sum_{i\in S} pw_i, \tag{9.2.2}$$

和x'是可能性配置矛盾。因此竞争均衡配置必然在核中。 □

我们将在其中同种类型的消费者获得相同的消费束的配置称为**平等待遇配置(equal-treatment allocations)**。可证明，核中的每个配置必然都是平等待遇配置。

命题 9.2.1 (核中的平等待遇) *在二人经济中，设每个个体都具有严格凸偏好。则若$\mathbf{x}$是给定经济的r-重复制的核中的一个配置，则任意两个个体必然获得相同的消费束。*

证明: 设x是核中的一个配置，并记经济中的$2r$个个体排序分别为$A_1,...,A_r$和$B_1,...,B_r$。若同种类型的所有个体没有获得相同的配置，则每种类型都存在一个个体，其境遇在所有该种类型的个体中最糟糕。我们称这样的两个个体为“类型A”-被压迫者和“类型B”被压迫者(underdog)。如果某种类型存在多个被压迫者，则我们在该种类型中选择任意一个这样的被压迫者即可。

设$\bar{x}_A=\frac{1}{r}\sum_{j=1}^{r}x_{A_j}$和$\bar{x}_B=\frac{1}{r}\sum_{j=1}^{r}x_{B_j}$分别为“类型A”和“类型B”的个体的消费束平均。由于核中的任何配置x都是可行的，我们有

$$\frac{1}{r}\sum_{j=1}^{r}x_{A_j}+\frac{1}{r}\sum_{j=1}^{r}x_{B_j}=\frac{1}{r}\sum_{j=1}^{r}\omega_{A_j}+\frac{1}{r}\sum_{j=1}^{r}\omega_{B_j}=\frac{1}{r}r\omega_A+\frac{1}{r}r\omega_B.$$

从而有

$$\bar{x}_A+\bar{x}_B=\omega_A+\omega_B,$$

因此$(\bar{x}_A,\bar{x}_B)$对两种类型的被压迫者形成的联盟来说是可行的。由于我们已假定至少有一种类型(不妨设为类型A)存在被压迫者，因此该种类型(类型A)至少有两个消费者，其消费束不相同。因此，根据偏好的严格凸性，类型A的被压迫者将严格偏好于$\bar{x}_A$而非其现在的配置(由于消费束的加权平均要好于类型A”-被压迫者的原消费束)，且类型B的被压迫者将认为$\bar{x}_B$至少和其现在的消费束一样好，因此这两种类型的被压迫者就形成了一个抵制联盟。命题得证。 □

由于核中的任意配置都必然给同种类型的个体相同的消费束，我们可以用埃奇沃思盒来考察二人r-重复制经济的核。核中的点x不是表示类型A和类型B获得了多少配置，而是告诉我们每种类型的每个个体获得了多少。上述命题告诉我们，r-重复制经济的核中的所有点都可以用这种方式表示。

下述定理是上述命题的逆，它表明，当经济充分大时，任意非市场均衡的配置都必然不在该其r-重复制经济的核中。这意味着大经济的核中的配置和瓦尔拉斯均衡相同。

定理 9.2.2 (经济核收缩定理，简称经济核定理) *设$\succcurlyeq_i$连续且严格凸，x^*为唯一的竞争均衡配置。则若y不是竞争均衡，则存在该经济的V-重复制，使得y不在该复制经济的核中。*

证明: 参考图9.2进行证明。我们希望证明存在V-重复制经济及其中的一个联盟，使得y被该联盟抵制。由于y不是竞争均衡，因而通过y和w的线段必然与至少一个个体的无差异曲线相交而不相切，不妨设与个体A的通过y的无差异曲线相交。因此，根据偏好$\succcurlyeq_i$的严格凸性和连续性，存在整数V和T，$0<T<V$，使得

$$g_A\equiv\frac{T}{V}w_A+(1-\frac{T}{V})y_A\succ_A y_A.$$

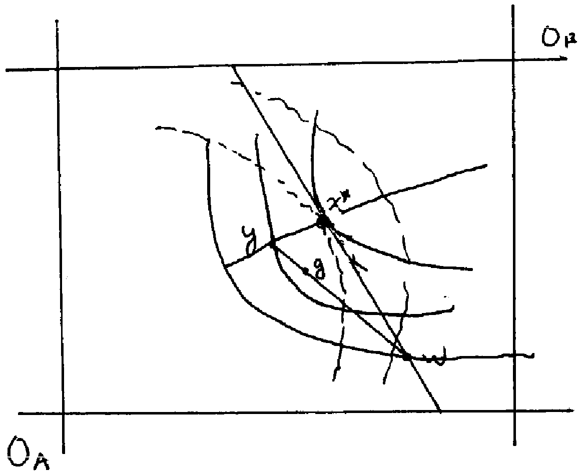

图 9.2: 收缩的核。点y最终将不在核内。

由于任何实数都可以通过有理数逼近，这样的整数比$\frac{T}{V}$是存在的。现在我们让V个类型A的消费者和$V-T$个类型B的消费者组成一个联盟。考虑其配置$x=(g_A,\dots g_A,y_B,\dots y_B)$。我们希望证明$x$对该联盟是可行的。

注意到$y_A+y_B=w_A+w_B$，我们有

$$\begin{aligned} Vg_A+(V-T)y_B &= V\left[\frac{T}{V}w_A+\left(1-\frac{T}{V}y_A\right)\right]+(V-T)y_B \\ &= Tw_A+(V-T)y_A+(V-T)y_B \\ &= Tw_A+(V-T)(y_A+y_B) \\ &= Tw_A+(V-T)(w_A+w_B) \\ &= Vw_A+(V-T)w_B \end{aligned}$$

因此，x对该联盟来说是可行的，且对类型A的消费者，有$g_A \succ_A y_A$，对类型B的消费者，有$y_B \sim_B y_B$，这意味着y不在该V-重复制经济的核中。定理得证。 □

注. 经济（收缩）核定理表明，当经济充分大时(也就是人数充分多和充分竞争时)，任何核中的配置都是市场均衡配置，因此瓦尔拉斯均衡是稳健的：当经济充分大时，即使从非常弱的均衡概念如核中的均衡导出的配置都接近于瓦尔拉斯均衡。因此，该定理表明竞争和完全经济自由是本质至关重要的。如果我们要到达资源的有效配置和社会的稳定，我们可以通过市场制度来达到。

注. 上述命题的许多限制性假定如偏好的严格单调性、凸性、竞争均衡的唯一性和经济中只有两个个体都可以被放松。

综上所述，我们有如下极限定理。

定理 9.2.3 (核极限定理) *在偏好严格凸性和连续性假定下，当每种类型的个体数增加时，二人复制经济核是收缩的。当每种类型的个体数趋于无穷时，二人复制经济的核收敛到竞争均衡配置集。*

该结果意味着，存在$R > 0$，当$r > R$时，任意不是竞争均衡的配置都不在r-重复制经济的核中。

虽然竞争均衡存在性结果没有说明导致资源有效配置制度的唯一性问题，但机制设计理论告诉我们，市场制度是唯一需要信息最少的有效配置资源的方式（即信息效率）。如果我们允许个人充分经济自由的自愿合作、自愿交换，及充分竞争（经济个体的数目越来越大时），即使不考虑任何经济制度安排，其所导致的资源配置则收敛与竞争市场均衡，此即经济核定理。这一结果说明了市场制度的合理性和必要性。这节的结果还说明了完全竞争自由经济的市场经济社会是较为安定有序和稳定的，较难形成反对国体的联盟。社会不稳定主要由两个方面造成：穷人和顶层精英，中产阶级最希望保持稳定，而不作他想。市场制度能够培养大量的中产阶级，有产有房，最希望稳定。这个定理的一个政策含义就是，中国就需要产生大量的中产阶级，社会才能更加稳定。因此，我们需要一个成熟的现代市场经济。这些即是经济核定理所蕴含的深刻经济学思想。

9.3　配置的公正性

这一节我们讨论资源配置的公平、公正问题。这个问题非常重要，如果经济社会的资源配置不公平，收入差距过大，财产不能得到保护，市场不畅通，社会不稳定，这些都会影响资源的有效配置和经济发展。

帕累托有效性给出了评判资源有效配置的一个准则。它是一个判断经济制度优劣的最低标准，适应于任何经济制度，但这个标准有它的局限性，没有涉及到收入分配的问题，也没有讨论资源公平配置问题。不过，这并不意味着现代经济学的基本分析框架不能用来研究如何导致资源公平配置。资源的有效配置与公平配置其实是两个非常不同的概念，它们代表了不同的价值取向。尽管一个资源配置是帕累托有效的(例如，一人占有社会上所有资源而其他人不占有任何资源的配置是帕累托有效配置)，但从社会平等的角度看，却是极端的不公平的。“结果平等” (equality of outcome)，即所有人对资源的配置同等, 也是一个社会想要达到的理想目标。市场制度尽管能很好地解决效率的问题，但靠它自身一般不能很好地解决结果公平问题。只要人们追求个人利益，在经济活动中存在着风险和机遇，经济效率与结果平等一般来说都会发生冲突，处于一种权衡取舍的状态。由于一个人的能力有大小，主观努力不同，机遇不同或所面临的风险也可能不同，为了激励人们努力工作从而增进效益，必然会造成某种程度的收入结果不平等。如果无论干多干少和贡献是大是小，收入都一样多，那么，会有多少人去努力工作呢?

这样，单独靠市场不能解决涉及到收入和财富分配的公平公正问题，一个有效的资源配置也许是非常不公平的，这意味着市场在解决结果公平方面也许会失灵，政府因而需要发挥作用。结果平等是一种绝对平均的概念，只是考虑了客观因素，完全没有考虑个人主观偏好。每个人的爱好会不一样，把所有的商品平等地分给每一个人虽然看起来公平，但不见得大家都满意。因而更合理的公平标准应该将主观和客观因素综合起来一起考虑。例如，按照每个人都满意自己的消费束，而不会羡慕或嫉妒他人的消费束或其他人的平均消费束来定义公平结果（equitable outcome），则这样定义的结果公平也许更加合理，因为这些概念不仅考虑到了个人偏好和自己所有的消费束，同时结果也相对平等，否则商品消费束较少的会羡慕商品消费束较多的人。更重要的是，正如本节所讨论的，按这样定义的公平配置和公正配置不仅合理，而且更加具有政策指导意义和可操作性。下面所介绍的资源公正配置不仅是帕累托有效配置，也是平等的。

先引进**平等配置(equitable allocation)**的概念。这个定义不仅考虑了平等的客观因素，也考虑到了平等的主观偏好。为此，先定义羡慕的概念：

定义 9.3.1 (羡慕) *称个体i羡慕（envy）个体k，如果个体i更喜欢个体k的消费，即$x_k \succ_i x_i$。*

定义 9.3.2 (平等配置) *配置x称为平等的（equitable），如果没有任何人在该配置上羡慕其他人，即对任意的$i \in N$，有$x_i \succcurlyeq_i x_k, \forall k \in N$。*

帕累托有效仅是按一个社会资源配置是否有效作为衡量标准，但没有涉及到资源的平等配置问题，一个帕累托有效的资源配置也可能是非常不平等的。而平等配置仅考虑平等，而没有考虑效率，也许是非常无效率的。一个社会的资源配置只有同时满足有效和公平配置标准，该社会才是资源公正配置的社会。于是我们有下列关于资源公正配置的概念：

定义 9.3.3 (公正配置) *配置x称为公正(fair)的，如果它既是帕累托最优的，也是平等的。*

注. 根据定义，公正配置组成的集合是帕累托有效配置的一个子集。因此，公正性限制了帕累托最优配置的规模。这个关于公正的概念是非常合理，既考虑到平等，也考虑到了效率。

下面的更为严格的公正配置的概念来自周林(JET, Zhou, 1992, 57: 158-175)。

定义 9.3.4 *给定配置x，称个体i羡慕联盟S ($i \notin S$)，如果$\bar{x}_S \succ_i x_i$，其中，$\bar{x}_S = \frac{1}{|S|}\sum_{j \in S} x_j$。*

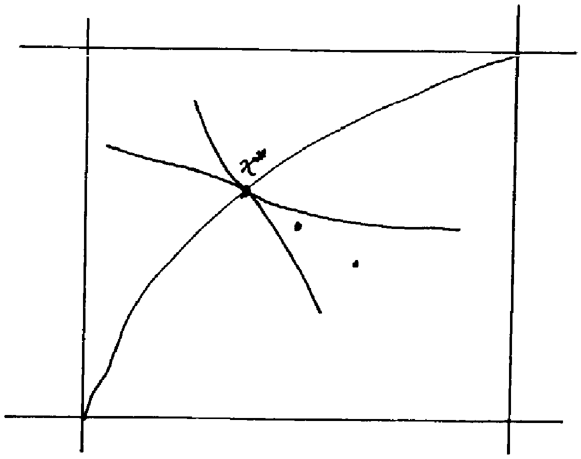

图 9.3: 公正配置

定义 9.3.5 *配置x称为是严格平等的(strictly equitable)或者严格不羡慕(strictly envy-free)，如果没有人羡慕任何其它联盟。*

定义 9.3.6 (严格公正性) *配置x称为是严格公正的(strictly fair)，如果它既是帕累托最优，也是严格平等的。*

注. 由严格公正配置组成的集合为帕累托最优配置集的一个子集。

注. 对二人交换经济，若x是帕累托最优的，则两个人不会同时羡慕对方。

注. 显然，每个严格公正配置同时也是公正配置，但反之不成立。然而，当$n = 2$时，公正配置也是严格公正的。

一个资源公平配置的社会未必是帕累托有效的，反之亦然。具备上述两个特征的社会就是资源配置公正（fairness）。图9.4中的配置表明，配置x是帕累托有效的，但不是平等的。

图9.5中的配置表明，x是公平的，但它不是帕累托有效的。

从图上来看，公正配置一般来说都是比较平等的。这个概念的合理之处是即照顾到了平等又照顾到了个人偏好。

我们如何来判断一个配置是否公正的呢? 在这里，我们有一个求公正配置的步骤，该步骤分为三步。第一步检查配置是否是帕累托最优的。在这里我们首先注重资源配置的效率。一国经济没效率，很难兼顾公正。第二步对配置做镜面反射。第三步进行比较。

检验配置的公正性的图示步骤

我们只考虑二人经济。在埃奇沃思盒中，个体A将其配置x_A与个体B的配置x_B 比较的一种简单方法是求出x_A关于盒子的中心的对称点，即连接x_A与盒子的中心的线段

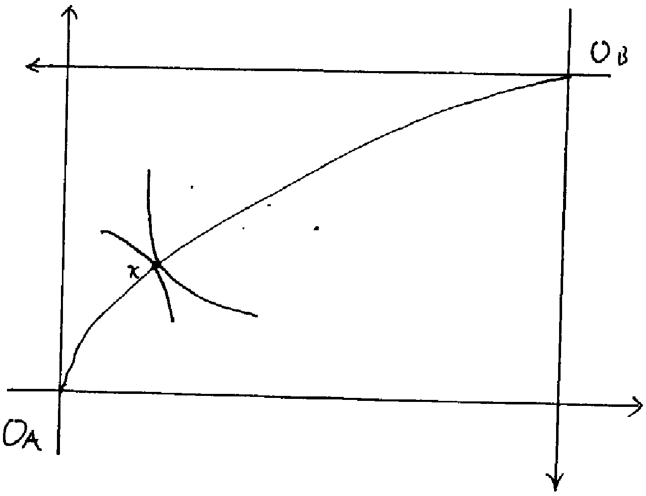

图 9.4: x是帕累托有效的，但不是平等的

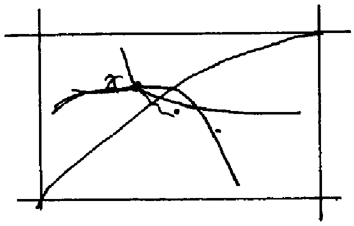

图 9.5: x是平等的，但不是帕累托有效的

的延长线上的某点x'_A，该点同中心的距离与x_A同中心的距离相等，然后作比较即可。如果通过x_A的无差异曲线在x'_A的下方，则A羡慕B。由此我们可得下述检验给定配置是否为公正配置的方法:

第一步: 该配置是帕累托最优的吗? 如果是，转第二步，否则停止检验，不是公正的。

第二步: 构造对称点(x_B, x_A) (注意$\frac{x_A+x_B}{2}$为埃奇沃思盒的中心)。

第三步: 对个人A比较x_B和x_A，看是否有$x_B \succ_A x_A$，并对个人B比较x_A和x_B，看是否有$x_A \succ_B x_B$。如果上述答案是否定的，则配置是公正的。

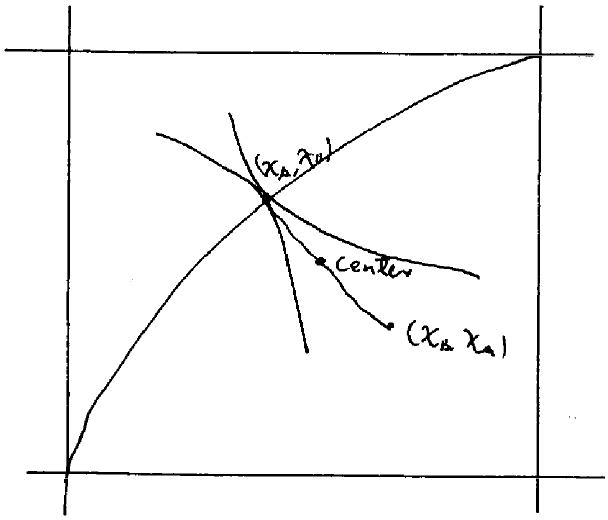

图 9.6: 如何检验公正配置

我们已经给出了“公正”配置的若干性质。但问题是公正配置是否存在呢？下述定理给出了保证存在公正配置的充分条件。其基本要义是，首先要创造一个初始禀赋价值相等的机会均等的起点，再通过市场制度的运作，我们可以达到既公平又有效率的配置，这就是下面要介绍的公正配置定理。这个定理在国外教科书中很少讨论。Varian的教科书曾讨论过这个结果，但在后面再版中去掉了这个讨论。在当前中国转型时期，这个公正定理非常重要，给予人们重大启迪。

定理 9.3.1 (公正定理) *设(x^*, p^*)为竞争均衡。在局部非满足性假定下，若所有个体初始禀赋的价值相等，即$p^*w_1 = p^*w_2 = \ldots = p^*w_n$，则$x^*$是一个严格公正配置。*

上述结果十分重要。它说明了，在政府的帮助下，市场制度也可以导致公正配置。证明方法类似第一福利经济学定理。这个命题也是针对自利性个体（思想境界不高的个体）来说的。

证明: 根据局部非满足性和福利经济学第一基本定理，x^*为帕累托最优配置。我们只需证明x^*是严格平等配置即可。若不然，存在i和联盟S，$i \in S$，使得

$$\overline{x}^*_S \equiv \frac{1}{|S|}\sum_{k\in S} x^*_k \succ_i x^*_i. \tag{9.3.3}$$

因此我们有$p^*\overline{x}^*_S > p^*x^*_i = p^*w_i$。由于$p^*w_1 = p^*w_2 = \ldots = p^*w_n$，因此前述结论同下列事实相矛盾

$$p^*\overline{x}^*_S = \frac{1}{|S|}\sum_{k\in S} p^*x^*_k = \frac{1}{|S|}\sum_{k\in S} p^*w_k = p^*w_i \tag{9.3.4}$$

因此，x^*必然是严格公正配置。 □

以上公正定理表明，通过政府的作用使所有人初始禀赋的价值相等，然后让市场发挥作用，至少在理论上就能较好地解决结果公平、公正的问题。

下面给出公正定理成立的一个充分条件：通过政府手段，使所有人的初始禀赋相等，从而导致了下面同等收入瓦尔拉斯配置。

定义 9.3.7 $x \in \Re_+^{nL}$*称为***同等收入瓦尔拉斯配置(equal income Walrasian allocation)**，*如果存在价格向量*p，*使得*

(1) $px_i \leqq p\overline{w}$，*其中*$\overline{w} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^n w_k$*为平均禀赋。*

(2) *若*$x_i' \succ_i x_i$，*则*$px_i' > p\bar{w}$。

(3) $\sum x_i \leqq \sum w_i$。

注意，每个同等瓦尔拉斯配置x是禀赋为$w_i = \overline{w}, i \in N$的竞争均衡配置。

推论 9.3.1 *在偏好的局部非满足性假定下，每个同等收入瓦尔拉斯配置是严格公正的。*

注. 当把个体的偏好考虑进去时，资源的平均分配本身不一定导致了公正配置，但从一个同等的初始禀赋价值起始进行交易就可能保证配置的公正性。这种**分配加选择(divide-and-choose)**的方法意味着如果埃奇沃思盒的中心为初始禀赋点，则竞争均衡配置是公正的。本结论的政策蕴涵是显然的。由于个体的偏好基本上是不同的，平均消费不是帕累托最优的。但是，禀赋的平均分配再加上竞争市场能保证配置的公正性。也就是说，在第一步，政府将资源尽可能平均地分配给个体，第二步，政府让市场自行运作，在一些技术性约束条件下，如局部不满足性条件和完全信息等条件下，则市场竞争会就可以导致既有效率也是平等的资源配置结果。

因而，这个公正定理的政策性含义是，一个和谐理想的社会要保证社会成员的基本权利，保证他们享有大致相同的基本发展机会，保证所有公民都能够接受教育，享受同等的基础教育，使之都能够平等地参与市场竞争，都能够依靠法律和制度来维护自己的合法权益。政府应通过真正的义务教育，通过调节税制，通过遗产税的办法，为大众创造一个尽可能平等竞争的起点，然后让市场去运作，我们就可以达到既是平等的，也是有效率的资源配置。

公正定理对解决当今社会的越来越大的贫富差别和社会不公，具有重大的现实指导意义。尽管当前市场化改革暴露出来的不少问题是由于体制转型处于非均衡状态，在改革过程中不可能完全避免，但也有许多是人为因素造成的。比如，许多社会不公和结果不平等(inequality of outcome)的严重现象在很大的程度上是由于机会不均过大造成的。采取恰当的措施和政府政策可以大大减轻社会不公的程度。机会均等是社会公平与正义的重要体现，是实现社会和谐至关重要的必要条件，因为个人的发展不应

当因为他控制能力之外的环境（例如出身、性别）的不同而受到影响。现代市场体系的一个基本条件就是要尽量地创造机会均等的条件。其实，许多人所反对的并不是结果的不平等，而是对机会不公，对政府官员寻租行为泛滥的不满。机会不均是与市场体系运行良好的要求从根本上是相背的，市场经济体系的发展恰恰要求机会均等。在这种情况下，机会均等和经济效率是完全一致和相容的。

近些年来，国家为解决三农问题实施一些具体的措施，如增加农业基础设施投入、免征农业税、减免中西部地区的贫困家庭学生的学杂费以及课本费，这些都是有利于建立平等起点的强有力措施，是改进公正和平等的具体体现，但还远远不够。需进一步加大义务教育的力度，世界上大多国家，从小学到高中都实行免费教育。在发达国家，不但学杂费免费，对低收入的家庭，连午餐费也减免。还需尽快消除城乡二元解构，城乡二元解构造成了巨大的起点不平等，中国的城乡差别的解决也依赖于此。总之，政府应该对所有民众给与同样的机会，让他们具有相同的竞争起点。老百姓最痛恨的不是竞争所带来的不平等，而是机会不均，一开始就处于不平等的竞争地位上。腐败、官二代、富二代都会造成起点不公，使社会缺乏流动性，造成阶层、阶级的分化，都会导致很大的社会问题，最终影响到经济效率。总之，市场制度本身不能解决公正的问题，必须与政府一道共同解决问题，使之创造一个公正竞争的环境，健全民主和法制环境，只有这样才能保证市场的有效运作和资源的有效配置。

注. 由公平配置(不是平均社会禀赋)作为初始禀赋所得出的竞争均衡不一定是公正的。

注. 公正配置的定义没有涉及到个体的初始禀赋。由于我们考虑的是资源的最优配置，在社会中，初始禀赋可以在个体之间重新分配。

一般来说，经济核配置与公正配置之间没有必然的联系。但是，在二人经济中，当社会禀赋在两人之间平均分配时，我们有如下定理。

定理 9.3.2 *在二人交换经济中，若$\succcurlyeq_i$是凸的，且总禀赋平均地分配给所有个人，则核配置组成的集合是(严格)公正配置组成的集合的子集。*

证明: 我们已知经济核中的每个配置x都是帕累托最优的。我们只需证明x也是平等的即可。由于x在核中，因此x是个人理性的(每个人都偏好初始禀赋)。若x不是平等的，则由于$w_A = w_B$和x是可行的，存在个体i，比如说A，使得

$$\begin{aligned} x_B \succ_A x_A \succcurlyeq_A w_A &= \frac{1}{2}(w_A + w_B) \\ &= \frac{1}{2}(x_A + x_B). \end{aligned}$$

因此，$x_A \succcurlyeq_A \frac{1}{2}(x_A + x_B)$。但另一方面，由于$\succcurlyeq_A$是凸的，由$x_B \succ_A x_A$我们可推得$\frac{1}{2}(x_A + x_B) \succ_A x_A$，这就造成了矛盾。命题得证。 □

9.4 社会选择理论

9.4.1 导言

本节对社会选择理论进行简要介绍。我们分析在何种条件下个体偏好能以一种满意的方式(以一种满足一些合理条件的相容方式)被加总成社会偏好，或者更直接地，被加总成社会决策。

诚如我们在“公正性”的讨论中所展现的，我们很难提出一种确定社会选择的准则或法规(constitution)。社会选择理论旨在构建这样的规则，该规则不但可以同帕累托有效配置结合起来，还可以同社会面对的任何其他选择结合起来。我们将给出有关社会选择理论的一些基本结果：阿罗不可能定理(Arrow Impossibility Theorem)和吉巴德(Gibbard)-萨特维特(Satterthwaite)定理。前者说明满足一些合理假定的社会福利函数一定是“独裁”的(某个人偏好等同于整个社会的偏好)，而后者说明不存在非“独裁”的且不被一个人控制的社会选择机制。

阿罗不可能定理是社会选择理论中一个最重要的结果，由阿罗1950年代初给出，该结果已经成为政治经济学、集体选择理论中最为重要的经典结果，当时阿罗大概20多岁。即使现在来看，能将这个结果想出来并加以证明也是一个天才，后来赫维茨基于此思想，开创了经济机制设计理论。阿罗不可能定理背后隐藏的思想异常深刻，它告诉我们，在应用一个理论时，从个体偏好到社会偏好的加总时可能会出现很大的问题。即使个体偏好是理性的，但从整个社会来说，并不存在一个理性的选择。一个推论是，我们可能永远也不能找到一个理论或一个制度解决一个国家所有的问题。我们只能对具体问题或某一类人或某个国家或某个区域给出解决问题的方式或制度。我们只能因时因地因人因事而异地分析和解决问题，普适性的理论无论是自然科学还是社会科学都是不存在的。这就是阿罗不可能定理深邃哲学和经济思想所在，是我们设计社会制度时所必须要考虑的基本约束条件，为我们提供了重要启迪。

下面我们介绍社会选择理论的基本分析框架及其基本结果。

9.4.2 基本设定

为了简化叙述，我们回到在偏好序所使用的符号。因此，aP_ib 表示个体i在a和b中严格更喜欢a。我们同时假定所有个体的偏好都是严格的，即无差异性不存在。对任意的个体i、a和b，要么aP_ib，要么bP_ia (若A是有限的，则该假定基本上都能满足)。

$N = \{1, 2, ...n\}$: 所有个体的集合；

$X = \{x_1, x_2, ...x_m\}$: $(m \geqq 3)$: 备选事项(项目、结果)的集合；

$P_i =$ (或 $\succ_i$) : 个体i的严格偏好序；

$\mathcal{P}$：允许的个人序的集合(类)；

$P = (P_1, P_2, ..., P_n)$: 偏好序向量；

$\mathcal{P}^n$: 所有个人偏好序向量组成的集合;

$S(X)$: 允许的社会偏好序类。

阿罗社会福利函数:

$$F : \mathcal{P}^n \to S(X), \tag{9.4.5}$$

它是将个人偏好序向量映射到社会偏好序的映射。读者要注意到它与萨缪尔森的社会福利函数的区别。后者没有谈到社会加总偏好的问题，而只考虑了社会效用最大化。与这一函数对应的还有一个社会选择函数，即如何从个体偏好来选择一个社会结果。这两者是等价的。

吉巴德-萨特维特社会选择函数(SCF)是从个人偏好序映射到结果选择的映射

$$f : \mathcal{P}^n \to X. \tag{9.4.6}$$

注意，即使个人偏好序是传递的，社会偏好序也可能不是传递的。为理解这点，考虑下述著名孔多塞悖论。

例 9.4.1 (孔多塞悖论) *假设社会选择由少数服从多数的投票规则(majority voting rule)确定。这种规则能确定一个社会福利函数吗? 由著名的孔多塞悖论(Condorcet paradox)，答案是否定的。考虑有三个个体和三种备选事项x, y, z的社会。假设每个个体的偏好分别为*

$x \succ_1 y \succ_1 z$ *(个体1)*

$y \succ_2 z \succ_2 x$ *(个体2)*

$z \succ_3 x \succ_3 y$ *(个体3)*

根据少数服从多数的规则，我们有

对x和y， xFy *(根据社会偏好)*

对y和z， yFz *(根据社会偏好)*

对x和z， zFx *(根据社会偏好)*

因此，对社会偏好来说，由部分少数服从多数的规则，有x严格优于y，y严格优于z，z严格优于x。社会偏好的这种循环结构意味着它不是传递的。

偏好序向量的数目会随着备选事项的个数迅速增加。

例 9.4.2 $X = \{x, y, z\}, n = 3$

$x \succ y \succ z$

$x \succ z \succ y$

$y \succ x \succ z$

$y \succ z \succ x$

$z \succ x \succ y$

$z \succ y \succ x$

因此，共有六种可能的个体偏好序，即$|\mathcal{P}| = 6$，这样，有三个个体和每个个体有六种偏好序，于是总共给出$|\mathcal{P}|^3 = 6^3 = 216$种可能的的组合选择。社会福利函数将这216种组合映射到某个社会选择偏好(从六种偏好选择中决定一个)。我们要考察的一个问题是我们应对这样的社会福利或选择函数施加何种限制呢?

当个体数和备选事项数增加时，偏好序向量的个数随着备选事项的个数的增加呈几何级数增加。因此，政府难以知道个体众多的可能偏好。这也是为什么在美国，议员选举时议员要公开竞选，通过与选民交流来沟通信息，因而美国的参议和众议员需要代表选民的利益，也是美国国会议员们要争来争去的原因，因为作出社会选择是非常困难的。

读者可以考虑如下假想的例子：你要写一封信给你的人大代表，对国民项目(选择)列出你的偏好序P_i，如提高教育经费、提高社会救济金、削减政府消费开支、扩张医疗计划、提高社会保障、提高国防预算，等等。人大代表根据所收到大量的这种列出个人偏好P，并试图提出一个社会的偏好$F(P)$。你希望人代会确定某种规则(法规)以从个人偏好序中形成社会偏好。上述假想的问题即说明了社会选择理论要研究的主要问题。

9.4.3 阿罗不可能定理

这节介绍阿罗不可能定理。阿罗想要回答的基本问题是，在何种条件下个体偏好能以一种使我们满意的方式被加总成社会偏好。既然要考虑尊重个体偏好的社会的偏好问题，我们希望这个社会选择偏好能在一些合理的条件下被加总，但阿罗不可能定理给出的结论令人吃惊：在那些看起来非常合理假定下，却不存在能代表多数人意见社会偏好，唯一可能的社会福利函数是“独裁”的，也就是某个人偏好就是整个社会的偏好，这几乎是不可能的。

定义 9.4.1 (无约束域(UD)) *个人序类$\mathcal{P}$由定义在X上的所有可能的序组成。*

由于社会福利函数代表了整个社会偏好，需要充分考虑各种可能的个人的偏好，而个体数目巨大，其偏好各式各样，各种可能性都有，因此希望对个体偏好序各种可能都是允许的，因而无约束域是一个希望能满足的假设。

同时，人们也希望社会偏好要充分考虑到民意，如果有两个事项供选择，当所有的人都认为某个事项优于另外一个，那么这个事项也应该是社会最优的，因而希望满足下面帕累托原则。

定义 9.4.2 (帕累托原则(P)) *若对任意的$i \in N$和任意的$x, y \in X$，有$x P_i\, y$，则$x F(P) y$ (社会偏好)。*

另外我们还希望能就事论事，对任意两种事项选择的排序不受其他事项选择的影响，社会偏好只取决于个体对这两种选择的偏好，即若所有的个体在不同的个人偏好

下对两个事项有相同排序，则社会福利函数在相对应的偏好下对两个事项的排序也应该一样，由此有以下不相关选择的独立性假设。

定义 9.4.3 (不相关选择的独立性(Independence of Irrelevant Alternatives (IIA)) *对任意两种事项，社会偏好只取决于个体对这两种事项的偏好。正式地，对任意满足*

$$xP_iy \Leftrightarrow xP'_iy \text{ 和 } yP_ix \Leftrightarrow yP'_ix, \forall i \in N$$

的$x, y, \in X$和$P, P' \in \mathcal{P}^n$，我们有

$$xF(P)y \Leftrightarrow xF(P')y$$

以及

$$yF(P)x \Leftrightarrow yF(P')x.$$

注． IIA意味着，若个体P和P'对x和y的排序相同，则$F(P)$和$F(P')$对x和y的排序也相同。换句话说，若不同的偏好向量对x和y的排序是一样的，则这两个偏好向量的社会序对x和y的排序也是一样的。

注． 根据IIA，不影响x和y的排序的偏好序的任何变化都不会影响x和y的社会排序。

例 9.4.3 *设$x\ P_i\ y\ P_i\ z$，$x\ P'_i\ z\ P'_i\ y$。*
则根据IIA，若$xF(P)y$，则有$xF(P')y$。

定义 9.4.4 (独裁者) *存在个体$i \in N$，使得$F(P) = P_i, \forall P \in \mathcal{P}^n$。这样的个体$i$称为***独裁者(dictator)**。

这个假设意味着，在社会中，对要选择的事项高度统一，某个人的偏好代表整个社会的偏好。

以下阿罗不可能定理证明了，在备选事项的数目大于2、个体偏好满足无约束域、帕累托原则及不相关选择的独立性这些看似合理的假设下，唯一可能的社会选择偏好就是某个人的偏好代表所有人的偏好的“独裁”社会，这样的社会在现实中基本上是不可能的。

定理 9.4.1 (阿罗不可能定理) *任意满足$m \geqq 3$, UD, P, IIA 条件的社会福利函数都是独裁的。*

证明: 这个定理的证明比较复杂，有多种不同的证明方法。下述证明的思想可追溯到Vickrey (1960)，它由三个引理组成。 □

引理 9.4.1 (中性) *给定满足*

$$\begin{aligned}\cdot\forall i &\in M, xP_iy \text{ 和 } aP_i'b\\ \cdot\forall i &\in I, yP_ix \text{ 和 } bP_i'a\end{aligned}$$

的划分$N = M \cup I$*和*$(a, b, x, y) \in A^4$*，我们有*

$$x\hat{P}y \Leftrightarrow a\hat{P}'b, \tag{9.4.7}$$

和

$$x\hat{I}y \Leftrightarrow a\hat{I}'b. \tag{9.4.8}$$

证明: 引理9.4.1的解释是简单的：若对每个个体来说，x和y用P排序的结果和a和b用P'排序的结果是一样的，则对社会序来说结果也必然如此，即$\hat{P}$对x和y的排序同$\hat{P}'$对a和b的排序是一样的。若不然，则偏好序的加总步骤处理(a, b)和(x, y)的方式是非中性的，如该引理的名字所示。

我们首先证明。假设$x\hat{P}'y$，且(a, b, x, y)两两不相同。另设偏好P''满足

$$\begin{aligned}\cdot\forall i &\in M, aP_i''xP_i''yP_i''b,\\ \cdot\forall i &\in I, yP_i''bP_i''aP_i''x\end{aligned}$$

(由于无约束域(UD)满足，这样的偏好存在)。

由于个人以P''对x和y排序的结果和以P对x和y排序的结果是一样的，根据IIA，我们有$x\hat{P}''y$。根据帕累托准则(P)，有$a\hat{P}''x$及$y\hat{P}''b$。根据可传递性，我们可得$a\hat{P}''b$。最后，再次根据IIA，我们可得$a\hat{P}'b$。

a或b与x或y重合时的情形类似证明。

(9.4.8)的证明可直接得到。不失一般性，设$x\hat{I}y$但$a\hat{P}'b$，则由(9.4.7)我们得$x\hat{P}y$，矛盾。 □

在叙述引理9.4.2之前，我们首先定义两个术语。我们称代理人集合M对(x, y)几乎是**决定性的(decisive)**，如果对每个$\hat{P}$，有

$$(\forall i \in M, xP_iy \text{ 和 } \forall i \notin M, yP_ix) \Rightarrow x\hat{P}y.$$

我们称M对(x, y)是决定性的，如果对每个$\hat{P}$，有

$$(\forall i \in M, xP_iy) \Rightarrow x\hat{P}y.$$

引理 9.4.2 *若*M*对*(x, y)*几乎是决定性的，则它对*(x, y)*是决定性的。*

证明: 假设$\forall i \in M, xP_iy$。由IIA，只有个体偏好依赖于(x, y); 其它的能被改变。不失一般性，设存在z，使得$xP_izP_iy, i \in M$，而对其它个体，z优于x和y。由于个体偏好决定了(x, y)，M对(x, y)几乎是决定性的，因此有$x\hat{P}z$。最后，由帕累托准则，得$z\hat{P}y$，由传递性，我们推得$x\hat{P}y$。 □

注意到中性意味着若M对(x, y)是决定性的，则它对每个其它的选择对也是决定性的。我们因此说M是决定性的。

引理 9.4.3 *若M是决定性的且其中至少有两个个体，则M存在一个决定性的子集。*

证明:作划分$M = M_1 \cup M_2$，并选择$\hat{P}$，使得

$$\cdot\text{在}M_1\text{上}, xP_iyP_iz$$
$$\cdot\text{在}M_2\text{上}, yP_izP_ix$$
$$\cdot\text{在}M\text{外}, zP_ixP_iy$$

由于M是决定性的，我们有$y\hat{P}z$。

如下两种情形成立:

- $y\hat{P}x$，且(由于根据IIA，z没有影响) M_2对(x, y)几乎是决定性的，因而根据引理9.4.2，它是决定性的。
- $x\hat{R}y$，由可传递性，有$x\hat{P}z$; 因而(由于根据IIA，y 没有影响) M_1对(x, y)几乎是决定性的，因此由引理9.4.2，它是决定性的。

注意到根据帕累托准则，I是决定性的。根据引理9.4.3，存在决定性的个体i，因而i是一个广受欢迎的（sought-after）独裁者。仔细的读者可发现在只存在两个选择的情形引理9.4.1成立而引理9.4.2和9.4.3不成立，因而定理得证。 □

阿罗不可能定理的影响十分深远，已成为政治经济学、集体选择理论中最为重要的一个经典结果。这一定理说明了，从个体偏好到社会偏好的加总时可能会出现很大的问题。该定理结果的成立依赖于四个看起来合理或希望具备的假设，但结论没有像人们希望能达到的那样。即使个体偏好是理性的，但整个社会可能并不存在一个理性的选择。一个推论是，我们可能永远也不能找到一个理论或一个制度解决一个国家所有的问题。

显然，阿罗不可能定理在一定的程度上是一个令人沮丧、失望的结果，一种极端的悲观看法是不存在加总个人偏好的方法，因而认为处理社会选择的问题就失去了理论基础。这种观点似乎太悲观，如果我们逐一考察定理的每个假定，则我们会发现定理中所施加的假定可能过于严格。例如，UD可能是其中最不合理的。一个制度不必对所有偏好都成立，只需对部分选择成立即可。大量文献从各个角度对其进行了放松，

得到了许多正面的结果。实际上，当其中的某些条件如UD被放松时，我们可能会得到积极的而非悲观的结果。如果我们只对某些具体问题或某一类人或某个国家或某个区域给出解决问题的方式或制度，这样的社会选择制度是完全可能的。我们只能因时因地因人因事而异地分析和解决问题，事实上，无论是自然科学还是社会科学这样的理论都不存在。

9.4.4 一些肯定结果：受限域

当阿罗不可能定理中的某些假定被放宽或移除时，结果可能肯定的。例如，如果备选事物具有一定的特征，且限于一定范围，则偏好将表现为某种结构，且可能不能穷尽X上所有可能的序，因此它放宽了无约束域(UD)假设。在下面的讨论中，我们考察受限域情形。一个著名的例子是**“单峰(single-peaked)偏好”**。我们将证明，在单峰偏好的假定性的假定下，非独裁的加总是可能的。

由于备选事物（alternatives）是抽象的或多维的，需要对其定义某种序，为此有下列定义：

定义 9.4.5 *X上的二元关系$\geq$称为**线性序**，如果$\geq$是反自的($x \geq x$)、传递的(若$x \geq y \geq z$，则$x \geq z$)和完备的(对不同的$x, y \in X$，要么$x \geq y$，要么$y \geq x$, 但两者不能同时成立)。*

例 9.4.4 *当备选事物的集合是一维实数空间，线性序就是通常的序$\geqq$，即$X = \Re$，且$x \geqq y$。*

定义 9.4.6 *$\succcurlyeq_i$称为在X上关于线性序$\geq$是**单峰的(single-peaked)**，如果存在$x \in X$，使得$\succcurlyeq_i$在下图集$L(x) = \{y \in X : y \leq x\}$ 上关于$\geq$递增，且在上图集$U(x) = \{y \in X : y \geq x\}$上关于$\geq$递减。即*

(1) 若$x \geq z > y$，则有$z \succ_i y$，

(2)若$y > z \geq x$，则有$z \succ_i y$。

换句话说，存在表示满足性最大水平的选择，当我们接近此水平时，满足性将增大，特别地，不存在其它最大的满足性水平。

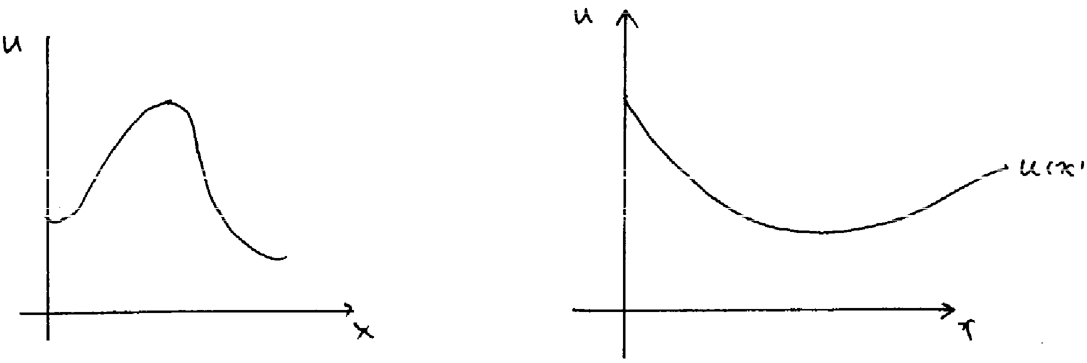

图 9.7: 左图中的u是单峰的，右图中的u 不是单峰的

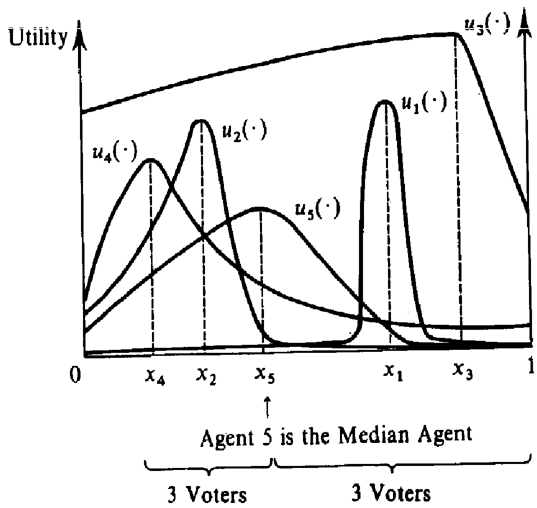

图 9.8: 具有单峰偏好的五个个体

给定偏好向量$(\succcurlyeq_1, \ldots, \succcurlyeq_n)$，令$x_i$为$\succcurlyeq_i$的最大选择(我们称$x_i$ 为个体i的**最大水平(peak)**)。

定义 9.4.7 *个体$h \in N$称为$(\succcurlyeq_1, \ldots, \succcurlyeq_n)$的*中间个体**(median agent)**，*如果$\#\{i \in N : x_i \geq x_h\} \geq \frac{n}{2}$，且$\#\{i \in N : x_h \geq x_i\} \geq \frac{n}{2}$。*

命题 9.4.1 *设$\geq$为X上的线性序，$\succcurlyeq_i$为单峰偏好。令$h \in N$ 为中间个体，则少数服从多数原则$\tilde{F}(\succcurlyeq)$是*可加总的**(aggregatable)**：*

$$x_h \tilde{F}(\succcurlyeq) y \quad \forall y \in X.$$

上述命题即是说，根据少数服从多数的投票规则，中间个体的最大水平x_h是社会最优的(没有其它选择比其更好)。任何具有这种性质的选择称为**孔多塞赢者(Condorect winner)**。因此，当所有个体的偏好关于同一线性序为单峰偏好时，孔多塞赢者存在。

证明: 任取$y \in X$，并设$x_h > y$ (对$y > x_h$，论证是相同的)。我们只需证明

$$\#\{i \in N : x_h \succ_i y\} \geq \#\{i \in N : y \succ_i x_h\}.$$

考虑最大水平大于或者等于x_h的个体集合$S \subset N$，即$S = \{i \in N : x_i \geq x_h\}$。则对每个$i \in S$，有$x_i \geq x_h > y$。因此，根据$\succcurlyeq_i$关于$\geq$的单峰性，我们有$x_h \succ_i y, \forall i \in S$，于是有$\#S \leqq \#\{i \in N : x_h \succ_i y\}$。这样, $\{i \in N : y \succ_i x_h\} \subset (N \setminus S)$, 因此$\#\{i \in N : y \succ_i x_h\} \leqq \#(N \setminus S)$。另一方面，由于$h$是中间个体，我们有$\#S \geq n/2$, 从而有$\#\{i \in N : y \succ_i x_h\} \leqq \#(N \setminus S) \leqq n/2 \leqq \#S \leqq \#\{i \in N : x_h \succ_i y\}$。 □

上述结论意味着，所有个体都偏好的中间选择（中间人的峰值）是整个社会的最佳选择。

9.4.5 吉巴德-萨特维特不可能定理

在前节，我们考察了如何将表示个人偏好关系的偏好加总成理性社会偏好序。这种社会偏好序可能用来进行决策。在本节中，我们直接考察社会决策，并将加总问题归结为如何将个人偏好转化为社会决策偏好向量的问题。

由本节得到的主要结果，我们仍然可推出社会选择函数是独裁的的推论。从某种意义上来说，本节的结论是阿罗不可能定理用选择函数的语言所作的重新表述。不过，它的一个优点是和在第五部分所讨论的机制设计中的激励分析建立了一种直接联系关系。

定义 9.4.8 *一个社会选择函数(SCF) 在$P \in \mathcal{P}^n$处是***可操弄的(manipulable)**，*如果存在$P_i' \in \mathcal{P}$，使得*

$$f(P_{-i}, P_i')\ P_i\ f(P_{-i}, P_i), \tag{9.4.9}$$

其中，$P_{-i} = (P_1, \ldots, P_{i-1}, P_{i+1}, \ldots, P_n)$。

定义 9.4.9 *一个社会选择函数称为***强个人激励相容(strongly individually incentive compatible) (SIIC)**，*如果不存在偏好序向量，使得该社会选择函数在该偏好序向量处是可操弄的。换句话说，讲真话是占优策略均衡:*

$$f(P'_{-i}, P_i) P_i f(P'_{-i}, P_i') \quad \textit{for all } P' \in \mathcal{P}^n. \tag{9.4.10}$$

定义 9.4.10 *一个社会选择函数称为***独裁的**，*如果存在着某一个体，其最优选择为社会选择。*

定理 9.4.2 (吉巴德-萨特维特定理) *若X至少包含三个备选事物，则满足SIIC 和UD的社会选择函数是独裁的。*

证明: 吉巴德-萨特维特不可能定理的证明也有好几种。这里采用的证明来自Schmeidler-Sonnenschein (1978)，其优点在于与阿罗不可能定理建立了紧密联系。

我们希望证明如果一个社会选择函数f是可操弄的，则它是独裁的。该证明由两个引理组成。它首先从一个可实现的社会选择函数f出发构造一个社会福利函数F，然后再证明该函数F满足阿罗不可能定理的条件，由此可推得F是独裁的，从而f也是独裁的。

引理 9.4.4 *设$f(P)=a_1$，$f(P'_i,P_{-i})=a_2$，其中$a_2\neq a_1$。则*

1. *若$a_1P'_ia_2$，则对i来说，f在(P'_i,P_{-i})处是可操弄的。*
2. *若$a_2P_ia_1$，则对i来说，f在P处是可操作弄。*

证明: 根据可操弄性的定义很容易证明上述引理。

□

对P和$i<j$，我们用P_i^j表示向量$(P_i,\ldots,P_j)$。

引理 9.4.5 *设B为f的像的一个子集，P为满足$\forall a_1\in B,\forall a_2\notin B,\forall i=1,\ldots,n,a_1P_i,a_2$的偏好向量，则$f(P)\in B$。*

证明: 反证法。令$a_2=f(P)$，并设$a_2\notin B$。设P'满足$f(P')=a_1\in B$ (由于B在f的像中，在无限制域假设下，这样的偏好向量存在)。现在构造序列$(a_3^i)_{i=0,\ldots,n}$如下：

- $a_3^0=a_2\notin B$，
- 对$i=1,\ldots,n-1,a_3^i=f(P_1'^i,P_{i+1}^n)$，
- $a_3^n=a_1\in B$。

令j为满足$a_3^j\in B$的第一个整数，则有

- $f(P_1'^j,P_{j+1}^n)=a_3^j\in B,$
- $f(P_1'^{j-1},P_j^n)=a_3^{j-1}\notin B,$

根据引理的假设，有$a_3^jP_ja_3^{j-1}$。因此，由引理9.4.4，我们可得f是可操弄的。
□

现在我们构造社会福利函数F。令P为偏好向量，a_1,a_2为A中的两个选择。对每个i，定义(根据UD) $\tilde{P}$如下：

- $\tilde{P}_i$，在$\{a_1, a_2\}$上与P_i相同，

- $\tilde{P}_i$，在$A - \{a_1, a_2\}$上与P_i相同，

- $\{a_1, a_2\}$被所有$\tilde{P}_i$偏好，即它们放在偏好符号$\tilde{P}_i$之前。

  (严格来说，$\tilde{P}$当然依赖a_1和a_2，其记号即反应了这一点。)

由引理9.4.5，有$f(\tilde{P}) \in \{a_1, a_2\}$ (在引理中取$B = \{a_1, a_2\}$并将P换成$\tilde{P}$即得)。F因此可定义为

- $a_1 F(P) a_2 \Leftrightarrow f(\tilde{P}) = a_1$.

下面我们验证F满足阿罗不可能定理的条件。F有三种可能的选择:

- 根据构造，F的定义域为一般域;

- F满足帕累托准则：若对每个i，$a_1 P_i a_2$，则a_1在所有偏好$\tilde{P}_i$之前。事实上，在引理9.4.5中取$B = \{a_1, a_2\}$，我们有$f(\tilde{P}) = a_1$。

- F满足IIA：若不然，存在P, P', a_1和a_2，使得

对每个i，$a_1 P_i a_2 \Leftrightarrow a_1 P'_i a_2$

- $a_1 F(P) a_2$，且$a_2 F(P) a_1$。

现在我们定义序列$(a_3^i)_{i=0,\dots,n}$如下:

- $a_3^n = a_1$，

  对$i = 1, \dots, n-1, a_3^i = f(\tilde{P}'^i_1, \tilde{P}^n_{i+1})$，

  $a_3^n = a_2$。

由引理9.4.5，对每个i，有$a_3^i \in \{a_1, a_2\}$。因此，令j为使$a_3^j = a_2$的第一个整数，则有$f(\tilde{P}'^j_1, \tilde{P}^n_{j+1}) = a_2$，$f(\tilde{P}'^{j-1}_1, \tilde{P}^n_j) = a_1$。现在，如下两种情形之一可能成立:

- $a_1 P_j a_2$

这意味着$a_1 P'_j a_2$，从而有$a_1 \tilde{P}'_j a_2$，从而再次由引理9.4.4，f是可操弄的。

- $a_2 P_j a_1$

这意味着$a_2\tilde{P}_j a_1$，因而由引理9.4.4，f是可操弄的。

但上述两种情形都导致了矛盾：对每个$P, F(P)$显然是完备和非对称的二元关系。我们只需证明它还是传递的即可。

若不然，则我们设对$\{a_1,a_2,a_3\}$有a_1优于a_2，a_2优于a_3，而a_3优于a_1。对每个i，令P_i'在$\{a_1,a_2,a_3\}$上同P_i一致，而在$A-\{a_1,a_2,a_3\}$上使$\{a_1,a_2,a_3\}$在P_i'的前面(根据UD)。由引理9.4.5，有$f(P')\in\{a_1,a_2,a_3\}$；不失一般性，我们设$f(P')=a_1$。由于$F(P)$在$\{a_1,a_2,a_3\}$出现循环，我们必然有$a_2F(P)a_1$ 或$a_3F(P)a_1$。这里不失一般性我们可假定$a_3F(P)a_1$。现在在每个个体偏好中将a_2移到第三个位置，将P'修改为P'' (由UD，P''是存在的)。注意到根据IIA，$a_3P_ia_1$当且仅当$a_3P_i''a_1$ (刚才已证明条件满足)，我们得$a_3F(P'')a_1$，从而有$a_3=f(P'')$。

为了避免表达的繁复，我们定义序列$(a_4^i)_{i=0,\ldots,n}$ 如下：

- $a_4^0=a_1$，

  对$i=1,\ldots,n-1, a_3^i=f(\tilde{P}_1''^i,\tilde{P}_{i+1}'^n)$，

  $a_4^n=a_3$。

由引理9.4.5，对每个i，有$a_4^i\in\{a_1,a_2,a_3\}$。因此，令j为使$a_4^j\neq a_1$成立的第一个整数。则我们有如下两种可能的情形：

- $a_4^j=a_2$

但由于a_2仅在P_j''的第三个位置，因而$a_1P_j''a$。因此$f(\tilde{P}_1''^{j-1},\tilde{P}_j'^n)P_j''f(\tilde{P}_1''^j,\tilde{P}_{j+1}'^n)$，因而$f$是可操弄的。

- $a_4^j=a_3$

在此情形，如果$a_1P_j'a_3$，我们仍然有$a_1P_j''a_3$。因此$f(\tilde{P}_1''^{j-1},\tilde{P}_j'^n)P_j''f(\tilde{P}_1''^j,\tilde{P}_{j+1}'^n)$，从而$f$是可操弄的。如果$a_3P_j'a_1$，我们可直接得$f(\tilde{P}_1''^j,\tilde{P}_{j+1}'^n)P_j'f(\tilde{P}_1''^{j-1},\tilde{P}_j'^n)$，因而$f$也是可操作的。在上述两种情形，我们都导出了矛盾，因此$F(P)$是传递的。

由于F满足阿罗不可能定理的所有条件，因此F是独裁的；令i为独裁者，P为偏好向量，且将P满足$a_1P_ia_2P_i\ldots$。由于i是独裁者，我们有$a_1F(P)a_2$，因而有$f(\tilde{P})=a_1$。但根据构造过程，$\tilde{P}$与P一致，因此$f(P)$为a_1，即i所偏好的选择。这就说明i对f也是独裁者。 □

从本质上来说，阿罗不可能定理与Gibbard-Satterthwaite不可能定理的结果是等价的。本教材利用了另外一种方法来证明后者。对其它证明感兴趣的读者可参考Mas-Colell, Whinston, and Green (1995)。

9.5 第九章习题

习题 9.1 *待编辑*

9.6 习题参考答案

待编辑

参考文献

Arrow, K and G. Debreu, "Existence of Equilibrium for a Competitive Economy," *Econometrica*, 1954, 22.

Arrow, K. J. and Hahn, F. H. (1971), *General Competitive Analysis*, (San Francisco, Holden Day).

Debreu, G., *Theory of Value*, (Wiley, New York), 1959.

Debreu, G. and H. Scarf, "A Limit Theorem on the Core of an Economy," *International Economic Review*, 4 (1963), 235-246.

Gibbard, A., "Manipulation of Voting Schemes," *Econometrica*, 41 (1973), 587-601.

Jehle, G. A., and P. Reny, *Advanced Microeconomic Theory*, Addison-Wesley, 1998, Chapters 7-8.

Luenberger, D. *Microeconomic Theory*, McGraw-Hill, Inc, 1995, Chapter 10.

Mas-Colell, A., M. D. Whinston, and J. Green, *Microeconomic Theory*, Oxford University Press, 1995, Chapters 18.

Rawls, J., *A Theory of Justice*, Cambridge: Harvard University Press, 1971.

Rubinstein Ariel, *Lecture Notes in Microeconomics (modeling the economic agent)*, Princeton Univeristy Press, 2005.

Satterthwaite, M. A., "Strategy-Proofness and Arrow's Existence and Correspondences for Voting Procedures and Social Welfare Functions," *Journal of Economic Theory*, 10 (1975), 187-217.

Tian, G., "On the Constrained Walrasian and Lindahl Correspondences," *Economics Letters*, 26 (1988), pp. 299-303.

Varian, H.R., *Microeconomic Analysis*, W.W. Norton and Company, Third Edition, 1992, Chapters 21.

Zhou, L., "Strictly Fair Allocations in Large Exchange Economies," *Journal of Economic Theory*, 57 (1992), 158-175

第四部分

外部性和公共品

到目前为止我们所介绍的内容基本都是无摩擦、理想及离现实较远的经济状态，除了第六章，所讨论的市场都是完全竞争的市场。第二直至七章基本是对市场经济进行描述性实证(positive)分析，主要讨论经济人在追求自身利益下的消费者和厂商的行为和选择问题及市场在各种结构（完全竞争、垄断竞争、寡头及完全垄断）下是如何运转的。八和九章中对完全竞争市场进行了规范（normative）分析，从不同的角度讨论了它的最优性、合理性和唯一性。

在七和八章中，我们分别介绍了市场竞争均衡(瓦尔拉斯均衡)和效率（帕累托最优）的概念和它们之间的内在联系。瓦尔拉斯均衡的概念为我们研究竞争的市场经济提供了一个恰当的市场均衡的概念。由于帕累托最优性的概念是社会的资源配置在现有禀赋下不存在进一步改善这一思想的严格表述，是判断一个经济制度是否有效率的基本标准，为检验一个经济制度是否优劣，给出了最低和无可争议的标准。这一概念将经济的效率问题和更富争议和政治性的个体福利理想分配相关的问题分离出来。

七-九章所得到的重要结果和深刻洞见主要是福利经济学第一基本定理和福利经济学第二基本定理，以及经济核定理和公正定理。这些结果分别从多个不同的角度论证了完全竞争自由市场经济的最优性、合理性和唯一性。第一福利经济学定理给出了市场经济达到帕累托最优配置的一组条件，它说明了在充分竞争、个人偏好的局部不满足性、无外部性、无公共品、无规模报酬递增、信息完备等条件下，市场制度将导致资源的有效配置。当这些条件不满足时，会失灵，出现各种问题。如寻租、贪污腐败，市场机制会失效，会产生无效率的配置。第一福利经济学定理在某种意义上，它是亚当·斯密关于市场中“看不见的手”断言的正式表述。第二福利定理则说明了，在一些正规性条件（偏好的局部不满足性、凸性和连续性、生产集的凸性和闭性）下，任何一个有效配置都可以通过市场机制达到，政府只需进行初始禀赋再分配即可。

公正定理对如何同时解决资源配置的效率和公平问题给出了具体答案。如果所有人有一个平等的竞争起点，则竞争市场可以达到既是帕累托有效也是公平（equitable）的配置。而经济核定理更为深刻，它论证了在个体追求自身利益客观现实约束条件下，只要给人们自愿合作和自愿交换的经济自由和允许充分竞争，即使不事前设定任何经济制度安排，所导致的结果和竞争市场所导致的配置结果一样。所有这些结论都说明了，即使想要解决公平、公正等问题，我们也不需要取消市场，而是如何弥补市场的不足，我们可以通过政府的作用，达到既有效率也有公平的资源配置。这些结果为遗产税、义务教育、环境保护、反垄断、金融监管和监督、规制等提供了理论支持。

当然，这些结论成立有其先决条件，且完全竞争的市场只是一种无摩擦的理想状态，在现实中基本不存在。但这种研究方法与自然科学一样，有其必要性，就像物理学中无摩擦的理想状态一样，现实中根本不存在，但为研究有摩擦的现实问题提供了基准点和参加系。同理，一般均衡理论所分析的完全竞争情形对我们思考，研究和检验现实中市场经济具有重要的理论和现实意义，具有重大指导作用，它为经济制度的选择和改革提供了方向和战略，为我们研究更现实的市场建立了基准点和参照系，是我们思考和检验市场经济结果的出发点。特别地，市场经济的非有效性从而旨在达到

帕累托改善的市场干预必然至少违背了保证第一福利定理成立的条件的其中某一条。从微观和信息角度说，它们还有很多问题不能解决。现在的研究大多都在讨论“**市场失灵(market failure)**”。分析市场在什么地方失灵和政府应该如何去做十分重要。弄清楚市场机制的治理边界，就不会完全否定或完全肯定的市场的作用，从一个极端走到另一个极端,就能够知道在何时政府能够辅助市场机制更好地发挥作用，如何在市场失灵时帮助市场发挥功能，当然基本假设仍然是个人是理性的，但受到信息不完全的限制，在这方面，激励机制设计的理论可以用来解决市场失灵的问题。

因而，本书余下的内容可看做这些主题的进一步拓展，我们将从讨论无摩擦自由的竞争市场经济怎么好的注重点转为着重讨论市场经济怎么不好、市场怎么失灵的问题。为此，我们将考察实际市场偏离理想的完全竞争情形的各种可能方式及其所导致的市场均衡不再是帕累托最优的“市场失灵”问题，并给出解决市场失灵的的方法。

在本部分的第十一 和十二章中，我们将针对第一和第二福利经济学定理来考虑市场失灵问题，将分别考察外部性和公共品。在两种情形中，经济中个体的行为将直接影响到其它个体的效用或产出。我们将看到，一般来说，这些非市场(nonmarketed)“物品”或者“有害品(bads)”将导致非帕累托最优结果，从而导致市场失灵。由于存在外部性和公共品，私人品市场一般来说不是配置资源的好机制。我们将在五中考察由不完全信息所导致的非帕累托问题。

第十一章　外部性

11.1　导言

本章考察**外部性(externalities)**问题。所谓外部性，指的是经济中一些个体的经济活动(生产活动或消费活动）会影响其它个体的经济活动。外部性的存在一般来说会导致市场均衡不能达到帕累托有效配置，因此导致市场失灵。其原因是影响到经济活动的一些因素没有计价。这样，在市场经济中如存在外部性，尽管允许充分竞争和经济选择自由，但导致的配置是无效的，需要通过某种制度安排或机制改进资源的配置。

具体来说，外部性包含两类：消费外部性和生产外部性，其本质是相同的。

消费外部性

我们首先考虑消费的外部性。在以前的分析中，个体的消费仅定义在自己的消费空间上，即自己的效用或满意度只与自己的消费组合有关，而与其它个体的消费无关。但事实上，很多时候，一部人的消费会影响到其他人的效用，而别人的消费自己无法控制。外部性可以是殃及池鱼的负面效应，也可以是从中获利的正面效应。这样的例子比比皆是。

例 11.1.1 *消费外部性的一些例子：*

(i) 某人安静的环境被另一个人的声响干扰。

(ii) A先生痛恨D先生靠近他吸烟。

(iii) A先生的满足程度随着C先生消费水平的上升而下降，因为A先生嫉妒C先生的富裕生活。

(iv)自己爽不爽没关系，反正不能让别人爽，别人爽了你不爽。

(v) 你跟着观看同寝室的室友所买的电视。

(vi) 达你同事的便车上班。

(i)和(ii)中环境受影响或污染是典型的外部性，污染环境的个体行为会造成其他人的健康受损的负面影响。还有，在我们身边，嫉妒是经常看到的。损人利己是可以理解的，

损人损己（同归于尽）也是可以理解的，但（iii）损人也不利己（红眼病）也是经常看到的，但一般来说难以让人理解，但这可以通过消费的负外部性来解释。

正式地，我们可将消费外部性表示为：

$$u_i(x_i): \text{不存在偏好的外部性},$$
$$u_i(x_1, ..., x_n): \text{存在偏好的外部性},$$

在后一种情况，其它个体的消费会影响一个个体的效用。

生产外部性

在生产中，外部性是自己的产出水平或消费水平受到其他人生产活动的影响，这一影响既可以是负的，也可能是的正外部效应影响。

例 11.1.2 *生产外部性的一些例子：*

(i) 化工厂的污水排放会影响周围渔民的生产，特别地，在下游捕鱼会受到上游化工厂排放的污染的负向影响。

(ii) 工厂的机器噪声影响到你的安静环境；北京上空的污染让你每天相当于吸了一包烟。

(iii) 某个银行出现问题，导致资金流动性大幅度下降；金融危机所导致的银行倒闭导致大家都不敢存款，从而影响实体经济。

(iv) 企业的R&D可能会提高其它企业的产出水平。

(v) 养蜂和农场互为正生产外部性，农场的花会使养蜂人收益，反对来，蜜蜂采花又利于农作物授粉。

(vi) 学校的品牌对成绩差的学生也有好处。

Romer的内生增长理论本质上是因为个体企业的产出受到整个经济中知识存量的外部性。又如在IT产业中，生产的固定成本很大，边际成本很小，但产品的正外部性很大。这时候如果没有知识产权保护，则企业不会进行研发。垄断的好处在于可以刺激企业进行研发创新（从而获得垄断租）。

无论正或者负的外部性，都会导致市场失灵。外部性的存在使我们有必要重新考察有效配置资源的各种方法。为保证在存在外部性时仍能获得有效配置，我们需要保证个体对其行为承担恰当的价格。解决外部性问题的方法有税收、所有权、规制、合并等等。

11.2 消费外部性

当消费外部性不存在时，个体i的效用仅是其自身消费的函数：

$$u_i(x_i). \tag{11.2.1}$$

在这种情况下，竞争均衡的一阶条件为：

$$MRS_{xy}^A = \frac{p_x}{p_y} = MRS_{xy}^B,$$

帕累托有效性的一阶条件为：

$$MRS_{xy}^A = MRS_{xy}^B.$$

因此，若个体的效用函数是拟凹的，每个竞争均衡都是帕累托有效的。

本节主要的目的是说明当存在消费的部性时，竞争均衡配置不总是帕累托有效的。为此，我们只要考察存在消费外部性时竞争均衡的一阶条件不总是等同于帕累托有效配置的一阶最优性条件即可。以下内容主要来自著者和杨力岩（Tian and Yang，Economic Theory，2009)。

考虑如下简单的二人二商品交换经济。假设每个消费的效用函数

$$u_A(x_A, x_B, y_A) \tag{11.2.2}$$

和

$$u_B(x_A, x_B, y_B) \tag{11.2.3}$$

关于其自身消费严格递增、关于所有变量拟凹，其满足**稻田(Inada)条件**

$$\frac{\partial u}{\partial x_i}(0) = +\infty, \lim_{x_i \to 0} \frac{\partial u}{\partial x_i} x_i = 0,$$

该条件保证了内点解的存在。另设效用函数$u_i(\cdot)$的梯度在帕累托有效配置处非零。这里商品x存在消费外部性。

竞争均衡满足的一阶条件仍然为：

$$MRS_{xy}^A = \frac{p_x}{p_y} = MRS_{xy}^B.$$

我们现在导出存在消费外部性的交换经济中的帕累托有效配置x^*所满足的一阶条件。帕累托有效配置x^*完全由下述问题的一阶最优性条件刻画：

$$\underset{x \in \mathbb{R}^4_{++}}{Max}\, u_B(x_A, x_B, y_B)$$

$$\begin{aligned} s.t.\ x_A + x_B &\le w_x \\ y_A + y_B &\le w_y \\ u_A(x_A, x_B, y_A) &\ge u_A\left(x_A^*, x_B^*, y_A^*\right). \end{aligned}$$

上述问题的一阶条件为:

$$x_A : \frac{\partial u_B}{\partial x_A} - \lambda_x + \mu \frac{\partial u_A}{\partial x_A} = 0, \tag{11.2.4}$$

$$y_A : -\lambda_y + \mu \frac{\partial u_A}{\partial y_A} = 0, \tag{11.2.5}$$

$$x_B : \frac{\partial u_B}{\partial x_B} - \lambda_x + \mu \frac{\partial u_A}{\partial x_B} = 0, \tag{11.2.6}$$

$$y_B : \frac{\partial u_B}{\partial y_B} - \lambda_y = 0, \tag{11.2.7}$$

$$\lambda_x : w_x - x_A - x_B \ge 0, \lambda_x \ge 0, \lambda_x\left(w_x - x_A - x_B\right) = 0, \tag{11.2.8}$$

$$\lambda_y : w_y - y_A - y_B \ge 0, \lambda_y \ge 0, \lambda_y\left(w_y - y_A - y_B\right) = 0, \tag{11.2.9}$$

$$\mu : u_A - u_A^* \ge 0, \mu \ge 0, \mu\left(u_A - u_A^*\right) = 0. \tag{11.2.10}$$

由(11.2.7)，我们得$\lambda_y = \frac{\partial u_B}{\partial y_B} > 0$。因而根据(11.2.9)，有

$$y_A + y_B = w_y, \tag{11.2.11}$$

这意味着对没有消费负外部性的商品y，在帕累托最优处，总消费等于总的初始禀赋，商品y不存在浪费的情况。另外，根据(11.2.5)和(11.2.7)，我们有

$$\mu = \frac{\frac{\partial u_B}{\partial y_B}}{\frac{\partial u_A}{\partial y_A}}. \tag{11.2.12}$$

从而由(11.2.4)和(11.2.5)，我们得

$$\frac{\lambda_x}{\lambda_y} = \left[\frac{\frac{\partial u_A}{\partial x_A}}{\frac{\partial u_A}{\partial y_A}} + \frac{\frac{\partial u_B}{\partial x_A}}{\frac{\partial u_B}{\partial y_B}}\right] \tag{11.2.13}$$

而由(11.2.6)和(11.2.7)，我们有

$$\frac{\lambda_x}{\lambda_y} = \left[\frac{\frac{\partial u_B}{\partial x_B}}{\frac{\partial u_B}{\partial y_B}} + \frac{\frac{\partial u_A}{\partial x_B}}{\frac{\partial u_A}{\partial y_A}}\right] \tag{11.2.14}$$

因此从(11.2.13)和(11.2.14)，我们可推出

$$\frac{\frac{\partial u_A}{\partial x_A}}{\frac{\partial u_A}{\partial y_A}}+\frac{\frac{\partial u_B}{\partial x_A}}{\frac{\partial u_B}{\partial y_B}}=\frac{\frac{\partial u_B}{\partial x_B}}{\frac{\partial u_B}{\partial y_B}}+\frac{\frac{\partial u_A}{\partial x_B}}{\frac{\partial u_A}{\partial y_A}}, \tag{11.2.15}$$

这表明在帕累托有效配置处，两个消费者的社会边际替代率相等。因此，我们立刻可以得到如下结论：

由于瓦尔拉斯均衡（竞争均衡）和帕累托有效配置的一阶条件不相同，竞争均衡配置不是帕累托最优的。

从上述边际等式条件我们可知，为了在边际等式条件处计算相关的边际替代率，我们必须考虑存在消费外部性时消费活动的直接和间接影响。即为了获得帕累托有效性，当消费者提高商品x的消费时，不仅该消费者要改变对商品y的消费，其它消费者也要改变商品y的消费。因此，对消费者i来说，商品x和y的社会边际替代率等于$\frac{\frac{\partial u_i}{\partial x_i}}{\frac{\partial u_i}{\partial y_i}}+\frac{\frac{\partial u_j}{\partial x_i}}{\frac{\partial u_j}{\partial y_j}}$。

由(11.2.4)和(11.2.6)，我们可以求得μ 和λ_x分别为

$$\mu = \frac{\frac{\partial u_B}{\partial x_B}-\frac{\partial u_B}{\partial x_A}}{\frac{\partial u_A}{\partial x_A}-\frac{\partial u_A}{\partial x_B}}>0 \tag{11.2.16}$$

$$\lambda_x = \frac{\frac{\partial u_A}{\partial x_A}\frac{\partial u_B}{\partial x_B}-\frac{\partial u_A}{\partial x_B}\frac{\partial u_B}{\partial x_A}}{\frac{\partial u_A}{\partial x_A}-\frac{\partial u_A}{\partial x_B}}. \tag{11.2.17}$$

当消费外部性为正时，由(11.2.13) 或(11.2.14)，$\lambda_y=\frac{\partial u_B}{\partial y_B}>0$，我们易知$\lambda_x$总是为正。当不存在消费外部性或只存在单边的消费外部性时[1]，由(11.2.13) 或(11.2.14)，我们可知λ_x也为正。因此，对所有上述情形，边际等式条件(11.2.15)和预算平衡条件完全确定了所有帕累托有效配置。当存在消费负外部性时，由(11.2.17)直接给出的或由(11.2.13)或(11.2.14)间接给出的库恩-塔克(Kuhn-Tucker)乘子λ_x是一个正数和一个负数之和，从而λ_x的符号不确定。这不像某些教科书如Varian (1992, 438)所宣称的那样，边际等式条件(11.2.15)和预算平衡条件并不能保证正确地求得帕累托有效配置。

为了保证在存在消费负外部性时配置是帕累托有效的，我们需要在帕累托有效配置处确保有$\lambda_x\geq 0$，从而这要求社会边际替代率是非负的，即

$$\frac{\frac{\partial u_A}{\partial x_A}}{\frac{\partial u_A}{\partial y_A}}+\frac{\frac{\partial u_B}{\partial x_A}}{\frac{\partial u_B}{\partial y_B}}=\frac{\frac{\partial u_B}{\partial x_B}}{\frac{\partial u_B}{\partial y_B}}+\frac{\frac{\partial u_A}{\partial x_B}}{\frac{\partial u_A}{\partial y_A}}\geq 0, \tag{11.2.18}$$

[1]只有一个消费者的消费对另外的消费者有外部性。

或者等价地，对所有帕累托有效配置，要求(11.2.15)与

$$\underbrace{\frac{\partial u_A}{\partial x_A}\frac{\partial u_B}{\partial x_B}}_{\text{(联合际收益)}} \geq \underbrace{\frac{\partial u_A}{\partial x_B}\frac{\partial u_B}{\partial x_A}}_{\text{(联合边际成本)}} \tag{11.2.19}$$

成立。

我们可将(11.2.19)左端的$\frac{\partial u_A}{\partial x_A}\frac{\partial u_B}{\partial x_B}$解释为消费商品$x$的联合边际收益，将其右端的$\frac{\partial u_A}{\partial x_B}\frac{\partial u_B}{\partial x_A}$解释为消费$x$的联合边际成本，因为消费的负外部性损害了消费者的利益。消费者有效消费商品x的必要条件为其联合边际收益等于其联合边际成本。

因此，求解如下系统(PO)

$$\text{(PO)}\begin{cases} \frac{\frac{\partial u_A}{\partial x_A}}{\frac{\partial u_A}{\partial y_A}} + \frac{\frac{\partial u_B}{\partial x_A}}{\frac{\partial u_B}{\partial y_B}} = \frac{\frac{\partial u_B}{\partial x_B}}{\frac{\partial u_B}{\partial y_B}} + \frac{\frac{\partial u_A}{\partial x_B}}{\frac{\partial u_A}{\partial y_A}} \geq 0 \\ y_A + y_B = w_y \\ x_A + x_B \leq w_x \\ (\frac{\partial u_A}{\partial x_A}\frac{\partial u_B}{\partial x_B} - \frac{\partial u_A}{\partial x_B}\frac{\partial u_B}{\partial x_A})(w_x - x_A - x_B) = 0 \end{cases}$$

即可求得所有的帕累托有效配置，可分为三种情况求出。

情况1：当$\frac{\partial u_A}{\partial x_A}\frac{\partial u_B}{\partial x_B} > \frac{\partial u_A}{\partial x_B}\frac{\partial u_B}{\partial x_A}$或等价地

$$\frac{\frac{\partial u_A}{\partial x_A}}{\frac{\partial u_A}{\partial y_A}} + \frac{\frac{\partial u_B}{\partial x_A}}{\frac{\partial u_B}{\partial y_B}} = \frac{\frac{\partial u_B}{\partial x_B}}{\frac{\partial u_B}{\partial y_B}} + \frac{\frac{\partial u_A}{\partial x_B}}{\frac{\partial u_A}{\partial y_A}} > 0$$

时，$\lambda_x > 0$，从而上述系统(PO)的最后两个条件简化为$x_A + x_B = w_x$。在这种情况下，帕累托有效配置的条件成立。将$x_A + x_B = w_x$和$y_A + y_B = w_y$代入边际等式条件(11.2.15)即可得x_A和y_A之间的关系式，它精确地确定了帕累托有效配置。

情况2：当消费x的总边际收益等于总边际成本时，即

$$\frac{\partial u_A}{\partial x_A}\frac{\partial u_B}{\partial x_B} = \frac{\partial u_A}{\partial x_B}\frac{\partial u_B}{\partial x_A}, \tag{11.2.20}$$

则有

$$\frac{\frac{\partial u_A}{\partial x_A}}{\frac{\partial u_A}{\partial y_A}} + \frac{\frac{\partial u_B}{\partial x_A}}{\frac{\partial u_B}{\partial y_B}} = \frac{\frac{\partial u_B}{\partial x_B}}{\frac{\partial u_B}{\partial y_B}} + \frac{\frac{\partial u_A}{\partial x_B}}{\frac{\partial u_A}{\partial y_A}} = 0, \tag{11.2.21}$$

从而有$\lambda_x = 0$。在这种情况下，当$x_A + x_B \leq w_x$时，x是否存在浪费是不确定的。即使如此，仍能根据$y_A + y_B = w_y$和零社会边际等式条件(11.2.21)确定帕累托有效配置集。实际上，将$y_A + y_B = w_y$代入(11.2.21)，我们可将x_A表示为y_A的解。

情况3：对所有$y_A + y_B = w_y$和边际等式条件(11.2.15)的配置，当$\frac{\partial u_A}{\partial x_A}\frac{\partial u_B}{\partial x_B} < \frac{\partial u_A}{\partial x_B}\frac{\partial u_B}{\partial x_A}$时，社会边际替代率必然为负。因此，配置不是帕累托有效的。在这种情况下，商品x必然存在浪费，其存在满足(11.2.21)的帕累托有效配置。

综上所述，我们有如下命题，它刻画了在达到帕累托有效配置时商品x是否存在浪费的两类充分条件。

命题 11.2.1 *对2×2纯交换经济，假设效用函数$u_i\left(x_A,x_B,y_i\right)$连续可微、严格拟凹且满足$\frac{\partial u_i(x_A,x_B,y_i)}{\partial x_i}>0, i=A,B$。*

(1) 若社会边际替代率在帕累托有效配置x^*处严格为正[2]，则在帕累托有效配置x^*处，不存在浪费初始w_x的情况。

(2) 若满足$x_A+x_B=w_x$, $y_A+y_B=w_y$和边际等式条件(11.2.15)的配置(x_A,x_B)的边际替代率为负，则存在w_x，则在帕累托有效配置x^*处，存在着初始自由w_x被浪费的情况，即$x_A^*+x_B^*<w_x$，其中x^*由$y_A+y_B=w_y$和(11.2.21)决定。

命题11.2.1中第二个结论意味着，为了达到帕累托有效配置，其社会边际替代率为负时，对那些给消费者带来负外部性的商品，部分初始禀赋不应被消费。

因此，根据上述命题，我们知道(x_A,y_A,x_B,y_B)不是帕累托有效配置的充分条件为

$$\left.\begin{array}{c}\frac{\frac{\partial u_A}{\partial x_A}}{\frac{\partial u_A}{\partial y_A}}+\frac{\frac{\partial u_B}{\partial x_A}}{\frac{\partial u_B}{\partial y_B}}=\frac{\frac{\partial u_B}{\partial x_B}}{\frac{\partial u_B}{\partial y_B}}+\frac{\frac{\partial u_A}{\partial x_B}}{\frac{\partial u_A}{\partial y_A}}\\ x_A+x_B=w_x\\ y_A+y_B=w_y\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{\partial u_A}{\partial x_A}\frac{\partial u_B}{\partial x_B}<\frac{\partial u_A}{\partial x_B}\frac{\partial u_B}{\partial x_A}, \tag{11.2.22}$$

(x_A,y_A,x_B,y_B)是帕累托有效配置的充分条件为

$$\left.\begin{array}{c}\frac{\frac{\partial u_A}{\partial x_A}}{\frac{\partial u_A}{\partial y_A}}+\frac{\frac{\partial u_B}{\partial x_A}}{\frac{\partial u_B}{\partial y_B}}=\frac{\frac{\partial u_B}{\partial x_B}}{\frac{\partial u_B}{\partial y_B}}+\frac{\frac{\partial u_A}{\partial x_B}}{\frac{\partial u_A}{\partial y_A}}\\ x_A+x_B\le w_x\\ y_A+y_B=w_y\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{\partial u_A}{\partial x_A}\frac{\partial u_B}{\partial x_B}>\frac{\partial u_A}{\partial x_B}\frac{\partial u_B}{\partial x_A}. \tag{11.2.23}$$

例 11.2.1 *设效用函数为:*

$$u_i(x_A,x_B,y_i)=\sqrt{x_iy_i}-x_j,\quad i\in\{A,B\},j\in\{A,B\},j\neq i,$$

根据边际等式条件(11.2.15)，我们有

$$\left(\sqrt{\frac{y_A}{x_A}}+1\right)^2=\left(\sqrt{\frac{y_B}{x_B}}+1\right)^2, \tag{11.2.24}$$

从而有

$$\frac{y_A}{x_A}=\frac{y_B}{x_B}. \tag{11.2.25}$$

[2]如上所述，在存在正消费外部性、不存在消费外部性或者存在单边的消费外部性时，该结论都成立。

令$x_A + x_B \equiv \bar{x}$。将$x_A + x_B = \bar{x}$ 和$y_A + y_B = w_y$代入(11.2.25)，得

$$\frac{y_A}{x_A} = \frac{w_y}{\bar{x}}. \tag{11.2.26}$$

由(11.2.25)和(11.2.26)，我们得

$$\frac{\partial u_A}{\partial x_A}\frac{\partial u_B}{\partial x_B} = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{y_A}{x_A}}\sqrt{\frac{y_B}{x_B}} = \frac{y_A}{4x_A} = \frac{w_y}{4\bar{x}} \tag{11.2.27}$$

以及

$$\frac{\partial u_A}{\partial x_B}\frac{\partial u_B}{\partial x_A} = 1. \tag{11.2.28}$$

因此，$\bar{x} = w_y/4$是使$\frac{\partial u_A}{\partial x_A}\frac{\partial u_B}{\partial x_B} - \frac{\partial u_A}{\partial x_B}\frac{\partial u_B}{\partial x_A} = 0$的关键值，或者等价地，$\frac{\frac{\partial u_A}{\partial x_A}}{\frac{\partial u_A}{\partial y_A}} + \frac{\frac{\partial u_B}{\partial x_A}}{\frac{\partial u_B}{\partial y_B}} = \frac{\frac{\partial u_B}{\partial x_B}}{\frac{\partial u_B}{\partial y_B}} + \frac{\frac{\partial u_A}{\partial x_B}}{\frac{\partial u_A}{\partial y_A}} = 0$。因此，若$w_x > \frac{w_y}{4}$，则$\frac{\partial u_A}{\partial x_A}\frac{\partial u_B}{\partial x_B} - \frac{\partial u_A}{\partial x_B}\frac{\partial u_B}{\partial x_A} < 0$，于是根据帕累托有效配置条件(11.2.22)，为了达到帕累托最优配置，部分x的部分初始禀赋不应被消费。若$w_x < \frac{w_y}{4}$，则$\frac{\partial u_A}{\partial x_A}\frac{\partial u_B}{\partial x_B} - \frac{\partial u_A}{\partial x_B}\frac{\partial u_B}{\partial x_A} > 0$，因而帕累托有效配置条件(11.2.23)满足，在这种情况下，所有的初始禀赋都被消费掉。若$w_x = \frac{w_y}{4}$，则任何满足边际等式条件(11.2.15) 和预算平衡条件$x_A + x_B = w_x$和$y_A + y_B = w_y$的配置都满足(11.2.19)，从而根据(11.2.23)，它是配置是帕累托有效的。

下面我们仔细考察商品浪费和不浪费的充分条件。注意到若不浪费商品的充分条件成立，则$x_A + x_B = w_x$也应成立。因此，浪费和不浪费商品的充分条件描述为如下三个条件：

$$\begin{cases} \frac{\frac{\partial u_A}{\partial x_A}}{\frac{\partial u_A}{\partial y_A}} + \frac{\frac{\partial u_B}{\partial x_A}}{\frac{\partial u_B}{\partial y_B}} = \frac{\frac{\partial u_B}{\partial x_B}}{\frac{\partial u_B}{\partial y_B}} + \frac{\frac{\partial u_A}{\partial x_B}}{\frac{\partial u_A}{\partial y_A}} \\ x_A + x_B = w_x \\ y_A + y_B = w_y \end{cases}.$$

如果某配置同时也满足条件$\frac{\partial u_A}{\partial x_A}\frac{\partial u_B}{\partial x_B} \geq \frac{\partial u_A}{\partial x_B}\frac{\partial u_B}{\partial x_A}$，则该配置也是帕累托有效的，因而商品不存在浪费。否则，该配置不是帕累托有效的。如果该结论对所有的非帕累托有效配置都成立，则帕累托有效配置条件成立时必然存在商品浪费。

注意到由于$\frac{\partial u_A}{\partial x_A}$和$\frac{\partial u_B}{\partial x_B}$表示边际收益，它们关于商品$x$的消费递减。由于$\frac{\partial u_A}{\partial x_B}$和$\frac{\partial u_B}{\partial x_A}$表示消费的边际成本，其绝对值一般来说关于商品$x$的消费递增。因此，当$x$的禀赋$w_x$较小时，社会边际收益将超过社会边际成本，从而不存在商品浪费问题。随着x的禀赋w_x增加，社会边际成本最终将超过,社会边际收益，从而带来禀赋w_x的浪费。

我们也可以采用社会边际替代率方法，得到相同的结果。当效用函数严格拟凹时，边际替代率递减。因此，若存在消费负外部性，当商品x的消费充分大时，社会边际替代率将变为负的。当这种情况发生时，为了达到帕累托最优，我们需要浪费一部商

品x。随着商品x浪费的增加，商品x的消费将下降，社会边际替代率将上升，最终它们将大于等于零。

当存在负外部性时，为了达到资源有效配置，有些商品需要浪费掉这一有些令人奇怪现象在理论上不仅重要，也和现实有关。这一理论结果可用来解释在经济学和心理学中著名的幸福－收入之谜：一国人们的幸福随着收入的上升而上升，但超过某个收入水平，幸福水平随着收入水平的上升而下降。比如，在过去30年中，美国人生活满意度在一直下降，而英国人在同时期接近水平状态。如果我们将收入解释为一种商品，如果人们相互嫉妒他人的收入水平（比如低收入的人嫉妒高收入水平的人），则根据以上结果，当收入达到某个水平时，且都被消费掉，人们的幸福度随着消费上升而下降，从而导致帕累托无效配置。因此，当经济增长到一定的水平，如果其他方面（如精神文明和政治文明）不能跟进，其增长不能增加人们的幸福水平。

为了说明此点，回到例子11.2.1，如Tian和Yang (2012)文中那样，将x解释为物品或GDP品，y解释为非物品或非GDP品。如果不综合平衡地增加非物品的水平w_y，只是一味地经济增长，最终就会有$w_x > \frac{w_y}{4}$时，从而就出现在现实中看到的人们幸福度或保持水平状态（在帕累托状态，部分物品被消费掉时，将会如此），或下降的现象（当所有物品被消费掉）的现象。

这样，上述结果有一个很强的政策含义，即政府一味地追求GDP的增长不见得总是能增加人们的幸福度，可能反而降低人们的幸福度，于是导致帕累托无效配置。这就是为什么在过去几十年中，许多国家人们的幸福度先上升然后下降的原因，中国也有类似的现象。但根据上述讨论，人们的幸福度来自物质和非物质（精神文明和政治文明）两个层面。实际上，人们的幸福指数由多重因素决定：（1）物质因素，如收入水平及其差别；（2）精神因素，如事业成就感、工作压力、失业、休闲时间、朋友情感、家庭和谐；（3）社会政治因素，如社会公平、政治稳定、民主权利等；（4）生态因素，如对环境污染、生态破坏的治理，这是关系个体健康乃至生存的。可以看出，（1）所列因素为GDP品而（2）-（4）所列因素为非物品或非GDP品。

因此，幸福感源自物质文明、精神文明、政治文明、生态文明。在人们生活水平不高时，人们更多地是追求物质文明。而当生活水平达到一定程度时，人们会更趋于追求精神文明和政治文明。也就是，首先要解决吃穿住行，然后是艺术、诗歌、哲学、生活安逸、身体健康、民主政治、自己权利的保护等上层建筑，即是如此。由于收入的负消费外部性，因而精神文明和政治文明的建设也是十分重要的。关于幸福经济学，心理学、伦理学和经济学都在对其进行研究。很多人认为主流经济学无法解决人类幸福的问题。但以上结果说明，幸福经济学也可在主流经济学的框架内进行研究，仍然可以假定个体是自利的，然后采用帕累托最优作为配置资源是否有效的基本标准，只是加入了人们收入一般会出现负外部性的假定（这是一个合理假设，在现实中普遍存在，比如人们都他人的收入高于自己的收入会减低自主的效用）。对这一问题的详细讨论，参见Tian and Yang (2009, 2012)。

11.3 生产外部性

我们现在论证，当存在生产外部性时，竞争的市场也可能导致资源的无效率配置。为了说明这点，考虑存在两个企业的简单经济。企业1生产产品x，该产品在竞争市场上销售。但x的生产将会给企业2带来外部成本$e(x)$，假定$e(x)$为严格递增的凸函数。

设y为企业2生产的产出，它在竞争市场上销售。

设$c_x(x)$和$c_y(y)$分别为企业1和2的成本函数，它们为严格递增凸函数。

两个企业的利润分别为：

$$\pi_1 = p_x x - c_x(x), \tag{11.3.29}$$

$$\pi_2 = p_y y - c_y(y) - e(x), \tag{11.3.30}$$

其中，p_x和p_y分别为商品x和y的价格。则由一阶最优性条件，商品x和y 的产出都是正的：

$$p_x = c_x'(x), \tag{11.3.31}$$

$$p_y = c_y'(y). \tag{11.3.32}$$

但是，从社会的角度来看，由一阶最优性条件求得的利润最大化产出x_c过大。第一个企业只考虑了自身的生产成本，而忽略了社会成本，应该是自身的生产成本加上它强加于另一个企业的成本，从而有可能导致资源的无效率配置。

那么，社会有效产出是多少呢?

社会利润$\pi_1+\pi_2$并没有在满足(11.3.31)和(11.3.32)的x_c和y_c处达到最大。如果两个企业合并为一个企业从而将生产的外部性内部化，则其利润最大化问题为：

$$\max_{x,y} p_x x + p_y y - c_x(x) - e(x) - c_y(y), \tag{11.3.33}$$

其一阶最优性条件为：

$$\begin{aligned} p_x &= c_x'(x^*) + e'(x^*), \\ p_y &= c_y'(y^*), \end{aligned}$$

其中，x^*为x的有效产出数量，在该产出处，x的价格等于社会成本。因此，根据$e(x)$和$c_x(x)$的凸性，x^*小于存在生产外部性时的竞争产出。

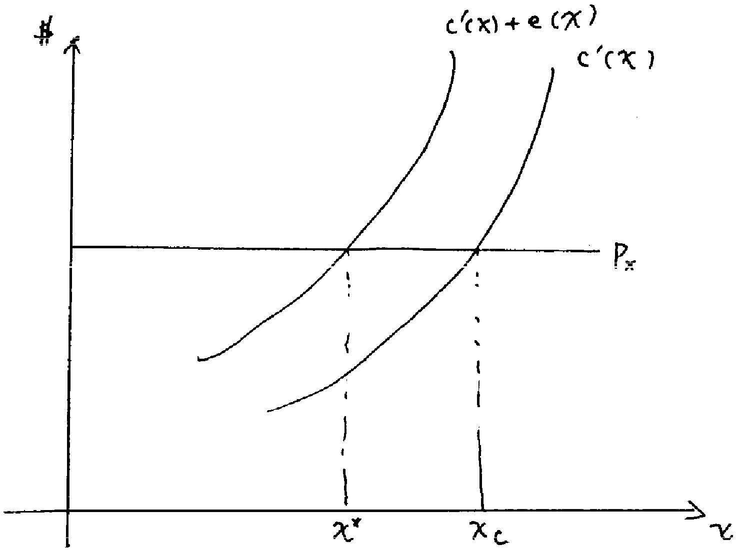

图 11.1: 有效产出x^*小于竞争产出x_c.

11.4 外部性的解决方案

从上面的讨论中，我们知道，当存在外部性时，竞争市场一般来说并不一定导致帕累托有效配置，因而我们需要寻求其它不同的机制来解决市场失灵问题。在本节中，我们介绍一些补救由外部性导致的市场失灵的方法，如：

1. 庇古税(Pigovian taxes)
2. 自愿谈判(Voluntary negotiation) (科斯(Coase)方法)
3. 补偿税(Compensatory tax)/补贴(subsidy)
4. 引入缺失的产权的市场
5. 直接干预(intervention)
6. 企业合并(Merges)
7. 激励机制设计

上述每一种解决方案的提出都是为了保证得到帕累托有效配置，但可能会影响到收入分配，导致不同收入分配结果。大部分上述解决方案都需要作如下假设：

1. 外部性的来源和程度是可识别的。
2. 外部性的承受方是可识别的。

3. 外部性的前因后果是可清楚确定的。

4. 防范外部性(用不同的方法)的成本对每个人来说都是完全已知的。

5. 收税或进行补贴的成本是可忽略的。

6. 自愿谈判的成本是可忽略的。

我们在下面将讨论这些方案的优缺点，哪些可行，哪些不可行。此外，为执行上述每种解决方案，知道何种信息是十分重要的。以上大多方案的实施都需要信息对称，如庇古税、科斯定理等。当信息不对称时，这些方法的实施就存在着较大问题，因而需要采用激励机制设计方法，来执行实施这些方案，或给新的解决方案。

11.4.1 庇古税

庇古税指的是政府对那些具有外部性的企业征收量为由外部性所导致的边际成本税率$t = e'(x^*)$。在理想状态下，如果外部性从而税率t可以精确确定，则在此情形企业的一阶条件与社会最优的一阶条件相同，因此资源配置达到了最优。

设对企业1征收的税率t满足$t = e'(x^*)$。该税率能使企业1内部化其外部性。企业1的净利润为：

$$\pi_1 = p_x \cdot x - c_x(x) - t \cdot x \tag{11.4.34}$$

其一阶条件为：

$$p_x = c_x'(x) + t = c_x'(x) + e'(x^*), \tag{11.4.35}$$

该条件同社会最优配置的条件相同。这意味着当企业面对其行为的错误价格时，应对企业1征收能带来社会最优产出的**矫正税(correction tax)**$t = e'(x^*)$，该产出小于竞争均衡产出。这样的矫正税称为**庇古税(Pigovian taxes)**。

在现实中，通常采用庇古税来解决外部性的问题，但有很大的局限性。一个根本前提是，监管部门要知道企业1生产x带给企业2的外部成本$e(x)$。如果监管部门不知道这一信息，就不能采用。因而它只适应于$e(x)$比较容易识别的情景，比如汽车的排气量比较容易科学鉴定，从而决定消费每升汽油的排气税容易确定。然而，当$e(x)$是私人信息，难以识别时，征税者难以准确获得关于成本$e(x)$的信息，从而这一方法不能简单直接采用。为了获得信息，就需要采用一定的方法和付出成本。如果搜集信息的成本过高，则这一方法在实践中难以执行。同时还要假定，监管部门的人都是秉公执法的，不会受贿，这意味着法律和信息完备性的要求对采用庇古税这一制度安排是重要的。所有这些表明这一方法有较大的局限性。

11.4.2 科斯自愿谈判和可实施所有权

解决外部性的另外一种方法是依靠相关各方就外部性问题通过协商解决。

诺贝尔经济学奖获得者罗纳德.科斯(Ronald Coase)[3]批评了庇古税的两个缺点：一是政府干预、干涉了经济自由；二是征税者在大多数情况下不可能知道关于成本$e(x)$的信息。其最大的贡献是系统地研究了产权的交易问题。为了解决外部性问题，科斯在其于1961年发表的著名文章《社会成本问题》中声称，是否能有效解决外部性取决于所有权是否清晰界定。为此，科斯提出了产权明晰界定和自愿交换、自愿谈判的方法。所谓的**科斯定理**断言，只要产权清晰，交易双方谈判的结果将使外部性生产活动的生产水平达到最优。其政策蕴涵是，政府只需明晰界定产权，即可解决外部性问题，市场就会解决外部性的问题，而无需政府的直接干预。

因此，科斯定理由两个论断组成。第一，无论所有权如何配置，外部性水平都是相同的，这称为**科斯中性定理(Coase Neutrality Theorem)**；第二，对外部性的自愿谈判将导致帕累托最优结果，这称为**科斯有效性定理(Coase Efficiency Theorem)**。

科斯是通过具有两位个体和负外部性的各种经济环境的例子来说明其观点的。科斯观察到，当存在外部性时，受害者有激励支付一定的费用$p_x - c'_x(x^*)$给企业让其停止生产。如果该费用足以补偿企业停产造成的损失，则企业将停止生产。下面的例子抓住了科斯观点的核心内容。

例 11.4.1 *两个企业：一个是向河流排放化学废品的化工企业，另外一个是渔民。假设河流每年的鱼产值为\$50,000。如果化学品污染河流，鱼将不能食用。我们该如何解决该外部性问题呢？科斯(Coase)认为，只要河流的所有权清晰界定，则外部性能被有效解决。这意味着只要将河流的所有权给化工企业或者渔民，就可导致有效产出。为理解这点，设过滤污染的成本为c_f。我们考虑如下两种情形：*

情形1: *河流的所有权分配给化工企业。*

i) 若$c_f < \$50,000$，则渔民将愿意为化工企业购买过滤系统从而使河流不受污染。

ii) 若$c_f > \$50,000$，则渔民不愿意为化工厂安装过滤系统，化工厂将化学废品排放到河中。

情形2: *河流的所有权分配给渔民，且企业的净产值大于$\$50,000$。*

i) 若$c_f < \$50,000$，则化工企业将购买过滤系统从而河流不会受到污染。

ii) 若$c_f > \$50,000$，则化工企业将为化学废品排放到河中支付渔民\$50,000。

[3]科斯一生著作很少，其中最有名的是1937发表的《企业的本质》和1961年发表的《社会成本问题》这两篇惊世之作，大概是全部现代经济学文献中被最广泛援引的两篇文章，由此获得诺贝尔经济学奖。他虽不懂多少也不太用数学，但文章内在逻辑分析清晰，开创性地引入和采用交易费用的概念和明晰产权来研究企业的边界和外部性的问题，其经济思想异常深刻，具有非凡的洞见力，对现代经济学的发展影响深远。许多经济学科，如产权经济学、信息经济学、机制设计理论、合约理论、转型经济学等都受到了科斯思想的影响。近年来获得诺贝尔经济学奖的经济学家，很多都是对这些领域进行研究而获得此荣耀。

像上述例子一样，科斯自己给出支持其论断的许多例子都是讨论企业或者厂商之间而非消费者之间的谈判问题。由于企业的目的是利润最大化而不是效用最大化，其经济行为好像为**受托人(fiduciaries)**行为，这种差异是重要的。这是由于利润最大化没有收入效应，而效用最大化一般具有收入效应，除非是拟线性效用函数。这样，为了保证科斯定理成立，我们必须对消费者的效用函数作一些严格的假定。

考察两个消费者和L种商品的经济。假设消费者i的初始财富为w_i，效用函数为

$$u_i(x_i^1, \ldots, x_i^L, h),$$

即每个消费者的效用同其消费的商品数量和消费者1进行的活动h有关。

活动h对消费者1来说不会带来直接的货币成本。比如，h是消费者1播放音乐的数量。为了播放音乐，消费者1必须购买电子设备，但电子设备可由x_i的某一分量表示。对消费者2来说，h表示消费者1的行为对他造成的外部效应。在该模型中，我们假设有

$$\frac{\partial u_2}{\partial h} \neq 0.$$

因此该模型的外部性表现在h会影响消费者2的效用，但该外部性没有由市场计价。设$v_i(p, w_i, h)$为消费者i的间接效用函数：

$$\begin{aligned} v_i(w_i, h) &= \max_{x_i} u_i(x_i, h) \\ s.t. \quad & px_i \leqq w_i. \end{aligned}$$

为了排除由于产权分配的差异所产生的收入效应，我们假设消费者的偏好关于某种计价商品是拟线性的，即消费者i的间接效用函数形为：

$$v_i(w_i, h) = \phi_i(h) + w_i.$$

我们进一步假定间接效用函数关于h是凹的: $\phi_i''(h) < 0$。类似地，市场竞争均衡结果一般来说不是帕累托最优的。为了最大化自身效用，消费者1将选择h使v_1达到最大，从而竞争市场的内点解满足

$$\phi_1'(h^*) = 0.$$

即使消费者2的效用依赖于h也不会影响h的选择。

另一方面，社会最优水平h将使消费者的效用之和达到最大：

$$\max_h \phi_1(h) + \phi_2(h).$$

在内点处达到最大值的一阶条件为：

$$\phi_1'(h^{**}) + \phi_2'(h^{**}) = 0,$$

其中，h^{**}是h的帕累托最优数量。因此，当两个消费者的边际收益率之和等于零时社会达到最优状态。若对消费者2来说外部性为负(嘈杂的音乐)，则$h^* > h^{**}$，即社会生产了过多的h。若对消费者2来说外部性为正(优美的音乐、烤面包的香味或者美丽的庭院)，则$h^* < h^{**}$，即社会生产了过少的h。

下面的讨论将表明，只要所有权配置(即播放音乐的权利)清晰，双方将进行谈判使得具有外部性的消费活动将达到社会最优水平。我们首先考察消费者2有是否播放音乐的权利，即消费者2有权阻止消费者1进行活动h的情形，该权力是**可合约化的(contractible)**。消费者2可以将进行h_2单位的活动h的权力卖给消费者1，并获得一定的转移支付T_2。两个消费者将就转移支付的规模T_2和外部性产品的生产数量h_2进行讨价还价。

为了确定讨价还价的结果，我们首先设定讨价还价的机制，如下所示：

1. 消费者2提供一份指定了支付T_2和活动水平h_2的合约给消费者1，消费者1要么接受该合约，要么就走人(不再与消费者2进行谈判)。
2. 如果消费者1接受该合约，结果实现。如果消费者1不接受该合约，消费者1将不能生产任何数量的外部性产品，即$h = 0$。

为了分析上述机制，我们首先考察消费者1会接受何种合约(h, T)。若没有合同允许，消费者1生产的外部性产品数量为$h = 0$。消费者1接受合约(h_2, T_2)当且仅当该合约为他提供了更大的效用，即消费者1接受合约当且仅当：

$$\phi_1(h_2) - T_2 \geqq \phi_1(0).$$

在上述约束下，消费者2将选择合约(h_2, T_2)，它是下述问题的解：

$$\begin{aligned}&\max_{h_2, T_2} \phi_2(h) + T_2\\ &s.t: \phi_1(h_2) - T \geqq \phi_1(0).\end{aligned}$$

由于消费者2偏好更大的T_2，上述问题的约束在最优紧（即解按等式成立），因此上述问题变为：

$$\max_{h_2} \phi_1(h_2) + \phi_2(h_2) - \phi_1(0),$$

其一阶条件为：

$$\phi_1'(h_2) + \phi_2'(h_2) = 0.$$

上述条件同确定社会最优水平h的条件相同。因此消费者2将选择$h_2 = h^{**}$，从而根据约束条件，有$T_2 = \phi_1(h^{**}) - \phi_1(0)$。且该合约$(h_2, T_2)$被消费者1接受。因此上述讨价还

价过程在社会最优处实现。

现在我们假定消费者1有权产生任意水平的外部性。我们仍假定讨价还价机制如上所述。

消费者2提供给消费者1一份要么接受要么走人的合约(h_1, T_1)，其中，下标表示在这种情形中消费者1具有播放音乐的所有权。若消费者1 拒绝该合约，他能选择产生任意水平的外部性，因而他选择的生产水平将为h^*。该情形同前面的情形的不同之处在于在前面的情形中两个消费者如没有达成合约，就不能播放，而这里由于播放权在消费者1这边，他可以播放。在这种情形，消费者2的问题为：

$$\begin{aligned}&\max_{h_1, T_1} \phi_2(h_1) - T_1\\&s.t: \phi_1(h_1) + T_1 \geqq \phi_1(h^*),\end{aligned}$$

类似地，该问题的约束条件在最优解处紧，从而消费者2选择h_1和T_1使

$$\max \phi_1(h_1) + \phi_2(h_1) - \phi_1(h^*)$$

达到最大。由于一阶条件与前述情形相同，该问题在$h_1 = h^{**}$处达到最大值。唯一不同的是转移支付T_1，其中，$T_1 = \phi_1(h^*) - \phi_1(h^{**})$。

上述两种所有权配置方案都可以实现h^{**}，但其收入分配效应是不同的。消费者2拥有播放权时的转移支付为正，而消费者1拥有播放权时，消费者2的转移支付为负。其原因是当不进行讨价还价时消费者1只能生产零单位的外部性，因而消费者2 在讨价还价中处于优势地位。

然而，注意到当消费者的效用函数为拟线性函数时，计价商品的重新分配对社会福利没有任何影响，也就是收入效应为零。不管所有权如何分配，讨价还价能导致帕累托最优结果，这一事实是科斯定理的一个例子：如果外部性交易产生，则不管所有权如何配置(只要配置清晰)，讨价还价都能导致有效结果。注意到界定良好、可执行的所有权是讨价还价起作用的基本条件。如果对谁有权污染(或不污染) 有争论，讨价还价可能不能导致配置的有效性。保证有效配置还要求讨价还价过程是无成本的。注意到在这里政府不需要了解个体消费者，它只需要界定产权即可。但是，所有权的清晰界定非常关键。因此，科斯定理论证明晰的法律和和良好的法庭的重要性和必要性。

不过，Hurwicz (日本和世界经济(Japan and the World Economy) 7, 1995, 第49-74页)证明，即使交易成本为零、产权清晰界定，无收入效应（即为拟线性效用函数）对科斯中性定理成立不仅是充分条件（已有结论），也是必要条件。即当交易成本可以忽略不计，污染水平和产权分配无关当且仅当消费者的偏好关于计价商品是拟线性的，导致无收入效应。因此，即使交易成本为零，科斯定理成立的可能性也是很小的。何况交易成本在现实中并不为零。

遗憾的是，如Chipman和Tian (2012, Economic Theory)所指出的那样，, Hurwicz的拟线性效用函数对科斯中性定理成立是必要条件的宣称不成立。为了说明此点，

考虑效应函数$U_i(x_i,h)$类具有以下形式：

$$U_i(x_i,h)=x_ie^{-h}+\phi_i(h), \qquad i=1,2 \tag{11.4.36}$$

这里

$$\phi_i(h)=\int e^{-h}b_i(h)dh. \tag{11.4.37}$$

$U_i(x_i,h)$显然不是拟线性的。我们更一步假设对所有$h\in(0,\eta]$, 有$b_1(h)>\xi$, $b_2(h)<0$, $b_i'(h)<0$ $(i=1,2)$, $b_1(0)+b_2(0)\geq\xi$,以及$b_1(\eta)+b_2(\eta)\leq\xi$。

于是，对$(x_i,h)\in(0,\xi)\times(0,\eta)$, $i=1,2$，有

$$\begin{aligned}
\partial U_i/\partial x_i &= e^{-h}>0, \quad i=1,2,\\
\partial U_1/\partial h &= -x_1e^{-h}+b_1(h)e^{-h}>e^{-h}[\xi-x_1]\geq 0,\\
\partial U_2/\partial h &= -x_2e^{-h}+b_2(h)e^{-h}<0.
\end{aligned}$$

这样，帕累托最优的一阶条件，我们有

$$0=\frac{\partial U_1}{\partial h}\Big/\frac{\partial U_1}{\partial x_1}+\frac{\partial U_2}{\partial h}\Big/\frac{\partial U_2}{\partial x_2}=-x_1-x_2+b_1(h)+b_2(h)=b_1(h)+b_2(h)-\xi, \tag{11.4.38}$$

它独立于x_i。因此，当(x_1,x_2,h)是帕累托最优，只要$x_1+x_2=x_1'+x_2'=\xi$，则(x_1',x_2',h)也是帕累托最优。同时，注意到$b_i'(h)<0$ $(i=1,2)$, $b_1(0)+b_2(0)\geq\xi$, 以及$b_1(\eta)+b_2(\eta)\leq\xi$。于是，$b_1(h)+b_2(h)$是严格单调的，从而存在唯一的$h\in[0,\eta]$，它满足(11.4.38)。这样契约线是水平的，尽管个人偏好不必是水平的。

例 11.4.2 假定$b_1(h)=(1+h)^\alpha\eta^\eta+\xi$，$\alpha<0$，及$b_2(h)=-h^\eta$。则，对所有的$h\in(0,\eta]$，有$b_1(h)>\xi$, $b_2(h)<0$, $b_i'(h)<0$ $(i=1,2)$, $b_1(0)+b_2(0)>\xi$, 以及$b_1(\eta)+b_2(\eta)<\xi$。这样，$\phi_i(h)=\int e^{-h}b_i(h)dh$是凹的，$U_i(x_i,h)=x_ie^{-h}+\int e^{-h}b_i(h)dh$是准凹，并对所有$(x_i,h)\in(0,\xi)\times(0,\eta)$，$i=1,2$，我们有$\partial U_i/\partial x_i>0$，$\partial U_1/\partial h>0$, 及$\partial U_2/\partial h<0$，但它关于$x_i$不是拟线性的。

Chipman和Tian (2012)于是研究污染水平独立于产权所属这一“科斯猜想” 的必要性。这归结于要找出保证契约线是水平的充分必要条件，使得从效用函数导出的帕累托最优配置集合是h常数，即高度为h的水平线，从而这归结于找一类效应函数使得一阶必要条件独立于x_i，并且它只是h的函数，可表示为$g(h)$:

$$\frac{\partial U_1}{\partial h}\Big/\frac{\partial U_1}{\partial x_1}+\frac{\partial U_2}{\partial h}\Big/\frac{\partial U_2}{\partial x_2}=g(h)=0. \tag{11.4.39}$$

令$F_i(x_i,h)=\frac{\partial U_i}{\partial h}/\frac{\partial U_i}{\partial x_i}$ $(i=1,2)$。它可以表示为以下一般形式:

$$F_i(x_i,h)=x_i\psi_i(h)+f_i(x_i,h)+b_i(h),$$

这里，$f_i(x_i,h)$是关于x_i不可分和非线性的。$\psi_i(h), b_i(h)$和$f_i(x_i,h)$在下面将更一步地被识别。

令$F(x,h)=F_1(x,h)+F_2(\xi-x,h)$。一阶条件能被重新写为:

$$F(x,h)=0. \tag{11.4.40}$$

这样，契约线，也就是帕累托最优配置的轨迹可表示为由(11.4.40)定义的一个隐函数$h=f(x)$。

于是，由在(x,h)空间中的帕累托最优集合为水平线$h=$ 常数所刻画的科斯中性定理意味着,

$$h=f(x)=\bar{h}$$

这里$\bar{h}$为常数，从而对所有的$x\in[0,\xi]$和$F_h\neq 0$,有

$$\frac{dh}{dx}=-\frac{F_x}{F_h}=0$$

这就是意味着函数$F(x,h)$独立于x。因而，对所有的$x\in[0,\xi]$，应有

$$F(x,h)=x\psi_1(h)+(\xi-x)\psi_2(h)+f_1(x,h)+f_2(\xi-x,h)+b_1(h)+b_2(h)\equiv g(h). \tag{11.4.41}$$

既然效应函数U_1和U_2是函数无关的，并且x在(11.4.41) 中不出现，我们必定有$\psi_1(h)=\psi_2(h)\equiv\psi(h)$和$f_1(x,h)=-f_2(\xi-x,h)=0$，$\forall x\in[0,\xi]$。因此，

$$F(x,h)=\xi\psi(h)+b_1(h)+b_2(h)\equiv g(h), \tag{11.4.42}$$

及

$$\frac{\partial U_i}{\partial h}\Bigg/\frac{\partial U_i}{\partial x_i}=F_i(x_i,h)=x_i\psi(h)+b_i(h) \tag{11.4.43}$$

这是一个一阶线性偏微分方程。则，从Polyanin，Zaitsev和Moussiaux (2002),[4]我们知道(11.4.43)的主积分$U_i(x_i,h)$有下式给出:

$$U_i(x_i,h)=x_ie^{\int\psi(h)}+\phi_i(h), \qquad i=1,2 \tag{11.4.44}$$

这里

$$\phi_i(h)=\int e^{\int\psi(h)}b_i(h)dh. \tag{11.4.45}$$

[4]这个可以从网站http://eqworld.ipmnet.ru/en/solutions/fpde/fpde1104.pdf找到。

(11.4.43)的一般解于是由$\bar{U}_i(x,y)=\psi(U_i)$给出，这里ψ是一个任意函数。由于单调变换保持偏好序不变，我们可以将解$U_i(x_i,h)$看作为是由(11.4.43)完全刻画一般效用函数形式。

注意，(11.4.44)是包括了关于x_i为拟线性函数以及由(11.4.36给出的效用函数为特殊情况的一般效用函数。的确如此，当$\psi(h)\equiv 0$ 时，它表示了平行的偏好关系，并且当$\psi(h)=-1$时，是成为由(11.4.36)给出的效用函数。

为了使得一阶条件(11.4.39)同时也是保证契约线是水平的充分条件，我们假定对所有的$h\in(0,\eta]$，有$x_1\psi(h)+b_1(h)>0$，$x_2\psi(h)+b_2(h)<0$，$\psi'(h)\leq 0$，$b_i'(h)<0$ $(i=1,2)$，$\xi\psi(0)+b_1(0)+b_2(0)\geq 0$，以及$\xi\psi(\eta)+b_1(\eta)+b_2(\eta)\leq 0$。

于是对所有的$(x_i,h)\in(0,\xi)\times(0,\eta), i=1,2$，我们有

$$\begin{aligned}
\partial U_i/\partial x_i &= e^{\int\psi(h)}>0, \quad i=1,2,\\
\partial U_1/\partial h &= e^{\int\psi(h)}[x_1\psi(h)+b_1(h)]>0,\\
\partial U_2/\partial h &= e^{\int\psi(h)}[x_2\psi(h)+b_2(h)]<0,
\end{aligned}$$

从而

$$0=\frac{\partial U_1}{\partial h}\Bigg/\frac{\partial U_1}{\partial x_1}+\frac{\partial U_2}{\partial h}\Bigg/\frac{\partial U_2}{\partial x_2}=(x_1+x_2)\psi(h)+b_1(h)+b_2(h)=\xi\psi(h)+b_1(h)+b_2(h), \tag{11.4.46}$$

它并不包含x_i。因此，如果(x_1,x_2,h)是帕累托最优，则只要$x_1+x_2=x_1'+x_2'=\xi$，(x_1',x_2',h)也是帕累托最优。同时，注意到$\psi'(h)\leq 0$，$b_i'(h)<0$ $(i=1,2)$，$\xi\psi(0)+b_1(0)+b_2(0)\geq 0$，以及$\xi\psi(\eta)+b_1(\eta)+b_2(\eta)\leq 0$。则，$\xi\psi(h)+b_1(h)+b_2(h)$是严格单调的，从而存在唯一的$h\in[0,\eta]$，它满足(11.4.46)。因此，契约线是水平的，尽管个人的偏好不一定是。

这样，由Chipman和Tian (2012)得到的科斯定理的正式表述可由下面命题给出：

命题 11.4.1 (Coase Neutrality Theorem) *在本章所考虑的具有外部性的经济中，假定交易成本为零，并且效用函数$U_i(x_i,h)$是可微的，且满足$\partial U_i/\partial x_i>0$，及$\partial U_1/\partial h>0$，但$\partial U_2/\partial h<0$，$\forall(x_i,h)\in(0,\xi)\times(0,\eta), i=1,2$。则，污染的水平与污染权的所属无关当且仅当效用函数$U_i(x,y)$（相差一个单调变换）有下列函数形式：*

$$U_i(x_i,h)=x_ie^{\int\psi(h)}+\int e^{\int\psi(h)}b_i(h)dh, \tag{11.4.47}$$

这里h 和b_i是任意函数，使得$U_i(x_i,h)$可微,$\partial U_i/\partial x_i>0$，及$\partial U_1/\partial h>0$，但$\partial U_2/\partial h<0$，$\forall(x_i,h)\in(0,\xi)\times(0,\eta), i=1,2$。

尽管以上科斯中性定理包括比拟线性效用函数更广一类效用函数，由于这个函数类的特殊形式，科斯中性定理仍然是非常特殊的一个结论，对一般的效用函数不成立。

因此，Hurwicz 关于科斯定理局限性的洞见仍然成立，它更适用于处理企业之间的生产外部性而不是消费外部性。

国内许多产权经济学家将科斯定理的理解和应用过于简单化和泛用化，没有充分注意其成立的边界条件，弄得不好，会造成很大的负外部性（比医生用错药危害更大，医生犯错，只危及一人，而经济学家犯错所提供的政策失误弄影响整个经济）。不少人以为，只要产权明晰、自由交换和合作，市场就能有效运作，从而以为只要私有化就可解决问题。这是对科斯定理的重大误解，没有注意这一结论成立的前提条件，特别是没有注意到最基本的两个先决列条件：1）双方自愿讨价还价的交易成本为零；2）外部性产品的需求的收入效应为零。在现实中，谈判以及组织谈判的成本一般来说是不可忽略的，交易成本往往很大，且对外部性产品的需求的收入效应一般非零。私有化只有在零交易成本、零收入效应和完全竞争的经济环境下才可能是最优的。但在现实中，这些条件往往不成立。例如，国有企业的私有化往往交易成本巨大，即使如何私有化和谁应该得到份额或好处都会争论不休，困难重重。父亲去世儿女们往往为分遗产争论纷纷，打得头破血流。即使有亲情都是如此，何况国家资产的划分呢?

权清晰界定的私有产权是否一定会导致资源的最优配置，而其他所有制不可能呢? 著者（Tian, 2000, 2001)证明，国有、集体所有和私有其实都可能是有效的，它取决于经济制度环境是否规范的程度。如果经济环境太过于不规范，**公有制(state ownership)**和**集体所有制(collective ownership)**也可能是最优的。在上世纪50年代新中国实行工商业改造运动和公私合营，由于政府控制了生产要素，如不能与政府合作，或不让你合作，就无法生存，这就是为什么有些国外资本家不得不离开，甚至将企业几乎白送给了政府后离开。在政府部门控制着相当经济权力时，贪污腐败本质上可以看做是一种股份合作制，这也是为什么外资企业来到中国时要找一个国有企业作为合资方的原因—-管理能力和与政府的关系也是一种生产力。只有在市场制度十分完善和规范的情况下，私有产权制度才是最优的。或者说私有产权制度是全局最优。三种产权制度都有可能是（相对）最优的，要看制度环境的规范程度。所以，与其讨论国有企业私有化，还不如不断改善制度环境，让民营企业蓬勃发展。中国过去30多年的改革开发充分说明了此点。

科斯有效性定理存在的问题更严重。首先，正如Arrow (1979, 第24页)所指出的，科斯理论的基本假设似乎是关于所有权的谈判过程可以描述为一个合作博弈(cooperative game)，而这需要假定每个参与人知道其它所有人的经济特征，即需要知道偏好或者生产函数。当信息不完全或者非对称时，一般来说我们不能获得帕累托最优结果。例如，当存在一个污染排放者和多个受害者时会产生搭便车问题，受害者有激励谎报其偏好。无论污染排放者是否有责任赔偿受害人，受害人都可能夸大其需要的外部性补偿。因此，我们可能需要设计激励机制来解决搭便车问题。

第二，即使信息是完全的，不少学者仍就许多情形对科斯有效性定理的结论提出了质疑：

(1) 经济核的集合有可能是空集，因而帕累托最优配置可能不存在。这种情

形的一个例子是Aivazian 和Callen (1981)讨论过的三人模型。

(2)从第八章对非凸的生产集讨论可以看出，即使允许资源的再分配，一个帕累托最优的配置也许不能通过竞争的市场来到达。而Starrettt (1972)证明，生产的外部性本质上意味着生产可能性集合是非凸性的，因而竞争均衡可能不存在。

(3) 当某个人拥有污染权时，他有勒索其它个体的内在激励。正如Andel (1966) 所指出的，任何拥有污染权的人都有激励向潜在的受害者榨取收益，比如威胁如不给好处，半夜三更恶意播放音乐吵你无法睡觉。

(4) 阿罗在1979年的文章中则认为，科斯定理依赖于一个讨价还价过程，最后导致一个合作博弈，而这依赖于信息完全假设。显然在现实中信息并非完全的，因而可能会导致搭便车问题。

因此，正如科斯自己所承认的那样，关于外部性的谈判能替代竞争均衡交易的假设不是从其假定根据逻辑得出的结论，而应视为可能或者不可能被数据证实的经验猜想。因为这点，仍有许多理论研究试图建立具有严格基础的科斯经济理论。

11.4.3 市场缺失

外部性问题也可视为由外部性的市场缺失所导致的问题。在**庇古税** 一节中所讨论的例子中，缺失的市场为污染市场。如果能建立一个污染权交易的许可市场，将污染的权利市场化，也许会导致资源的有效配置。比如，在该市场中，企业2 存在对污染的需求(或对污染的减少)，将该市场考虑进来将给出一种使资源达到有效配置的机制。在该机制中，企业1决定它要销售多少污染，而企业2决定购买多少污染。

设r为污染的价格（由于污染是有害品，它的价格为负），

x_1 =为企业1打算销售的污染量，

x_2 = 为企业2打算购买购买的污染量。

企业1的产出为x_1。

则企业1和企业2的利润最大化问题分别为：

$$\begin{aligned}\pi_1 &= p_x x_1 + r x_1 - c_1(x_1),\\ \pi_2 &= p_y y - r x_2 - e_2(x_2) - c_y(y),\end{aligned}$$

其一阶最优性条件

$$\begin{aligned}&p_x + r = c_1'(x_1) \quad \text{对企业1},\\ &p_y = c_y'(y) \quad \text{对企业2},\\ &-r = e'(x_2) \quad \text{对企业2}.\end{aligned}$$

当市场达到均衡$x_1^* = x_2^* = x^*$时，我们有

$$p_x = c_1'(x^*) + e'(x^*), \tag{11.4.48}$$

这表明社会达到了最优产出。

在这个模型中，我们假定企业都将污染的价格作为给定，当企业的个数很小时，这个假设不见得成立，因而有可能仍然导致污染水平的无效率。所以，在现实中采用拍卖污染权的方式来大大增加竞争的程度。

这个模型的基本思路已被用来处理现实中大量外部性的问题。对许多具有外部性的商品的消费和生产建立了权证许可市场，除了建立污染权交易的许可市场，对配置无线电频率谱建立许可市场等。

11.4.4　补偿机制

由于信息问题(收税者并不知道外部性的成本)，庇古税一般来说并不足以解决外部性问题，我们怎样才能解决这个信息不完全带来的问题呢?

瓦里安(Varian, AER 1994) 提出了一种解决此问题的激励机制。简单地说，一个机制由信息空间和结果函数(博弈规则)组成。我们将在五详细地介绍机制设计理论。Varian的激励机制使得企业通过博弈导致了帕累托有效税率。规则部门并不知道个体的信息，它通过激励机制来诱导个体汇报信息：税率t_1和t_2。机制是将双方拟定的税率施加给对方。如果双方汇报的税率不同，则对双方施加惩罚。Varian模型的博弈可分为两个阶段。在第一阶段，企业独立提出给对方的税率，这就将竞争市场的思想引进来了，每个企业不能控制施加给自己的税率。如果自己能够决定税率，则寻租会出现。这种思想使得个体彼此之间要相互权衡对方的决策从而调整自身的决策。在第二阶段，机制设计者根据”利而诱之”的思想根据双方的汇报进行利益分配。最后个体根据机制作出生产和产出的决策，所导致的均衡结果是帕累托有效结果。对一般机制设计理论介绍，我们将在下一步部分进行深入讨论。

策略空间(信息空间): $M = M_1 \times M_2$，这里$M_1 = \{(t_1, x_1)\}$, 其中，t_1和t_2可解释为企业1和企业2分别提出的庇古税率，x_1和y_2 可解释为他们提出的产出水平。

该机制可分为两阶段:

第一阶段: (声明阶段) 企业1和企业2分别提出庇古税率$t_i, i = 1, 2$, 它们可能是也可能不是有效税率。

第二阶段: (选择阶段) 给定第一阶段每个企业提出的庇古税率，如果企业1生产x单位的污染，则企业1必须支付$t_2 x$单位的费用给企业2。企业2获得$t_1 x$单位的补偿。如果他们提出的税率不同，给予惩罚，每个企业必须支付$(t_1 - t_2)^2$单位的罚金。

因此，两个企业的收益分别为：

$$\begin{aligned}\pi_1^* &= \max_x \; p_x x - c_x(x) - t_2 x - (t_1 - t_2)^2,\\ \pi_2^* &= \max_y \; p_y y - c_y(y) + t_1 x - e(x) - (t_1 - t_2)^2.\end{aligned}$$

由于上述过程是一个两阶段博弈，我们将用到**子博弈完美均衡(subgame perfect equilibrium)**的概念，在这样的均衡中，每个企业将考虑第一阶段的选择对第二阶段的产出的影响。我们一般先从第二阶段开始求解博弈两阶段问题。

第二阶段：企业1将选择满足下述一阶条件的$x(t_2)$：

$$p_x - c_x'(x) - t_2 = 0. \tag{11.4.49}$$

注意到根据c_x的凸性，即$c_x''(x) > 0$，我们有

$$x'(t_2) = -\frac{1}{c_x''(x)} < 0. \tag{11.4.50}$$

企业2将选择满足$p_y = c_y'(y)$的y。

第一阶段：每个企业将选择庇古税率t_1和t_2来最大化其收益。

对企业1，有

$$\max_{t_1} p_x x - c_x(x) - t_2 x(t_2) - (t_1 - t_2)^2, \tag{11.4.51}$$

其一阶最优性条件为

$$2(t_1 - t_2) = 0,$$

其解为

$$t_1^* = t_2. \tag{11.4.52}$$

对企业2，有

$$\max_{t_2} p_y y - c_y(y) + t_1 x(t_2) - e(x(t_2)) - (t_1 - t_2)^2, \tag{11.4.53}$$

其一阶最优性条件为

$$t_1 x'(t_2) - e'(x(t_2))x'(t_2) + 2(t_1 - t_2) = 0,$$

从而有

$$[t_1 - e'(x(t_2))]x'(t_2) + 2(t_1 - t_2) = 0. \tag{11.4.54}$$

由(11.4.50), (14.9.2)和(14.9.3)，我们得

$$t^* = e'(x(t^*)), t^* = t_1^* = t_2^*. \tag{11.4.55}$$

将均衡税率$t^* = e'(x(t^*))$代入(14.9.1)，我们得

$$p_x = c_x'(x^*) + e'(x^*), \tag{11.4.56}$$

此即生产达到社会有效时的一阶条件。

注. 该机制通过对两个企业设定相反的激励而有效。根据一阶条件，企业1总有动力报和企业2相同的庇古税率$t_1^* = t_2$。而根据企业2的一阶条件，企业2有激励选择t_2使其$e'(x(t_2)) = t_1$。这样，如果企业2认为企业1为他提出一个大的补偿税率t_1，即$t_1 > e'(x(t_2))$，企业2希望对企业1所征收的税率尽可能小，从而企业1生产得尽可能多（这是由于投入需要函数$x(t_2)$关于t_2单调递减，当t_2减少，则$x(t_2)$曾大，从而$e'(x(t_2))$增大）。另一方面，如果企业2认为企业1提出的庇古税率t_1过小，他希望对企业1所征收的税率尽可能大从而企业1生产得尽可能少。因此，当企业2所承担的外部性成本恰好被补偿时，他对企业1的生产水平最满意。

一般来说，由于利益冲突，个人目标与他人目标或社会目标总有所差异。从而需要通过恰当机制设计使个人优化目标与社会目标(如使社会资源达到有效配置)相一致。著者(Tian, 2003)给出了另外一种解决消费外部性、保证配置达到帕累托有效的激励机制。著者(Tian, (2004)也考察了解决消费外部性、保证配置达到帕累托有效的激励机制的信息有效性问题。

11.5 第十一章习题

习题 11.1 *待编辑*

11.6 习题参考答案

待编辑

参考文献

Andel, N., "Some Note on Equating Private and Social Cost: Comment," *Southern Economic Joural*, 33 (1966), 112.

Aivazian, V. A., and J. L. Callen, "The Coase Theorem and the Empty Core," *Journal of Law and Economics*, 24 (1981), 175-181.

Arrow, K. J., "The Organization of Economic Activity: Issues Pertinent to the Choice of Market versus Nonmuarket Allocation," in: The Analysis and Evaluation of public Expenditures: The PPB System, 1969. 3.

Arrow, K. J.,"The Property Rights Doctrine and Demand Revelation under Incomplete Information," in Michael J. Boskin (ed.), Economics and Human Welfare: Essays in Honor Tibor Scitovsky, New York: Academic Press, 23-39.

Chipman, J. S., "A Close Look to the Coase Theorem," in *The Economists' Vision: Essays in Modern Economic Perspectives*, eds. by James and Buchanan and Bettina Monissen, Frankfur/Mmain: Campus Verlag, 1998, 131-162.

Chipman, J. S., and G. Tian, "Detrimental Externalities, Pollution Rights, and the "'Coase Theorem'," *Economic Theory*, 49 (2012). 309-327.

Coase, R., "The Problem of Social Cost," *Journal of Law and Economics*, 3 (1960), 1 44.

Hurwicz, L., "What is the Coase Theorem," *Japan and the World Economy*, 7 (1995), 49-74.

Laffont, J.-J., *Fundamentals of Public Economics*, Cambridge, MIT Press, 1988.

Luenberger, D. *Microeconomic Theory*, McGraw-Hill, Inc, 1995, Chapter 9.

Mas-Colell, A., M. D. Whinston, and J. Green, *Microeconomic*, Oxford University Press, 1995, Chapter 11.

D. Meng and G. Tian, "Nonlinear Pricing with Network Externalities and Countervailing Incentives," Texas A&M University, 2008, website: http://econ.tamu.edu/tian/paper.htm.

Pigou, A., *A study of Public Finance,* New York: Macmillan, 1928.

Salanie, B., *Microeconomics of Market Failures*, MIT Press, 2000, Chapter 6.

Starrett, D. A., "Fundamental Nonconvexities in the Theory of Externalities," *Journal of Economic Theory*, 4 (1972), 180-199.

Tian, G. "Property Rights and the Nature of Chinese Collective Enterprises," *Journal of Comparative Economics*, 28 (2000), 247-268.

Tian, G. "A Theory of Ownership Arrangements and Smooth Transition To A Free Market Economy," *Journal of Institutional and Theoretical Economics*, 157 (2001), 380-412. (The Chinese version published in *China Economic Quarterly*, 1 (2001), 45-70.)

Tian, G., "A Solution to the Problem of Consumption Externalities," *Journal of Mathematical Economics*, 39 (2003), 831-847.

Tian, G., "A Unique Informationally Efficient Allocation Mechanism in Economies with Consumption Externalities," *International Economic Review*, 45 (2004), 79-111.

Tian, G. and L. Yang, "Theory of Negative Consumption Externalities with Applications to Economics of Happiness," *Economic Theory*, 39 (2009), 399-424.

Tian, G. and L. Yang, "Balanced Growth: A ¿¿¿ Potential Resolution to the Easterlin Paradox," Texas A&M University, 2012, website: http://econ.tamu.edu/tian/paper.htm.

Varian, H.R., *Microeconomic Analysis*, W.W. Norton and Company, Third Edition, 1992, Chapters 24.

Varian, "A Solution to the Problem of Externalities when Agents Are Well Informed," *American Economic Review*, 84 (1994), 1278-1293.

第十二章　公共品

12.1　导言

在前一章中，我们讨论了具有外部性的经济环境。注意到一个经济是否存在外部性非常重要，这关系到市场是否会失灵的问题。如果存在，尽管经济是充分竞争和有经济上的自由选择，一旦个体的经济动会影响到其他人的行动，市场就会失灵，会导致资源的无效配置，因而就需要采取其他补救措施，如庇古税、科斯定理、为外部性建立交易许可市场、激励机制设计等制度安排来解决因外部性而市场失灵的问题。

外部性的一个特殊情况是公共品。一个经济一旦存在着公共品，它也产生了外部性，从而市场也会失灵。我们都知道，让人们捐款来做一个公共项目非常困难。为什么会这样呢? 原因在于公共品和私有品存在着本质差异。其中一个差异是**非排他性**。一种商品是**排他的(excludable)**，如果当一个人消费了这个商品，其他人不能消费该商品，比如你吃了这个苹果，我就吃不到这个苹果了。而一个商品是非排他性商品意味着，你在消费这个商品的同时，其他人也能消费同量的这个商品。另一个差别是非竞争性。一种商品是**非竞争的**，如果一个人对该商品的消费不会减少其它消费者对该商品的消费量。

纯粹公共品(pure public good)是这样的一种商品，某个体消费了一单位的这种商品不会妨碍其它个体消费同一单位这样的商品，因此是**非排他(nonexcludable)** 和**非竞争的(non-rival)**。

最纯粹的公共品是国防，它保护所有国民免受外界侵越。其它例子还有高速公路系统、公共图书馆、公共卫生、消防、公共电视、公共广播电台等、街灯、警察、消防系统、防洪项目、公园和其它公共项目等。

局部公共品(Local Public Goods)的例子：存在地域限制的公共品。

公共品的非排他性将会导致搭便车问题。例如，公路修了以后大家都能使用，因而希望他人多捐款，而自己不愿意捐款。吃大锅饭的国有企业搞不好的根本原因也在于此，都想从别人努力劳动中获利，而自己却想偷懒。竞争市场对配置私有品一般来说是一种有效的社会制度，但对配置公共品来说，却往往往往会失灵，并非好的制度安排。

解决此问题的办法在理论上有二：(1) 改造人的思想，将为他人或劳动变成一种快乐和幸福，但现实很残酷，效果不好，除非追求个人利益的基因的得到改变；(2)在人

的思想觉悟一时无法大幅度提高的情况下，采用激励机制设计方法，因人因事而导，将人的思想境界不高的现实作为约束水平引入机制设计中。通过激励机制与社会规范和法规结合综合治理方法能比较好地解决免费搭车问题。

12.2 定义和基本设定

公共品经济的一般设定包括消费者、生产者、私有品和公共品。它从数学和模型上同一般均衡理论的设定类似。

令

n: 消费者数目。

L: 私有品数目。

K: 公共品数目。

$Z_i \subseteq \Re^L_+ \times \Re^K_+$: 消费者$i$的消费空间。

$Z \subseteq \Re^{nL}_+ \times \Re^K_+$: 消费空间。

$x_i \in \Re^L_+$: 消费者i的私有品消费。

$y \in \Re^K_+$: 公共品的消费/生产。

$w_i \in \Re^L_+$: 消费者i的初始私有品禀赋。为简化起见，假设经济中无公共品禀赋，但它们可由企业通过投入私有品生产出来。

$v \in \Re^L_+$: 私有品投入。为简化起见，假设只有一个生产公共品的企业。

f: $\Re^L_+ \to \Re^K_+$: production function with $y = f(v)$.

θ_i: 消费者i从生产获得的利润份额。

$(x_i, y) \in Z_i$.

$(x, y) = (x_i, ..., x_n, y) \in Z$: 配置。

$\succcurlyeq_i$ (若存在，也可为u_i)：偏好序。

$e_i = (Z_i, \succcurlyeq_i, w_i, \theta_i)$: 消费者$i$的经济特征。

$e = (e_1, ..., e_n, f)$: 公共品经济。

为了简单起见，以上设定是一个相对简单的设定，可以类似于一般均衡理论模型中的一般经济环境进行讨论，如允许一般的生产可能性集合，厂商的个数可以是任意的，投入和产生可以既包括私人品也包括公共品等等。

配置$z \equiv (x, y)$称为**可行的**，如果

$$\sum_{i=1}^{n} x_i + v \leqq \sum_{i=1}^{n} w_i \tag{12.2.1}$$

且

$$y = f(v). \tag{12.2.2}$$

定义 12.2.1 *在公共品经济e中，配置(x, y)称为***帕累托有效的(Pareto efficient)***，如果它是可行的，且不存在其它可行配置(x', y')，使得$(x'_i, y') \succcurlyeq_i (x_i, y), \forall i$，且存在$k$以及$\exists k, (x'_k, y') \succ_k (x_k, y)$。*

定义 12.2.2 *在公共品经济e中，配置(x, y)称为***弱帕累托有效的(weakly Pareto efficient)***，如果它是可行的，且不存在其它可行配置(x', y')，使得$(x'_i, y') \succ_i (x_i, y), \forall i$。*

注. 不像私有品经济，在公共品经济中，即使偏好满足连续性和严格单调性假设，弱帕累托有效配置也可能不是帕累托有效的。著者(Tian, Economics Letters, 1988)给出了下述命题。

命题 12.2.1 *在公共品经济中，即使偏好满足严格单调性和连续性假设，弱帕累有效配置也可能不是帕累托有效的。*

证明: 我们通过反例给出命题的证明。考虑一个公共品经济，其中，$(n, L, K) = (3, 1, 1)$，用私有品x生产公共品y是规模不变的(投入-产出系数规格化为1)，经济中的禀赋和效用函数分别为$w_A = w_B = w_3 = 1$, $u_1(x_1, y) = x_1 + y$, $u_i(x_i, y) = x_i + 2y, i = 2, 3$。则$z = (x, y), x = (0.5, 0, 0), y = 2.5$ 是弱帕累托(第一个人的效用不可能再变大)，但不是帕累托有效的，因为对消费者2和消费者3来说，$z' = (x', y') = (0, 0, 0, 3)$帕累托占优于$z$。 □

但是，若偏好还满足严格凸性假设，则帕累托有效和弱帕累托有效的概念是等价的。读者可自行证明该结论。

12.3 离散公共品

12.3.1 公共品的有效提供

为简单起见，我们考虑存在n个消费者和两种商品(一种私有品和一种公共品)的公共品经济。

令g_i为消费者i贡献的用于公共品生产的私有品数量，则有：

$$\begin{aligned} x_i + g_i &= w_i, \\ \sum_{i=1}^{n} g_i &= v. \end{aligned}$$

假设$u_i(x_i, y)$连续且严格单调递增。

令c为生产公共品项目的成本，且公共品的生产技术为：

$$y = \begin{cases} 1 & \text{若 } \sum_{i=1}^{n} g_i \geqq c \\ 0 & \text{其它} \end{cases}.$$

我们首先想弄清楚在何种条件下提供公共品帕累托占优于不提供公共品，即存在$(g_1, \ldots, g_n)$，使得$\sum_{i=1}^{n} g_i \geqq c$，且

$$u_i(w_i - g_i, 1) > u_i(w_i, 0) \quad \forall i.$$

令r_i为消费者i对公共品提供的最大**意愿支付(willingness-to-pay)**(保留价格)，即r_i必须满足

$$u_i(w_i - r_i, 1) = u_i(w_i, 0). \tag{12.3.3}$$

这意味着公共品生产能够比其不生产为每个个体带来更高的效用，其中，u_i为个体i的效用函数，它是连续单调的。在上述两个条件下，从社会最优的角度来说，公共品应该生产。因此，只要知道每个个体的效用函数，则我们可以知道每个人的意愿支付，因而就知道生产公共品是否为帕累托最优的。

若提供公共品项目帕累托占优于不提供公共品项目，我们有

$$u_i(w_i - g_i, 1) > u_i(w_i, 0) = u_i(w_i - r_i, 1) \ \ \forall\, i. \tag{12.3.4}$$

根据u_i的单调性，我们有

$$w_i - g_i > w_i - r_i \quad \forall i, \tag{12.3.5}$$

则有

$$r_i > g_i, \tag{12.3.6}$$

因此有

$$\sum_{i=1}^{n} r_i > \sum_{i=1}^{n} g_i \geqq c. \tag{12.3.7}$$

上述条件意味着所有消费者对公共品的意愿支付之和必须超过它的提供成本。事实上，上述条件是充分必要的。综上所述，我们有如下命题。

命题 12.3.1 *提供公共品帕累托占优于不提供公共品，当且仅当*$\sum_{i=1}^{n} r_i > \sum_{i=1}^{n} g_i \geqq c$.

上述方法的问题在于，在现实中个体偏好从而效用函数的信息我们并不知道。因此这里有一个激励机制设计和信息租的问题。

12.3.2 搭便车问题

在前面一小节中，我们已经说明了，在自由竞争情形，当存在公共品时，竞争的结果是每个人都可能会受损。那么私有市场在提供公共品方面有多有效呢? 下面的例子表明，我们不能期望纯粹独立的个人决策会导致公共品有效生产，因为其中涉及到了搭便车问题。

为理解这点，假设经济中有两个个体，每个个体的最大意愿支付为$r_i = 100, i = 1, 2$。假设公共品的生产成本为$c = 150$。如果由每个个体自由决定为公共品支付多少费用。如果两者都愿意支付75，则公共品将生产出来，每个个体获得25的收益。如果一个人支付150，则公共品生产出来，但其收益为-50，而另外一个人收益为150。正式地，我们有

$$
\begin{aligned}
r_i &= 100 \quad i = 1, 2 \\
c &= 150\ (\text{总成本}) \\
g_i &= \begin{cases} 150/2 = 75 & \text{若两个人平摊成本} \\ 150 & \text{只有个人}i\text{承担成本} \end{cases}
\end{aligned}
$$

两个人相互独立地决定是否购买公共品。结果，每个人都有激励搭另外一个人的便车。双方的博弈可用如下支付矩阵表示:

		个人2 购买	不购买
个人1	购买	$(25, 25)$	$(-50, 100)$
	不购买	$(100, -50)$	$(0, 0)$

表12.3.2: 离散公共品的私人提供

注意到每个消费者i的净支付为$r_i - g_i$。因此，当两个消费者都愿意提供公共品时，他们的净收益都是$100 - 150/2 = 25$，而当一个消费者愿意而另外一个消费不愿意提供公共品时，愿意提供公共品的消费者的净支付为$100 - 150 = -50$。在此博弈中，消费者的占优策略是**(不购买，不购买)**。因此，没有人愿意分担提供公共品项目的成本，却都想搭另外一个消费者的便车。最终的均衡结果将是，虽然公共品对每个消费者都有益

可图，但在这种情况下，任何一方都不会支付生产公共品，因而公共品不会被生产出来。因此，一般来说，让每个人自愿为公共品付费的方法并不能保证公共品提供到有效水平。

上述问题是典型的囚徒困境问题。这种现象在现实中经常看到。博弈造成两败俱伤。例如，两个厂商合谋垄断价格可以获得更高利润，但一方稍微降低价格即可吸引全部顾客，因而每一方都有动机降价，最终价格达到边际成本水平。又例如，在文化大革命中，每个人都检举揭发他人，或者都说假话，连邓小平都要做检讨、说违心的话，因为说假话受益、不说假话就进牛棚。这些例子说明，通过自觉和自我奉献，往往导致无效率的配置。这是一个基本结论。现实中的很多例子都能帮助大家理解这一点。

12.3.3 离散公共品提供的投票方法

公共品提供的数量经常由民主投票决定。投票方法能解决公共品的有效提供问题吗？答案也许是否定的。

投票方法并不能保证公共品一定可以能有效提供。考虑下述例子。

例 12.3.1

$$
\begin{aligned}
c &= 99 \\
r_1 &= 90,\ r_2 = 30,\ r_3 = 30
\end{aligned}
$$

显然，$r_1 + r_2 + r_3 > c, g_i = 99/3 = 33$。因此公共品能有效提供。但是，在少数服从多数的规则下，只有消费者1投票赞成提供公共品，因为她能从中获得正的净收益，而消费者2和消费者3会投票反对提供公共品，因为她们从中获得的净收益为负。因此，该公共品不会被提供，因而公共品的提供不是有效的。少数服从多数规则仅仅只是衡量了消费者对从公共品提供中获得净收益的看法，而公共品有效提供的条件需要加总消费者的意愿支付。

这个例子也体现了民主和效率的关系，由于投票者的个人利益驱动，民主表决的方式，往往会带来无效率公共品的提供。为了解决民主和效率的矛盾问题，应该是，越是高层，领导人的选举越要尊重民意。因为领导人是决定方向和战略的，所以需要选对人，因而需要充分尊重民意，被选举者就要对选民负责，否则下次竞选公职，就选不上。既然要对选民负责，那么他的目标的实施和具体决策就应该有效率，否则他的决策总是被手下或班子成员否决了，怎么能为选民负责呢？为了解决这个矛盾，在具体的事务决策过程中就不能讲太多的民主。所以，在国外，一个单位的一把手一旦决定后，就由他组建班子，而不太讲民主。比如，在美国，校长上台，就自己决定副校长和各学院的院长的任命，院长上台，自己任命副院长和各系系主任，系主任上台，也是自主决定副系主任和分管本科、研究生的主任和各种委员会主任的人选。当然，

如果一个单位没有起色，做的不好，一个任期完后，老百姓不满意，当然就选不上，所以一个单位一把手有激励尽力完成对民众的承诺，美国的政府部门和企业基本也如此结构。比如，美国大学的教授委员会的主要职责是考查同行的学术职位的提升，而不是在学科建设方面有决策权。如果让教授有学科建设的权利，每个教授可能仅从自己的利益和自己的研究领域来考虑问题和投票，就会出现上面例子中无效率提高公共品的情况，将有效配置资源的方案西否决掉。

12.4 连续公共品

12.4.1 公共品的有效提供

在公共品连续情形，也有类似结果出现。类似地，为简单起见，我们设公共品经济中只有一种公共品和一种私有品(私人品可能是货币或是私人品的开支)，公共品的生产函数为$y = f(v)$，其中y为公共品生产的数量，v为生产公共品而投入的私有品的数量。我们要将提供公共品为帕累托有效的一阶条件找出来。

帕累托有效配置可由社会福利最大化问题刻画，即对所有给定的权数$a_i, \forall i \in N$，求下面社会福利最大化问题

$$
\begin{aligned}
& \max_{(x,y)} \sum_{i=1}^{n} a_i u_i(x_i, y) \\
s.t. \quad & \sum_{i=1}^{n} x_i + v \leqq \sum_{i=1}^{n} w_i. \\
& y \leqq f(v)
\end{aligned}
$$

定义拉格朗日函数为:

$$
L = \sum_{i=1}^{n} a_i u_i(x_i, y) + \lambda \left(\sum_{i=1}^{n} w_i - \sum_{i=1}^{n} x_i - v \right) + \mu(f(v) - y). \tag{12.4.8}
$$

当u_i可微、严格递增且$f(v)$拟凹、可微时，所有帕累托最优配置构成的集合的内部解可由如下一阶条件刻画:

$$
a_i \frac{\partial u_i}{\partial x_i} - \lambda \leqq 0 \quad \text{等式成立当且} x_i > 0 \tag{12.4.9}
$$

$$
\mu f'(v) - \lambda \leqq 0 \quad \text{等式成立当且} v > 0 \tag{12.4.10}
$$

$$
\sum_{i=1}^{n} a_i \frac{\partial u_i}{\partial y} - \mu \leqq 0 \quad \text{等式成立当且} y > 0. \tag{12.4.11}
$$

于是，在内点解处，由(12.4.9)和(12.4.10)，我们有

$$\frac{a_i}{\mu} = \frac{f'(v)}{\frac{\partial u_i}{\partial x_i}} \tag{12.4.12}$$

将(12.4.12)代入(12.4.11)，得

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\frac{\partial u_i}{\partial y}}{\frac{\partial u_i}{\partial x_i}} = \frac{1}{f'(v)}. \tag{12.4.13}$$

上述条件即著名的**林达尔-萨缪尔森(Lindahl-Samuelson)条件**。这个条件和只是具有私人品经济的帕累托最优不同，该条件表明，所有人公共品和私有品边际替代率之和等于边际技术替代率，而对私人品的经济，在帕累托最优点，所有私有品之间的边际替代率都等于边际技术替代率。

由此，帕累托有效配置的条件为：

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} MRS^{i}_{yx_i} = MRTS_{yv}, \\ \sum x_i + v \leqq \sum_{i=1}^{n} w_i, \\ y = f(v). \end{cases} \tag{12.4.14}$$

该结果说明，公共品的提供水平不是唯一确定的，而是由所有个体的私有品的消费水平共同决定。

例 12.4.1

$$\begin{aligned} u_i &= a_i \ln y + \ln x_i \\ y &= v \end{aligned}$$

林达尔-萨缪尔森条件为：

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\frac{\partial u_i}{\partial y}}{\frac{\partial u_i}{\partial x_i}} = 1, \tag{12.4.15}$$

因此有

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\frac{a_i}{y}}{\frac{1}{x_i}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{a_i x_i}{y} = 1 \Rightarrow \sum a_i x_i = y, \tag{12.4.16}$$

这表明公共品提供的水平不是唯一决定的。

因此，一般来说，消费者对公共品提供的边际意愿支付取决于私有品的消费数量，因而y的有效水平取决于x_i。但在拟线性效用函数情形：

$$u_i(x_i, y) = x_i + u_i(y) \tag{12.4.17}$$

林达尔萨缪尔森条件变成

$$\sum_{i=1}^{n} u_i'(y) = \frac{1}{f'(v)} \equiv c'(y), \tag{12.4.18}$$

此时y是唯一决定的。

例 12.4.2

$$\begin{aligned} u_i &= a_i \ln y + x_i \\ y &= v \end{aligned}$$

林达尔萨缪尔森条件为:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\frac{\partial u_i}{\partial y}}{\frac{\partial u_i}{\partial x_i}} = 1, \tag{12.4.19}$$

因此有

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{a_i}{y} = \sum_{i=1}^{n} \frac{a_i}{y} = 1 \Rightarrow \sum a_i = y, \tag{12.4.20}$$

这表明公共品的水平是唯一决定的。

12.4.2 林达尔均衡

在存在公共品的经济中，我们给出了帕累托有效性的条件。接下来的问题是在个人分散决策的情况下，什么样的经济机制才能达到帕累托有效配置。在只存在私有品的经济中，任何竞争均衡都是帕累托有效的。但存在公共品时，竞争机制一般不能达到帕累托有效配置。比如，如果我们在一个具有一种公共品和两个消费者的经济中求竞争均衡，则效用最大化行为将使商品的边际替代率等于商品的相对价格，即

$$MRS_{yx}^{A} = MRS_{yx}^{B} = \frac{p_y}{p_x}.$$

而这违反了林达尔-萨缪尔森最优性条件。

我们通过何种制度安排来达到具有公共商品情况下的资源有效的配置呢？我们知道在私有品经济中，自由竞争和瓦尔拉斯均衡是理想的状态。在公共品情形，一种可能的制度安排是林达尔机制。

我们为什么要介绍林达尔机制呢？我们首先可以看出来，在公共品情形，市场机制是失灵的。如果通过市场来配置公共品，则我们马上可知市场均衡的解跟原有的解一样，即个体的边际替代率等于商品价格之比或边际技术替代率。而林达尔条件则是所有个体的公共品和私有品边际替代率之和等于边际技术替代率。这说明瓦尔拉斯均衡（一般竞争均衡机制）在具有公共品环境下会市场失灵。上世纪初，林达尔提出了一种制度安排，其想法基于林达尔-萨缪尔森条件，既然所有人的边际替代率之和等

于边际技术替代率，可以将消费公共品的代价（由其市场价格体现）由大家分担，每个人为此支付相应的比例。因此，林达尔的解决方案是一种在存在公共品时仿照竞争机制的公共品有效提供的解决方案。其机制本质上是一种价格共担机制。他假定，在竞争市场中，商品的市场价格都是给定的，不受个人需求量和生产量的影响，但个人在承担公共品的价格共担机制中，每人所消费的公共品所付的价格相不一样，即对私人商品消费水平不一样，但所付价格一样，而对公共品的消费一样，但所付价格不一样。

林达尔所建议的方法实际上是采用税收的方法来提供公共品，只是对不同的人，可能有不同的税率，每个人都须为公共品给出特定的个人化价格。即对不同的消费者和同一种公共品赋予不同的价格。林达尔解决方案的思想是所有消费者对公共品的消费水平是相同的，但消费者对公共品的定价是个人化的，其定价准则是，对每个消费者来说，任何两种商品的价格比率都等于这两种商品的边际替代率。

为此，考虑存在私有品$x_i \in R_+^L$和公共品$y \in R_+^K$的公共品经济。为简单起见，我们设公共品的生产函数$y = f(v)$为CRS。一个可行配置满足

$$\sum_{i=1}^{n} x_i + v \leqq \sum_{i=1}^{n} w_i. \tag{12.4.21}$$

令$q_i \in R_+^K$为消费者i消费公共品的私人价格向量。

令$q = \sum_{i=1}^{n} q_i$为y的市场价格向量。

令$p \in R_+^L$为私有品的价格向量。

生产公共品的利润定义为$\pi = qy - pv, y = f(v)$。

定义 12.4.1 (林达尔均衡) $(x^*, y^*) \in R_+^{nL+K}$ *称为***林达尔均衡配置***，如果它是可行的，且存在价格向量$p^* \in R_+^L$和个人化价格向量$q_i^* \in R_+^K$，对所有的i，有*

(i) $p^* x_i^* + q_i^* y^* \leqq p^* w_i$;

(ii) 若$(x_i, y) \succ_i (x_i^*, y^*)$*，则*$p^* x_i + q_i^* y > p^* x_i^* + q_i^* y^*$;

(iii) $q^* y^* - p^* v^* = 0$,

其中，$v^* = \sum_{t=1}^{n} w_i - \sum_{i=1}^{n} x_i^*$*，*$\sum_{t=1}^{n} q_i^* = q^*$*。*

我们称$(x^*, y^*, p^*, q_1^*, \ldots, q_n^*)$为**林达尔均衡**。

该定义类似瓦尔拉斯均衡。其中第一个条件为预算约束，第二个为效用最大化条件，第三个为利润最大化条件。因为我们在求效用最大化时只有个人约束条件而无资源约束条件。因此在求每个人需求函数时不需要考虑经济社会中总资源约束。

注. 由于消费者生产函数是CRS的，当配置达到林达尔均衡时最大利润为0。

我们可以将瓦尔拉斯均衡视为不存在公共品时林达尔均衡的特例。由于在私有品和公共品之间价格和数量存在对偶关系从而瓦尔拉斯配置和林达尔配置之间也存在对

偶关系，因此公共品经济中的林达尔均衡是私有品经济中的瓦尔拉斯均衡的自然推广。在瓦尔拉斯均衡情形，消费者是价格接受者，但其消费的私有品数量是不同的，但在林达尔均衡情形，消费者消费的公共品数量是相同的，但其价格是不同的。另外，瓦尔拉斯和林达尔均衡的概念都与私人所有权经济有关，且都由消费者的纯粹价格接受行为刻画。林达尔公共品有效提供的解决方案本质上是信息分散化决策过程。

林达尔均衡具有良好的性质。事实上，通过重新定义消费空间，具有公共品的经济可以看作为完全私人品的经济，从而林达尔均衡在新的消费空间下可视为瓦尔拉斯均衡。的确如此，在文献中，就是通过采用这种变换方式来证明林达尔均衡的存在性的，并且第一和第二福利经济学定理仍然成立。其证明同瓦尔拉斯均衡情形的结果相似。

比如，对公共品经济，我们有如下的福利经济学第一定理。

定理 12.4.1 *在价格系统$(p^*, q_i^*, \ldots, q_n^*)$下，每个林达尔均衡配置$(x^*, y^*)$ 都是弱帕累托有效的。若消费者的偏好还满足局部非满足性，则它是帕累托有效的。*

证明: 定理的第一部分很简单，我们只证明定理的第二部分。假设消费者的偏好满足局部非满足性但林达尔均衡配置不是帕累托有效的，则存在另外一个可行配置(x_i, y)，使得$(x_i, y) \succcurlyeq_i (x_i^*, y^*), \forall i$，且$\exists j, (x_j, y) \succ_j (x_j^*, y^*)$。根据$\succcurlyeq_i$的局部非满足性，我们有

$$\begin{aligned} p^* x_i + q_i^* y &\geqq p^* w_i \quad \text{对所有的 } i = 1, 2, \ldots, n \\ p^* x_j + q_j^* y &> p^* w_j \quad \text{对某个 } j. \end{aligned}$$

从而有

$$\sum_{i=1}^n p^* x_i + \sum_{i=1}^n q_i y > \sum_{i=1}^n p^* w_i, \tag{12.4.22}$$

因此

$$p^* \sum_{i=1}^n x_i + q^* y > \sum_{i=1}^n p^* w_i.$$

注意到，根据利润化条件，我们有$q^* y - p^* v \leqq q^* y^* - p^* v^* = 0$，上式等价于

$$p^* \sum_{i=1}^n x_i + pv > \sum_{i=1}^n p^* w_i,$$

因此有

$$p^* \left[\sum_{i=1}^n (x_i - w_i) + v \right] > 0,$$

这与(x, y)是可行配置相矛盾。 □

对存在一种私有品和一种公共品$y = \frac{1}{q} v$的公共品经济，林达尔均衡的定义变得更简单。

定义 12.4.2 (x^*, y^*)*称为***林达尔均衡配置**，*如果*(x^*, y^*)*是可行的，(即*$\sum_{i=1}^n x_i^* + qy^* \leqq \sum w_i$*)，且存在*$q_i^*$*，*$i = 1, \ldots, n$*，使得*

(i) $x_i^* + q_i y^* \leqq w_i$。

(ii) 若$(x_i, y) \succ_i (x_i^*, y^*)$*，则*$x_i + q_i y > w_i$。

(iii) $\sum_{i=1}^n q_i = q$。

事实上，当预算约束(i)满足时，可行性条件自动满足。

如果(x^*, y^*)是林达尔均衡配置的内点，则效用最大化问题的一阶条件为：

$$\frac{\frac{\partial u_i}{\partial y}}{\frac{\partial u_i}{\partial x_i}} = \frac{q_i}{1}, \tag{12.4.23}$$

这意味着林达尔-萨缪尔森条件成立

$$\sum_{i=1}^n MRS_{yx_i} = q,$$

此即帕累托有效性的必要条件。

例 12.4.3

$$\begin{aligned} u_i(x_i, y) &= x_i^{\alpha_i} y^{(1-\alpha_i)} \quad for\ \ 0 < \alpha_i < 1 \\ y &= \frac{1}{q} v \end{aligned}$$

预算约束为：

$$x_i + q_i y = w_i.$$

消费者i对私有品和公共品的需求函数x_i*和*y_i*分别为：*

$$x_i = \alpha_i w_i \tag{12.4.24}$$
$$y_i = \frac{(1-\alpha_i) w_i}{q_i} \tag{12.4.25}$$

由于在均衡处有$y_1 = y_2 = \ldots y_n = y^*$*，由(12.4.25)，我们得：*

$$q_i y^* = (1-\alpha_i) w_i. \tag{12.4.26}$$

对上式两端关于i累加，得：

$$qy^* = \sum_{i=1}^n (1-\alpha_i) w_i.$$

从而

$$y^* = \frac{\sum_{i=1}^{n}(1-\alpha_i)w_i}{q}$$

因此由(12.4.26)，我们有：

$$q_i = \frac{(1-\alpha_i)w_i}{y^*} = \frac{q(1-\alpha_i)w_i}{\sum_{i=1}^{n}(1-\alpha_i)w_i}. \quad (12.4.27)$$

若我们要求林达尔均衡，我们必须知道每个消费者的偏好或其边际替代率。

但由于**搭便车(free-rider)问题**，我们很难让每个消费者都报告其真实偏好。尤其是，每个人都有个人化价格，当消费者的偏好不是公共信息时，很难认为消费者将个人化价格作为给定。

12.4.3 搭便车问题

当消费者的边际替代率已知时，帕累托有效配置(x, y)由林达尔-萨缪尔森条件或者林达尔解决定。除此之外，每个消费者的贡献为$g_i = w_i - x_i$。但问题是个人偏好是私人信息，我们很难知道消费者边际替代率的信息。当然，一种天真的方法是让每个人都很诚实，不会扯谎，都会真实报告其偏好，然后让他们决定其意愿支付。但由于经济人都是逐利的，每个人都想搭便车，因而他们一般不会真实报告其边际替代率。如果消费者意识到他们为公共品生产的水平承担的费用取决于其报告的边际替代率，则他们会有动力谎报其边际替代率。从而当让消费者报告其偏好或者边际替代率时，他们会报告较小的边际替代率MRS，从而在享受公共品的同时少支付一部分费用，这即是搭便车问题。所谓搭便车行为，指个体根据自利和个人理性自由行动时，每个个体的边际替代率等于价格，最终每个个体都有动机为公共品少支付费用，从而使公共品的提供水平不足。这是导致公共品经济中公共品提供主要困难的原因。

为理解这一点，注意到在公共品经济中，社会目标为达到帕累托有效配置，但从个人利益来说，每个人的效用最大化问题为

$$\begin{aligned} \max \quad & u_i(x_i, y) \\ s.t. \quad & g_i \in [0, w_i] \\ & x_i + g_i = w_i \\ & y = f(g_i + \sum_{j \neq i}^{n} g_j). \end{aligned} \quad (12.4.28)$$

即每个消费者i在其它人的策略g_{-i}给定时最大化其支付。对上述问题，我们可将其重新描述为一个非合作博弈：

$$\Gamma = (G_i, \phi_i)_{i=1}^{n},$$

其中，$G_i = [0, w_i]$是消费者i的策略空间，$\phi_i : G_1 \times G_2 \times ... \times G_n \to R$为消费者$i$的支付函数，它定义为

$$\phi_i(g_i, g_{-i}) = u_i[(w_i - g_i), f(g_i + \sum_{j \neq i}^{n} g_i)]. \tag{12.4.29}$$

定义 12.4.3 *博弈*$\Gamma = (G_i, \phi_i)_{i=1}^n$*的策略*$g^* = (g_1^*, ..., g_n^*)$*称为***纳什均衡**，*如果*

$$\phi_i(g_i^*, g_{-i}^*) \geqq \phi_i(g_i, g_{-i}^*) \quad \forall g_i \in G_i, \forall i = 1, 2, ..., n,$$

g^**称为***占优策略均衡**，*如果*

$$\phi_i(g_i^*, g_{-i}) \geqq \phi_i(g_i, g_{-i}) \quad \forall g \in G, \forall i = 1, 2, ...$$

注. 纳什均衡(NE)和占优策略均衡的差别在于，对纳什均衡策略，给定其它人的最优策略，每个人选择其最优的策略，而对占优策略，每个人直接选择其最优策略，而不管其他人如何选择他们的策略。因此，占优策略均衡必然是纳什均衡，但反之不成立。只有支付函数取非常特殊的形式(如定义在紧集上的连续拟凹支付函数)时，纳什均衡也是占优策略均衡。

若u_i和f可微，则纳什均衡的一阶条件为:

$$\frac{\partial \phi_i(g^*)}{\partial g_i} \leqq 0 \quad 若g_i > 0，则等式成立 \quad \forall\, i = 1, \ldots, n. \tag{12.4.30}$$

从而我们有

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial g_i} = \frac{\partial u_i}{\partial x_i}(-1) + \frac{\partial u_i}{\partial y} f'(g_i^* + \sum_{j \neq i}^{n} g_j) \leqq 0 \quad 若g_i > 0，则等式成立.$$

因此，在内点解g^*处，我们有

$$\frac{\frac{\partial u_i}{\partial y}}{\frac{\partial u_i}{\partial x_i}} = \frac{1}{f'(g_i^* + \sum_{j \neq i} g_j)},$$

从而有

$$MRS_{yx_i}^i = MRTS_{yv},$$

该式不满足林达尔-萨缪尔森条件。因此，纳什均衡一般不是帕累托有效配置。上式表明，当效用函数拟凹时，由于边际替代率递减，公共品的提供低于帕累托有效时的公共品水平。因此，一般来说，纳什均衡与帕累托有效性的概念不是一致的。如何解决搭便车问题呢？我们将在机制设计理论中回答这个问题。

12.5 第十二章习题

习题 12.1 证明：对于公共品经济，在偏好满足严格单调性、连续性和严格凸性时，弱帕累托有效配置是帕累托有效的。

习题 12.2 （林达尔均衡的帕累托有效性）考虑一个存在一种私人物品x和一种公共物品y的经济。假设存在n个消费者，每个消费者拥有w_i单位私人物品的禀赋，但没有公共物品的初始禀赋。公共品可以由私人物品生产，生产技术为$y=\frac{1}{q}v$。消费者i的效用函数由$u_i(x_i,y)$表示，假设效用函数连续可微且满足对于任意$i=1,2,\cdots,n$,$\frac{\partial u_i}{\partial x_i}>0$。
（1）请定义这个经济中的林达尔均衡和帕累托有效性；
（2）满足帕累托有效的内点是否一定对于所有个人边际替代率相等，即：

$$\frac{\frac{\partial u_1}{\partial y}}{\frac{\partial u_1}{\partial x_1}}=\frac{\frac{\partial u_2}{\partial y}}{\frac{\partial u_2}{\partial x_2}}=\cdots=\frac{\frac{\partial u_n}{\partial y}}{\frac{\partial u_n}{\partial x_n}}$$

如果是，请给出证明，如果不是，请给出反例；
（3）假设效用函数为拟线性形式$u_i=x_i+v_i(y)$,其中v_i严格递增，严格凹且连续可微；
（a）在帕累托有效内点解$(x_1^*,x_2^*,\cdots,x_n^*,y^*)$，公共品最优量$y^*$随$(x_1^*,x_2^*,\cdots,x_n^*)$变动吗？为什么？
（b）如果不假设效用函数的拟线性，(a)中答案是否变化？为什么？
（c）假设$n=2,w_1=5,w_2=4$，生产函数由$y=1/2v$给出，效用函数为：$u_1=x_1+3\ln y$和$u_1=x_1+5\ln y$，找出这个经济中的林达尔均衡。

习题 12.3 考察一两商品经济。有一种具有竞争性的私人物品x（例如闲暇）和一种非竞争性的公共品y（例如无线电音乐广播）。两种商品的衡量单位都是小时/天。有两个消费者1和2，一个厂商以劳动v为投入生产y。（劳动是消费者提供给厂商的闲暇时间，因此如果消费者i提供给厂商v_i单位的劳动，消费者i剩余的闲暇量为$x_i=w_i-v_i$，其中w_i是i的初始闲暇禀赋。）令厂商的生产函数为线性（规模报酬不变），在任何水平的产出上生产一单位y需要k单位v($k>0$)。假设产出不能自由弃置，x的初始禀赋w_i为正，但y的初始禀赋为零。假设消费者i（$i=1,2$）的消费集包含所有满足$x_i\geq 0$以及$y\geq 0$的点x_i,y，此外，对于任意$x_i\geq 0$以及$y\geq 0$,消费者i的效用函数为：$u_i=x_i+\phi_i(y)$，其中价值函数$\phi_i(y)$二阶可导，对于任意$y\geq 0$一阶导数$\phi_i'(y)>0$，二阶导数$\phi"_i(y)<0$（记住我们假设了对于$i=1,2$有$w_i>0$）。假设每个消费者i自愿选择贡献一定量的劳动$0\leq v_i\leq w_i$以生产公共品y，按定义，在一个纳什均衡配置$(\overline{x}_1,\overline{x}_2,\overline{v}_1,\overline{v}_1,\overline{y})$，每个消费者$i$将$v_j$（$j\neq i$）视为给定，根据等式$ky=v_1+v_2$选择$v_i$最大化$u_i$。
（1）找出帕累托有效配置满足的条件（这些条件是关于x_1,x_2,y,w_1,w_2的等式）；
（2）假设在一个纳什均衡，消费者2贡献一个正的劳动量，但仍有量为正的闲暇即$w_2>\overline{v}_2>0$，消费者1不贡献任何劳动即$\overline{v}_1=0$。这个纳什均衡是帕累托最优的吗？
（3）假设在一个纳什均衡，两个消费者都贡献正的劳动量，但仍有量为正的闲暇，这

样一个均衡时帕累托最优的吗?

（4）假设在一个纳什均衡，两个消费者都不贡献任何劳动，这样一个均衡时帕累托最优的吗?

（5）定义这个经济中的林达尔均衡，证明在消费者偏好满足局部非饱和时每个林达尔均衡都是帕累托有效的。

习题 12.4 考察一两商品经济。有一种私人物品x和一种公共品y。有N个消费者。假设每个消费者有私人品禀赋$w^i = 10$，消费者偏好由$u^i(x^i, y) = x^i + \theta^i \ln Y$表示。其中$x^i$表示消费者$i$消费的私人品，$Y$表示公共品总量。公共品的生产技术为$f(q) = q$。其中$q$表示生产中投入的私人品。

（1）找出帕累托最优配置。这一答案如何随N的变动而变动?

（2）如果每个个人同时贡献部分禀赋以生产公共品，自愿贡献的纳什均衡是什么？这一答案如何随N的变动而变动?

（3）如果政府选择对每个个人征定额税ϵ以生产$N\epsilon$单位的公共品，每个个人决定是否对公共品做出额外贡献（以及贡献多少），如此提供的公共品总额为多少（可以假设ϵ非常小）；

（4）如果政府仅能征收税率为τ的收入税，所有税收用来生产公共品，能保证有效公共品提供的税率为多少（假设除税收外没有别的公共品来源）。如果消费者投票决定税率（假设消费者知道税收与公共品量之间的关系），多数投票制下胜出的税率为多少？与所有消费者有相同偏好θ的情形比起来有何区别?

习题 12.5 与上题相同的设定，假定$u^i(x^i, y) = \ln x^i + \theta^i \ln Y$重复上题(1)-(3)小题步骤，结论有何区别？请做出解释。

习题 12.6 （公共品与群体人数）我们研究不同筹资手段下群体人数对公共品供给的影响。假设有n个相同个人，一种私人品与一种公共品。假设效用函数为：$u^i(x^i, y) = x^i + h(y)$,其中x^i表示消费者i消费的私人品，Y表示公共品总量。假设h凹、可微、递增，并且满足$\lim_{y\to 0} h'(y) > 1$，$\lim_{y\to\infty} h'(y) = 0$。每个个人有$\omega$禀赋的私人品，禀赋数量足够使私人品消费的非负性约束等号永远不成立。公共品的生产规模报酬不变，一单位私人品能生产一单位公共品，我们仅研究对称配置。

（1）证明最优公共品提供水平是经济规模n的增函数；

（2）证明自愿贡献均衡下的公共品提供水平与人数n无关，评论这一结论；

（3）经济学文献中提出的一种解决免费搭车问题的方法是对公共品贡献抽彩：如果个人i贡献x^i则有$\frac{z^i}{\sum_{j=1}^n z^j}$的概率赢得价值$R$单位私人品的彩票，个人的贡献既用来为公共品筹资也用来提供彩票奖金，所以仅有$\sum_{j=1}^n z^j - R$的贡献被投入公共品生产。假设彩票奖金R与人数n无关，证明，在每个个人都贡献z（z是n与R的函数）的对称纳什均衡下：

（a）如果$n > 1$公共品提供水平$y = nz - R$总大于（2）题中的自愿提供水平；

（b）公共品提供水平$y = nz - R$随n递增；

（c）当$n \to \infty$公共品提供水平趋向于一个有限值
（4）给定n趋向无穷时最优公共品的水平也应趋向无穷，（3）（c）中的结论令人失望。假设奖金总额随n提高而提高:$R = nr$，证明：
（a）公共品提供水平$y = n(z - r)$随n递增；
（b）当$n \to \infty$公共品水平也趋向无穷，评论这一结果。

习题 12.7 （公害品：公地悲剧）假设一个村子有I个农户，每家农户都有权利在一个公共牧场放养奶牛，记农户i养的奶牛数量为n^i；一头奶牛能够生产的牛奶数量取决于在牧场上吃草奶牛的数量N。所以，农户i养n^i头奶牛的收入为$n_i v(N)$。当$N < N_0$时$v(N) > 0$，当$N > N_0$时$v(N) = 0$。其中$v(0) > 0$，$v' < 0$，$v" < 0$。每头奶牛的成本为c, 并假设奶牛可以完美的分割，而且$v(0) > c$,每个农户同时决定购买多少奶牛，所有买来的奶牛将在公共牧场上吃草。
（1）用策略式博弈表示农户之间的博弈；
（2）找出纳什均衡，并与社会最优结果进行比较；

12.6 习题参考答案

（待编辑）

参考文献

Foley, D., "Lindahl's Solution and the Core of an Economy with Public Goods, *Econometrica* 38 (1970), 66 72.

Laffont, J.-J., *Fundamentals of Public Economics*, Cambridge, MIT Press, 1988, Chapter 2.

Lindahl, E., "Die Gerechitgleit der Besteuring. Lund: Gleerup.[English tranlastion: Just Taxation – a Positive Solution: In Classics in the Theory of Public Finance, edited by R. A. Musgrave and A. T. Peacock. London: Macmillan, 1958].

Luenberger, D. *Microeconomic Theory*, McGraw-Hill, Inc, 1995, Chapter 9.

Mas-Colell, A., M. D. Whinston, and J. Green, *Microeconomic*, Oxford University Press, 1995, Chapter 11.

Milleron, J. C. "Theory of Value with Public Goods: a Survey Article," *Journal of Economics Theory* 5 (1972), 419 477.

Muench, T., "The Core and the Lindahl Equilibrium of an Economy with a Public Good, *Journal of Economics Theory* 4 (1972), 241 255.

Pigou, A., *A study of Public Finance,* New York: Macmillan, 1928.

Salanie, B., *Microeconomics of Market Failures*, MIT Press, 2000, Chapter 5.

Roberts, D. J., "The Lindahl Solution for Economies with Public Goods, *Journal of Public Economics* 3 (1974), 23 42.

Tian, G., "On the Constrained Walrasian and Lindahl Correspondences," *Economics Letters* 26 (1988), 299 303.

Tian, G. and Q. Li, "Ratio-Lindahl and Ratio Equilibria with Many Goods, *Games and Economic Behavior* 7 (1994), 441 460.

Varian, H.R., *Microeconomic Analysis*, W.W. Norton and Company, Third Edition, 1992, Chapters 23.

Varian, "A Solution to the Problem of Externalities when Agents Are Well Informed," *American Economic Review*, 84 (1994), 1278 1293.

第五部分

激励、信息和机制设计

以上所有章节主要关注市场机制，讨论它是如何运转，有什么样的优越性及局限性。在现实中，人们总是不断探索，想知道是否还存在着更好的经济制度。特别是在市场失灵时，人们的想法更是如此。这样，我们需要一个更一般的理论模型，以及在一定的标准下比较所有经济机制的好坏，这就是本章要讨论的经济机制设计理论。

经济机制设计理论以及与此紧密相关的信息经济学、激励理论、委托–代理理论、合同理论、拍卖理论和市场设计理论在过去半世纪以来已成为经济学中极为重要和活跃的研究领域，并在经济、金融、管理、公司法、政治等学科的各个领域中有着广泛的应用，对当今经济学的发展产生了深远影响。由此，大致20位左右经济学家由于在机制设计和与此紧密相关博弈论领域的开创性工作而获得诺贝尔经济学奖，他们是：Hayek Hayek、Ken Arrow、Gerand Debreu、Ronald Coase、Herbert Simon、John Nash、Reinhard Selten、William Vickrey、James Mirrlees、George Akerlof、Joseph Stiglitz、Michael Spence、Robert Auman、Leo Hurwicz、Eric Maskin、Roger Myerson、Peter Diamond、Oliver Williamson、Al Roth及Lloyd S. Shapley等经济学家。

我们在前面提到，个体逐利不仅是经济学的最基本假设，更不可忽视的是，它和信息不完全、不对称一起成为两个最大的客观现实。由于个体的逐利动机，当信息不对称时，一个人说了一番话，他人不知道这是否是真话，即使一双眼睛盯着看，也不知道是否在听讲，使之解决现实经济问题异常复杂和艰难，研究经济现象和经济人行为的经济学从而成为一门难度很高的学科。那么，如何才能解决由于个体逐利和信息不对称所导致的激励扭曲和信息失真的问题呢？也就是，当信息不对称时，如何通过恰当的制度设计，能诱导个体真实显示他们的经济特征及行动，使得他们即使主观上为了自己，而客观上达到了社会、集体、改革者、上级或设计者所想达到的目标呢？这正是经济机制设计理论所讨论主要内容。激励这一重要概念，已成为现代经济学中一个最基本和核心的概念。对很多经济学家来说，激励占据了经济学中相当大一部分内容：如何激励人们努力工作，激励生产高质量的产品，激励投资，激励储蓄，等等。

直至上世纪70年代，在讨论激励问题时，传统的经济分析把经济机制看作是给定的。如现代经济学的大多数研究是从市场的角度研究最优资源配置的，它讨论市场机制如何运转，有什么样的优越性及局限性，对计划经济机制的讨论也是如此。由此，经济学主要关心对大经济（即个体众多的经济，如完全竞争市场）环境下对价值理论的理解。一般均衡理论所探讨的一个中心问题就是，是否存在某种机制（尤其是竞争机制）能导致帕累托有效配置，对什么样的经济环境(即对于什么样的生产技术，消费者偏好，初始资源) 存在这样的有效配置。在完全竞争市场中，由于经济人个数足以多，市场竞争压力能很好地解决消费者和生产者的激励问题，从而激励扭曲并不是什么大问题，只需理解价格是如何形成的即可。

然而，近半个世纪来，经济学家从相反的方向对该问题进行研究：不是将一个制度安排（如市场机制）视为给定，考察在什么样的经济环境类下该机制是适用的，而

是对于给定的经济环境类和某个社会目标(如资源的有效配置，某种意义下的公平或公正配置，或某种其他社会目标)，是否存在着某个机制(配置规则)，使得每个人即使追求个人目标，其客观效果正好能达到既定的社会目标。例如，我们知道在一般的情况下，完全竞争市场机制产生了资源的有效配置。那么是否还存在其他机制(如社会主义计划经济机制)同样地也产生资源的有效配置呢？如果回答是肯定的，这个机制是否能用比竞争机制更少的信息或成本来实现资源的有效配置呢？这些问题的提出对机制的信息理论和激励理论的产生有着直接影响。以上的第一个问题实际上与激励理论有关；第二个问题则与信息理论有关。从这种意义上来说，理论家们又回到了信息和激励这样的最基本问题的研究。

之所以提出这样的逆问题，这与经济学说史中的两条主线有关。一条是与原教旨资本主义市场经济制度的失灵有关，另一条是与社会主义计划经济的严重缺陷关于。在资本主义/私人所有权经济文献中，当经济人数有限时，市场没达到充分竞争，个体的经济活动会影响价格水平，从而导致市场失灵。此外，市场在许多其他情境下，如存在着外部性、公共品、规模报酬递增，不可分商品，特别是信息不完全时，市场制度往往会失灵，不能导致帕累托有效配置。因此，既要看到市场机制的优越性，也要看到它的局限性。在讨论其局限性时，仅仅只指出市场不能良好的运行是不够的，还需寻找其他方法或机制替代或改进市场的作用，使之能导致资源的有效配置。许多非经典环境（中寻找实施有效配置的机制的研究都对这一问题起着推进作用。在上世纪七十年代初，阿克洛夫(Akerlof) (1970)、赫维茨(Hurwicz) (1972)、斯彭斯(Spence) (1974)、罗斯柴尔德(Rothschild)和斯蒂格利茨(Stiglitz)(1976)等工作从各个角度说明了不对称信息对经济学来说是更大的挑战，它很难令人满意地嵌入到阿罗(Arrow)- 德布鲁(Debreu)一般均衡理论及其推广的分析框架中。

这些问题的提出最初也是由上世纪30年代关于市场社会主义经济机制可行性的大论战引发的，争论的内容恰与当前中国经济改革所遇到的问题类似，是让非国有经济，特别是民营经济发挥主导作用，让市场发挥基础和决定性的作用，还是让国有企业和政府主导作用和决定性作用。

上世纪二十年代至三十年代有一场非常著名的论战，称之为社会主义大论战。一批反对社会主义的经济学家试图证明社会主义在理论上是行不通的。他们的主要代表人物是米塞斯(Mises)和哈耶克(Hayek)。(Hayek是1974年诺贝尔经济奖的得主，1992年以9 0岁的高龄去世)。他们批评社会主义，不是针对社会主义理想是否合理，而是认为社会主义不可能获得维持经济有效运转的信息。他们把社会主义经济机制看作是一个高度集中的中央计划，每一个基层单位或企业向中央机构传送有关技术、成本、消费需求方面的信息，再由中央计划机构制定出非常详细的计划并下达给企业。这样，中央计划机构需要知道消费者的偏好，企业的生产技术条件，并且要有解出数以百万计以上的供给和需求联立方程组的能力，即使在计算机非常发达的今天，这也是一件很困难的事。即使能知道这些信息并能解出这些方程式，由于收集信息和计算供求结果所需时间过长，人们的消费偏好，企业的技术条件也许早已发生了变化。所以他们

认为经济社会不可能获得社会主义计划所需要的信息并合理的使用这些信息。

论战另一方面的主要代表人物是兰格(Lange)和雷纳(Lerner)。他们认为即使在社会主义条件下人们仍然可以利用市场机制。他们的主张是：虽然生产资料收归国有，但资源的流动还应由供求关系确定(他们所说的资源不包括投资，仅仅只对消费领域而言)。对于企业而言，每个企业应该根据边际成本等于中央计划委员会所制定的产品价格来确定生产水平。在一定生产技术条件下，在数学上可以证明这种机制可导致资源的有效配置。兰格和雷纳所建议的其实是一种分散化的社会主义经济机制，或者说是市场社会主义经济机制。这种机制旨在解决信息要求过大的问题。以米塞斯和哈耶克为首的一批人认为社会主义式的计划经济机制不可能获得维持经济正常运转的信息。而以兰格和雷纳为代表的另一批人认为可以通过边际成本定价的方式来解决信息成本巨大的问题。

兰格的这种分散化市场社会主义机制可能解决了信息量要求过大的问题，但它本身又产生了另外一个问题，那就是激励相容问题，也就是怎样激励基层单位完成上级计划部门下达的任务并且按照真实的边际成本订价来组织生产。由于边际成本是私人信息，上级部门不可能完全清楚。这样，企业为了更容易地完成上级下达的生产指标或利润，企业就会有激励高报生产成本，使得上级部门下达较低的生产指标，且能制定更高的产品价格。并且,当规模报酬递增的生产情况发生时，生产边际成本小于平均成本。如果按照边际成本定价，企业就会亏损，长久下去，企业就要破产。如果这种生产是必要的，即使在资本主义国家，也需实行补贴。但是对企业的补贴会引起许多其他的问题，其中之一就是财政问题，因为这些补贴要从其他企业上缴的利润(或税)中拿出来。另一个问题就是企业的激励(积极性)问题。如果企业亏损了，政府会给他们补贴，那企业就缺乏提高效率的激励。这种情况说明：为了使整个社会提高效率而给予企业的补贴在客观上反而降低了企业内部的效率。分散化的社会主义经济或者是市场社会主义经济(在理论上或许能导致有效的资源配置)并没有解决激励问题，因此哈耶克他们认为兰格的设想仍然是不可行的。

这场论战澄清了很多问题，达成了很多共识，在很大程度上导致了经济机制设计理论的产生。可以看出，他们争论的问题也和今天中国改革的走向有很大的关系。赫维茨是第一个将这场论战中的最本质问题规范抽象出来了，一个是经济制度中有关信息的问题，另外一个是经济制度中有关激励的问题。激励的概念最早由赫维茨提出。在上世纪50年代前很少人论及，但现在已经变成经济学中的一个核心概念。

经济机制理论主要研究，在自由选择、自愿交换、信息不完全及决策分散化的条件下，能否及怎样设计一套机制(游戏规则或制度)来达到既定目标，并且能够比较和判断一个机制的优劣性。世界上有许多现实和理论上的经济制度安排，如市场经济机制、计划经济机制、公有制、私有制、集体合作制、混合所有制、边际成本定价机制等制度安排。那么，什么样的经济机制是好的呢？这是一个自上世纪二、三十年代以来学术界一直在争论和想要回答的问题，并且在当今转型经济国家中争论的更为激烈一个基本问题。比如，中国自改革开放以来，成为全世界经济发展最快的国家，年平均增

长率近10%，其中国有经济，集体经济在中国经济增长中发挥了重压作用，于是不少人相信非民营经济可象民营经济表现的一样好，甚至是更好，而另外许多人不同意此看法。

在讨论和判断一个经济制度优劣时，人们需要首先给出评价一个经济制度优劣的标准。在经济学文献中，经济学家认为一个好的经济制度应满足三个要求：它导致了资源的有效配置，能有效利用信息以及是激励相容使之个体理性和集体理性一致。机制的有效资源配置要求资源得到有效利用，有效利用信息要求机制的运行具有尽可能低的信息成本，激励相容要求个人理性和集体理性一致。这些要求是评价一个经济机制优劣和选择经济机制的基本判断标准。如果一个资源配置不是有效的，则存在着资源的浪费和改进经济效率的余地；如果信息的利用不是有效的，机制运行的成本就比较大；如果一个机制不是激励相容的，个人在追求私利时影响了社会目标的实施，从而个人理性与集体或社会理性不一致。由于不同的经济机制会导致不同的信息成本，不同的激励，不同的配置结果，因而人们需要知道什么样的经济制度能满足以上三个要求。这样，仅仅把一个个机制分开考虑是不够的。当各种经济机制共存，可供选择时，一个国家需要对经济制度作出选择。

另外，在现实中，经济环境总是在不断地发生演变，特别在经济、社会制度转型时期更是如此，从而人们需要对制度进行选择或创新。这样我们需要更一般的理论来研究制度的选择问题。在这个理论模型下，经济机制不必看成是给定的，而是未知、可设计的，并且在一定的标准下(如以上所提到的三个标准)可以研究和比较各种(已知和未知)经济机制的优劣。此外，人们所面临的是一个信息不完全的社会。由于任何人特别是上级部门没有，也不可能掌握其他人的所有私人信息，从而直接地指导社会经济活动时就会遇到很大的问题。(如果人们能够掌握全部有关信息能的话，直接控制或强制命令的集中化决策(比如象计划经济)就不会有问题。只是一个简单的优化问题)。正是由于所有个人信息不可能完全被一个人掌握，人们才希望分散化决策。用激励机制或规则这种间接控制的分散化决策方式来激发人们做设计者(制度或规章制定者)想做的事情，或执行设计者想达到的既定目标。这正是经济机制设计理论所要探讨的问题。

机制设计理论能系统地比较各种经济制度的优劣和研究不同的经济制度是如何影响人们的相互行为和资源配置结果的。经济机制理论把所有的经济机制放在一起进行研究。这个理论的基本分析框架是由诺贝尔经济学奖获得者，现已过世经济学家利奥.赫维兹(Leo Hurwicz)上世纪6、70年代所给出的。这个理论框架可用来研究和探讨各种经济问题，特别是在不完全信息情况下探讨和设计各种激励机制，以实施(implement) 所要达到的社会或某个既定目标。概括地说，经济设计理论所讨论的问题是：对于任意的一个想要达到的既定目标，在自由选择、自愿交换的分散化决策条件下，能否并且怎样设计一个经济机制(即制定什么样的方式、法则、政策条令、资源配置等规则)使得经济活动参与者的个人利益和设计者既定的目标一致，即每个人在追求个人利益时，同时也达到了机制设计者既定的目标。如可能的话，是否具有较小

的信息运行成本。研究的对象大到对整个经济社会制度的一般均衡设计，他的目标是社会目标，小到对某个部门的微观管理、契约设计，甚至是只有两个参与者的委托代理等具体经济活动的激励机制设计。

的确，在微观水平上，激励理论的发展是过去三十年经济学的主要进展。在此之前，经济理论，如前面所讨论的厂商理论，将企业视为黑箱，对企业所有者如何成功地将其目标分摊到不同的成员如工人、监督者、管理者身上并实现利润最大化理解甚少，忽略了企业内部管理、协调、层级等问题，导致了信息不对称、利益冲突，需要解决企业内部的委托代理问题，从而可归结为激励机制的设计问题。这样，当经济学家更仔细地审视企业，无论是在农业经济学或者管理经济学，激励问题都成为他们分析的中心焦点问题。事实上，当委托人对代理人的信息了解不完全且双方的目标不同时，委托人将任务委托给代理人是成问题的。这一本质上是激励问题。因此，**相互冲突的目标和分散的信息是激励理论的两个基本要素**。

本部分的基本结论是，一般来说，信息问题将使阻碍社会达到一阶最优（first-best）资源配置，即不能达到信息完全时的最优结果。由于经济代理人具有私人信息，要真实显示出信息，其自利策略行为必将导致（额外的）信息成本，这种成本可视为某种类型的交易成本。虽然这种成本并没有包含所有可能的交易成本，但在过去的半个世纪中，经济学家相当成功地对这些成本进行了建模分析，并对其资源配置的局限性有了很好的理解。这一研究思路也为将代理人对制度激励的反应考虑进来提供了完整的洞见。

这样，合约、机制及制度在机制设计理论中是同义词，都是指“游戏规则”(“rules of the game”)，描述了什么样的行动个体能够被允许，这些行动所导致的结果是什么。在大多数情况下，游戏规则是由某个人或机构设计。如同象棋、篮球等游戏规则的设计那样，其规则的设计是为了达到更好的结果。需要指出的是，这几个同义词有些差别，当机制设计理论主要是为了回答整个经济制度层面上（如社会主义、资本主义等）应该达到什么目标的大问题，而最优合约理论的发展却是为了回答解决管理层面上的小问题，考虑的是具体的合同制定和实践。

这样，机制设计是属于规范经济学的范畴，这和博弈论不同，它属于实证经济学的范畴，其重要性是它描述了给定一个游戏，游戏者将如何游戏。而机制设计却往前进了一步：给定设计者所面临的实际环境及其约束，什么样的目标能够实现或执行?在所有可行的机制中，什么样的机制是某种意义上是最优的? 在机制设计中，人们要考虑激励约束。

这部分考虑一个或多个经济人的经济特征或隐蔽行动是私人信息情景下的合同设计问题。设计合同的人称作为委托人，而其他人称之为代理人。在大部分的讨论中，我们考虑委托人没有经济人的私人信息，而代理人了解这些他们自身的私人信息。这种信息框架称之为甄别（screening)，这是由于委托人一般将试图通过诱导代理人选择不同的结果，来甄别不同类型的代理人。相反的情况是，委托人有私人信息，而代理人没有，这类问题称之为发信号（signaling)，这是由于委托人在他的合同设计中，能

够通过发信号的方式，来显示他的类型。

在本部分的四章内容中，我们将大致介绍激励理论及信息效率理论。第十三和十四章将介绍只有一个经济人的委托-代理模型，这是激励机制设计中最简单的理论。它不考虑代理人之间的互相博弈，从而将问题归结到主要在参与性和激励相容这两个基本约束条件下解委托人的优化问题，其中委托人将某项任务委托给一个具有私人信息的代理人。我们之所以将其分为两章，是因为代理人的私人信息由两种类型：代理人可以采取委托人无法观测的行动或者代理人具有委托人事先未知的有关自身成本或效用的信息，前者称为道德风险或者隐藏行动，后者称为逆向选择或者隐藏知识（信息）。激励理论考察当私人信息对委托人很重要时，委托人如何做才能是最优的。**委托人最优合约的设计可看做一个简单的最优化问题。这使我们能够很好地考察在不完全信息下委托人在配置效率和信息租金抽取上的权衡取舍的问题**。仅仅因为存在信息约束，委托人就不能达到配置的有效性。我们将刻画委托人为减少信息约束的影响而愿意实施的配置扭曲。

第十五章将考察一个委托人和多个代理人情形的激励机制设计及其机制设计的信息效率问题。在此情形，不对称信息不仅影响委托人与每个代理人的关系，还影响着代理人之间的关系。此外，在代理人都能采取个人行动的假定下，为分析委托人和代理人之间的关系，我们需要博弈均衡的解概念。博弈均衡解刻画了代理人之间在完全或者不完全信息下的策略交互影响。

第**??**章将讨论动态合约理论。我们将讨论只有一个经济人和逆向选择动态情景下的长期激励合约设计的问题。为此，首先考虑设计者能承诺合约永远有效的情况，然后再考虑如果设计者不能承诺不修改合约这样的新的信息下，结果会发生什么样变化。

第十三章　委托代理模型：隐藏信息

13.1　导言

本章考虑只有一个代理人（agent）的最优合约设计问题。当委托人（principal）将任务委托给具有私人信息的代理人时，代理人的技术、成本、能力等都是其私人信息，他可以通过谎报这些信息获得超额补偿，这样激励问题就产生了。我们称这种代理人具有隐匿信息的情形为逆向选择问题(adverse selection)。

一些例子

1. 乡村政府将集体土地委托给农民耕种，而农民等懂得种田的技能及能观察到当地的天气条件。
2. 生态环境保护部门想减少雾霾的程度，但不知道企业减少污染的成本。
3. 股东（或政府）将企业（或国企）日常决策委托给职业经理人（管理者），而后者更加了解市场和生产技术。
4. 教授向学生传授知识，但不知道学生的学生的学习能力。
5. 客户委托律师为其辩护，而只有律师知道繁多的法律条文及案件的困难程度。
6. 风险投资公司将资金借贷给高科技企业创办人，而创办人掌握新技术。
7. 中央政府将行政管理权委托给地方政府管理，地方政府更加了解当地的情况。
8. 发改委将石油资源委托给中石油、中石化经营，而发改委不参与具体经营。
9. 保险公司为顾客提供车险，而只有后者知道其驾驶水平。
10. 规制者与公共能源企业签订服务代理合约，规制者不知道企业生产技术相关的信息。

所有上述问题都说明委托人和代理人之间的信息差异对他们之间的合约的设计具有重要影响。为了有效地使用资源及让代理人有激励真实显示私人信息，代理人需要

要获得一些信息租(information rent)。为诱导代理人显示私人信息，委托人在设计次优（二价最优，second best）合约的时候需要在配置效率和租金抽取两种效应之间加以权衡。这里隐含了合约关系在一定的法律框架下进行的假定。由于合约能由法庭强制执行，因而代理人受到合约条款的约束。

本章的主要目标是刻画委托人在设计其提供给代理人的合约时所要考虑的效率-抽租权衡，委托人所面临的代理人的激励可行约束包括了激励相容约束和参与约束。如果激励约束在最优解处取紧，则意味着逆向选择限制了交易的效率。**本章的基本结论是：偏离一阶最优（first best）的次优（second-best）合约将导致交易量的扭曲，委托人需让渡一些信息租给最有效率的代理人。**

13.2 基本模型

13.2.1 经济环境(技术、偏好和信息)

假设某个委托人打算委托某个代理人生产q 单位的产品。这q单位的产品对委托人的价值为$S(q)$，其中$S'>0$，$S''<0$，$S(0)=0$。

委托人无法观测代理人的生产成本，生产的固定成本F为零以及边际成本所属的集合$\Theta=\{\underline{\theta},\overline{\theta}\}$为公共知识。代理人为高效($\underline{\theta}$)或者低效($\overline{\theta}$)的类型的概率分别为$\nu$和$1-\nu$，即其成本函数为

$$C(q,\underline{\theta})=\underline{\theta}q \quad \text{概率为}\nu \tag{13.2.1}$$

或者

$$C(q,\overline{\theta})=\overline{\theta}q \quad \text{概率为 } 1-\nu. \tag{13.2.2}$$

以$\Delta\theta=\overline{\theta}-\underline{\theta}$ 表示代理人边际成本的不确定性程度。对所有局中人来说，这一信息结构是外生给定的。

13.2.2 结果空间与合约变量

合约变量为产品生产数量q和代理人获得的转移支付t。令$\mathcal{A}$ 为可行配置集：

$$\mathcal{A}=\{(q,t):q\in\Re_+,t\in\Re\}. \tag{13.2.3}$$

这些变量可由第三方如法庭观察并验证。

13.2.3 信息结构与行动时序

如果不特别说明，委托人和代理人的行动将按下面的顺序进行，其中A 表示代理人、P表示委托人。

- $t = 0$: A了解自身的类型θ;
- $t = 1$: P提供合约;
- $t = 2$: A接受或拒绝合约;
- $t = 3$: 合约执行。

这样，合约在事中阶段（the interimstage）签订。注意，信息结构分为三类，以签约时委托人和代理人是否知道代理人类型的时点进行划分。如双方都不了解代理人的类型称为事前（ex ante），代理人知道自身的类型而委托人不知道称为事中，双方都知道代理人的类型称为事后（ex post）。

13.3 完全信息最优合约(基准情形)

13.3.1 一阶最优生产水平

作为基准，我们首先假设委托人和代理人之间不存在不对称信息。在完全信息情形，我们可以证明，一阶最优(first-best)及帕累托最优能够达到。[1]

此时有效生产水平在委托人的边际收益和代理人的边际成本相等处达到。因此，一阶最优条件为:

$$S'(\underline{q}^*) = \underline{\theta} \tag{13.3.4}$$

以及

$$S'(\overline{q}^*) = \overline{\theta}. \tag{13.3.5}$$

如在$\underline{q}^*$和$\overline{q}^*$下，社会价值$\underline{W}^* = S(\underline{q}^*) - \underline{\theta}\underline{q}^*$, 和$\overline{W}^* = S(\overline{q}^*) - \overline{\theta}\overline{q}^*$非负，则$\underline{q}^*$和$\overline{q}^*$都应该被执行。

由于

$$S(\underline{q}^*) - \underline{\theta}\underline{q}^* \geqq S(\overline{q}^*) - \underline{\theta}\overline{q}^* \geqq S(\overline{q}^*) - \overline{\theta}\overline{q}^*,$$

当代理人是高类型时，生产的社会价值$\underline{W}^*$比其是低率类型时的值$\overline{W}^*$大。

为了使得交易总能发生，假定当代理人是低效类型时生产也是有价值的，即下列条件必须满足

$$\overline{W}^* = S(\overline{q}^*) - \overline{\theta}\overline{q}^* \geqq 0. \tag{13.3.6}$$

应当注意的是，由于委托人产出的边际收益递减($S'' < 0$)，高效代理人的最优生产水平将比低效代理人要大，即有$\underline{q}^* > \overline{q}^*$。

---

[1]事实上，一阶最优和帕累托有效两个概念有些差别。在完全竞争情形时，两者是等价的。但在非完全竞争情形下，两者并不等价。前者比后者更具有一般性。一阶最优是相对于二阶最优而言的。二阶最优是一个或多个最优条件（特别是完全信息）不满足时的最优。加拿大经济学家Richard Lipsey和澳大利亚经济学家Kelvin Lancaster最早提到，如果一个经济模型中的一个最优条件不能满足，有可能下一个最优解（the next-best solution）不在是原有的一阶最优，参见：Lipsey and Lancaster (1956): “The General Theory of Second Best”. Review of Economic Studies 24 (1): 11 – 32.

13.3.2 一阶最优执行

为成功地将任务委托给代理人，委托人必须保证代理人获得一定的效用水平，该效用水平至少与代理人不接受任务而做其它工作时获得的效用相等。我们称这些约束为代理人的参与性约束(participation constraints)。如果我们将代理人不接受任务而做其它工作时获得的效用设为零(有时称为保留效用(quo utility)水平)，则这些参与性约束条件可写为：

$$\underline{t} - \underline{\theta}\underline{q} \geqq 0, \tag{13.3.7}$$

$$\bar{t} - \bar{\theta}\bar{q} \geqq 0. \tag{13.3.8}$$

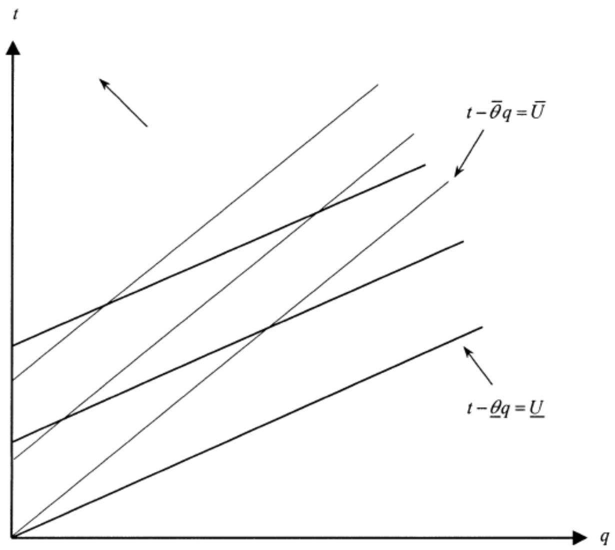

图 13.1: 两种类型代理人的无差异曲线

为实施一阶最优生产水平，委托人可向代理人提供“要么接受要么走人(take-it-or-leave-it)”的合约：若$\theta = \bar{\theta}$ (或者$\underline{\theta}$)，则委托人要求代理人提供的产量为$\bar{q}^*$(或者$\underline{q}^*$)，支付给代理人的补偿为$\bar{t}^*$ (或者$\underline{t}^*$)，其中，$\bar{t}^* = \bar{\theta}\bar{q}^*$(或者$\underline{t}^* = \underline{\theta}\underline{q}^*$)。因此，不管代理人的类型是什么，代理人总是接受合约，其所得收益为零。因此，完全信息一阶最优合约为：若$\theta = \underline{\theta}$，则$(\underline{t}^*, \underline{q}^*)$，若$\theta = \bar{\theta}$，则$(\bar{t}^*, \bar{q}^*)$。注意到，在完全信息情形下，委托人的委托成本为零；当其成本函数与代理人的成本函数相同时，其收益与其自身亲自完成任务时获得的收益相同。

13.3.3 完全信息一阶最优合约的图示

由于$\bar{\theta} > \underline{\theta}$，因而不同类型代理人的无差异曲线只相交一次，如上图所示。这一重

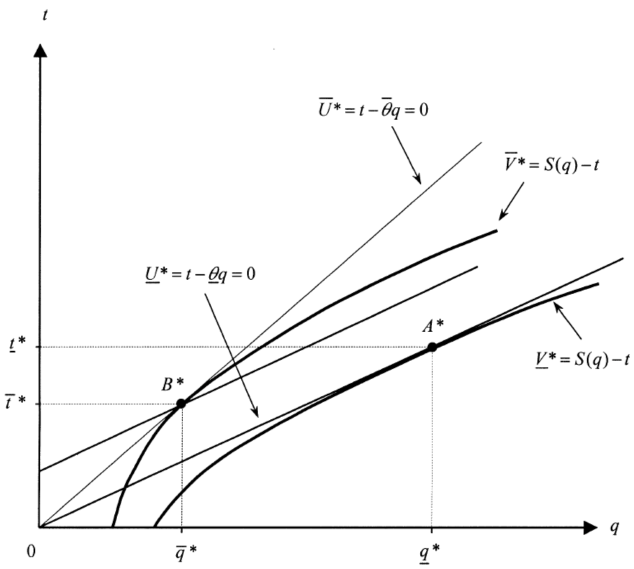

图 13.2: 最优合约

要的性质称为“单交(single-crossing)”或“斯彭斯-米尔利斯(Spence-Mirrlees)”性质。

完全信息下的最优合约可由图13.2中的两点(A^*, B^*)表示。在委托人的等效用曲线上，当点向东南方向移动时委托人的效用水平增加，因而当代理人为高效类型时委托人的利润增加。记$\overline{V}^*$ (或者$\underline{V}^*$)为$\bar{\theta}-$ (或者$\underline{\theta}-$)类型代理人时委托人的效用水平。由于委托人人在设计合约时具有完全的讨价还价能力，因此在完全信息情形，我们有$\overline{V}^* = \overline{W}^*$ (或者$\underline{V}^* = \underline{W}^*$)。

13.4 激励可行合约

有了完全信息情形的结果作参考，我们可以分析不完全信息情形的最优合约。我们将看到，不完全信息将导致激励不相容问题。

从图13.2中我们可以看到，在不完全信息下，低效代理人将选择B 点，而高效代理人也愿意选择B点而获利，从而不会选择完全信息情形的A 点，这意味着高效率的人有动力伪装成低效率的代理人。如何来解决这个激励扭曲问题呢? 我们需要设计出一组激励相容的合约。这个合约应该满足下述条件：每个人都将选择为自己而不是其他类型设计的合约，即每个人都不会伪装成其它的类型。数学上来说，激励相容约束即为(13.4.9) 和(13.4.10)成立，即每种类型的代理人在专门为其设计的合约下所获得的收益大于其伪装成另外一种类型的代理人所获得的收益。当然，委托人的合约还需保证两种类型的代理人都接受其提供的合约，即参与约束(13.4.11)和(13.4.12)成立。

13.4.1 激励相容和参与约束

假设代理人的边际成本θ为其私人信息。现在我们来考虑如下情形，其中委托人给代理人提供合约单(menu of contracts)$\{(\underline{t}^*, \underline{q}^*); (\bar{t}^*, \bar{q}^*)\}$，委托人希望$\bar{\theta}$型的代理人选择$(\bar{t}^*, \bar{q}^*)$，$\underline{\theta}$型的代理人选择$(\underline{t}^*, \underline{q}^*)$。

由图13.2，我们可知对两种类型的代理人来说B^*都优于A^*。仅仅提供合约单(A^*, B^*)并不能保证委托人预想的结果出现。高效类型的代理人也有激励选择合约B^*。完全信息最优合约在不对称信息下不再可实施。因此我们称合约单$\{(\underline{t}^*, \underline{q}^*); (\bar{t}^*, \bar{q}^*)\}$不是激励相容的。

定义 13.4.1 如果对类型为高效代理人来说$(\underline{t}, \underline{q})$弱优于$(\bar{t}, \bar{q})$，对类型为低效代理人来说，$(\bar{t}, \bar{q})$弱优于$(\underline{t}, \underline{q})$, 则称合约单$\{(\underline{t}, \underline{q}); (\bar{t}, \bar{q})\}$ 是激励相容的。

数学上来讲，一组激励相容合约$\{(\underline{t}, \underline{q}); (\bar{t}, \bar{q})\}$ 应满足如下激励相容约束(incentive compatibility constraints):

$$\underline{t} - \underline{\theta}\underline{q} \geqq \bar{t} - \underline{\theta}\bar{q} \tag{13.4.9}$$

以及

$$\bar{t} - \bar{\theta}\bar{q} \geqq \underline{t} - \bar{\theta}\underline{q} \tag{13.4.10}$$

此外，要合约被接受，它必然满足如下两个参与约束(participation constraints):

$$\underline{t} - \underline{\theta}\underline{q} \geqq 0, \tag{13.4.11}$$

$$\bar{t} - \bar{\theta}\bar{q} \geqq 0. \tag{13.4.12}$$

定义 13.4.2 如果一组合约同时满足激励相容约束(13.4.9) 和参与约束(13.4.12),则称其为激励可行的(incentive feasible)。

不等式(13.4.9) 到(13.4.12)完全刻画了激励可行域。该集合包含的约束反映委托人和代理人之间的不对称信息对资源配置所施加的约束。

13.4.2 特殊情形

为了看出激励可行域是非空的，考虑下面两种特殊情形。

集束(bunching)或混同(pooling)合约: 激励可行合约单的第一个特例是对两种类型的代理人的激励目标相同，即$\underline{t} = \bar{t} = t^p, \underline{q} = \bar{q} = q^p$且两种类型的代理人都接受合约。

关闭(shutdown)低效类型的代理人: 激励可行合约单的另一特例是其中一份合约为空合约（或者零合约），即(0,0)，另一份非空合约为(t^s, q^s)，只有高效类型的代理人

接受它。因此(13.4.9) 和(13.4.11) 都简化为：

$$t^s - \underline{\theta} q^s \geqq 0. \tag{13.4.13}$$

低效类型代理人的激励约束简化为：

$$0 \geqq t^s - \overline{\theta} q^s. \tag{13.4.14}$$

和混同合约的情形一样，合约$(0,0)$使得激励和参与约束形式相同，因而减少了所需考虑的约束的个数。其缺点是需要对低效类型加以额外甄别，对其采用了极端的形式。

13.4.3 单调性约束

激励相容性减小了可行配置集合，并且其产量需满足某种单调性约束，而在完全情形下不需满足。将(13.4.9) 和(13.4.10)相加，我们立刻有：

$$\underline{q} \geqq \overline{q}. \tag{13.4.15}$$

我们称条件(13.4.15)为可执行性(implementability)条件，即低效类型代理人的产出水平不会高出高效类型代理人的产出水平，它是可执行性的充分必要条件。

为了看出充分性，假定(13.4.15) 成立。则存在转移支付$\overline{t}$ 和$\underline{t}$，使得激励约束(13.4.9) 和(13.4.10)同时成立。的确如此，我们只需将转移支付设为满足如下条件即可：

$$\underline{\theta}(\underline{q} - \overline{q}) \leq \underline{t} - \overline{t} \leq \overline{\theta}(\underline{q} - \overline{q}). \tag{13.4.16}$$

注. 在两类型代理人模型中，可执行性条件形式很简单。当代理人类型超过两个或代理人代表委托人同时执行多项任务时，可执行性条件变得较为复杂。

13.5 信息租

为了理解最优合约，我们有必要引入信息租金(information rent)或者简称为信息租的概念。所谓信息租，即为了防止高效类型代理人伪装成低效类型代理人而需向其支付的额外利润。

从前面的讨论中我们知道，在完全信息情形，委托人可设计恰当的合约使得所有类型的代理人获得保留收益（设为零）。在最优处，其各自的效用水平$\underline{U}^*$ 和$\overline{U}^*$满足

$$\underline{U}^* = \underline{t}^* - \underline{\theta}\underline{q}^* = 0 \tag{13.5.17}$$

以及

$$\overline{U}^* = \bar{t}^* - \overline{\theta}\bar{q}^* = 0. \tag{13.5.18}$$

一般来说，在不完全信息情形，这一结果不再成立，至少当委托人希望两种类型的代理人都接受合约时不再如此。

对任意激励可行的合约$\{(\bar{t},\bar{q});(\underline{t},\underline{q})\}$，高效代理人假扮低效代理人时能获得多大好处（效用）呢？高效代理人所获得的好处为

$$\bar{t} - \underline{\theta}\bar{q} = \bar{t} - \overline{\theta}\bar{q} + \Delta\theta\bar{q} = \overline{U} + \Delta\theta\bar{q}. \tag{13.5.19}$$

因此，只要委托人要求低效率类型代理人的产出为正时，$\bar{q} > 0$，则委托人必须让与一定的租金给高效类型的代理人。这种信息租源于代理人相对于委托人的信息优势。我们分别使用记号$\underline{U} = \underline{t} - \underline{\theta}\underline{q}$和$\overline{U} = \bar{t} - \overline{\theta}\bar{q}$ 来表示每种类型代理人的信息租。

13.6 委托人的最优化问题

根据合约博弈的顺序，委托人在知道代理人的类型之前需要提供一组合约。因此，委托人的问题可写为：

$$\max_{\{(\bar{t},\bar{q});(\underline{t},\underline{q})\}} \nu(S(\underline{q}) - \underline{t}) + (1-\nu)(S(\bar{q}) - \bar{t})$$
$$\text{s.t. (13.4.9)至 (13.4.12).}$$

利用信息租的定义$\underline{U} = \underline{t} - \underline{\theta}\underline{q}$ 和$\overline{U} = \bar{t} - \overline{\theta}\bar{q}$，我们可以用信息租和产出来代替委托人目标中的转移支付，从而将委托人的目标函数写为信息租和产出的函数，因而新的最优化问题的决策变量变为$\{(\underline{U},\underline{q});(\overline{U},\bar{q})\}$。考察信息租使我们能够评估不对称信息对收益分配的影响，而考察产出则使我们能分析其对配置效率和交易总收益的影响。因此，一个配置对应于一组交易和委托人和代理人之间的收益分配。

作变量代换，则委托人的目标函数可重写为：

$$\underbrace{\nu(S(\underline{q}) - \underline{\theta}\underline{q}) + (1-\nu)(S(\bar{q}) - \overline{\theta}\bar{q})}_{\text{期望配置效率}} - \underbrace{(\nu\underline{U} + (1-\nu)\overline{U})}_{\text{期望信息租}}. \tag{13.6.20}$$

在信息租和产出变量下，激励约束(13.4.9)和(13.4.10), 可重新写为：

$$\underline{U} \geqq \overline{U} + \Delta\theta\bar{q}, \tag{13.6.21}$$

$$\overline{U} \geqq \underline{U} - \Delta\theta\underline{q}. \tag{13.6.22}$$

这样，激励约束条件意味着当每个类型的代理人说真话所得到的效用要弱优于说谎所

带给的好处时，就会真实显示自己的类型。

参与约束(13.4.11) 和(13.4.12) 则分别变为：

$$\underline{U} \geqq 0, \tag{13.6.23}$$

$$\overline{U} \geqq 0. \tag{13.6.24}$$

委托人要求解的问题(P)为：

$$\max_{\{(\underline{U},\underline{q});(\overline{U},\overline{q})\}} \quad \nu(S(\underline{q}) - \underline{\theta}\underline{q}) + (1-\nu)(S(\overline{q}) - \overline{\theta}\overline{q}) - (\nu\underline{U} + (1-\nu)\overline{U}) \tag{13.6.25}$$

$$s.t. \quad (13.6.21)\text{至}(13.6.24). \tag{13.6.26}$$

我们将上述问题的解标上上标SB，它表示二价最优（second-best）或简称为次优。

13.7 信息租抽取与效率的权衡

13.7.1 不对称信息情形的最优合约

求解问题(P)主要的技术困难在于确定其激励相容和参与约束中的哪些是紧约束，即在最优解处哪些约束取等号。我们首先考虑不包含排除低效类型代理人合约的情形，从而有$\overline{q} > 0$。当所谓的稻田(Inada)条件$S'(0) = +\infty$以及$\lim_{q\to 0} S'(q) = 0$满足时这一情形将出现。

注意到高效类型的代理人的参与约束(13.6.23)总是严格成立的。事实上，由低效代理人参与性约束(13.6.24) 和高效代理人激励相容约束(13.6.21)，我们立刻可得(13.6.23)。由于类型为$\underline{\theta}$的高效代理人总是可能假扮低效类型而非相反，因而(13.6.22) 也必然严格成立。

经过上述简化，我们最终只有两个约束：高效型代理人的激励相容约束(13.6.21)和低效型代理人的参与约束(13.6.24)。这两个约束都在委托人的最优化问题(P)的最优解处取紧（取等号），从而有：

$$\underline{U} = \Delta\theta\overline{q} \tag{13.7.27}$$

以及

$$\overline{U} = 0. \tag{13.7.28}$$

将(13.7.27) 和(13.7.28)带入参与人的目标函数，我们得到简化的优化问题(P')，其中产出为唯一的决策变量：

$$\max_{\{(\underline{q},\overline{q})\}} \nu(S(\underline{q}) - \underline{\theta}\underline{q}) + (1-\nu)(S(\overline{q}) - \overline{\theta}\overline{q}) - (\nu\Delta\theta\overline{q}).$$

与完全信息情形相比，不对称信息使委托人的最优化问题发生了改变：委托人的目标函数中要减去让与给高效类型代理人的信息租。低效类型代理人获得零信息租，而高效类型$\underline{\theta}$的代理人获得信息租，该信息租来自其假扮低效类型代理人所获得的收益。该租金只由合约中低效类型代理人的产出水平决定。

上述问题的一阶最优性条件为：

$$S'(\underline{q}^{SB}) = \underline{\theta} \quad \text{或}\underline{q}^{SB} = \underline{q}^*. \tag{13.7.29}$$

以及

$$(1-\nu)(S'(\overline{q}^{SB}) - \overline{\theta}) = \nu\Delta\theta. \tag{13.7.30}$$

(13.7.30)反映了在不对称信息情形委托人在配置效率和租金抽取之间的权衡取舍。

为了说明只考虑高效类型代理人而去掉低效类型代理人的参与约束是合理的，我们必须验证低效类型代理人的参与约束也满足，即$0 \geqq \Delta\theta\overline{q}^{SB} - \Delta\theta\underline{q}^{SB}$。由于$\underline{q}^{SB} = \underline{q}^* > \overline{q}^* > \overline{q}^{SB}$，因此上述不等式可由次优产出结果的单调性得出。

总结我们的讨论，我们有如下命题。可以看出，高效类型的代理人仍然生产一阶最优产出，但低效类型代理人的产出则小于一阶最优产出，因此委托人希望低效类型代理人减少产出。

命题 13.7.1 *在不对称信息情形，最优合约将导致如下结果。*

(1) 相对于一阶最优结果来说，高效类型的代理人不存在产出扭曲，即$\underline{q}^{SB} = \underline{q}^*$；而低效类型的代理人存在向下的产出扭曲，即$\overline{q}^{SB} < \overline{q}^*$，其中，

$$S'(\overline{q}^{SB}) = \overline{\theta} + \frac{\nu}{1-\nu}\Delta\theta. \tag{13.7.31}$$

(2) 只有高效类型的代理人获得正信息租：

$$\underline{U}^{SB} = \Delta\theta\overline{q}^{SB}. \tag{13.7.32}$$

(3) 次优转移支付为：$\underline{t}^{SB} = \underline{\theta}\underline{q}^* + \Delta\theta\overline{q}^{SB}$，$\overline{t}^{SB} = \overline{\theta}\overline{q}^{SB}$.

以上命题给出了逆向选择问题中一条最重要的结论：顶部无扭曲(no distortion at the top)。即在非对称信息下，最有效类代理人的配置相对于一阶最优（完全信息）情形不发生扭曲，而其他类代理人的配置会发生向下扭曲。这条规律普遍存在于几乎所有非对称信息环境。比如，资金拥有者（银行或其它）面对众多资金需求者，但不了解它们的经营效率。只能根据他们的“申报”来设定贷款门槛或者差异化利率。为了防止高效类型伪装成低效类型，必须扭曲低效类型的贷款门槛或利率水平。这是导致现实中小企业通常无法如大企业一样得到足够信贷支持的原因，他们往往会面临更严格的审批和担保条件或需要支付更高昂的利率。这种现象被称为信贷配给(credit rationing)，详间Stiglitz和Weiss（1981）的经典论文。

注. 早在2600多年前的孙子就已经洞察到了委托代理理论的基本思想，并在《孙子兵法》给出以上基本结论。《孙子兵法》是中国古代兵书宝典，是最早、最杰出、最完整的关于战争的理论，也是关于军事战略的最早理论，在国外称之为军事科学的圣经。那个时代，孙子就已经充分认识到信息及其对称的重要性，给出了信息经济学基本结论：信息完全情况下，才有可能达到最优（“the best is first best”）；在信息不能对称的时候，至多只能得到次优结果（“the best is second best”）。“**知彼知己，百战不殆；不知彼而知己，一胜一负；不知彼不知己，每战必殆。**”。

13.7.2 次优结果的图示

从非激励相容的完全信息最优合约(A^*, B^*) 出发，我们可以构造出激励相容的合约(B^*, C)。尽管该合约的产出水平与一阶最优产出(A^*, B^*)相同，但委托人需支付给产出水平为$\underline{q}^*$的代理人更高的转移支付，如图13.3所示，从而对委托人来说，它不是最优合约。合约C在过B^*的$\underline{\theta}$型代理人的无差异曲线上。因此，对$\underline{\theta}$型代理人来说，B^*和C无差异。(B^*, C) 因而是激励相容的合约单。委托人让与$\underline{\theta}$型代理人的信息租因而为$\Delta\theta\bar{q}^*$。由一阶最优性条件(13.7.29)和(13.7.30)，该合约不是最优的。因此，最终最优的效率与租金抽取平衡在点(A^{SB}, B^{SB})达到，如图13.4所示。

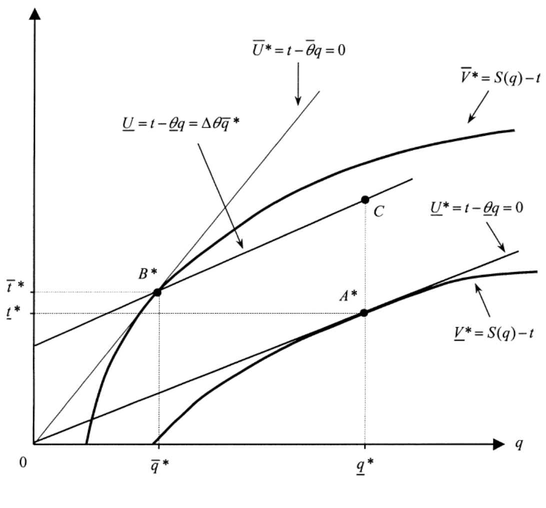

图 13.3: 用来执行最优结果的租金

13.7.3 排除低效类型代理人的策略

若一阶条件(13.7.31)的解非正，则$\bar{q}^{SB}$应设为零。此时委托人采取的是“排除低效类型代理人的策略”。在这种情形，在图13.3中B^{SB}与0 重合而A^{SB}与A^*重合。因此在只有高效类型代理人选择的非空合约$(\underline{t}^*, \underline{q}^*)$下，高效类型代理人$\underline{\theta}$获得零租金。这一策略的好处在于委托人不必让与租金给高效类型的代理人。

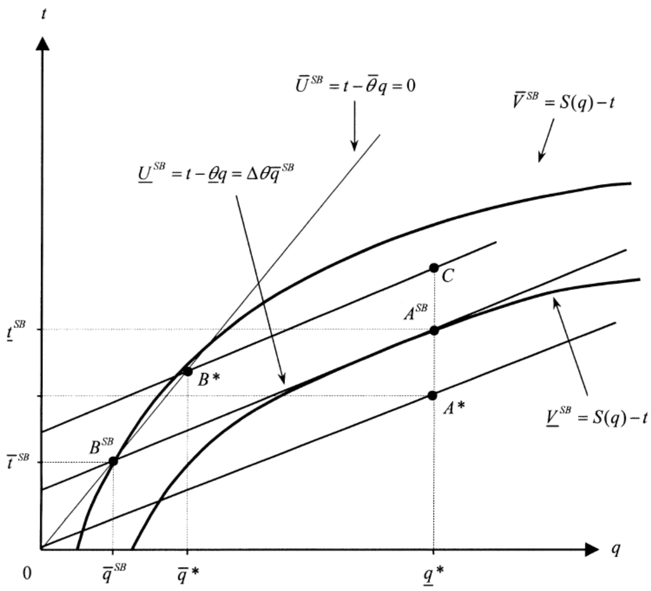

图 13.4: 最优的次优合约A^{SB}和B^{SB}.

注. “排除低效类型代理人的策略”由代理人的保留效用水平(status quo utility level)决定。假设两种类型代理人的保留效用水平都为$U_0 > 0$。则由委托人的目标函数，我们有

$$\frac{\nu}{1-\nu}\Delta\theta\overline{q}^{SB}+U_0 \geqq S(\overline{q}^{SB})-\overline{\theta}\overline{q}^{SB}. \tag{13.7.33}$$

因此，对充分大的ν，即使在稻田条件$S'(0)=+\infty$满足时委托人也会采用“排除低效类型代理人的策略”。应该注意的是，当代理人的固定成本F严格大于零时这一情形也会出现(为理解这一点，我们只需设$U_0=F$)。 回到委托人的最优化问题P“排除低效类型代理人的策略”可以解释为委托人利用除产量以外的其它方式—即选择代理人集—来甄别他们的类型。如果低效代理人被排除，自然高效代理人所获得的信息租会减少。

13.8　不对称信息情形的企业理论

以上分析的一个主要结论是，当委托任务在企业内部发生时，由于信息不对称，企业并没有最大化其交易活动的社会价值，即没有实现企业利润最大化。这与在不完全信息情形所得到的有关企业的理论同新古典企业理论不同。不过，人们不应将这种配置效率的缺失视为企业内部资源合理使用机制的失灵，以此误认为这是市场制度的缺陷，从而否定市场制度。这只是说明了，一旦信息约束被充分考虑，诱导信息需要代价，从而企业内部的资源配置应在信息成本约束条件下求最优。事实上，这也是科斯和威廉姆森的基本观点。

威廉姆森(Williamson)(1975)进一步发展了科斯(Coase, 1937)关于不同的交易成本会影响经济交易绩效的观点。在各种类型的交易成本产生的原因中，威廉姆森强调了信息对配置效率的重要性。即使在合同执行无成本的世界里，不对称信息的存在也会造成交易双方的配置无效率。

这样，**尽管信息不对称导致了资源的无效配置，但并不意味着政府干预就会导致更好的结果，从而没有必要为了纯粹的效率而采用各种干扰市场的公共政策来修正之。**实际上，公正的政策制定者在修正配置无效率时也面临着相同的信息约束问题。在这激励相容和参与性约束条件下，这已经是我们所能达到的最好结果，没有任何其它的制度能够做得更好。这是因为，为了达到一阶最优，我们需要搜集信息，但搜集信息是需要成本的。当将信息约束完全考虑进来时，企业内部资源配置仍能达到在激励可行约束下的最优，也就是上面最优合约得到的配置在激励可行配置集中是帕累托最优或者激励帕累托最优的。从而，当信息不对称时，最好的结果是次优，而没有最优。因此，我们不能根据次优结果就妄加批评市场制度的无效性。

13.9 不对称信息和边际成本定价

在完全信息情形下，由于市场上的消费者的最优效率总是在边际效用等于产品价格处达到，因而我们可将最优规则解释为价格等于边际成本。在不完全信息情形下，最优情形下的企业边际收益不等于边际成本，其中还包含了信息成本。事实上，配置效率只是委托人目标中的一小部分。

在不对称信息情形，只有在厂商是高效的类型($\theta = \underline{\theta}$)时，价格才等于边际成本。根据(13.7.31)，我们可得到低效类型厂商产出价格$p(\overline{\theta})$的表示式：

$$p(\overline{\theta}) = \overline{\theta} + \frac{\nu}{1-\nu}\Delta\theta. \tag{13.9.34}$$

为了减少低效类型厂商的产量$\overline{q}$，需将价格设得高于边际成本，而这将有利于减少高效类型厂商的信息租。也可以说，价格等于实质性（virtual）边际成本$\overline{\theta} + \frac{\nu}{1-\nu}\Delta\theta$，即经非对称信息调整后的边际成本。

13.10 显示原理

在上述分析中，代理人被要求报告其自身“类型”，有人可以会问如果代理人的信号空间更复杂时，所执行的结果是否会改善。答案是否定的。如果允许代理人发出更一般的信号并不会使结果得到改善，只能增加合约的复杂性。也就是说，任何一般机制所达到的配置效率均可以通过要求代理人汇报其类型的直接机制实现。以下的显示原理保证了这一点。

定义 13.10.1 直接显示机制(direct revelation mechanism)是从类型空间Θ到结果空间$\mathcal{A}$上的一个映射$g(\cdot)$.

在本章的委托-代理模型中，直接显示机制可写为$g(\theta) = (q(\theta), t(\theta)), \forall\theta \in \Theta$。如果代理人报告自己的类型为$\tilde{\theta} \in \Theta$，则委托人对代理人的转移支付为$t(\tilde{\theta})$，而代理人的产出水平为$q(\tilde{\theta})$ 。

在直接显示机制中，一个重要的概念是“说真话”。

定义 13.10.2 直接显示机制$g(\cdot)$称为真实显示的(truthful)，如果它能保证每个代理人真实报告其类型，即满足如下激励相容性条件：

$$t(\underline{\theta}) - \underline{\theta}q(\underline{\theta}) \geqq t(\overline{\theta}) - \underline{\theta}q(\overline{\theta}), \tag{13.10.35}$$

$$t(\overline{\theta}) - \overline{\theta}q(\overline{\theta}) \geqq t(\underline{\theta} - \overline{\theta}q(\overline{\theta}). \tag{13.10.36}$$

简化起见，分别记转移支付和产出为$t(\underline{\theta}) = \underline{t}, q(\underline{\theta}) = \underline{q}, t(\overline{\theta}) = \overline{t}$和$q(\overline{\theta}) = \overline{q}$，得到了原来的形式。

当委托人和代理人之间的交流更复杂（委托人不仅仅只是让代理人报告其类型）时，我们可以得到更一般的机制。令M为更一般机制下代理人的信息空间。

定义 13.10.3 一般机制是由信息空间M及从M到$\mathcal{A}$上的映射$\tilde{g}(\cdot)$所构成，可写为

$$\tilde{g}(m) = (\tilde{q}(m), \tilde{t}(m)), \forall m \in M. \tag{13.10.37}$$

在这样的机制下，类型为θ的代理人将选择由下式确定的最优信号$m^*(\theta)$:

$$\tilde{t}(m^*(\theta)) - \theta\tilde{q}(m^*(\theta)) \geqq \tilde{t}(\tilde{m}) - \theta\tilde{q}(\tilde{m}) \quad \forall\tilde{m} \in M. \tag{13.10.38}$$

因此，机制$(M, \tilde{g}(\cdot))$确定了将Θ映射到$\mathcal{A}$上的配置规则$a(\theta) = (\tilde{q}(m^*(\theta)), \tilde{t}(m^*(\theta)))$ 。

问题是，我们是否能设计更为复杂的机制使委托人得到更大的好处。答案是否定的。考虑一般性机制$(M, \tilde{g})$。对这个一般的机制，作为理性人，他将寻求最佳的策略。通过选择一个最佳的战略，我们可以看出均衡结果就可以通过复合函数复合成一个直接显示机制。下面单代理人情形的“直接显示原理”即说明了这一点[2]。这个结果大大削减了寻找最优机制的复杂性。它说明，我们只需在直接显示机制中寻找即可。

命题 13.10.1 *由机制$(M, \tilde{g}(\cdot))$确定的任意的配置规则$a(\theta)$ 都可以由真实的直接显示机制执行。*

[2]在多代理人情形下，代理人发出信号时需考虑与他人的策略互动，详细的讨论间本书15章。

证明. 直接机制$(M,\tilde{g}(\cdot))$确定了一个从M映射到$\mathcal{A}$上的配置规则$a(\theta) = (\tilde{q}(m^*(\theta)), \tilde{t}(m^*(\theta)))$。将$\tilde{q}(\cdot)$和$m^*(\cdot)$结合，我们能构造出一个从$\Theta$映射到$\mathcal{A}$的直接显示机制$g(\cdot)$，即$g = \tilde{g}\circ m^*$，或者更精确地，$g(\theta) = (q(\theta), t(\theta)) \equiv \tilde{g}(m^*(\theta)) = (\tilde{q}(m^*(\theta)), \tilde{t}(m^*(\theta))), \forall\theta \in \Theta$。

下面证明直接显示机制$g(\cdot)$是真实显示的。事实上，由于(13.10.38)对所有$\tilde{m}$都成立，因而它对$\tilde{m} = m^*(\theta'), \forall\theta' \in \Theta$也成立。因此我们有

$$\tilde{t}(m^*(\theta)) - \theta\tilde{q}(m^*(\theta)) \geqq \tilde{t}(m^*(\theta')) - \theta\tilde{q}(m^*(\theta')) \quad \forall(\theta,\theta') \in \Theta^2. \tag{13.10.39}$$

最后，根据$g(\cdot)$的定义，我们有：

$$t(\theta) - \theta q(\theta) \geqq t(\theta') - \theta q(\theta') \quad \forall(\theta,\theta') \in \Theta^2. \tag{13.10.40}$$

因此，直接显示机制$g(\cdot)$是真实显示的。□ 显示原理可以通过下图13.5来直观的说明。

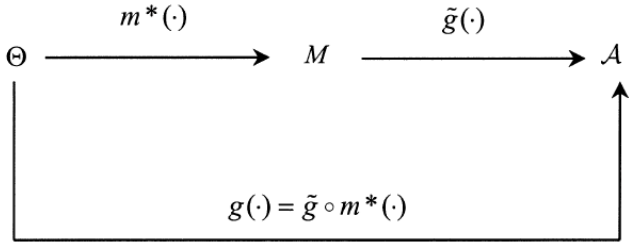

图 13.5: 显示原理

显示原理大大简化了合约理论。它使我们可以在真实直接显示机制类中寻找合意的合约，而不需要寻找更一般、更复杂的合约。

13.11 代理人更一般的效用函数

前面所得到结论是否稳健? 具有一般性? 在简单效用函数和成本函数下所得到的结果在一般情形下是否也会得到? 建立基准模型及让模型简单让人易于理解，抓住其理论最本质、最基本的内容，经济学家的研究方法总是从简单到复杂来进行分析研究的。从下面的讨论可以看出，委托代理理论的基本结论对具有一般效用函数和成本函数，也是基本成立的。

在拟线性效用函数假定下，令$U = t - C(q,\theta)$ 为代理人的目标函数，其中，q和θ 分别是类型为θ的产出和类型，θ越大，代理人越无效。假设C关于θ和q 递增，且$C_{qq} > 0, C_{\theta\theta} > 0$，此外，斯彭斯-米尔斯性质满足，即$C_{q\theta} > 0$。这一条件仍然保证了不同类型的代理人具有不同的无差异曲线，且他们的无差异曲线最多只相交一次。该性质的经济意义很清楚：更有效类型的代理人在边际上也更有效。类似地，激励可

行配置满足如下激励约束和参与约束，其解释也是类似的。

$$\underline{U} = \underline{t} - C(\underline{q},\underline{\theta}) \geqq \bar{t} - C(\bar{q},\underline{\theta}), \quad (13.11.41)$$

$$\overline{U} = \bar{t} - C(\bar{q},\bar{\theta}) \geqq \underline{t} - C(\underline{q},\bar{\theta}), \quad (13.11.42)$$

$$\underline{U} = \underline{t} - C(\underline{q},\underline{\theta}) \geqq 0, \quad (13.11.43)$$

$$\overline{U} = \bar{t} - C(\bar{q},\bar{\theta}) \geqq 0. \quad (13.11.44)$$

13.11.1 最优合约

和前面一样，高效类型代理人的激励约束(13.11.41)和低效类型代理人的参与约束(13.11.44) 是优化问题的两个紧约束。这些约束可分别重写为：

$$\underline{U} \geqq \overline{U} + \Phi(\bar{q}), \quad (13.11.45)$$

以及

$$\overline{U} \geqq 0, \quad (13.11.46)$$

其中，$\Phi(\bar{q}) = C(\bar{q},\bar{\theta}) - C(\bar{q},\underline{\theta})$，且$\Phi' > 0$，$\Phi'' > 0$。这些约束在次优配置处紧。由此我们可得如下高效类型代理人信息租的表示式：

$$\underline{U} = \Phi(\bar{q}). \quad (13.11.47)$$

由于$\Phi' > 0$, 因而减少低效类型代理人的产出水平的同时也减少了高效类型代理人的信息租。在对$C(\cdot)$所作的假定下，我们可以证明委托人的目标函数仍然为产出的严格凹函数。下述命题给出了委托人最优化问题的解及其性质。

命题 13.11.1 *若代理人的偏好满足斯彭斯-米尔斯性质，$C_{q\theta} > 0$，则最优合约单将导致如下结果。*

(1) 相对一阶最优结果，高效类型的代理人不存在产出扭曲，即$\underline{q}^{SB} = \underline{q}^*$，其中，

$$S'(\underline{q}^*) = C_q(\underline{q}^*,\underline{\theta}). \quad (13.11.48)$$

低效类型的代理人存在向下的产出扭曲$\bar{q}^{SB} < \bar{q}^*$，其中

$$S'(\bar{q}^*) = C_q(\bar{q}^*,\bar{\theta}) \quad (13.11.49)$$

且

$$S'(\bar{q}^{SB}) = C_q(\bar{q}^{SB},\bar{\theta}) + \frac{\nu}{1-\nu}\Phi'(\bar{q}^{SB}). \quad (13.11.50)$$

(2) 只有高效类型的代理人获得信息租，该租为$\underline{U}^{SB} = \Phi(\bar{q}^{SB})$。

(3) 次优转移支付可表示为： $\underline{t}^{SB} = C(\underline{q}^*, \underline{\theta}) + \Phi(\overline{q}^{SB})\ \overline{t}^{SB} = C(\overline{q}^{SB}, \overline{\theta})$。

若忽略的激励约束(13.11.42) 也满足，则一阶最优性条件(13.11.48)和(13.11.50)即是最优解。为保证(13.11.42)满足，根据(13.11.41) 在最优产出处以等式成立的结果，即$\underline{t}^{SB} = \overline{t}^{SB} - C(\overline{q}^{SB}, \underline{\theta}) + C(\underline{q}^{SB}, \underline{\theta})$，我们须有

$$\begin{aligned} \overline{t}^{SB} - C(\overline{q}^{SB}, \overline{\theta}) &\geqq \underline{t}^{SB} - C(\underline{q}^{SB}, \overline{\theta}), \\ &= \overline{t}^{SB} - C(\overline{q}^{SB}, \underline{\theta}) + C(\underline{q}^{SB}, \underline{\theta}) - C(\underline{q}^{SB}, \overline{\theta}) \end{aligned} \tag{13.11.51}$$

因此我们须有

$$0 \geqq \Phi(\overline{q}^{SB}) - \Phi(\underline{q}^{SB}). \tag{13.11.52}$$

根据斯彭斯-米尔斯性质，我们有$\Phi' > 0$，因此(13.11.52)等价于$\overline{q}^{SB} \leqq \underline{q}^{SB}$。由给定的假设，我们容易推出$\underline{q}^{SB} = \underline{q}^* > \overline{q}^* > \overline{q}^{SB}$。因此斯彭斯-米尔斯性质保证了我们只需考虑高效类型的代理人的激励相容约束即可。

13.11.2 多种产品

我们基本模型的结论对多种产品的情况也仍然成立。现在假定代理人为委托人生产一系列产品，其向量为$q = (q_1, ..., q_n)$。代理人的成本函数对应为$C(q, \theta)$，其中$C(\cdot)$为q的严格凸函数。委托人从这些产品中所获得的价值为$S(q)$，其中$S(\cdot)$为q的严格凹函数。

在这种多产出激励问题中，委托人要求代理人同时执行所有活动。在这种情形，不难证明高效类型代理人的信息租可写为$\underline{U} = \Phi(q)$，其中$\Phi(q) = C(q, \overline{\theta}) - C(q, \underline{\theta})$，导致了次优产出结果。高效类型代理人的最优产出向量为$\underline{q}^{SB} = \underline{q}^*$，其中，

$$S_{q_i}(\underline{q}^*) = C_{q_i}(\underline{q}^*, \underline{\theta}) \quad \forall i \in \{1, ..., n\}. \tag{13.11.53}$$

而低效类型代理人的产出向量$\overline{q}^{SB}$由下述一阶最优性条件刻画：

$$S_{q_i}(\overline{q}^{SB}) = C_{q_i}(\overline{q}^{SB}, \overline{\theta}) + \frac{\nu}{1-\nu}\Phi_{q_i}(\overline{q}^{SB}) \quad \forall i \in \{1, ..., n\}, \tag{13.11.54}$$

这就是单产品扭曲模型的推广。

如对价值和成本函数无进一步设定，可能会出现次优产出向量中的某些元素$\overline{q}_i^{SB}$大于$\overline{q}_i^*$。

再考虑激励相容问题。对任意的激励可行合约将激励约束$\underline{U} \geqq \overline{U} + \Phi(\overline{q})$ 和$\overline{U} \geqq$

$\underline{U} - \Phi(\underline{q})$相加，我们得

$$\begin{aligned} \Phi(\underline{q}) &= C(\underline{q},\overline{\theta}) - C(\underline{q},\underline{\theta}) && (13.11.55) \\ &\geqq C(\overline{q},\overline{\theta}) - C(\overline{q},\underline{\theta}) \\ &= \Phi(\overline{q}) \quad \text{对所有可执行的 } (\overline{q},\underline{q}). && (13.11.56) \end{aligned}$$

显然，对每个i，如果单调性条件$\overline{q}_i < \underline{q}_i, \forall i$和斯彭斯-米尔斯性质$C_{q_i\theta} > 0$成立，上述条件成立。

13.12　事前参与约束

到目前为止我们所考察的合约都是在事中阶段，也就是信息不对称阶段，才由委托人提供给代理人，即在执行合约之前代理人已经知道其自身类型。然而，在许多时候，合约执行时代理人也不知道其自身类型。例如，企业内的合约在代理人还没有知道其生产率之前就已制定。本节刻画在各种委托人和代理人不同的风险态度下所达成最优合约的性质。

13.12.1　风险中性

假设委托人和代理人在事前（代理人了解其自身类型之前）即达成了合约。如果代理人是风险中性的，则其事前(ex ante)参与约束可写为：

$$\nu\underline{U} + (1-\nu)\overline{U} \geqq 0. \tag{13.12.57}$$

这一事前参与约束替代了双方在博弈中间达成合约时的事中参与约束。由于委托人的目标函数关于代理人的期望信息租递减，因而委托人希望代理人所能获得的期望信息租尽可能小，可为零，因此约束(13.12.57)是紧的。此外，委托人必须设定恰当的租金方案$\underline{U}$ 和$\overline{U}$以保证两个激励约束仍然成立。保证激励相容约束和事前参与约束在等式处成立的一个租金方案可以为：

$$\underline{U}^* = (1-\nu)\theta\overline{q}^* > 0 \qquad \overline{U}^* = -\nu\theta\overline{q}^* < 0. \tag{13.12.58}$$

在这样的租金方案下，只要最优产出满足单调（可执行）性条件$\underline{q}^* > \overline{q}^*$，则可以无成本的执行一阶最优结果。在(13.12.58)所定义的合约中，高效类型的代理人得到回报，而低效类型的代理人则受到惩罚。由于代理人为风险中性，愿意承担风险，在乎的是期望收益，可以制定这样的合约。于是我们有

命题 13.12.1 *如果代理人是风险中性的，且合约在事前达成，则最优激励合约能实现一阶最优结果。*

注. 委托人在设计租金方案$\underline{U}$ 和$\overline{U}$时其实有多种选择，只要激励相容约束(13.6.21)、(13.6.22) 和事前参与约束(13.12.57)取等号即可。考虑如下合约$\{(\underline{t}^*,\underline{q}^*);(\overline{t}^*,\overline{q}^*)\}$，其中$\underline{q}^*,\overline{q}^*$表示最优产量，$\underline{t}^*=S(\underline{q}^*)-T^*$，$\overline{t}^*=S(\overline{q}^*)-T^*, T^*$ 表示一笔固定的一次性转移支付，我们对它稍后定义。根据$\underline{q}^*$的定义，我们有

$$\underline{t}^*-\underline{\theta}\underline{q}^*=S(\underline{q}^*)-\underline{\theta}\underline{q}^*-T^*>S(\overline{q}^*)-\underline{\theta}\overline{q}^*-T^*=\overline{t}^*-\underline{\theta}\overline{q}^*. \tag{13.12.59}$$

又根据$\overline{q}^*$的定义，我们有

$$\overline{t}^*-\overline{\theta}\overline{q}^*=S(\overline{q}^*)-\overline{\theta}\overline{q}^*-T^*>S(\underline{q}^*)-\overline{\theta}\underline{q}^*-T^*=\underline{t}^*-\overline{\theta}\underline{q}^*. \tag{13.12.60}$$

因此该合约是激励相容的。

注意到，此时激励相容约束为严格不等式。可以选择$T^*=\nu(S(\underline{q}^*)-\underline{\theta}\underline{q}^*)+(1-\nu)(S(\overline{q}^*)-\overline{\theta}\overline{q}^*)$而使代理人的事前参与约束取紧。这个一阶最优结果的执行过程相当于委托人以固定的预付价格T^*将企业转让给代理人。代理人获得所有产品价值并在产出与成本之间权衡，就像他是一个利润最大化者一样。在这种合约关系中风险中性的代理人成为企业利润的剩余索取者（residual claimant）。从后面的讨论知道，即使对风险规避的委托人也会得到同样的结果。在现实中，许多合约具有这样的性质，如：

1）改革开放后采用的包田到户的合约，生产队将农田承包的农民，农民需要一年给国家上交一定的粮食，剩下的归农民。随后的生产责任制也是如此。

2）房主将靠街道的铺面出租给做生意的，缴纳一定的租金，剩下的利润或亏损都由租借人自己承担。

3) 银行将资金以固定的贷款率贷给企业，企业承担经营风险，利润或亏损都是企业自己的。

13.12.2 风险偏恶

风险偏恶代理人

前面已经证明，在风险中性代理人的假定下，一阶最优结果是可以实现的。如果代理人是风险规避的，情况又将如何呢?

假设代理人为风险偏恶，其效用函数为定义在代理人货币收入$t-\theta q$上的纽曼-摩根斯坦(Von Neumann-Morgenstern)效用函数$u(\cdot)$，其中，$u'>0, u''<0$，$u(0)=0$。仍然假定委托人和代理人的合约在事前即代理人知道其类型之前签订。则代理人的激

励相容约束仍保持不变，但其参与约束则变为：

$$\nu u(\underline{U}) + (1-\nu)u(\overline{U}) \geqq 0. \tag{13.12.61}$$

类似地，我们可证明低效类型代理人的激励相容约束(13.6.22)在最优解处非紧，因而委托人的最优化问题简化为：

$$\max_{\{(\overline{U},\overline{q});(\underline{U},\underline{q})\}} \nu(S(\underline{q}) - \underline{\theta}\underline{q} - \underline{U}) + (1-\nu)(S(\overline{q}) - \overline{\theta}\overline{q} - \overline{U}) \ \ s.t. \ (13.6.21), (13.12.61).$$

我们有如下命题。

命题 13.12.2 *当代理人为风险规避的且和委托人事前达成合约，则最优合约单将导致如下结果。*

(1) 高效类型的代理人无产出扭曲$\underline{q}^{SB} = \underline{q}^*$。低效类型的代理人存在向下的产出扭曲$\overline{q}^{SB} < \overline{q}^*$，其中

$$S'(\overline{q}^{SB}) = \overline{\theta} + \frac{\nu(u'(\overline{U}^{SB}) - u'(\underline{U}^{SB}))}{\nu u'(\underline{U}^{SB}) + (1-\nu)u'(\overline{U}^{SB})}\Delta\theta. \tag{13.12.62}$$

(2) (13.6.21) 和(13.12.61)是唯一的两个紧约束。高效类型（低效类型）获得严格为正（负）的信息租$\underline{U}^{SB} > 0 > \overline{U}^{SB}$。

注. 代理人是风险中性时，以上公式13.12.62右边的第二项为零，得到了命题13.12.58中同样的结论：最优激励合约能执行一阶最优结果。

证明. 对委托人的优化问题，定义拉格朗日函数如下：

$$\begin{aligned} L(\underline{q},\overline{q},\underline{U},\overline{U},\lambda,\mu) &= \nu(S(\underline{q}) - \underline{\theta}\underline{q} - \underline{U}) + (1-\nu)(S(\overline{q}) - \overline{\theta}\overline{q} - \overline{U}) \\ &\quad +\lambda(\underline{U} - \overline{U} - \Delta\theta\overline{q}) + \mu(\nu u(\underline{U}) + (1-\nu)u(U)). \end{aligned} \tag{13.12.63}$$

对$\underline{U}$和$\overline{U}$求解优化问题，得如下一阶最优性条件：

$$-\nu + \lambda + \mu\nu u'(\underline{U}^{SB}) = 0 \tag{13.12.64}$$

$$-(1-\nu) - \lambda + \mu(1-\nu)u'(\overline{U}^{SB}) = 0. \tag{13.12.65}$$

将上述两式相加，我们得：

$$\mu(\nu u'(\underline{U}^{SB}) + (1-\nu)u'(\overline{U}^{SB})) = 1. \tag{13.12.66}$$

从而有$\mu > 0$。将(13.12.66)代入(13.12.64)，我们有：

$$\lambda = \frac{\nu(1-\nu)(u'(\overline{U}^{SB}) - u'(\underline{U}^{SB}))}{\nu u'(\underline{U}^{SB}) + (1-\nu)u'(\overline{U}^{SB})}. \tag{13.12.67}$$

此外，由(13.6.21)，我们可得$\underline{U}^{SB} \geqq \overline{U}^{SB}$，从而有$\lambda \geqq 0$,，当产出$\underline{y}$为正时，有$\lambda > 0$。

产出的一阶最优性条件为：

$$S'(\underline{q}^{SB}) = \underline{\theta} \tag{13.12.68}$$

和

$$S'(\overline{q}^{SB}) = \overline{\theta} + \frac{\lambda}{1-\nu}\Delta\theta. \tag{13.12.69}$$

将(13.12.67)代入上式，即得(13.12.62)。

□

因此，在风险规避假定下，为保证高效类型代理人的激励相容约束成立，委托人在设计租金方案时不再是无成本的了。委托人在设计租金方案时$\underline{U}$和$\overline{U}$之间将存在差异以使(13.6.21)满足，而这将使风险规避的代理人承担一定的风险。为了保证风险规避代理人的参与，委托人必须支付一定的风险溢价(risk premium)。减少风险溢价将导致低效类型代理人的产出减少，从而代理人承担的风险更小。正如我们所期望的，代理人的风险规避性导致了委托人对其激励的弱化。

当代理人无限风险规避时，代理人的个人理性约束和最坏情形的事后(ex post)个人理性约束一样，$\overline{U}^{SB} = 0$。在极限情形，代理人的产出$\overline{q}^{SB}$和$\underline{q}^{SB}$及其效用水平$\underline{U}^{SB}$以及$\overline{U}^{SB}$都收敛到同一结果。因此，前面介绍的合约在博弈中间达成的模型也可解释为代理人保留效用水平为零且事前无限风险规避情形的模型。

以上分析的风险中性和风险规避情形可以通过下图13.6和13.7来直观的说明。

风险规避委托人

现设委托人是风险规避的，其效用函数为定义在其货币收入$S(q) - t$上的冯诺依曼- 摩根斯坦(VNM) 效用函数$\upsilon(\cdot)$，其中，$\upsilon' > 0, \upsilon'' < 0$，$\upsilon(0) = 0$。仍然假定委托人和代理人的合约在事前即代理人知道其类型之前签订。

在此设定下，最优合约将导致一阶最优产出$\underline{q}^*$ 和$\overline{q}^*$，委托人将保证自己在两种自然状态下都获得相同收益，且代理人的事前参与约束是紧的。这意味着代理人的信息租$\underline{U}^*$和$\overline{U}^*$要满足下述两个条件：

$$S(\underline{q}^*) - \underline{\theta}\underline{q}^* - \underline{U}^* = S(\overline{q}^*) - \overline{\theta}\overline{q}^* - \overline{U}^* \tag{13.12.70}$$

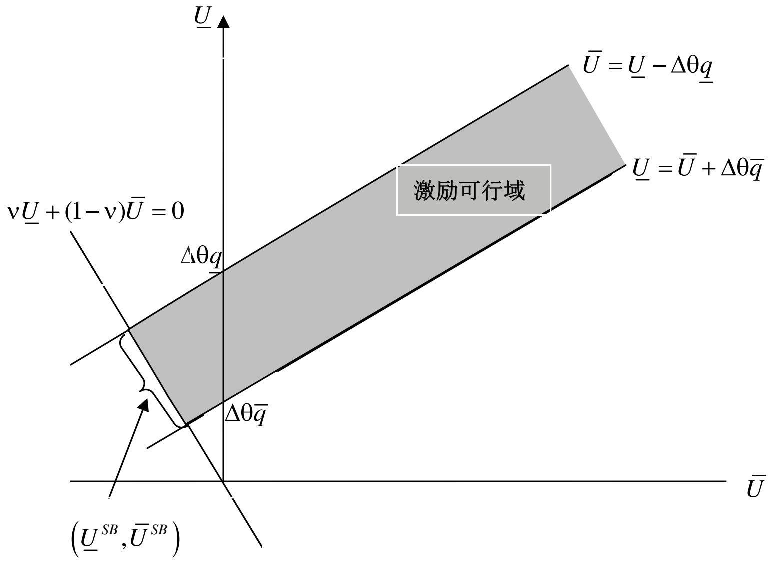

图 13.6: 风险中性代理人的信息租

和

$$\nu\underline{U}^* + (1-\nu)\overline{U}^* = 0. \tag{13.12.71}$$

对未知数$(\underline{U}^*, \overline{U}^*)$求解上述方程组，我们得

$$\underline{U}^* = (1-\nu)(S(\underline{q}^*) - \underline{\theta}\underline{q}^* - (S(\overline{q}^*) - \overline{\theta}\overline{q}^*)) \tag{13.12.72}$$

以及

$$\overline{U}^* = -\nu(S(\underline{q}^*) - \underline{\theta}\underline{q}^* - (S(\overline{q}^*) - \overline{\theta}\overline{q}^*)). \tag{13.12.73}$$

根据$\underline{q}^*$的定义，我们有

$$\underline{U}^* - \overline{U}^* = S(\underline{q}^*) - \underline{\theta}\underline{q}^* - (S(\overline{q}^*) - \overline{\theta}\overline{q}^*) > \Delta\theta\overline{q}^* \tag{13.12.74}$$

而根据$\overline{q}^*$ 的定义，我们有

$$\overline{U}^* - \underline{U}^* = S(\overline{q}^*) - \overline{\theta}\overline{q}^* - (S(\underline{q}^*) - \underline{\theta}\underline{q}^*) > -\Delta\theta\underline{q}^*, \tag{13.12.75}$$

因而最优信息租满足所有类型代理人的激励相容约束。因此，信息租向量$(\underline{U}^*, \overline{U}^*)$是激励相容的，从而可执行最优配置。正式的，我们有如下命题

命题 13.12.3 *当委托人关于其货币收入$S(q)-t$风险规避、代理人风险中性且合约在事前签订，则最优激励合约能执行最优结果。*

注. 注意到由(13.12.72) 和(13.12.73)得到的$\underline{U}^*$和$\overline{U}^*$ 与风险中性代理人的事前合约

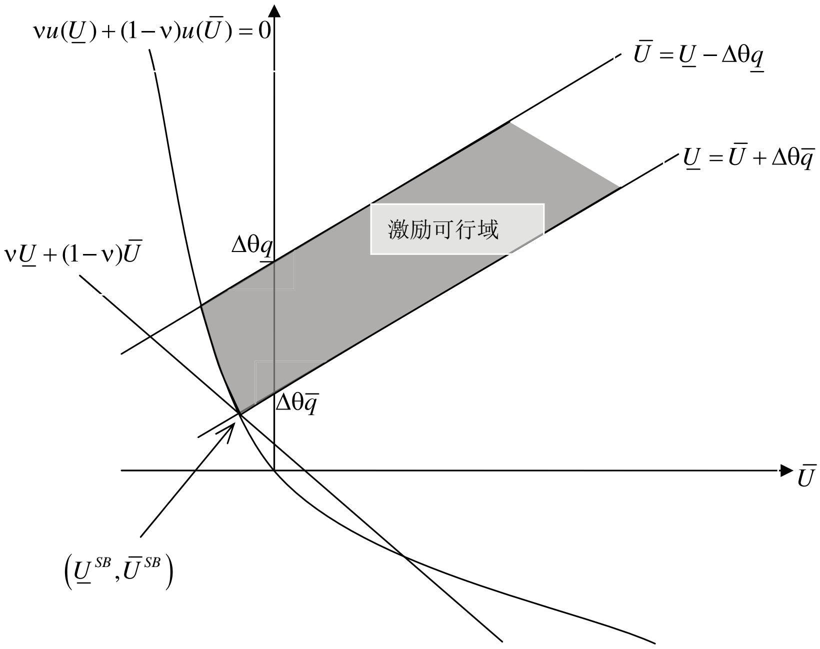

图 13.7: 风险规避代理人的信息租

（即由(13.12.59) 和(13.12.60)）所得到的结果相同。事实上，这是由于一次性转移支付$T^*=\nu(S(\underline{q}^*)-\underline{\theta}\underline{q}^*)+(1-\nu)(S(\overline{q}^*)-\overline{\theta}\overline{q}^*)$使风险中性的代理人成为企业剩余利润的索取者，也使委托人获得了完全的保险。当风险中性的代理人成为剩余索取者时，尽管存在信息不对称问题，事前合约仍可使风险规避的委托人获得完全保险并实现最优结果。

当然，在事中参与约束下上述结果将不再成立。在这种情形，我们猜测在最优解处约束(13.6.22)仍是非紧的，从而委托人的最优化问题变为：

$$\max_{\{(\overline{U},\overline{q});\underline{U},\underline{q})\}}\ \nu\upsilon(S(\underline{q})-\underline{\theta}\underline{q}-\underline{U})+(1-\nu)\upsilon(S(\overline{q})-\overline{\theta}\overline{q}-\overline{U})\ \ s.t.\ (13.6.21)\text{ 和}(13.6.24).$$

将由(13.6.21) 和(13.6.24)得到的$\underline{U}$和$\overline{U}$代入委托人的目标函数并对产出求最优化问题，我们得$\underline{q}^{SB}=\underline{q}^*$，即如同风险中性代理人情形的结果，高效类型的代理人无产出扭曲。但低效类型的代理人存在向下的产出扭曲$\overline{q}^{SB}<\overline{q}^*$，其中$\overline{q}^{SB}$满足

$$S'(\overline{q}^{SB})=\overline{\theta}+\frac{\nu\upsilon'(\underline{V}^{SB})}{(1-\nu)\upsilon'(\overline{V}^{SB})}\Delta\theta. \tag{13.12.76}$$

其中，$\underline{V}^{SB}=S(\underline{q}^*)-\underline{\theta}\underline{q}^*-\Delta\theta\overline{q}^{SB}$ 和$\overline{V}^{SB}=S(\overline{q}^{SB})-\overline{\theta}\overline{q}^{SB}$ 为委托人在两种自然状态下的收益。根据$\underline{q}^*$的定义，有$S(\overline{q}^{SB})-\underline{\theta}\overline{q}^{SB}<S(\underline{q}^*)-\underline{\theta}\underline{q}^*$，从而我们可以

验证$\overline{V}^{SB} < \underline{V}^{SB}$成立。特别地，容易看出(13.12.76)右边的扭曲总是小于风险中性委托人情形下的$\frac{\nu}{1-\nu}\Delta\theta$。其中的经济直观是显然的。$\overline{q}$高于风险中性情形可以减少$\underline{V}^{SB}$和$\overline{V}^{SB}$之间的差距。这将为委托人提供一定的保险并提高其事前收益。

例如，若$v(x) = \frac{1-e^{-rx}}{r}$, 则(13.12.76)将变为$S'(\overline{q}^{SB}) = \overline{\theta} + \frac{\nu}{1-\nu}e^{r(\overline{V}^{SB}-\underline{V}^{SB})}\Delta\theta$。若$r = 0$，则我们又回到风险中性委托人和中期参与约束情形。由于$\overline{V}^{SB} < \underline{V}^{SB}$，因此当$r$趋于无穷时，一阶最优产量能够执行。在极限情形下，无限风险规避的委托人只对低效状态感兴趣，因为低效代理人不能获得租。此外，对委托人来说，让与信息租给高效类型的代理人是无成本的。对这一理论在公共效用规制方面的应用，请参见勒维斯(Lewis)和萨平腾(Sappington) (Rand J. Econ, 1995) 。

13.13 承诺

在前面的分析中，为了解决激励问题，我们隐含地假定委托人能够承诺对租金进行分配以揭示代理人的信息，并且同样的为了减少代理人的信息租使得最终的配置效率低于帕累托有效的水平。而实质上，这种隐含的承诺意味着法庭可以完全确保合约的执行，并且不会出现双方对于契约进行事后的重新谈判或修订。但如果我们放松这两个假设，则情形又将如何呢?

13.13.1 再谈判

当委托人和代理人就事先签订的契约进行重新谈判时，委托人事前的承诺就是有限的。当然，谈判必须是自愿的，并且给双方都能带来好处。这一点应当与一方单边毁约导致损害另一方利益的情形是不同的。另一方面，我们也可以将重新谈判的过程视为契约双方有能力对交易结果做帕累托改进，只要这种改进是激励可行的。

事实上，一旦委托人通过契约$(\underline{t}^{SB}, \underline{q}^{SB})$ 和$(\overline{t}^{SB}, \overline{q}^{SB})$ 使得两个类型代理人进行选择并揭示出代理人的类型，委托人就可以建议重新谈判以改进他施加于低效率代理人的无效率产出水平。重新谈判所得到的收益来自将低效类型的产出从$\overline{q}^{SB}$ 改进为$\overline{q}^{*}$，为了使低效率类型的代理人从中受益，委托人必须保证他的效率不低于谈判前的水平。通过设计$\overline{t}^{SB} = \overline{\theta}\overline{q}^{SB}$ 以及$\overline{t}^{*} = \overline{\theta}\overline{q}^{*}$，我们仍然可以将低效率代理人的效用置为零。然而，提高这种转移支付同样会使高效率类型代理人的激励相容约束难以满足，事实上，对于高效率代理人，此时就会更有积极性隐瞒自己的真实类型以获取较高的转移支付，因而均衡时高效率代理人类型的真实显示就无法获得。所以当存在重新谈判的可能性时，提高资源配置事后效率与加强事前激励约束之间就会出现一个两难冲突。在某些场合下，承诺执行一组契约可能并不是很困难的问题，例如，相应于某个产出水平q, 企业（代理人）必须建立相应的生产能力。而此时通过重新谈判以增加产量对于代理人而言就意味着增加投资扩充生产能力，由此带来的成本可能比增加产量所带来的收益更高，因而是不可行的。

并且，承诺问题似乎与直接机制的设计有关，因为重新谈判发生在代理人显示了设计的类型之后，而在委托人确定目标产量之前。我们考虑一个简单的等价间接机制，期中委托人提供给代理人相同的契约，但让代理人自己选择产出水平。这个备选机制并不要求委托人与代理人在事前进行沟通，代理人被授权选择产出水平，并且，若这种选择是不可更改的，则不存在重新谈判的可能。而在真正的动态逆向选择问题中，当双方的行动发生在不同的阶段，则承诺是否有效就很成问题。

13.13.2 违约

导致承诺不可信的另一个原因是委托人或代理人可能单方面违约，因而合约中所规定的的责任就会被取消。我们不妨考虑委托人单边违约的情形。事实上，一旦代理人通过选择委托人提供的契约而显示了自己的真实类型，则委托人在获知后就会提出一个完全信息的契约以抽取所有的信息租，并且不会损失任何配置效率。当然，理性的代理人应当预期到这种违约的可能性，并且这种预期会打消代理人在一开始就说真话的积极性。同样，当代理人面临一个事后的负效用时也有可能毁约。在这种情形下，代理人在事后违约的威胁迫使委托人考虑期中（事中）参与约束。考虑到这种可能性，本章几种分析中期合约就是十分自然的了。

13.14 用于改善合约的信号

本节中，我们将分析委托人对于信息系统不同方式的改进对最优合约的影响，在此主要讨论的是委托人如何使用外生给定的信号以设计一个更好的合约。例如，委托人观察代理人的表现，或者选择一种监督方式等，这些都是委托人通过缩小他与代理人之间的信息差距来达到改进合约的目的。

13.14.1 事后可证实信号

假设委托人、代理人和帮助执行合约第三方（如法庭）都在事后观测到了一个可验证的信号σ，它与θ相关。这个信号在代理人选择产量（或者在代理人向委托人显示自己的类型）之后被观察到，则合约可以同时以代理人的显示类型和观察到的信号为依据来制定，因为后者提供了关于自然状态的有用的信息。为了简化起见，我们假设该信号只取两个值σ_1和σ_2，令其条件概率分布为$\mu_1 = \Pr(\sigma = \sigma_1|\theta = \underline{\theta}) \geqslant 1/2$，且$\mu_2 = \Pr(\sigma = \sigma_2|\theta = \bar{\theta}) \geqslant 1/2$。注意到$\mu_1 = \mu_2 = 1/2$，则此信号并不能提示任何关于$\sigma$的任何信息；反之，则称$\sigma_1$为好信息，因为它反映了代理人更有可能是高效率类型这样一个事实。同样，称σ_2为坏消息，因为它表明代理人更有可能是低效率的。

我们采用如下记号来表示事后信息租：$u_{11} = t(\underline{\theta}, \sigma_1) - \underline{\theta} q(\underline{\theta}, \sigma_1), u_{12} = t(\underline{\theta}, \sigma_2) - \underline{\theta} q(\underline{\theta}, \sigma_2), u_{21} = t(\bar{\theta}, \sigma_1) - \bar{\theta} q(\bar{\theta}, \sigma_1), u_{22} = t(\bar{\theta}, \sigma_2) - \bar{\theta} q(\bar{\theta}, \sigma_2)$。类似的，用$q_{ij}$表示事后的产量。假设代理人在信号被揭示之前了解了自己的类型并选择了契约，则激励与参

与约束必须用$\sigma-$期望值的形式改写，两种类型的激励约束分别为：

$$\mu_1 u_{11} + (1-\mu_1)u_{12} \geqq \mu_1(u_{21} + \Delta\theta q_{21}) + (1-\mu_1)(u_{22} + \Delta\theta q_{22}) \tag{13.14.77}$$

$$(1-\mu_2)u_{21} + \mu_2 u_{22} \geqq (1-\mu_2)(u_{11} - \Delta\theta q_{11}) + \mu_2(u_{12} - \Delta\theta q_{12}). \tag{13.14.78}$$

两种类型的参与约束分别为：

$$\mu_1 u_{11} + (1-\mu_1)u_{12} \geqq 0, \tag{13.14.79}$$

$$(1-\mu_2)u_{21} + \mu_2 u_{22} \geqq 0. \tag{13.14.80}$$

注意到，对于一个给定的产量计划q_{ij}，方程组(13.14.77)到(13.14.80)的未知数u_{ij}的个数和方程个数相等。

当方程组(13.14.77) 到(13.14.80)系数矩阵的行列式的值非零时，我们能解得使所有约束都紧的事后信息租u_{ij} (或等价地，转移支付) 。在这种情形，任何类型代理人的信息租为零。此外，在这种情形，任何生产水平包括完全信息时的一阶最优生产水平都可被实现。注意到当

$$1-\mu_1-\mu_2 \neq 0 \tag{13.14.81}$$

时，方程组的行列式非零。仅当$\mu_1=\mu_2=\frac{1}{2}$时，(13.14.81)不成立。此时信号不能提供任何关于代理人类型的任何有用信息。

13.14.2 事前不可证实信号

假定委托人在事前获得了一个关于θ的不可验证信号σ。尽管这个信号不可验证，但有利于帮助委托人识别代理人的类型。在提供激励合约前，委托人使用贝叶斯规则推断代理人类型的条件概率分布，即：

$$\hat{\nu}_1 = Pr(\theta=\underline{\theta}/\sigma=\sigma_1) = \frac{\nu\mu_1}{\nu\mu_1+(1-\nu)(1-\mu_2)}, \tag{13.14.82}$$

$$\hat{\nu}_2 = Pr(\theta=\underline{\theta}/\sigma=\sigma_2) = \frac{\nu(1-\mu_1)}{\nu(1-\mu_1)+(1-\nu)\mu_2}. \tag{13.14.83}$$

此时，对于信号σ_1和σ_2,最优的契约仍然会使得低效率代理人的产量$\overline{q}^{SB}(\sigma_i)$ 向下扭曲，即：

$$S'(\overline{q}^{SB}(\sigma_1)) = \overline{\theta} + \frac{\widehat{\nu}_1}{1-\widehat{\nu}_1}\Delta\theta = \overline{\theta} + \frac{\nu\mu_1}{(1-\nu)(1-\mu_2)}\Delta\theta \tag{13.14.84}$$

$$S'(\overline{q}^{SB}(\sigma_2)) = \overline{\theta} + \frac{\widehat{\nu}_2}{1-\widehat{\nu}_2}\Delta\theta = \overline{\theta} + \frac{\nu(1-\mu_1)}{(1-\nu)\mu_2}\Delta\theta. \tag{13.14.85}$$

当$\mu_1=\mu_2=\mu>\frac{1}{2}$时，我们可以将$\mu$视为信号传递信息量的指标。一旦观察到$\sigma_1$，委

托人将会认为代理人更可能属于高效类型。则他会较大程度地减少$\overline{q}^{SB}$ 以压缩付给高效类型的信息租。从(13.14.84)可见，由于$\left(\frac{\mu}{1-\mu} > 1\right)$，所以与无信号情形相比，式中第二项变大，从而为了压缩付给高效类型的信息租，他会加大程度地减少$\overline{q}^{SB}$。特别地，如果μ充分大，则委托人在观察到σ_1之后将排除低效类型的代理人。委托人将只对高效类型的代理人提供一份高能(high-powered)激励合约，在该合约下高效类型代理人的租金为零。另一方面，委托人在观察到σ_2后认为代理人不太可能属于高效类型，因而与无信号情形相比，委托人必须支付更多的信息租，由于$\left(\frac{1-\mu}{\mu} < 1\right)$，他对代理人的激励会更强一些。

13.15 合约理论的应用

从以上各种介绍中，我们知道，在不对称信息情形，一般来说，最好的结果只是次优。当然也有一些方法可以提高资源配置的效率，如信号发射，或者代理人本身对自己也没有信息优势等等。这些内容即为隐藏信息情形委托代理模型的基本结果。这些理论有很多应用。

本节介绍最优合约理论的几个经典模型，以示本章前面各节所介绍的基本模型的有用性。在这些模型的经济环境中引入逆向选择大大提高了标准微观经济分析的水平。

13.15.1 规制

在巴荣(Baron)和梅耶森(Myerson) (Econometrica, 1982) 的规制模型中，委托人是规则者（比如政府），其目标是最大化消费者剩余$S(q) - t$ 及被规制垄断企业利润$U = t - \theta q$ 的加权和，其中，企业利润的权重为$\alpha < 1$，代理人的为1。因此，委托人的目标函数可写为$V = \alpha(S(q) - t) + U = S(q) - \theta q - (1-\alpha)U$。由于$\alpha < 1$，因此将租金让与企业存在较高的社会成本。在激励相容和参与约束下最大化期望社会福利，则高效类型代理人的产出水平为一阶最优，即$\underline{q}^{SB} = \underline{q}^*$，而低效类型代理人的产出水平$\overline{q}^{SB} < \overline{q}^*$存在向下扭曲，其中，$\overline{q}^{SB}$由如下方程确定：

$$S'(\overline{q}^{SB}) = \overline{\theta} + \frac{\nu}{1-\nu}(1-\alpha)\Delta\theta. \tag{13.15.86}$$

从上面的结果来看，α越大，产出扭曲越小，原因是规制者更少关心信息租在社会内部的分配。如果$\alpha = 1$，则企业的租金就不再会造成社会福利的损失，此时的规制者就可以执行有效的配置。

关于委托-代理模型在规制理论上的应用，有兴趣的读者可以参考拉丰(Laffont)和梯若尔(Tirole) (1993)的经典著作。

13.15.2 垄断厂商的非线性定价

不少学者将委托代理模型应用于垄断定价的研究。Maskin和Riley (1984)是这方面的经典文献。在马斯金(Maskin)和瑞利(Riley) (Rand J. of Economics, 1984) 中，委托人是生产成本为cq的私有品出售者，该产品有连续统个购买者。委托人的效用函数为$V = t - cq$。购买者消费该产品的效用函数为$U = \theta u(q) - t$，其中q为其消费的产品数目，t为其为此支付的金额。假设每个购买者的偏好强度（支付意愿）$\theta \in \Theta = \{\underline{\theta}, \overline{\theta}\}$，其取$\underline{\theta}$和$\overline{\theta}$ 的概率分别为$1-\nu$和ν。

尽管在上述设定中有连续统一样多的代理人，但在数学上它等价于一个代理人的情形。于是根据大数定律，ν 为类型为$\underline{\theta}$的代理人出现的频率。

代理人的激励相容和参与约束可直接写为信息租$\underline{U} = \underline{\theta}u(\underline{q}) - \underline{t}$和$\overline{U} = \overline{\theta}u(\overline{q}) - \overline{t}$ 的函数形式：

$$\underline{U} \geqq \overline{U} - \Delta\theta u(\overline{q}), \tag{13.15.87}$$

$$\overline{U} \geqq \underline{U} + \Delta\theta u(\underline{q}), \tag{13.15.88}$$

$$\underline{U} \geqq 0, \tag{13.15.89}$$

$$\overline{U} \geqq 0. \tag{13.15.90}$$

委托人的最优化问题形式如下：

$$\max_{\{(\overline{U},\overline{q});(\underline{U},\underline{q})\}} v(\overline{\theta}u(\overline{q}) + (1-v)(\underline{\theta}u(\underline{q}) - c\underline{q}) - (\nu\overline{U} + (1-\nu)\underline{U}) \;\; s.t. \;\; (13.15.87)\text{至}(13.15.90).$$

由于上述模型是前面介绍的基本模型的镜面反射，其的分析过程完全与前面基本模型的分析完全相同，这里高效类型的代理人为对产品$\overline{\theta}$有高估值的代理人。因而(13.15.88) 和(13.15.89)为紧约束。因此，相对于最优结果，估值高的代理人来说无消费扭曲，且$\overline{q}^{SB} = \overline{q}^*$，其中$\overline{\theta}u'(\overline{q}^*) = c$，估值低的代理人存在向下的消费扭曲，且$\underline{q}^{SB} < \underline{q}^*$, 其中，

$$\left(\underline{\theta} - \frac{\nu}{1-\nu}\Delta\theta\right) u'(\underline{q}^{SB}) = c \qquad \underline{\theta}u'(\underline{q}^*) = c. \tag{13.15.91}$$

这类模型中，卖方根据代理人的支付意愿向他们提供不同的合约，所付价格和消费数量之间不再是线性关系，所以此类模型被称为非线性定价或二级价格歧视模型。

13.15.3 质量和价格歧视

有的学者将上述模型应用于质量和价格歧视的分析之中，如Mussa和Rosen (1978)在JET 的文章。该模型本质上同Maskin和Riley (1984)的文章相同，只是决策变量的解释不一样。前者中，厂商要决定产品产量和产品对不同类型消费者的价格；

而在后者中，厂商要决定每一单位的产品其质量高低以及不同质量产品的价格。如果将前者中的产量和后者中的质量看成一样，则两个模型完全等价。因而分析过程也是一样的。我们将看到，为了最大化其利润，企业会故意生产不同质量的产品，并进行歧视性定价。例如，企业会制作高质量的服装，定高的价格，而低档服装，质量低且价格低，两者面向不同类型的消费者。

在穆萨(Mussa)和罗森(Rosen) (JET, 1978)的模型中，代理人购买一单位质量为q的商品，但他们对该商品的偏好存在垂直差异。生产一单位质量为q的该商品的边际成本（和平均成本）为$C(q)$。委托人的效用函数为$V = t - C(q)$。代理人的效用函数为$U = \theta q - t$，其中$\theta \in \Theta = \{\underline{\theta}, \overline{\theta}\}$, 其取$\underline{\theta}$和$\overline{\theta}$ 的概率分别为$1-\nu$和ν。

代理人的激励和参与约束仍然可直接写为信息租$\underline{U} = \underline{\theta}\underline{q} - \underline{t}$和$\overline{U} = \overline{\theta}\overline{q} - \overline{t}$ 的函数：

$$\underline{U} \geqq \overline{U} - \Delta\theta\overline{q}, \tag{13.15.92}$$

$$\overline{U} \geqq \underline{U} + \Delta\theta\underline{q}, \tag{13.15.93}$$

$$\underline{U} \geqq 0, \tag{13.15.94}$$

$$\overline{U} \geqq 0. \tag{13.15.95}$$

委托人的最优化问题为：

$$\max_{\{(\underline{U},\underline{q});(\overline{U},\overline{q})\}} v(\overline{\theta}\overline{q}-C(\overline{q}))+(1-\nu)(\underline{\theta}\underline{q}-C(\underline{q}))-(\nu\overline{U}+(1-\nu)\underline{U}) \;\; s.t. \; (13.15.92)\text{至}(13.15.95).$$

利用前面所讨论的方法，我们可知在上述问题中只有(13.15.93) 和(13.15.94) 为紧约束。最终我们可以求得高估值的代理人获得最优质量$\overline{q}^{SB} = \overline{q}^*$的产品，其中$\overline{\theta} = C'(\overline{q}^*)$，但低估值的代理人获得产品的质量低于最优水平，我们有$\underline{q}^{SB} < \underline{q}^*$，其中

$$\underline{\theta} = C'(\underline{q}^{SB}) + \frac{\nu}{1-\nu}\Delta\theta \quad \text{以及} \quad \underline{\theta} = C'(\underline{q}^*). \tag{13.15.96}$$

由此可知，质量范围（我们将其定义为两类代理人所获得的产品质量之差，即$\overline{q}^{SB} - \underline{q}^{SB}$）在不对称信息下要大于完全信息的情形。在不对称信息下，卖方故意在市场上提供一些低质量的产品以区分买方类型，这一现象在产业组织领域颇受关注。甚至有学者指出这种故意降低产品质量的办法是企业最优销售策略的一部分，这可以帮助企业有效的区分不同支付意愿的消费者。即使质量相同，在针对不同消费者群的商店（如高档消费店和低档消费店）所给出的价格也是不一样的。

13.15.4 金融合约

不对称信息对金融市场也会有重大影响。中小型企业贷款难是个世界难题，但信息不对称的情况下，更是雪上加霜。例如，在弗雷萨克斯(Freixas) 和拉丰(Laffont)

(1990)的论文中，委托人（比如银行）将资金规模为k的贷款出借给借款人。由于债主（委托）人可将该资金投资并至少获得无风险利率R的收益，其贷款的成本为Rk。因此贷款人的效用函数为$V = t - Rk$。借款人的利润为$U = \theta f(k) - t$，其中$\theta f(k)$为其利用k 单位的资本进行生产所得的产出，t为借款人支付给贷款人的金额，这里我们假定了其产出价格为1。假设$f' > 0$，$f'' < 0$。参数θ 为借款人的生产率水平，它是在$\Theta = \{\underline{\theta}, \overline{\theta}\}$上取值的随机变量，其取$\underline{\theta}$和$\overline{\theta}$ 的概率分别为$1-\nu$和ν。

借款人的激励和参与约束仍可直接写为借款人信息租$\underline{U} = \underline{\theta} f(\underline{k}) - \underline{t}$和$\overline{U} = \overline{\theta} f(\overline{k}) - \overline{t}$的函数：

$$\underline{U} \geqq \overline{U} - \Delta\theta f(\overline{k}), \tag{13.15.97}$$

$$\overline{U} \geqq \underline{U} + \Delta\theta f(\underline{k}), \tag{13.15.98}$$

$$\underline{U} \geqq 0, \tag{13.15.99}$$

$$\overline{U} \geqq 0. \tag{13.15.100}$$

委托人的最优化问题形式如下：

$$\max_{\{(\underline{U},\underline{k});(\overline{U},\overline{k})\}} v(\overline{\theta} f(\overline{k}) - R\overline{k}) + (1-\nu)(\underline{\theta} f(\underline{k})) - R\underline{k}) - (\nu\overline{U} + (1-\nu)\underline{U}) \ s.t. \ (13.15.97)\text{至}(13.15.100).$$

容易证明在上述优化问题中(13.15.98) 和(13.15.99)是紧约束。最终我们可以证明，相对于最优结果，高生产率的借款人无借款扭曲，其借款规模为$\overline{k}^{SB} = k^*$，其中，$\overline{\theta} f'(\overline{k}^*) = R$，即其资本回报率为无风险利率；但低生产率的借款人存在向下的借款扭曲，其借款规模为$\underline{k}^{SB} < \underline{k}^*$，其中，

$$\left(\underline{\theta} - \frac{\nu}{1-\nu}\Delta\theta\right) f'(\underline{k}^{SB}) = R \quad \text{和} \quad \underline{\theta} f'(\underline{k}^*) = R. \tag{13.15.101}$$

这样，信息不对称时生产率低的企业贷款水平更低。由于中小型企业由于规模的原因，其生产率比大型企业低，再加上还贷风险大，贷款更难。委托代理模型于是可以解释中小型企业贷款难的问题。

13.15.5 劳动合约

工人和与其雇主之间存在的不对称信息也会改变他们之间的关系。在格林(Green)和卡恩(Kahn) (QJE, 1983)以及哈特(Hart) (RES, 1983)的论文中，委托人是提供劳动力l给企业的工会（一组工人组成的工人联盟）。企业获得的利润为$\theta f(l) - t$，其中$f(l)$为劳动力的产出，t 为企业对工人的支付。我们假设$f' > 0$，$f'' < 0$。生产率参数θ 是在$\Theta = \{\underline{\theta}, \overline{\theta}\}$ 上取值的随机变量，其取$\underline{\theta}$和$\overline{\theta}$ 的概率分别为$1-\nu$和ν。企业的目标函数是最大化其利润$U = \theta f(l) - t$。工人效用函数定义在消费和劳动上。如果其提供劳动力的效用损失可以用企业所支付的货币来衡量，则其效用函数可写为$V = v(t - l)$，

其中l为提供l单位劳动力的效用损失，$v(\cdot)$为递增的凹函数，即$(v' > 0, v'' < 0)$。

在这样的设定下，企业的边界在其观察到其生产率冲击和与工人事前签约之前即已确定。显然，该模型类似我们在前面分析的风险规避委托人和风险中性代理人的情形。因此，我们可知风险规避的工会将提供一个合约给风险中性的企业，该合约将为工会提供完全保险并实现一阶最优就业水平$\bar{l}$和$\underline{l}^*$，其中，$\bar{\theta}f'(\bar{l}^*) = 1$，$\underline{\theta}f'(\underline{l}^*) = 1$。

当工人的效用函数存在收入效应时，即使对两类型模型，对上述模型的分析也十分困难。更多的细节，有兴趣的读者可参见拉丰(Laffont)和马提摩特(Martimort) (2002)。

13.16 对经典模型的拓展

在经典逆向选择模型中，两条基本的规律是“顶部无扭曲”和“单向扭曲”，即在非对称信息下，对于最有效的代理人，其配置与完全信息下的(一阶)最优情形无异，而其它类型代理人的配置都会发生同方向的扭曲。从以上各节的分析我们发现，此规则为许多经典文献所支持。本节将给出两种情形：外部性和类型依赖的保留效用，这一规律在其中并不成立。这两种情况的讨论主要取之于孟和田的文章Meng and Tian (2009)。

13.16.1 网络外部性

当不对称信息和网络外部性(network externalities)同时存在时，“无顶部扭曲(no distortion on the top)”规则可能不再成立，从而最有效率的代理人不再有一次最优产出。孟大文(Meng)和田国强(Tian) (2009) 证明了委托人的最优合约可能存在双重(two-way)扭曲：当代理人的边际努力成本很低时，其产出将超过一次最优产出，而当期边际努力成本很高时，其产出将低于一次最优产出。

如第十一所指出的那样，所谓外部性，指的是经济中一些个体的经济活动(生产活动或消费活动）会影响其它个体的经济活动。外部性的一个特殊情况是所谓的网络外部性。网络外部性可能因为如下原因产生：商品的有用性直接依赖于网络的规模（例如电话、传真机等）；羊群效应(bandwagon effect)，即消费某产品缘于其他人消费了这种产品（如追求时尚）；或者间接地缘于互补品或服务的可得性(软硬件配套)或售后服务(例如汽车)。虽然网络外部性被认为对其他人的消费影响为正，但有时也呈现负的外部性。例如，人们有拥有排他或者唯一产品的欲望，以显示酷和独特，这种现象常称为“炫耀效应(Snob effect)”。拥有这些产品的人越少，对这些产品的需求数量越大（如要服装设计师专门设计的特别式样的服装，或为数极少的汽车式样或建筑物）。

考虑一个委托-代理模型，其中委托人为某垄断厂商。他以边际成本c 提供某种具有网络外部性的产品给连续统数目的消费者。其效用函数为$V = t - cq$, t代表消费者的支付，q为消费者的消费量也是厂商提供的产量。代理人为消费者，他们的偏好类型θ 是私人信息，$\theta \in \Theta = \{\theta_1, \cdots, \theta_n\}$，$\theta_1 < \theta_2 < \cdots < \theta_n$, 类型为$\theta_i$ 的消费

者所占的比例为$f(\theta_i), i=1,2,\cdots,n$。以$\Delta\theta\equiv\theta_i-\theta_{i-1}>0$表示相邻类型参数之差，记$F(\theta_i)=\sum_{j\leqslant i}f(\theta_j)$。则依照大数定律，这相当于这样的情形：仅存在一个代理人，其类型$\theta\in\Theta$为随机变量，θ的分布函数和累积分布函数分别为$f(\theta_i)=\Pr(\theta=\theta_i)$和$F(\theta_i)=\Pr(\theta\leqslant\theta_i)$。在此我们假定单调风险率条件成立，即$\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}$单调递减。$\theta$类型消费者的效用(也称信息租)为$U=\theta V(q)+\Psi(Q)-t$，它不仅取决于私人消费$q$也取决于网络规模（Network Magnitute）$Q=\sum_i f(\theta_i)q_i$。$\theta V(q)$被称为消费的内在价值(Intrinsic Value)，而$\Psi(Q)$则被称为网络价值（Network Value）。注意到，我们假设对不同类型的消费者，网络效应是同质的，即网络价值与私人偏好θ和私人消费q都无关[3]。

假设$V(q)$为递增的严格凹函数：$V'(q)>0, V''(q)<0$。在此假设下，如附录中图2–6所示，不同类型消费者的无差异曲线只相交一次，所以Spence-Mirrlees条件满足。关于网络拥挤性我们给出如下定义：

定义 13.16.1 如$\Psi''(Q)<0$, 则称该网络为拥挤性网络（Congestible Network）；如$\Psi''(Q)>0$，则称其为非拥挤性网络(Dis-congestible Network); 如$\Psi''(Q)=0$，则称其为中性网络(Neutral Network).

注. $\Psi''(Q)>0$意味着某个消费者消费量的增加将增加其他消费者的边际效用，如果网络容量足够大，网络维护技术足够先进则会出现这种情形；反之，$\Psi''(Q)<0$表示某个消费者的消费量增加会导致其他消费者边际效用的降低，这对应于网络容量和维护技术水平有限的情况; $\Psi''(Q)=0$则表明消费者在网络中所获的边际效用不受他人消费量的影响。

垄断厂商的目标是设计一组激励相容并由消费者自愿选择的合约单$\{q(\hat{\theta}),t(\hat{\theta})\}$以最大化其自身收益，$\hat{\theta}\in\Theta$代表消费者向厂商申报的“类型”，在参与性约束$\theta V(q)+\Psi(Q)-t\geqslant\hat{U}(\theta)$下，真实类型为$\theta$的消费者选择“最优申报”$\hat{\theta}(\theta)=\arg\max_{\tau}\{\theta V(q(\tau))+\Psi(Q)-t(\tau)\}$[4]。

如同在经典逆向选择中一样，委托人在设计合约时必须考虑代理人的参与约束和激励相容约束，即合约$\{q_i,t_i\}_{i=1}^n$应同时满足以下条件：

$$IR_i:\theta_i V(q_i)+\Psi(Q)-t_i\geqslant 0$$
$$IC_{ij}:\theta_i V(q_i)+\Psi(Q)-t_i\geqslant\theta_i V(q_j)+\Psi(Q)-t_j$$

或者等价的以代理人信息租的形式表示为：

$$IR_i:U_i\geqslant 0$$
$$IC_{ij}:U_i\geqslant U_j+(\theta_i-\theta_j)V(q_j),\forall i,j$$

[3]如将网络价值项设为更一般的形式如$\Psi(\theta,q,Q)$则网络效应为异质性。
[4]注意到，由于消费者数量无限多，单个消费者谎报类型对网络规模Q的影响可以忽略。

此处代理人的保留效用被标准化为零。

(一) 两种类型情形

假设消费者只有两种类型，即$\Theta=\{\underline{\theta},\overline{\theta}\}$。$\Pr(\theta=\underline{\theta})=v,\Pr(\theta=\overline{\theta})=1-v$，网络规模为$Q=v\underline{q}+(1-v)\overline{q}$。在完全信息下，垄断厂商的最优化问题为:

$$
(\text{P2})\begin{cases}\max\limits_{\{(\underline{U},\underline{q});(\overline{U},\overline{q})\}} v\left[\underline{\theta}V(\underline{q})-c\underline{q}\right]+(1-v)\left[\overline{\theta}V(\overline{q})-c\overline{q}\right]+\Psi(Q)-\left[v\underline{U}+(1-v)\overline{U}\right]\\ s.t.\ IR(\underline{\theta}):\underline{U}\geqslant 0\\ \quad IR(\overline{\theta}):\overline{U}\geqslant 0\end{cases}
$$

由此可得的一阶最优消费量应满足:

$$
\begin{cases}\underline{\theta}V'(\underline{q}^{FB})+\Psi'\left(v\underline{q}^{FB}+(1-v)\overline{q}^{FB}\right)=c,\\ \overline{\theta}V'(\overline{q}^{FB})+\Psi'\left(v\underline{q}^{FB}+(1-v)\overline{q}^{FB}\right)=c.\end{cases} \tag{13.16.102}
$$

在非对称信息下，应在以上规划问题中添加代理人的激励相容约束，则可得:

$$
(\text{P3})\begin{cases}\max\limits_{\{(\underline{U},\underline{q});(\overline{U},\overline{q})\}} v\left[\underline{\theta}V(\underline{q})-c\underline{q}\right]+(1-v)\left[\overline{\theta}V(\overline{q})-c\overline{q}\right]+\Psi(Q)-\left[v\underline{U}+(1-v)\overline{U}\right]\\ s.t.\ IR(\underline{\theta}):\underline{U}\geqslant 0\\ \quad IR(\overline{\theta}):\overline{U}\geqslant 0\\ \quad IC(\underline{\theta}):\underline{U}\geqslant\overline{U}-\Delta\theta V(\overline{q})\\ \quad IC(\overline{\theta}):\overline{U}\geqslant\underline{U}+\Delta\theta V(\underline{q})\end{cases}
$$

同前面的分析一样，可证明约束条件$IC(\overline{\theta})$ 和$IR(\underline{\theta})$ 为紧，则次优的消费量应满足下式。

$$
\begin{cases}\left(\underline{\theta}-\dfrac{1-v}{v}\Delta\theta\right)V'(\underline{q}^{SB})+\Psi'\left(v\underline{q}^{SB}+(1-v)\overline{q}^{SB}\right)=c,\\ \overline{\theta}V'(\overline{q}^{SB})+\Psi'\left(v\underline{q}^{SB}+(1-v)\overline{q}^{SB}\right)=c.\end{cases} \tag{13.16.103}
$$

我们将一阶最优和次优消费量综合在以下规划问题的最优解中。

$$
\max_{\{\underline{q},\overline{q}\}}\Pi(\underline{q},\overline{q},\alpha) \tag{13.16.104}
$$

其中

$$
\Pi(\underline{q},\overline{q},\alpha)=v\left[\alpha V(\underline{q})-c\underline{q}\right]+(1-v)\left[\overline{\theta}V(\overline{q})-c\overline{q}\right]+\Psi(Q)
$$

。如$\alpha=\underline{\theta}$，则可得(13.16.102)中给出的最优消费量; 而对$\alpha=\underline{\theta}-\frac{1-v}{v}\Delta\theta$ 可得（13.16.103）式给出的次优消费量。通过两者的比较，可得以下命题。

命题 13.16.1 *当网络外部性和非对称信息并存时，设条件*$V'(q) > 0, V''(q) < 0$ *成立，则同最优情形相比，次优消费量的扭曲方式取决于网络的拥挤程度：*

1. *如果网络轻度非拥挤（mildly dis-congestible），即*$\Psi''(Q) > 0$ *且保证对*$\forall\alpha \in [\underline{\theta} - \frac{1-v}{v}\Delta\theta, \underline{\theta}]$ *矩阵*Π_{qq} *为负定*[5]*，则次优消费量表现为单向扭曲（one way distortion）：*$\underline{q}^{SB} < \underline{q}^{FB}, \overline{q}^{SB} < \overline{q}^{FB}$。

2. *如果网络拥挤(congestible)，即*$\Psi''(Q) < 0$*，则次优消费量表现为双向扭曲（two way distortion）：*$\underline{q}^{SB} < \underline{q}^{FB}, \overline{q}^{SB} > \overline{q}^{FB}$。

3. *如网络为中性（neutral），即*$\Psi''(Q) = 0$*，则仍然可得经典的“单向扭曲且顶部无扭曲(one-way distortion and no distortion on the top)”结果:*$\underline{q}^{SB} < \underline{q}^{FB}$*，*$\overline{q}^{SB} = \overline{q}^{FB}$。

无论网络是否拥挤，网络规模缩减：$Q^{SB} < Q^{FB}$。

证明. 问题(13.16.104)的一阶条件为：

$$\Pi_q(q, \alpha) = 0 \tag{13.16.105}$$

即

$$\begin{cases} \alpha V'(\underline{q}) + \Psi'\left(v\underline{q} + (1-v)\overline{q}\right) = c, \\ \overline{\theta} V'(\overline{q}) + \Psi'\left(v\underline{q} + (1-v)\overline{q}\right) = c. \end{cases} \tag{13.16.106}$$

将上式对参数α 求导数可得：

$$\Pi_{qq}\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}\alpha} + \Pi_{q\alpha} = 0 \tag{13.16.107}$$

即：

$$\begin{pmatrix} \alpha v V''(\underline{q}) + v^2\Psi''(Q) & v(1-v)\Psi''(Q) \\ v(1-v)\Psi''(Q) & (1-v)\overline{\theta}V''(\overline{q}) + (1-v)^2\Psi''(Q) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \frac{\mathrm{d}\underline{q}}{\mathrm{d}\alpha} \\ \frac{\mathrm{d}\overline{q}}{\mathrm{d}\alpha} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -vV'(\underline{q}) \\ 0 \end{pmatrix} \tag{13.16.108}$$

求解以上方程可得：

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}\underline{q}}{\mathrm{d}\alpha} = \dfrac{-V'(\underline{q})\left[\overline{\theta}V''(\overline{q}) + (1-v)\Psi''(Q)\right]}{\alpha V''(\underline{q})\left[\overline{\theta}V''(\overline{q}) + (1-v)\Psi''(Q)\right] + v\overline{\theta}V''(\overline{q})\Psi''(Q)} \\ \dfrac{\mathrm{d}\overline{q}}{\mathrm{d}\alpha} = \dfrac{vV'(\underline{q})\Psi''(Q)}{\alpha V''(\underline{q})\left[\overline{\theta}V''(\overline{q}) + (1-v)\Psi''(Q)\right] + v\overline{\theta}V''(\overline{q})\Psi''(Q)} \\ \dfrac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}\alpha} = v\dfrac{\mathrm{d}\underline{q}}{\mathrm{d}\alpha} + (1-v)\dfrac{\mathrm{d}\overline{q}}{\mathrm{d}\alpha} = \dfrac{-v\overline{\theta}V'(\underline{q})V''(\overline{q})}{\alpha V''(\underline{q})\left[\overline{\theta}V''(\overline{q}) + (1-v)\Psi''(Q)\right] + v\overline{\theta}V''(\overline{q})\Psi''(Q)} \end{cases} \tag{13.16.109}$$

[5]如果网络具有很强的非拥挤性，即$\Psi''(Q) > 0$ 且其值很大，则不能保证Π_{qq} 为负定矩阵，从而不能确保规划问题（13.16.104）具有唯一的全局最优解。

因为海塞矩阵Π_{qq}为负定，所以

$$\overline{\theta}V''(\overline{q})+(1-v)\Psi''(Q)<0 \tag{13.16.110}$$

$$\det(\Pi_{qq})=v(1-v)\Big\{\alpha V''(\underline{q})\big[\overline{\theta}V''(\overline{q})+(1-v)\Psi''(Q)\big]+v\overline{\theta}V''(\overline{q})\Psi''(Q)\Big\}>0 \tag{13.16.111}$$

从而可确定(13.16.109)式中各一阶导数的符号为：$\frac{\mathrm{d}\underline{q}}{\mathrm{d}\alpha}>0$，$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}\alpha}>0$，这表明$\underline{q}^{SB}<\underline{q}^{FB}$且$Q^{SB}<Q^{FB}$。$\frac{\mathrm{d}\overline{q}}{\mathrm{d}\alpha}$的符号取决于$\Psi''(Q)$的符号: 如$\Psi''(Q)>0$, 则$\frac{\mathrm{d}\overline{q}}{\mathrm{d}\alpha}>0$，从而$\overline{q}^{SB}<\overline{q}^{FB}$; 如$\Psi''(Q)<0$,则$\frac{\mathrm{d}\overline{q}}{\mathrm{d}\alpha}<0$, 所以$\overline{q}^{SB}>\overline{q}^{FB}$；如$\Psi''(Q)=0$，则$\frac{\mathrm{d}\overline{q}}{\mathrm{d}\alpha}=0$, 从而$\overline{q}^{SB}=\overline{q}^{FB}$.

□

注. 可对以上结果作如下解释。为了压缩高需求消费者所获的信息租，委托人必须降低低需求消费者的消费量。这是租金抽取与效率权衡的结果（trade off between allocation efficiency and rent extraction）。然而不同于经典逆向选择模型的是，不同类型消费者的消费行为通过消费网络相互影响。如网络非拥挤，则消费者之间彼此互惠互补，所以高需求消费者的消费量也发生向下扭曲；如果消费网络是拥挤的，则网络中的消费者互为竞争或替代关系，因此低需求者消费量减少所产生的“空间”可以通过增加高需求消费者的消费来“填充”，所以后者的消费量被向上扭曲；如果消费网络为中性，则各种类型消费者的消费量之间不存在相互影响，它们被各自独立决定，所以仍然得到与经典模型相同的结果。

（二）多类型情形

现在考虑多类型情形。完全信息下，委托人仅需考虑消费者的参与约束$U_i\geqslant 0$。同两种类型的情形类似，最优消费量满足：

$$\theta_i V'(q_i)+\Psi'(Q)=c,\forall i\in\{1,2,\cdots,n\} \tag{13.16.112}$$

在非对称信息下，需同时考虑到代理人的参与约束和激励相容约束，则委托人所面临的最优化问题为：

$$(\text{P4})\begin{cases}\max\limits_{\{U_i,q_i\}}\left\{\sum\limits_{i=1}^{n}f(\theta_i)\left[\theta_i V(q_i)-cq_i\right]+\Psi\left(\sum\limits_{i=1}^{n}f(\theta_i)q_i\right)-\sum\limits_{i=1}^{n}f(\theta_i)U_i\right\}\\ s.t.\ IR_i: U_i\geqslant 0\\ \qquad IC_{ij}: U_i\geqslant U_j+(\theta_i-\theta_j)V(q_j),\forall i,j\end{cases}$$

类似的分析可得$U_1=0;U_i=\Delta\theta\sum_{j=1}^{i-1}V(q_j),\forall i\geqslant 2$。则P(4)中委托人的目标函数

可重新表示为：

$$\sum_{i=1}^{n}\left[\theta_i-\frac{1-F(\theta_i)}{f(\theta_i)}\Delta\theta\right]f(\theta_i)V(q_i)+\Psi\left(\sum_{i=1}^{n}f(\theta_i)q_i\right)-c\sum_{i=1}^{n}f(\theta_i)q_i \tag{13.16.113}$$

所以最优和次优消费量可看作是以下无约束最优化问题的解：

$$\max_{\mathbf{q}\in\mathbb{R}_+^n}\Pi(\mathbf{q},\epsilon) \tag{13.16.114}$$

其中

$$\Pi(\mathbf{q},\epsilon)=\sum_{i=1}^{n}\Big[\theta_i+\epsilon H(\theta_i)\Big]f(\theta_i)V(q_i)+\Psi\left(\sum_{i=1}^{n}f(\theta_i)q_i\right)-c\sum_{i=1}^{n}f(\theta_i)q_i \tag{13.16.115}$$

$\mathbf{q}=(q_1,q_2,\cdots,q_n)\in\mathbb{R}_+^n, \epsilon\in[-1,0]$。如$\epsilon=0$，则可得最优消费；如$\epsilon=-1$ 可得次优消费。以下命题给出了次优合约的形式。

命题 13.16.2 如果单调风险率条件$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\left[\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}\right]<0$ 满足，且在$(\boldsymbol{q},\epsilon)=(\boldsymbol{q}^{SB},-1)$ 处，海塞矩阵Π_{qq} 为负定，则次优消费量满足：

$$\big[\theta_i-H(\theta_i)\big]V'(q_i)+\Psi'\left(\sum_{i=1}^{n}f(\theta_i)q_i\right)=c,\forall i\in\{1,2,\cdots,n\} \tag{13.16.116}$$

次优的信息租为：

$$U_1^{SB}=0,U_i^{SB}=\Delta\theta\sum_{j=1}^{i-1}V(q_j^{SB}),\forall i\in\{2,3,\cdots,n\} \tag{13.16.117}$$

次优收费为：

$$t_1^{SB}=\theta_1V(q_1^{SB})+\Psi(Q^{SB});t_i^{SB}=\theta_iV(q_i^{SB})-\Delta\theta\sum_{j=1}^{i-1}V(q_j^{SB})+\Psi(Q^{SB}),\forall i\in\{2,3,\cdots,n\} \tag{13.16.118}$$

证明. (13.16.116)式可直接从（13.16.114）的一阶条件得出。单调风险率条件$H'(\theta)\leqslant 0$ 保证了可执行性条件$q_i^{SB}\leqslant q_{i+1}^{SB},\forall i\in\{1,2,\cdots,n\}$ 满足。海塞矩阵Π_{qq}为负定使最优化的二阶充分性条件满足。所以(13.16.116)给出的是次优消费量。次优信息租和收费可相应求出。 □

在以下命题中，我们对最优和次优消费量加以比较，从而得出消费量的扭曲方式。

命题 13.16.3 *设条件$V'(\cdot) > 0, V''(\cdot) < 0$以及单调风险率条件$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\left[\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}\right] \leqslant 0$ 成立。则次优消费量扭曲方式取决于网络的拥挤程度。*

1. *如果消费网络轻度非拥挤，即$\Psi''(Q) > 0$且保证对$\forall \boldsymbol{q} \in \mathbb{R}_+^n$ 和$\forall \epsilon \in [0, 1]$，海赛矩阵$\Pi_{qq}$ 为负定，则次优消费量表现出单向扭曲：$q_i^{SB} < q_i^{FB}, \forall i$*

2. *如消费网络拥挤，即$\Psi''(Q) < 0$，则次优消费量表现出双向扭曲，这意味着存在某个临界值$i^* \in \{1, 2, \cdots, n\}$, 使当$i > i^*$ 时，$q_i^{SB} > q_i^{FB}$；$i < i^*$时，$q_i^{SB} < q_i^{FB}$。*

3. *如网络为中性，即$\Psi''(Q) = 0$，则次优消费量表现出“单向扭曲”且“顶部无扭曲”：$q_i^{SB} < q_i^{FB}, \forall i < n$ 且$q_n^{SB} = q_n^{FB}$。*

在以上几种情形下，消费网络规模都会缩减：$Q^{SB} < Q^{FB}$。

证明. 为了表述方便，我们引入以下符号：

$$
\begin{aligned}
\Gamma &\equiv \begin{pmatrix} [\theta_1 + \epsilon H(\theta_1)] f(\theta_1) V''(q_1) & & & \\ & [\theta_2 + \epsilon H(\theta_2)] f(\theta_2) V''(q_2) & & \\ & & \ddots & \\ & & & [\theta_n + \epsilon H(\theta_n)] f(\theta_n) V''(q_n) \end{pmatrix} \\
\gamma &\equiv \big(f(\theta_1), f(\theta_2), ..., f(\theta_n)\big)^T
\end{aligned}
$$

则

$$\Pi_{qq} \equiv \Gamma + \Psi''(Q)\gamma\gamma^T \tag{13.16.119}$$

$$\Pi_{q\epsilon} \equiv \Big(H(\theta_1)f(\theta_1)V'(q_1), H(\theta_2)f(\theta_2)V'(q_2), ..., H(\theta_n)f(\theta_n)V'(q_n)\Big)^T \tag{13.16.120}$$

（13.16.114）式的一阶条件为$\Pi_q = 0$。海塞矩阵Π_{qq}为负定使最优化的二阶充分性条件满足，单调风险率使可执行条件$q_{i+1} \geqslant q_i, \forall i$ 成立。

对以上的一阶条件两端关于参数ϵ 求导可得：

$$\Pi_{qq}\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}\epsilon} + \Pi_{q\epsilon} = 0, \tag{13.16.121}$$

这表明

$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}\epsilon} = -(\Pi_{qq})^{-1}\Pi_{q\epsilon}$$

将表达式(13.16.119)和(13.16.120)带入到以上表达式可得：

$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}\epsilon} = -\Big[\Gamma + \Psi''(Q)\gamma\gamma'\Big]^{-1}\Pi_{q\epsilon} = -\left[\Gamma^{-1} - \Psi''(Q)\frac{\Gamma^{-1}\gamma \cdot \gamma'\Gamma^{-1}}{1 + \Psi''(Q)\gamma'\Gamma^{-1}\gamma}\right]\Pi_{q\epsilon} \tag{13.16.122}$$

第i个方程为：

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}q_i}{\mathrm{d}\epsilon} =& -\frac{H(\theta_i)V'(q_i)}{[\theta_i+\epsilon H(\theta_i)]V''(q_i)} \\
&+\frac{1}{[\theta_i+\epsilon H(\theta_i)]V''(q_i)}\left\{\frac{\Psi''(Q)\sum_{j=1}^n \frac{H(\theta_j)f(\theta_j)V'(q_j)}{[\theta_j+\epsilon H(\theta_j)]V''(q_j)}}{1+\Psi''(Q)\sum_{j=1}^n \frac{f(\theta_j)}{[\theta_j+\epsilon H(\theta_j)]V''(q_j)}}\right\} \\
=&\frac{\rho - H(\theta_i)V'(q_i)}{[\theta_i+\epsilon H(\theta_i)]\,V''(q_i)},
\end{aligned}
\tag{13.16.123}
$$

其中

$$
\rho \equiv \frac{\Psi''(Q)\sum_{j=1}^n \frac{f(\theta_j)H(\theta_j)V'(q_j)}{[\theta_j+\epsilon H(\theta_j)]V''(q_j)}}{1+\Psi''(Q)\sum_{j=1}^n \frac{f(\theta_j)}{[\theta_j+\epsilon H(\theta_j)]V''(q_j)}}.
$$

注意到，海塞矩阵Π_{qq}为负定，因此其逆阵Π_{qq}^{-1}同样为负定。所以对任何非零向量γ可得：

$$
\begin{aligned}
\gamma^T\Pi_{qq}^{-1}\gamma &= \gamma^T\left[\Gamma^{-1}-\Psi''(Q)\frac{\Gamma^{-1}\gamma\cdot\gamma^T\Gamma^{-1}}{1+\Psi''(Q)\gamma^T\Gamma^{-1}\gamma}\right]\gamma \\
&= \frac{\gamma^T\Gamma^{-1}\gamma}{1+\Psi''(Q)\gamma^T\Gamma^{-1}\gamma} < 0
\end{aligned}
$$

。因为$V''(\cdot)<0$，所以$\gamma^T\Gamma^{-1}\gamma<0$，因此$\rho$ 的分母为正，即

$$
1+\Psi''(Q)\gamma^T\Gamma^{-1}\gamma = 1+\Psi''(Q)\sum_{j=1}^n \frac{f(\theta_j)}{[\theta_j+\alpha H(\theta_j)]V''(q_j)} > 0
$$

所以，参数ρ 以及$\frac{\mathrm{d}q_i}{\mathrm{d}\epsilon}$ 的符号由$\Psi''(Q)$ 决定。

1. 如$\Psi''(Q)>0$ 则$\rho<0, \frac{\mathrm{d}q_i}{\mathrm{d}\epsilon}>0$，这表明$q_i^{SB}<q_i^{FB}$；

2. 如$\Psi''(Q)<0$ 则$\rho>0$, 因为$H(\theta_1)V'(q_1)>H(\theta_2)V'(q_2)>,\cdots,>H(\theta_n)V'(q_n)$, 所以

$$
0=H(\theta_n)V'(q_n)<\rho<\frac{\sum_{j=1}^n \frac{f(\theta_j)H(\theta_j)V'(q_j)}{[\theta_j+\alpha H(\theta_j)]V''(q_j)}}{\sum_{j=1}^n \frac{f(\theta_j)}{[\theta_j+\alpha H(\theta_j)]V''(q_j)}}<H(\theta_1)V'(q_1)
$$

   所以存在唯一的$i^*\in\{1,2,\cdots,n\}$，使得$i>i^*$时, $\rho>H(\theta_i)V'(q_i)$, $\frac{\mathrm{d}q_i}{\mathrm{d}\epsilon}<0$ 所以$q_i^{SB}>q_i^{FB}$; $i<i^*$ 时, $\rho<H(\theta_i)V'(q_i)$, $\frac{\mathrm{d}q_i}{\mathrm{d}\epsilon}>0$, 所以$q_i^{SB}<q_i^{FB}$。

3. 如$\Psi''(Q)=0$, 则$\rho=0$, 从而$\frac{\mathrm{d}q_n}{\mathrm{d}\epsilon}=0$，$\frac{\mathrm{d}q_i}{\mathrm{d}\epsilon}>0,\forall i<n$, 这表明$q_n^{SB}=q_n^{FB}$，$q_i^{SB}<q_i^{FB},\forall i<n$。

Q 相对于ϵ 的一阶导数为：

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}\epsilon} &= \sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{[\rho - H(\theta_i)V'(q_i)]\,f(\theta_i)}{[\theta_i+\epsilon H(\theta_i)]\,V''(q_i)}\right\}\\ &= \frac{\Psi''(Q)\sum_{j=1}^{n}\frac{f(\theta_j)H(\theta_j)V'(q_j)}{[\theta_j+\epsilon H(\theta_j)]V''(q_j)}}{1+\Psi''(Q)\sum_{j=1}^{n}\frac{f(\theta_j)}{[\theta_j+\epsilon H(\theta_j)]V''(q_j)}}\sum_{i=1}^{n}\frac{f(\theta_i)}{[\theta_i+\epsilon H(\theta_i)]\,V''(q_i)} - \sum_{i=1}^{n}\frac{f(\theta_i)H(\theta_i)V'(q_i)}{[\theta_i+\epsilon H(\theta_i)]\,V''(q_i)}\\ &= -\frac{\sum_{i=1}^{n}\frac{f(\theta_i)H(\theta_i)V'(q_i)}{[\theta_i+\epsilon H(\theta_i)]V''(q_i)}}{1+\Psi''(Q)\sum_{i=1}^{n}\frac{f(\theta_i)}{[\theta_i+\epsilon H(\theta_i)]V''(q_i)}} > 0.\end{aligned} \tag{13.16.124}$$

故而，无论网络是否拥挤$Q^{SB} < Q^{FB}$。 □

注. 在非拥挤性网络中，以上命题的结论与Hahn (2003)、Segal (1999,2003) 和Csorba (2008) 的主要结论一致。条件$\Psi''(\cdot) > 0$ 表明某个消费者增加消费量会提高其他消费者的边际效用：$\frac{\partial^2\Pi}{\partial q_i \partial q_j} > 0, \forall i \neq j$。这与Csorba (2008)文中的策略互补性假设（Strategic Conplementarity Assumption ）是一致的。由此，可根据比较静态分析方法（见Topkis (1978) 、Milgrom 和Shannon (1994)等）比较最优和次优合约。[6] 对拥挤性消费网络，命题3得出的双向扭曲结论与现有文献不同。对除最高偏好以外的任何类型(θ_i)，委托人都会降低其消费量以抽取比其更有效的消费者$(\theta > \theta_i)$ 所获得的信息租，我们称其为租金抽取效应(Rent- Extraction Effect)。另一方面，委托人也有激励增加所有类型消费者的消费量以增加网络价值，我们称其为网络增值效应（Network-Value Augmenting Effect）。如果网络不拥挤，则对任何类型租金抽取效应占优，从而每种类型的消费量都会发生向下扭曲；如果网络是拥挤的，则对于高需求类型消费者，网络增值效应占优，而对于低需求类型消费者租金抽取效应占优，因此，次优消费量表现出双向扭曲。当消费网络为中性时，不同类型消费者的行为彼此独立，所以次优消费量的扭曲方式与经典模型中相同。

13.16.2 拥挤性网络的进入阻碍与补偿激励问题

在本节中，我们来讨论另一种修正“单向扭曲和顶部无扭曲”规律的因素，即补偿激励问题。假设消费者可以绕过现有网络进入由许多同质性厂商组成的竞争性外部市场。这些外部竞争性厂商都是现有网络的潜在进入者。令参数ω 表示这些厂商的边际生产成本。假设潜在进入者所提供的产品或服务与在位厂商所提供的不相容。[7] 并且他们还没有形成自己的消费网络。在外部竞争性市场中，厂商按照边际成本定价。如

[6]由Topkis (1978)，Milgrom 和Shannon (1994)可知，定义在格(lattice) Q 上的二阶连续可微函数$\Pi = \Pi(q_1, q_2, \cdots, q_n)$ 为超模函数（supermodular），当且仅当对$\forall i \neq j$, $\frac{\partial^2\Pi}{\partial q_i \partial q_j} > 0$; 进一步的, 如果$\frac{\partial^2\Pi}{\partial q_i \partial \epsilon} > 0, \forall i$, 则称函数$\Pi$ 在(q,ϵ) 上具有严格递增的差。令$q(\epsilon) = \underset{q\in Q}{max}\Pi(q,\epsilon)$，对某个在$(q,\epsilon)$ 上具有严格递增差的超模函数，$q_i(\epsilon)$ 是ϵ 的严格增函数。

[7]否则，进入者就可以与在位者共享现有网络。

绕过现有网络，每个消费者所获的效用为$G^*(\theta)=\max_q\left[\theta V(q)-\omega q\right]$。定义$\underline{G}=G^*(\underline{\theta})$, $\overline{G}=G^*(\overline{\theta})$, $\Delta G=\overline{G}-\underline{G}$。本节中我们假定网络是拥挤的，即$\Psi''(\cdot)<0$。此外，命题1中导致双向扭曲的所有条件都成立。

绕过现有消费网络的可能性使消费者具有类型依赖的保留效用（Type-Dependent Reservation Utilities），因此，为了防止消费者绕过网络，在位网络提供商需考虑类型依赖的参与约束，他的最优化问题可表示为:

$$
\text{(P5)}\begin{cases}
\max\limits_{\{(\underline{U},\underline{q});(\overline{U},\overline{q})\}} v\left[\underline{\theta}V(\underline{q})-c\underline{q}\right]+(1-v)\left[\overline{\theta}V(\overline{q})-c\overline{q}\right]+\Psi(Q)-\left[v\underline{U}+(1-v)\overline{U}\right]\\
s.t.\ IR(\underline{\theta}):\underline{U}\geqslant\underline{G}\\
\qquad IR(\overline{\theta}):\overline{U}\geqslant\overline{G}\\
\qquad IC(\underline{\theta}):\underline{U}\geqslant\overline{U}-\Delta\theta V(\overline{q})\\
\qquad IC(\overline{\theta}):\overline{U}\geqslant\underline{U}+\Delta\theta V(\underline{q}).
\end{cases}
$$

求解以上的规划问题可得以下命题。

命题 13.16.4 *在位厂商的最优进入阻碍定价合约（Entry-Deterrence Pricing Contract）取决于潜在进入者的边际成本，即存在正数$\omega_1<\omega_2<\omega_3<\omega_4$，使得:*

1. *当$\omega>\omega_4$时，$\Delta G<\Delta\theta V(\underline{q}^{SB})$，非线性定价合约为：$\underline{q}=\underline{q}^{SB}$, $\overline{q}=\overline{q}^{SB}$，$\underline{U}=\underline{G}$及$\overline{U}=\underline{G}+\Delta\theta V(\underline{q}^{SB})$。*

2. *当$\omega_3\leqslant\omega\leqslant\omega_4$时，$\Delta\theta V(\underline{q}^{SB})\leqslant\Delta G\leqslant\Delta\theta V(\underline{q}^{FB})$，消费量$\underline{q}$和$\overline{q}$由下式决定:*

$$
\begin{cases}
\underline{q}=V^{-1}\left(\dfrac{\Delta G}{\Delta\theta}\right)\\
\overline{\theta}V'(\overline{q})+\Psi'\left(v\underline{q}+(1-v)\overline{q}\right)=c,
\end{cases}
\tag{13.16.125}
$$

   其中$\underline{q}\in\left[\underline{q}^{SB},\underline{q}^{FB}\right]$，$\overline{q}\in[\overline{q}^{FB},\overline{q}^{SB}]$。消费者所获的信息租为$\underline{U}=\underline{G}$和$\overline{U}=\overline{G}$。

3. *当$\omega_2<\omega<\omega_3$时，$\Delta\theta V(\underline{q}^{FB})<\Delta G<\Delta\theta V(\overline{q}^{FB})$，次优合约为$\underline{q}=\underline{q}^{FB}$, $\overline{q}=\overline{q}^{FB}$，$\underline{U}=\underline{G}$及$\overline{U}=\overline{G}$。*

4. *当$\omega_1\leqslant\omega\leqslant\omega_2$时，$\Delta\theta V(\overline{q}^{FB})\leqslant\Delta G\leqslant\Delta\theta V(\overline{q}^{CI})$，次优消费量$\underline{q}$和$\overline{q}$由下式给出:*

$$
\begin{cases}
\overline{q}=V^{-1}\left(\dfrac{\Delta G}{\Delta\theta}\right)\\
\underline{\theta}V'(\underline{q})+\Psi'\left(v\underline{q}+(1-v)\overline{q}\right)=c,
\end{cases}
\tag{13.16.126}
$$

   且满足$\underline{q}\in[\underline{q}^{CI}，\underline{q}^{FB}]$，$\overline{q}\in[\overline{q}^{FB},\overline{q}^{CI}]$[8]。消费者所获得的信息租为$\underline{U}=\underline{G}$和$\overline{U}=\overline{G}$。

[8]"CI"表示"补偿激励（Countervailing Incentives）"。

5. *当*$0 < \omega < \omega_1$*时，*$\Delta G > \Delta\theta V(\overline{q}^{CI})$*，次优合约是：*$\underline{q} = \underline{q}^{CI}, \overline{q} = \overline{q}^{CI}$，$\underline{U} = \overline{G} - \Delta\theta V(\overline{q}^{CI})$*及*$\overline{U} = \overline{G}$*。其中*$\underline{q}^{CI}$ *和*$\overline{q}^{CI}$ *由下式给出：*

$$\begin{cases} \underline{\theta}V'(\underline{q}^{CI}) + \Psi'\left(v\underline{q}^{CI} + (1-v)\overline{q}^{CI}\right) = c \\ \left(\overline{\theta} + \dfrac{v}{1-v}\Delta\theta\right)V'(\overline{q}^{CI}) + \Psi'\left(v\underline{q}^{CI} + (1-v)\overline{q}^{CI}\right) = c. \end{cases} \quad (13.16.127)$$

证明: 在规划问题（P5）中，可能出现的紧约束为$IR(\underline{\theta}), IR(\overline{\theta}), IC(\underline{\theta})$ 和$IC(\overline{\theta})$ 的任意组合，为了减少需要讨论的情形数，我们先给出以下引理。

引理 13.16.1 $\underline{q} = \overline{q}$，$\underline{t} = \overline{t}$ *的混同和约(pooling contract) 不是最优的。*

证明: 假设最优合约中具有相同的消费量和收费: $\underline{q} = \overline{q} = q$，$\underline{t} = \overline{t} = t$。则会出现两种情形:

(i) $\overline{\theta}V'(q) > c$。将$\overline{q}$ 增加ε，而将收费增加$\overline{\theta}V'(q)\varepsilon$，则$\overline{\theta}$ 类型消费者效用水平不变。$\overline{\theta}$ 类型的消费者在合约(q,t) 中具有更高的边际替代率，所以这种新配置是激励相容的。然而，这个新配置会使厂商的收益增加$(1-v)[\overline{\theta}V'(q) - c]\varepsilon$。

(ii) $\overline{\theta}V'(q) \leqslant c$，$\underline{\theta}V'(q) < c$。则使$\underline{q}$ 增加ε，并且调整$\underline{t}$ 以使$\underline{\theta}$ 类型消费者处于相同的无差异曲线上。则企业的总收益将增加$[c - \underline{\theta}V'(q)]\varepsilon$。以上两种情形与$(q,t)$ 为次优合约的事实相矛盾。因此混同合约非优。 □

引理 13.16.2 *如果为两类消费者所提供的合约不同，则两个激励相容约束不可能同时为紧。*

证明: 仍应用反证法。假设两种类型消费者的激励约束都为紧，则从$\underline{\theta}V(\underline{q}) - \underline{t} + \Psi(Q) = \underline{\theta}V(\overline{q}) - \overline{t} + \Psi(Q)$ 和$\overline{\theta}V(\overline{q}) - \overline{t} + \Psi(Q) = \overline{\theta}V(\underline{q}) - \underline{t} + \Psi(Q)$ 可得：$\underline{q} = \overline{q}$，$\underline{t} = \overline{t}$。从而出现混同合约，而这种情况已经被引理2所排除。 □

引理 13.16.3 *同一种类型的激励相容约束和参与约束不可能同时松弛。*

证明: 如$IR(\theta)$ 和$IC(\theta)$ 同时为松弛，则将$t(\theta)$ 做微小增加不会破坏任何约束，但企业的收益将增加，从而得出矛盾。 □

应用以上三条引理，会出现以下五种可行情形，将它们总结在下表中为:

表1 – 五种可能情形

约束	情形1	情形2	情形3	情形4	情形5
$IR(\underline{\theta})$	B	B	B	B	S
$IR(\overline{\theta})$	S	B	B	B	B
$IC(\underline{\theta})$	S	S	S	B	B
$IC(\overline{\theta})$	B	B	S	S	S

表中的“B”代表“紧约束（binding constraint）”，“S”代表“松弛约束(slack constraint)”。

随着效用之差ΔG 的增加，会依次出现情形1至5，而ΔG 本身随着潜在进入者边际成本ω 的变化而变化。为了揭示参数ω 对在位厂商非线性定价策略的影响，我们给出以下两条引理。引理5 说明在五种可能情形下ΔG 的不同取值。引理6 则表明ω 对ΔG 的影响。

引理 13.16.4 *在五种可能的情形下，最优非线性定价合约以及效用之差ΔG分别为：*

1. *对情形1，问题P(5) 的解为$\underline{q} = \underline{q}^{SB}$, $\overline{q} = \overline{q}^{SB}$；$\underline{U} = \underline{G}$, $\overline{U} = \underline{G} + \Delta\theta V(\underline{q}^{SB})$。效用之差满足：$\Delta G < \Delta\theta V(\underline{q}^{SB})$。*

2. *对情形2，消费量$\underline{q}$ 和$\overline{q}$ 由下式决定：*

$$\begin{cases} \underline{q} = V^{-1}\left(\dfrac{\Delta G}{\Delta\theta}\right) \\ \overline{\theta}V'(\overline{q}) + \Psi'\left(v\underline{q} + (1-v)\overline{q}\right) = c, \end{cases} \tag{13.16.128}$$

其中$\underline{q} \in \left[\underline{q}^{SB}, \underline{q}^{FB}\right]$，$\overline{q} \in [\overline{q}^{FB}, \overline{q}^{SB}]$。消费者所获的信息租为$\underline{U} = \underline{G}$，$\overline{U} = \overline{G}$。效用之差满足：$\Delta\theta V(\underline{q}^{SB}) \leqslant \Delta G \leqslant \Delta\theta V(\underline{q}^{FB})$。

3. *对情形3，次优合约为$\underline{q} = \underline{q}^{FB}$, $\overline{q} = \overline{q}^{FB}$；$\underline{U} = \underline{G}$, $\overline{U} = \overline{G}$。效用之差满足：$V(\underline{q}^{FB}) < \Delta G < \theta V(\overline{q}^{FB})$。*

4. *对情形4，次优消费量$\underline{q}$ 和$\overline{q}$ 由下式给出：*

$$\begin{cases} \overline{q} = V^{-1}\left(\dfrac{\Delta G}{\Delta\theta}\right) \\ \underline{\theta}V'(\underline{q}) + \Psi'\left(v\underline{q} + (1-v)\overline{q}\right) = c, \end{cases} \tag{13.16.129}$$

且满足$\underline{q} \in [\underline{q}^{CI}，\underline{q}^{FB}]$，$\overline{q} \in [\overline{q}^{FB}, \overline{q}^{CI}]$。[9] 消费者所获得的信息租为$\underline{U} = \underline{G}$ 和$\overline{U} = \overline{G}$。效用之差满足：$\Delta\theta V(\overline{q}^{FB}) \leqslant \Delta G \leqslant \Delta\theta V(\overline{q}^{CI})$。

5. *对情形5，最优合约是：$\underline{q} = \underline{q}^{CI}$, $\overline{q} = \overline{q}^{CI}$, $\underline{U} = \overline{G} - \Delta\theta V(\overline{q}^{CI})$, $\overline{U} = \overline{G}$。效用之差满足：$\Delta G > \theta V(\overline{q}^{CI})$. 其中$\underline{q}^{CI}$ 和$\overline{q}^{CI}$ 由下式给出：*

$$\begin{cases} \underline{\theta}V'(\underline{q}^{CI}) + \Psi'\left(v\underline{q}^{CI} + (1-v)\overline{q}^{CI}\right) = c \\ \left(\overline{\theta} + \dfrac{v}{1-v}\Delta\theta\right)V'(\overline{q}^{CI}) + \Psi'\left(v\underline{q}^{CI} + (1-v)\overline{q}^{CI}\right) = c. \end{cases} \tag{13.16.130}$$

证明:

[9]“ CI ” 表示“ 补偿激励（Countervailing Incentives）”。

1. 在情形1中，$IR(\underline{\theta})$ 和$IC(\overline{\theta})$ 为紧，求解P(5)可得次优合约：

$$\left\{\underline{q}=\underline{q}^{SB},\overline{q}=\overline{q}^{SB};\underline{U}=\underline{G},\overline{U}=\underline{G}+\Delta\theta V(\underline{q}^{SB})\right\}$$

其中$\Delta G<\Delta U=\Delta\theta V(\underline{q}^{SB})$。

2. 在情形2中，$IR(\underline{\theta})$、$IR(\overline{\theta})$ 和$IC(\overline{\theta})$ 为紧约束。则合约形式为

$$\left\{\left(\underline{q},\overline{q},\underline{U},\overline{U}\right):\Delta\theta V(\underline{q})=\Delta G,\overline{\theta}V(\overline{q})+\Psi'(Q)=c;\underline{U}=\underline{G},\overline{U}=\overline{G}\right\}$$

将$IR(\underline{\theta})$ 和$IR(\overline{\theta})$ 代入目标函数，则问题P(5) 的拉格朗日函数为：

$$\begin{aligned}L(\underline{q},\overline{q})&=v\left[\underline{\theta}V(\underline{q})-c\underline{q}\right]+(1-v)\left[\overline{\theta}V(\overline{q})-c\overline{q}\right]\\&\quad+\Psi(Q)-\left[v\underline{G}+(1-v)\overline{G}\right]+\lambda\left[\Delta G-\Delta\theta V(\underline{q})\right]\end{aligned}$$

其中$\lambda>0$ 是紧约束$IC(\overline{\theta})$ 所对应的拉格朗日乘子。则消费量$\underline{q}$ 和$\overline{q}$ 由下式决定：

$$\begin{cases}\left(\underline{\theta}-\dfrac{\lambda}{v}\Delta\theta\right)V'(\underline{q})+\Psi'\left(v\underline{q}+(1-v)\overline{q}\right)=c,\\ \overline{\theta}V'(\overline{q})+\Psi'\left(v\underline{q}+(1-v)\overline{q}\right)=c.\end{cases}\tag{13.16.131}$$

因为$\underline{\theta}-\frac{\lambda}{v}<\underline{\theta}$，从(13.16.109)容易验证$\underline{q}<\underline{q}^{FB}$，$\overline{q}>\overline{q}^{FB}$。将$IR(\underline{\theta})$ 和$IC(\overline{\theta})$ 代入P(5) 的目标函数并且令$\delta>0$ 表示紧约束$IR(\overline{\theta})$ 所对应的拉格朗日乘子，可得拉格朗日函数如下：

$$\begin{aligned}L(\underline{q},\overline{q})&=v[\underline{\theta}V(\underline{q})-c\underline{q}]+(1-v)[\overline{\theta}V(\overline{q})-c\overline{q}]\\&\quad+\Psi(Q)-[v\underline{G}+(1-v)(\underline{G}+\Delta\theta V(\underline{q}))]+\delta[\Delta\theta V(\underline{q})-\Delta G].\end{aligned}$$

$\underline{q}$ 和$\overline{q}$ 决定如下：

$$\begin{cases}\left(\underline{\theta}-\dfrac{1-v-\delta}{v}\Delta\theta\right)V'(\underline{q})+\Psi'[v\underline{q}+(1-v)\overline{q}]=c,\\ \overline{\theta}V'(\overline{q})+\Psi'[v\underline{q}+(1-v)\overline{q}]=c.\end{cases}\tag{13.16.132}$$

因为$\underline{\theta}-\frac{1-v-\delta}{v}\Delta\theta>\underline{\theta}-\frac{1-v}{v}\Delta\theta$，从表达式(13.16.109) 可得$\underline{q}>\underline{q}^{SB}$，$\overline{q}<\overline{q}^{SB}$。以上推导足以证明$\Delta\theta V(\underline{q}^{SB})\leqslant\Delta G\leqslant\Delta\theta V(\underline{q}^{FB})$。

3. 在情形3中，$IR(\underline{\theta})$ 和$IR(\overline{\theta})$ 为紧约束。则次优合约为：

$$\left\{(\underline{q},\overline{q},\underline{U},\overline{U}):\underline{q}=\underline{q}^{FB},\overline{q}=\overline{q}^{FB};\underline{U}=\underline{G},\overline{U}=\overline{G}\right\}$$

因为两个激励相容约束都是松弛的，所以可以验证ΔG 满足$\Delta\theta V(\underline{q}^{FB}) < \Delta G < \Delta\theta V(\overline{q}^{FB})$。

4. 在情形4中，$IR(\underline{\theta})$ $IR(\overline{\theta})$ 和$IC(\underline{\theta})$ 为紧。最优合约为：

$$\left\{(\underline{q},\overline{q},\underline{U},\overline{U}) : \Delta\theta V(\overline{q}) = \Delta G, \underline{\theta}V(\underline{q}) + \Psi'(Q) = c; \underline{U} = \underline{G}, \overline{U} = \overline{G}\right\}$$

将$IR(\underline{\theta})$ 和$IR(\overline{\theta})$ 代入目标函数，令$\mu > 0$ 表示与紧约束$IC(\underline{\theta})$ 相对应的拉格朗日乘子，则可构造如下拉格朗日函数：

$$\begin{aligned} L(\underline{q},\overline{q}) = & v\left[\underline{\theta}V(\underline{q}) - c\underline{q}\right] + (1-v)\left[\overline{\theta}V(\overline{q}) - c\overline{q}\right] \\ & + \Psi(Q) - [v\underline{G} + (1-v)\overline{G}] + \mu[\Delta\theta V(\overline{q}) - \Delta G]. \end{aligned}$$

因此，$\underline{q}$ 和$\overline{q}$ 由下式决定：

$$\left\{ \begin{aligned} \underline{\theta}V'(\underline{q}) + \Psi'\left(v\underline{q} + (1-v)\overline{q}\right) = c, \\ \left(\overline{\theta} + \frac{\mu}{1-v}\Delta\theta\right)V'(\overline{q}) + \Psi'\left(v\underline{q} + (1-v)\overline{q}\right) = c. \end{aligned} \right. \tag{13.16.133}$$

将$IR(\overline{\theta})$ 和$IC(\underline{\theta})$ 代入目标函数，以$\eta > 0$ 表示与紧约束$IR(\underline{\theta})$ 相对应的拉氏乘子，则可构造如下函数：

$$\begin{aligned} L(\underline{q},\overline{q}) = & v[\underline{\theta}V(\underline{q}) - c\underline{q}] + (1-v)[\overline{\theta}V(\overline{q}) - c\overline{q}] + \Psi(Q) \\ & - [v(\overline{G} - \Delta\theta V(\overline{q})) + (1-v)\overline{G}] + \eta\left[\Delta G - \Delta\theta V(\overline{q})\right]. \end{aligned}$$

则$\underline{q}$ 和$\overline{q}$ 可由下式决定：

$$\left\{ \begin{aligned} \underline{\theta}V'(\underline{q}) + \Psi'\left(v\underline{q} + (1-v)\overline{q}\right) = c, \\ \left(\overline{\theta} + \frac{v-\eta}{1-v}\Delta\theta\right)V'(\overline{q}) + \Psi'\left(v\underline{q} + (1-v)\overline{q}\right) = c. \end{aligned} \right. \tag{13.16.134}$$

为了比较不同消费水平，我们进行如下的比较静态分析。令

$$\left\{ \begin{aligned} \underline{\theta}V'(\underline{q}) + \Psi'\left(v\underline{q} + (1-v)\overline{q}\right) = c, \\ \beta V'(\overline{q}) + \Psi'\left(v\underline{q} + (1-v)\overline{q}\right) = c. \end{aligned} \right. \tag{13.16.135}$$

$\beta = \overline{\theta}$ 时，可得$\underline{q}^{FB}$ 和$\overline{q}^{FB}$；如$\beta = \overline{\theta} + \frac{v}{1-v}\Delta\theta$，则其与补偿激励消费水平$\underline{q}^{CI}$，$\overline{q}^{CI}$ 对应。

将式（13.16.135)两端对β 求导得：

$$\begin{cases} \left[\underline{\theta}V''(\underline{q})+v\Psi''(Q)\right]\dfrac{\mathrm{d}\underline{q}}{\mathrm{d}\beta}+(1-v)\Psi''(Q)\dfrac{\mathrm{d}\overline{q}}{\mathrm{d}\beta}=0, \\ v\Psi''(Q)\dfrac{\mathrm{d}\underline{q}}{\mathrm{d}\beta}+[\beta V''(\overline{q})+(1-v)\Psi''(Q)]\dfrac{\mathrm{d}\overline{q}}{\mathrm{d}\beta}=-V'(\underline{q}). \end{cases} \tag{13.16.136}$$

由此可得：

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}\underline{q}}{\mathrm{d}\beta}=\dfrac{(1-v)V'(\underline{q})\Psi''(Q)}{\beta V''(\underline{q})[\underline{\theta}V''(\underline{q})+v\Psi''(Q)]+(1-v)\underline{\theta}V''(\underline{q})\Psi''(Q)}<0, \\ \dfrac{\mathrm{d}\overline{q}}{\mathrm{d}\beta}=\dfrac{-V'(\underline{q})[\underline{\theta}V''(\underline{q})+v\Psi''(Q)]}{\beta V''(\underline{q})[\underline{\theta}V''(\underline{q})+v\Psi''(Q)]+(1-v)\underline{\theta}V''(\underline{q})\Psi''(Q)}>0. \end{cases} \tag{13.16.137}$$

因为$\overline{\theta}+\frac{\mu}{1-v}\Delta\theta>\overline{\theta}$，$\overline{\theta}+\frac{v-\eta}{1-v}\Delta\theta<\overline{\theta}+\frac{v}{1-v}\Delta\theta$,所以容易验证：$\overline{q}>\overline{q}^{FB}$, $\underline{q}<\underline{q}^{FB}$, $\overline{q}<\overline{q}^{CI}$, $\underline{q}>\underline{q}^{CI}$。因此, $\Delta G=\Delta\theta V(\overline{q})\in[\Delta\theta V(\overline{q}^{FB}),\Delta\theta V(\overline{q}^{CI})]$。

5. 对情形5，$IR(\overline{\theta})$ 和$IC(\underline{\theta})$ 为紧约束，将$\overline{U}=\overline{G}$ 和$\underline{U}=\overline{G}-\Delta\theta V(\overline{q})$ 代入目标函数可得以下的一阶条件：

$$\begin{cases} \underline{\theta}V'(\underline{q})+\Psi'\left(v\underline{q}+(1-v)\overline{q}\right)=c, \\ \left(\overline{\theta}+\dfrac{v}{1-v}\Delta\theta\right)V'(\overline{q})+\Psi'\left(v\underline{q}+(1-v)\overline{q}\right)=c. \end{cases} \tag{13.16.138}$$

这是补偿激励消费水平。注意到，$\overline{\theta}+\frac{v}{1-v}\Delta\theta>\overline{\theta}$，因此由(13.16.137)可得：$\underline{q}^{FB}>\underline{q}^{CI}$，$\overline{q}^{FB}<\overline{q}^{CI}$。保留效用之差满足：$\Delta G>\Delta U=\Delta\theta V(\overline{q}^{CI})$。

□

引理 13.16.5 *设$V(0)=0, V'(\cdot)>0, V''(\cdot)<0$，且$V(\cdot)$ 满足标准的稻田条件（Inada conditions）:* $\lim_{q\to+\infty}V'(q)=0, \lim_{q\to 0}V'(q)=+\infty$。*则效用之差$\Delta G=\overline{G}-\underline{G}$ 随着边际成本ω 的增加而递减。且*$\lim_{\omega\to 0}\Delta G=+\infty, \lim_{\omega\to+\infty}\Delta G=0.$

证明: 问题$G^*(\theta)=\max_q[\theta V(q)-\omega q]$ 的一阶条件为$\theta V'(q^*)=\omega$。所以绕过现有消费网络给消费者带来的最大效用为：$G^*(\theta)=\theta[V(q^*(\theta))-q^*(\theta)V'(q^*(\theta))]$。令$\Phi(q)=V(q)-qV'(q)$。则$\Delta G=G^*(\overline{\theta})-G^*(\underline{\theta})=\overline{\theta}\Phi(\overline{q}^*)-\underline{\theta}\Phi(\underline{q}^*)$，其相对于参数$\omega$ 的一阶导

数为:

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\Delta G}{\mathrm{d}\omega} &= \overline{\theta}\Phi'(\overline{q}^*)\frac{\mathrm{d}\overline{q}^*}{\mathrm{d}\omega}-\underline{\theta}\Phi'(\underline{q}^*)\frac{\mathrm{d}\underline{q}^*}{\mathrm{d}\omega}\\ &= -\overline{\theta}\overline{q}^*V''(\overline{q}^*)\frac{\mathrm{d}\overline{q}^*}{\mathrm{d}\omega}+\underline{\theta}\underline{q}^*V''(\underline{q}^*)\frac{\mathrm{d}\underline{q}^*}{\mathrm{d}\omega}\\ &= -\overline{\theta}\overline{q}^*V''(\overline{q}^*)\frac{1}{\overline{\theta}V''(\overline{q}^*)}+\underline{\theta}\underline{q}^*V''(\underline{q}^*)\frac{1}{\underline{\theta}V''(\underline{q}^*)}\\ &= -\overline{q}^*+\underline{q}^*<0.\end{aligned}$$

容易验证，当条件$V(0)=0, V'(\cdot)>0, V''(\cdot)<0, \lim_{q\to+\infty}V'(q)=0$ 和$\lim_{q\to 0}V'(q)=+\infty$ 满足时，$\lim_{\omega\to 0}\Delta G=+\infty$, $\lim_{\omega\to+\infty}\Delta G=0$. □

从以上引理可见，如果潜在进入者的竞争力增强，不同类型消费者之间的保留效用之差将从零增加到无穷。因而，存在正值$\omega_i, i=1,2,3,4$，满足$\omega_1<\omega_2<\omega_3<\omega_4$且分别与$\Delta\theta V(\overline{q}^{CI})$, $\Delta\theta V(\overline{q}^{FB})$, $\Delta\theta V(\underline{q}^{FB})$ 和$\Delta\theta V(\underline{q}^{SB})$ 对应。其中$\overline{q}^{CI}$, $\overline{q}^{FB}$, $\underline{q}^{FB}$ $\underline{q}^{SB}$ 由式(13.16.130), (13.16.102) 和(13.16.103) 给出。

图7描绘了ω 和ΔG 之间的函数关系。

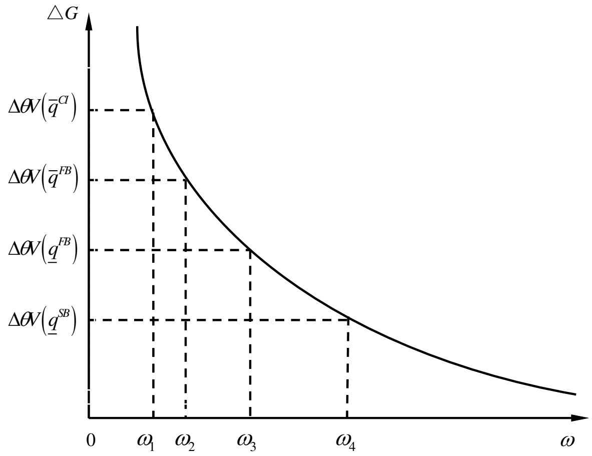

图 13.8: ω 对ΔG 的影响

结合引理5和引理6我们可证明命题4。 □

注. 当$\omega>\omega_4$ 时，消费量维持在次优水平：$\underline{q}=\underline{q}^{SB}$,$\overline{q}=\overline{q}^{SB}$。当外部竞争者效率不高时，对高需求消费者来说，绕过网络所得不抵在现有网络中所获得信息租，所以外部市场不足以吸引高需求类型消费者，厂商仅需防止低需求者绕过网络和高需求者谎报类型，即$IR(\underline{\theta})$ 和$IC(\overline{\theta})$ 为紧约束。厂商定价合约中的消费量维持在原来的次优水平不变。

当$\omega_3\leqslant\omega\leqslant\omega_4$ 时，$\underline{q}\in\left[\underline{q}^{SB},\underline{q}^{FB}\right]$，$\overline{q}\in\left[\overline{q}^{FB},\overline{q}^{SB}\right]$。随着边际成本$\omega$ 的降低，效用之差ΔG 增加，高需求类型消费者会被外部机会吸引而产生绕过现有网络的激励。

垄断者必须给与其更多的信息租使其留在网络中，而其信息租与低需求消费者的消费量同向变化，为此需要增加$\underline{q}$，由于在拥挤性网络中不同类型消费者的消费量之间的替代关系，所以相对于上一种情形，高需求者的次优消费量$\overline{q}$ 减少。潜在的进入威胁使$\underline{q}$和$\overline{q}$ 扭曲量减少，它们都更加接近于最优解。

当$\omega_2 < \omega < \omega_3$ 时，$\underline{q} = \underline{q}^{FB}, \overline{q} = \overline{q}^{FB}$。随着$\omega$ 的进一步降低和ΔG 的进一步增加，$\underline{q}$ 达到最优水平，则厂商不会再为了增加高需求者的信息租而进一步提高低需求者的消费量。这种情形下，对垄断厂商来讲，将两类消费者留在网络中是比防止他们谎报类型更困难的任务，因此只有两个参与约束$IR(\underline{\theta})$ 和$IR(\overline{\theta})$ 为紧，实现最优消费量。

当$\omega_1 \leqslant \omega \leqslant \omega_2$ 时，$\underline{q} \in [\underline{q}^{CI}，\underline{q}^{FB}]$，$\overline{q} \in [\overline{q}^{FB}, \overline{q}^{CI}]$。外部厂商竞争力增强带来的较高的效用差额会使低需求类型消费者产生激励谎报自身类型，由此产生补偿激励问题。约束条件$IC(\underline{\theta})$，$IR(\overline{\theta})$ 和$IR(\underline{\theta})$ 为紧。两种类型的消费量将分别向相反方向扭曲。但这与第一、二两种情形中导致双向扭曲的原因不同。在情形一、二中，厂商会降低$\underline{q}$以减少$\overline{\theta}$ 类型消费者所获得的信息租，$\overline{q}$ 向上扭曲只是由于网络外部性引起的一种副效应（side effect）。而在这种情形中，为了防止低需求厂商谎报类型，必须给与其信息租，而这部分租金与$\overline{q}$ 成反比。所以为了尽量压缩租金，必须提高$\overline{q}$。相应的，由于网络效应的存在，导致$\underline{q}$ 的降低，这也是一种副效应。

当$0 < \omega < \omega_1$ 时，$\underline{q} = \underline{q}^{CI}, \overline{q} = \overline{q}^{CI}$。边际成本$\omega$ 的减少会使高需求类型的消费量被进一步向上扭曲（低需求者的消费量则被进一步向下扭曲）。较大的配置扭曲迫使厂商不得不放松低需求者的参与约束，向其让渡一部分信息租$\overline{G} - \Delta\theta V\left(\overline{q}^{CI}\right)$。这意味着只有$IC(\underline{\theta})$ 和$IR(\overline{\theta})$ 为紧约束。在位厂商会通过不断降低收费（$\underline{t}$和$\overline{t}$的不断减少）来将消费者留在网络中，而消费量则始终维持在补偿激励水平$\underline{q}^{CI}$ 和$\overline{q}^{CI}$。

图1描绘了ω 与次优消费量$\underline{q}^{SB}$和$\overline{q}^{SB}$ 间的关系。

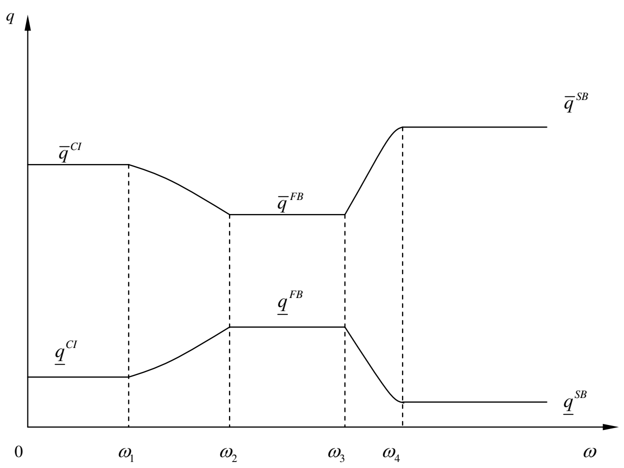

图 13.9: 潜在进入者边际成本ω 对次优消费量的影响.

13.17　连续类型情形的最优合约

本节大致介绍连续类型情形的委托代理问题。大多数委托代理的文献都在这一框架内进行分析。重新考虑标准模型，其中代理人类型在区间内分布，即：$\theta \in \Theta = [\underline{\theta}, \overline{\theta}]$，其累积分布函数为$F(\theta)$，分布密度函数为$f(\theta) > 0$。由于在连续类型情形显示原理仍然成立，因此我们仍然可以只考虑直接显示机制$\{(q(\tilde{\theta}), t(\tilde{\theta}))\}$，即满足

$$t(\theta) - \theta q(\theta) \geqq t(\tilde{\theta}) - \theta q(\tilde{\theta}) \quad \forall \ (\theta, \tilde{\theta}) \in \Theta^2 \tag{13.17.139}$$

的机制。特别地，由(13.17.139)，我们有

$$\begin{aligned} t(\theta) - \theta q(\theta) &\geqq t(\theta') - \theta q(\theta'), && (13.17.140)\\ t(\theta') - \theta' q(\theta') &\geqq t(\theta) - \theta' q(\theta) \quad \forall \ (\theta, \theta') \in \Theta^2. && (13.17.141) \end{aligned}$$

将(13.17.140) 和(13.17.141)相加，我们得

$$(\theta - \theta')(q(\theta') - q(\theta)) \geqq 0. \tag{13.17.142}$$

因此，激励相容约束要求产出方案$q(\cdot)$是非递减的。这意味着$q(\cdot)$几乎处处可微。因此我们不妨假设它可微。

由(13.17.139)，对类型为$\tilde{\theta}$的代理人，我们可知下述一阶最优性条件成立：

$$\dot{t}(\tilde{\theta}) - \theta \dot{q}(\tilde{\theta}) = 0. \tag{13.17.143}$$

对所有类型θ的代理人来说，真实显示自己的类型是最优的，这样下面对最优的一阶条件成立：

$$\dot{t}(\theta) - \theta \dot{q}(\theta) = 0, \forall \theta \in \Theta. \tag{13.17.144}$$

在最优解处，如下二阶必要条件成立：

$$\ddot{t}(\tilde{\theta})|_{\tilde{\theta}=\theta} - \theta \ddot{q}(\tilde{\theta})|_{\tilde{\theta}=\theta} \leqq 0 \tag{13.17.145}$$

或者

$$\ddot{t}(\theta) - \theta \ddot{q}(\theta) \leqq 0. \tag{13.17.146}$$

这再次论证了$q(\cdot)$是非递减的。

对(13.17.144)微分，则(13.17.146)可简写为：

$$-\dot{q}(\theta) \geqq 0. \tag{13.17.147}$$

(13.17.144)和(13.17.147)即为局部激励约束。这两个约束保证了类型为θ代理人

在θ处必须真实显示其信息。我们需要证明对所有的类型代理人都必然真实显示其信息，即如下约束必须满足：

$$t(\theta)-\theta q(\theta)\geqq t(\tilde{\theta})-\theta q(\tilde{\theta})\quad\forall\ (\theta,\tilde{\theta})\in\Theta^2. \tag{13.17.148}$$

由(13.17.144)，我们有：

$$t(\theta)-t(\tilde{\theta})=\int_{\tilde{\theta}}^{\theta}\tau\dot{q}(\tau)d\tau=\theta q(\theta)-\tilde{\theta}q(\tilde{\theta})-\int_{\tilde{\theta}}^{\theta}q(\tau)d\tau \tag{13.17.149}$$

或者

$$t(\theta)-\theta q(\theta)=t(\tilde{\theta})-\theta q(\tilde{\theta})+(\theta-\tilde{\theta})q(\tilde{\theta})-\int_{\tilde{\theta}}^{\theta}q(\tau)d\tau\geq t(\tilde{\theta})-\theta q(\tilde{\theta}). \tag{13.17.150}$$

其中由于$q(\cdot)$非递增，因而有$(\theta-\tilde{\theta})q(\tilde{\theta})-\int_{\tilde{\theta}}^{\theta}q(\tau)d\tau\geqq 0$。

因此，如果局部激励约束(13.17.144)成立，则全局激励约束成立。

在上述设定下，无限多个激励约束(13.17.148)就简化成了一个微分方程和一个单调性约束。对激励进行局部分析就足够了。因此，条件(13.17.144)和(13.17.147)刻画了真实显示机制。

利用信息租变量$U(\theta)=t(\theta)-\theta q(\theta)$以及(13.17.144)，局部激励约束可重写为：

$$\dot{U}(\theta)=-q(\theta). \tag{13.17.151}$$

委托人的最优化问题变为：

$$\max_{\{(U(\cdot),q(\cdot))\}}\int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}}(S(q(\theta))-\theta q(\theta)-U(\theta))f(\theta)d\theta \tag{13.17.152}$$

其约束为：

$$\begin{aligned}\dot{U}(\theta)&=-q(\theta), &(13.17.153)\\ \dot{q}(\theta)&\leqq 0, &(13.17.154)\\ U(\theta)&\geqq 0. &(13.17.155)\end{aligned}$$

由(13.17.153)，$U(\cdot)$是非增函数，于是参与约束(13.17.155)可简化为$U(\overline{\theta})\geqq 0$。如同离散情形，激励可行性意味着只有最低效率类型的代理人的参与约束紧，即$U(\overline{\theta})=0$。

暂时忽略(13.17.154)，我们来求解(13.17.153)。对其两端积分，得：

$$U(\bar{\theta}) - U(\theta) = -\int_{\theta}^{\bar{\theta}} q(\tau)d\tau. \tag{13.17.156}$$

由于$U(\bar{\theta}) = 0$, 因此上式可简化为：

$$U(\theta) = \int_{\theta}^{\bar{\theta}} q(\tau)d\tau. \tag{13.17.157}$$

因此，委托人的目标函数可重写为：

$$\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} \left(S(q(\theta)) - \theta q(\theta) - \int_{\theta}^{\bar{\theta}} q(\tau)d\tau \right) f(\theta)d\theta, \tag{13.17.158}$$

对上式分部积分，得：

$$\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} \left(S(q(\theta)) - \left(\theta + \frac{F(\theta)}{f(\theta)} \right) q(\theta) \right) .f(\theta)d\theta. \tag{13.17.159}$$

为保证式(13.17.159)达到最大，我们要求其积分内的函数在每个θ处都达到最大，由此可求得次优结果：

$$S'(q^{SB}(\theta)) = \theta + \frac{F(\theta)}{f(\theta)}, \tag{13.17.160}$$

此即连续类型情形的一阶最优性条件。

若单调道德风险率(monotone hazard rate) 性质$\frac{d}{d\theta}\left(\frac{F(\theta)}{f(\theta)}\right) \geqq 0$成立，则从(13.17.160)所得解$q^{SB}(\theta)$关于$\theta$非增，从而约束(13.17.154)成立。此时所有不同类型的代理人将选择不同的配置结果，即合约单无混同合约。

由(13.17.160)和$F(\underline{\theta}) = 0$，我们可知最有效率的代理人的结果无扭曲，而其他类型的代理人的结果存在向下扭曲。

在最优合约处，除了最低效类型的代理人，所有其他类型的代理人都将获得正的信息租：

$$U^{SB}(\theta) = \int_{\theta}^{\bar{\theta}} q^{SB}(\tau)d\tau. \tag{13.17.161}$$

最后，我们还可考虑排除某些类型代理人的情形。由于当道德风险率性质成立时$S(q) - \left(\theta + \frac{F(\theta)}{f(\theta)}\right) q$关于$\theta$递减，因此被排除的某些类型的代理人（如果排除了的话）在区间$[\theta^*, \bar{\theta}]$出现，其中θ^*为下述问题的解：

$$\max_{\{\theta^*\}} \int_{\underline{\theta}}^{\theta^*} \left(S(q^{SB}(\theta)) - \left(\theta + \frac{F(\theta)}{f(\theta)} \right) q^{SB}(\theta) \right) f(\theta)d\theta.$$

如果最优解在内点处达到，则我们有：

$$S(q^{SB}(\theta^*)) = \left(\theta^* + \frac{F(\theta^*)}{f(\theta^*)}\right) q^{SB}(\theta^*).$$

与离散类型情形一样，我们可以证明，在稻田(Inada)条件$S'(0) = +\infty$和条件$\lim_{q\to 0} S'(q)q = 0$下，最优解$\theta^* = \overline{\theta}$在角点处达到。

注. 上述最优解也可利用最优控制理论中的庞特里亚金原理(Pontryagin principle)求得。其哈密顿(Halmiton)函数为：

$$H(q, U, \mu, \theta) = (S(q) - \theta q - U)f(\theta) - \mu q, \tag{13.17.162}$$

其中，μ为协状态(co-state)变量，U 为状态变量，q 为控制变量。

根据庞特里亚金原理，我们有：

$$\dot{\mu}(\theta) = -\frac{\partial H}{\partial U} = f(\theta). \tag{13.17.163}$$

由于在$\underline{\theta}$处$U(\cdot)$ 无约束，因此由横截(transversatility)条件，我们得：

$$\mu(\underline{\theta}) = 0. \tag{13.17.164}$$

对(13.17.163)两端积分，并用(13.17.164)，我们可得：

$$\mu(\theta) = F(\theta). \tag{13.17.165}$$

对$q(\cdot)$求优化问题，我们得：

$$S'\left(q^{SB}(\theta)\right) = \theta + \frac{\mu(\theta)}{f(\theta)}, \tag{13.17.166}$$

将由(13.17.165)求得的$\mu(\theta)$代入其中，我们即可推得(13.17.160)。

我们已经导出了最优真实显示机制$\{\left(q^{SB}(\theta), U^{SB}(\theta)\right)\}$或$\{(q^{SB}(\theta), t^{SB}(\theta))\}$。我们只需验证该机制是否存在简单的执行。由于$q^{SB}(\cdot)$ 递减，因而对该函数求逆即得$\theta^{SB}(q)$。从而

$$t^{SB}(\theta) = U^{SB}(\theta) + \theta q^{SB}(\theta) \tag{13.17.167}$$

可写为：

$$T(q) = t^{SB}(\theta^{SB}(q)) = \int_{\theta(q)}^{\overline{\theta}} q^{SB}(\tau)d\tau + \theta(q)q. \tag{13.17.168}$$

上式表明，最优真实显示机制对应于一个非线性转移支付$T(q)$。我们可以证明，在该非线性转移支付下，代理人所选择的配置与其在最优显示机制下所选择的配

置相同。事实上，根据$\frac{dt^{SB}}{d\theta}-\theta\frac{dq^{SB}}{d\theta}=0$，我们可得：$\frac{d}{dq}(T(q)-\theta q)=T'(q)-\theta=\frac{dt^{SB}}{d\theta}\cdot\frac{d\theta^{SB}}{dq}-\theta=0.$

总结以上讨论，在连续类型代理人情形所得到的经济洞见与在两类型情形代理人所得到的没有实质性差别。

在连续类型模型中，有效代理人为具有较低成本者，除$\overline{\theta}$外的每种类型都有激励模仿具有更高成本的代理人。激励相容约束向上取紧(upward binding)。求解时先只考虑局部激励相容约束$U'(\theta)=-q(\theta)$和参与约束$U(\theta)\geqslant 0$，此时委托人面临的问题称为放松的规划问题（relaxed problem）。如果从中求得的解$q^{SB}(\theta)$满足单调性条件$dq^{SB}/d\theta\leqslant 0$，则它也是完整问题(full problem)的解，为了保证产量的单调性往往需要对θ的分布做以限定，要求其满足单调似然率条件$\frac{d}{d\theta}\frac{F(\theta)}{f(\theta)}\geqslant 0$。在有些情形下，代理人类型的含义不同。比如上文提到的非线性定价问题中，θ表示代理人的支付意愿，θ越高表明代理人越有效。具有较大θ的代理人有激励模仿具有较小θ者。这样，激励相容约束向下取紧，参与约束在θ的最小取值处取紧。在次优合约中，消费量满足$\left[\theta-\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}\right]u'(q(\theta))=c$。有当中$q(\theta)$是$\theta$的递增函数时，它才是完整问题的解。为了保证这个单调性条件（或称可执行性条件）成立，类型的分布需要满足条件$\frac{d}{d\theta}\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}\leqslant 0$。下文中我们将在非线性定价模型的框架内阐述一些问题。

13.18 集束与熨平(bunching and ironing)

假设$\frac{d}{d\theta}\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}\leqslant 0,\forall\theta\in[\underline{\theta},\overline{\theta}]$不成立，则由式子$\left[\theta-\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}\right]u'(q(\theta))=c$所确定的消费量$q^*(\theta)$在某些点处可能递减，如图13.10所示。这样委托人就必须选择最优的$\overline{q}(\theta)$以最优化如下优化问题：

$$\max_q \pi[q(\theta)]\equiv\int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}}\left\{\left[\theta-\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}\right]u(q(\theta))-cq(\theta)\right\}dF(\theta)s.t.:q'(\theta)\geqslant 0 \quad (13.18.169)$$

假设π是q的严格凹函数，并且$dq^*(\theta)/d\theta$的符号至多变化有限次，则我们可用如下的熨平(ironing)技术来得到（13.18.169）的解。将以上问题重新表述如下：

$$\max_q \pi[q(\theta)]\equiv\int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}}\left\{\left[\theta-\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}\right]u(q(\theta))-cq(\theta)\right\}dF(\theta)s.t.:\mu(\theta)=q'(\theta),\mu(\theta)\geqslant 0 \quad (13.18.170)$$

构造汉密尔顿函数：

$$H(\theta,q,\mu,\lambda)=\left\{\left[\theta-\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}\right]u(q(\theta))-cq(\theta)\right\}f(\theta)+\mu(\theta)\lambda(\theta)$$

根据由庞德里亚金的最大值原理，最优值$\overline{q}(\theta),\overline{\mu}(\theta)$的必要条件为：

- $H(\theta,\overline{q}(\theta),\overline{\mu}(\theta),\lambda(\theta))\geqslant H(\theta,\overline{q}(\theta),\mu(\theta),\lambda(\theta))$

- 除在$\overline{q}(\theta)$不连续的点外，我们有

$$\frac{d\lambda}{d\theta}=-\frac{\partial H}{\partial q}=-\left\{\left[\theta-\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}\right]u'(\overline{q}(\theta))-c\right\}f(\theta) \tag{13.18.171}$$

- 横截性条件$\lambda(\overline{\theta})=\lambda(\underline{\theta})=0$

当H是关于q的凹函数时，这些条件同时也是充分性条件。对（13.18.171）积分我们可得到

$$\lambda(\theta)=\int_{\theta}^{\overline{\theta}}\left\{\left[\theta-\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}\right]u'(\overline{q}(\theta))-c\right\}f(\theta)d\theta$$

利用横截性条件可得：

$$0=\lambda(\overline{\theta})=\lambda(\underline{\theta})=\int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}}\left\{\left[\theta-\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}\right]u'(\overline{q}(\theta))-c\right\}f(\theta)d\theta$$

此外，一阶条件要求$\mu(\theta)$在约束$\mu(\theta)\geqslant 0$下最大化$H(\theta,q,\mu,\lambda)$。这意味着$\lambda(\theta)\leqslant 0$或者

$$-\lambda(\theta)=\int_{\overline{\theta}}^{\theta}\left\{\left[\theta-\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}\right]u'(\overline{q}(\theta))-c\right\}f(\theta)d\theta\geqslant 0$$

只要$\lambda(\theta)<0$，必有$\overline{\mu}(\theta)=\overline{q}(\theta)'(\theta)=0$。因此，我们得到如下互补松弛条件：

$$\overline{q}'(\theta)\cdot\int_{\overline{\theta}}^{\theta}\left\{\left[\theta-\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}\right]u'(\overline{q}(\theta))-c\right\}f(\theta)d\theta=0,\forall\theta\in[\underline{\theta},\overline{\theta}].$$

从这个条件我们得出，如果$\overline{q}(\theta)$在某些区间里是严格递增的，那么它一定与$q^*(\theta)$一致。为弄清这点，看下式：

$$\overline{\mu}(\theta)=\frac{d\overline{q}(\theta)}{\theta}>0\Rightarrow\lambda'(\theta)=0\Rightarrow\left[\theta-\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}\right]u'(q(\theta))=c$$

因此我们要做的是决定$\overline{q}(\theta)$在哪个区间是常数。考虑图13.11,在$[\underline{\theta},\theta_1]\cup[\theta_2,\overline{\theta}]$，我们有$\lambda(\theta)=0$以及$\mu(\theta)=d\overline{q}(\theta)/d\theta=dq^*(\theta)/d\theta>0$。而对于$\theta\in[\theta_1,\theta_2]$，我们有$\lambda(\theta)<0$以及$\mu(\theta)=0$。由于$\lambda(\theta)$的连续性，我们一定可以得出$\lambda(\theta_1)=\lambda(\theta_2)=0$。因此，

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2}\left\{\left[\theta-\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}\right]u'(\overline{q}(\theta))-c\right\}f(\theta)d\theta=0 \tag{13.18.172}$$

另外，在θ_1,θ_2两点处，由$\overline{q}(\theta)$ 的连续性我们一定可以得到

$$q^*(\theta_1)=q^*(\theta_2)=0. \tag{13.18.173}$$

联立(13.18.172)和(13.18.173)（两个方程，两个未知数θ_1,θ_2）可以求解出最优的θ_1,θ_2。

$\overline{q}(\theta)$为常数的区间称为集束或混同区间（bunching or pooling interval）。

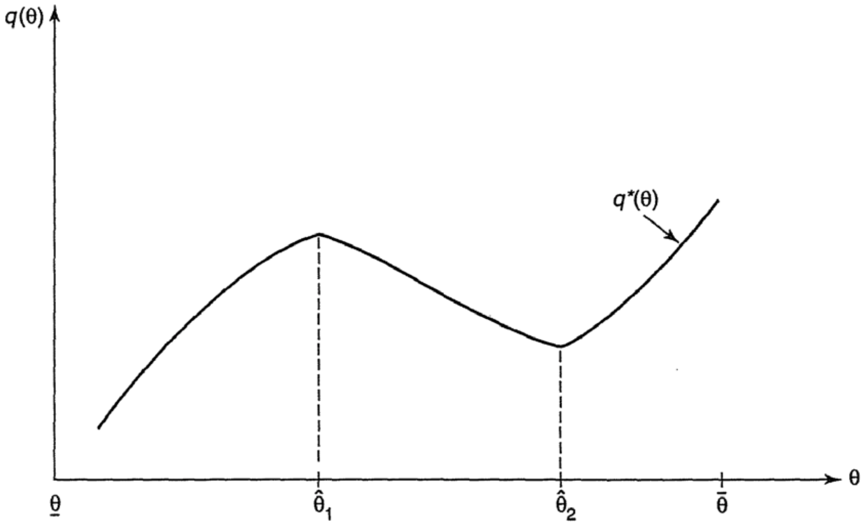

图 13.10: 违反单调性约束的情况

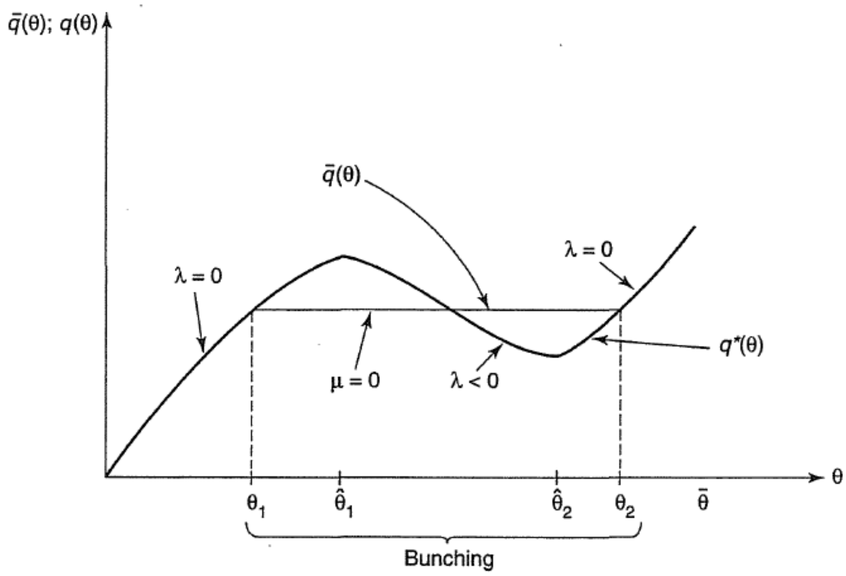

图 13.11: 集束与熨平

13.19 进一步的拓展

本章的主题是确定逆向选择问题中租金抽取与效率之间的最优权衡。在本章所讨论的模型中，由于只有一个激励约束和一个参与约束，因此这一冲突相对来说容易理解。这里我们介绍几个可能的拓展方向。我们可以考虑二维逆向选择模型，或者包含随机参与约束、有限流动性约束模型，或者考虑委托人对代理人进行监督的模型。关于这些主题及其应用的细致讨论，有兴趣的读者可参见拉丰(Laffont) 和马提摩特(Martimort) (2002).

13.20 第十三章习题

习题 13.1 *考察一个代理人成本函数不可观察的委托-代理模型。假设有两类代理人，他们的成本函数$C(q,\theta)$不同。其中$C_q > 0, C_\theta > 0$,$C_{qq} > 0$且$C_{q\theta} > 0$，其中q是委托人可完美观察的产出，$\theta \in \{\underline{\theta}, \overline{\theta}\}$, 各自出现的概率为$\nu$和$1-\nu$且$\Delta\theta \equiv \overline{\theta} - \underline{\theta} > 0$。产量$q$对于委托人的价值为$S(q)$，其中$S' > 0$，$S" < 0$且$S(0) = 0$。令$t$表示委托人给代理人的转移支付，由此代理人的收益函数为：$t - C(q,\theta)$。委托人与风险中性的代理人在中间阶段签订合同。*

(1)写出委托人满足激励相容的最优化问题;

(2)对两种类型的代理人的最优支付$\bar{t}$和$\underline{t}$以及经济租金各是多少?

(3)找出委托人激励相容问题的一阶条件，这些条件的含义是什么?

(4)假设$S(q) = q$,$C(q,\theta) = \theta q^2/2$，$\underline{\theta} = 1$，$\overline{\theta} = 2$,$\nu = 2/3$，找出最优合同$\{(\underline{q},\underline{t}),(\overline{q},\overline{t})\}$。

习题 13.2 *（风险规避的委托人）在与问题1相同的设定下，假设委托人是一个风险规避的个人，定义在交易的货币收益$S(q)-t$上的VNM效用函数$v(\cdot)$，满足$v'>0$，$v"<0$以及$v(0)=0$。*
(1)写出委托人满足激励相容的最优化问题；
(2)对两种类型的代理人的最优支付$\bar{t}$和$\underline{t}$以及经济租金各是多少?
(3)找出委托人激励相容问题的一阶条件，比较风险规避委托人与风险中性委托人各自的产出扭曲，哪种情况下的产出扭曲更大？为什么?
(4)假设$v(x)=\frac{1-e^{-rx}}{r}$，找出最优化问题的一阶条件，当$r\to 0$时会发生什么？解是否会收敛到风险中性委托人-中间阶段代理人参与约束情形下的扭曲？当r趋向于无穷大时又会如何？最优产出能被实施吗?

习题 13.3 *（状态依赖的固定成本）在与问题1相同的设定下，假设成本函数由$C(q,\theta)=\theta q+F(q)$给出，固定成本满足$F(\underline{\theta})>F(\bar{\theta})$，即较高的边际成本伴随较低的固定成本，反之亦然。*
(1)写出委托人满足激励相容的最优化问题；
(2)对两种类型的代理人的最优支付$\bar{t}$和$\underline{t}$以及经济租金各是多少?
(3)找出委托人激励相容问题的一阶条件；
(4)讨论问题解的不同区间，依据$F(\underline{\theta})-F(\bar{\theta}),\Delta\theta\bar{q}$以及$\Delta\theta\underline{q}$的不同位置。

习题 13.4 *（逆向选择下的借贷）假设有连续统的风险中性的借款者，借款者没有个人财富且承担有限责任。有ν比率的借款者（称为1类型）拥有对1单位投资有确定回报h的投资项目，有$1-\nu$比率的借款者（称为2类型）的借款者有（随机独立）的投资项目，对于1单位投资有θ概率回报为h（$\theta\in(0,1)$），有$1-\theta$概率回报为0。如果借款人不申请贷款，他有效用水平为u的外部机会。这个经济中只有一个风险中立的银行提供贷款，贷款的财务成本为r。银行提供借贷合同以最大化自己的期望利润，为简化起见，我们假设投资任何项目都是社会有效的：$\theta h>r+u$*
(1)解释为什么只考察合同菜单(r_1,P_1)和(r_2,P_2)（其中P是获得贷款的概率，r_i是自称类型为i的借款人在投资成功后给银行的支付）会不失一般性；
(2)写下银行选择菜单(r_1,P_1)和(r_2,P_2)以在满足借款人参与约束和激励相容约束时最大化期望利润的优化问题（为简化，假设如果一个借款人申请了贷款，他就失去外部机会效用u）；
(3)证明最有合同中贷款分配是非随机的（即：P_i非0即1，对于$i=1,2$），写出最有合同的特征。

习题 13.5 *（贿赂博弈）考察一个管理机构以固定的拖延期给公民提供一项服务，在管理机构正常工作下，公民获得u_0的效用（取决于他们对时间的估价）。官员付出额外的努力后可以缩短拖延期。官员可以以$\frac{(q-Q)^2}{2}$的成本缩短q的拖延期，其中Q是一个常数。假设有ν（或$1-\nu$）的类型1（类型2）公民对q的评价分别为$\underline{\theta}q$（$\bar{\theta}q$）。公民们愿意*

贿赂官员获得拖延期的减少。
写出官员提供给公民们的最优贿赂合同。

习题 13.6 *（劳动合同）考察下列设定：一个厂商面对一个工人。工人的效用函数为$U^A = u(c) - \theta l$，其中c是消费，l是劳动供给。$\theta \in \{\underline{\theta}, \overline{\theta}\}$是只有工人知道的参数，$\underline{\theta} < \overline{\theta}$，$u(\cdot)$是一个递增的凹函数。工作带来的负效用较低的工人($\theta = \underline{\theta}$)比例为$\nu$，代理人的最优选择必须满足预算约束$c \leq t$，其中$t$是他从雇主收到的支付。雇主的效用函数为$U^P = f(l) - t$，其中$f(l)$是一个规模报酬递减的生产函数。*
（1）假设雇主知道θ，写出雇主在满足工人参与约束条件下最大化自己效用的解，称解为最优解；
（2）假设雇主可以观察并验证劳动供给，但不能观察U和θ，证明最优解是不可实施的。现在雇主可以提供合同菜单$(\underline{t}, \underline{l})$和$(\bar{t}, \bar{l})$，其中$(\bar{t}, \bar{l})$是类型为$\overline{\theta}$的工人选择的合同，$(\underline{t}, \underline{l})$是类型为$\underline{\theta}$的工人选择的合同；找出最优合同，将这一（次优）解与最优解比较；
（3）假设努力的负效用较低的工人有一个外部机会能给他带来V的效用，比较这一情形下的最优解与次优（信息不对称）解，请注意解将依赖于V的大小。分别考察$\bar{l}^{SB}\Delta\theta \geq V$($SB$表示“次优”)，$\bar{l}^{SB}\Delta\theta \leq V \leq \bar{l}^{FB}\Delta\theta$（，$\bar{l}^{*}\Delta\theta \leq V \leq \underline{l}^{*}\Delta\theta *$表示“最优”）以及$V \geq \underline{l}^{*}\Delta\theta$，每个情形下紧的约束是哪些，需要什么类型的扭曲?

习题 13.7 *（逆向选择下的劳动合同）考虑一个委托代理关系，其中委托人为雇主，代理人为工人。对于类型为θ（$\theta \in \{\underline{\theta}, \overline{\theta}\}$）的工人，产量（1）应用显示原理，写出直接机制的特征；*
（2）假设ν（$(1-\nu)$）是工人为类型$\underline{\theta}$（$\overline{\theta}$）的概率，写出雇主最大化期望效用（同时满足工人的激励相容约束和参与约束）的合同。

习题 13.8 *（信息与激励）一个代理人（自然垄断的厂商）以可变成本θq（$\theta \in \{\underline{\theta}, \overline{\theta}\}$，$\Delta\theta = \overline{\theta} - \underline{\theta}$）生产量为$q$的产品。委托人从生产中得到效用为$S(q)$（$S' > 0$，$S" < 0$）并给代理人转移支付$t$。*
委托人效用函数为$V = S(q) - t$，代理人的效用为$U = t - \theta q$，此外，代理人的现状效用标准化为0。
（1）委托人对于θ有完全信息时，写出委托人的最优合同；
（2）假设θ是代理人的私人信息，假设$\nu = Pr(\theta = \underline{\theta})$，写出满足代理人中间阶段参与约束的委托人最优合同（自此假设工程价值足够大，委托人总愿意有正的产量）；
（3）假设委托人能通过信息技术获取信号$\sigma \in \{\underline{\sigma}, \overline{\sigma}\}$。假设：

$$\nu = Pr(\sigma = \underline{\sigma} | \theta = \underline{\theta}) = Pr(\sigma = \overline{\sigma} | \theta = \overline{\theta}) \geq \frac{1}{2}$$

. 写出委托人更新后对代理人效率的信念$\nu = Pr(\theta = \underline{\theta} | \sigma = \underline{\sigma})$;$\nu = Pr(\theta = \overline{\theta} | \sigma = \overline{\sigma})$，写出对于每个$\sigma$的最优合同。
（4）证明μ的增加会导致委托人期望效用的增加。

习题 13.9 （污染规制）考察一个收入为R的厂商，该厂商在生产中制造x水平的污染，该污染水平造成的损害为$D(x)$，$D'(x)>0$，$D''(x)\geq 0$。厂商的生产成本为$C(x,\theta)$，$C_x<0$，$C_{xx}>0$。θ是仅有厂商知道的参数，$\theta\in\{\underline{\theta},\overline{\theta}\}$，$\nu=Pr(\theta=\underline{\theta})$是公共知识。
（1）完全信息下的最优污染水平$x^*(\theta)$由下式给出：

$$D'(x)+C_x(x,\theta)=0$$

证明，如果规制者不必满足厂商的参与约束，他可以通过给厂商一笔等于污染造成损害或一个常数上限的转移支付来实施$x^*(\theta)$；（2）假设现在厂商可以拒绝接受规制（在此情形下厂商效用为0），假设规制者目标函数如下：

$$W=-D(x)-(1+\lambda)t+t-C(x,\theta)$$

其中t是规制者给厂商的转移支付，$(1+\lambda)$是社会基金支出的机会成本，对于任意θ规制者必须满足厂商的参与约束：

$$t-C(x,\theta)\geq 0$$

写出在完全信息下最大化W的决策规则$\hat{x}(\theta)$（$\theta\in\{\underline{\theta},\overline{\theta}\}$），并与问题(1)作比较；
（3）另外假设$C_\theta<0$且$C_{x\theta}<0$，找出在满足厂商参与约束与激励相容约束下最大化W期望值的合同菜单$(\underline{t},\underline{x})$和$(\overline{t},\overline{x})$；
（4）（选做）：当θ在区间$[\underline{\theta},\overline{\theta}]$依照分布函数$F(\theta)$及密度函数$f(\theta)$分布，且满足：

$$\frac{d}{d\theta}(\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)})<0$$

且$C_{\theta\theta x}\leq 0$，回答同上题一样的问题。

习题 13.10 （人寿保险需求与逆向选择）一群消费者在第1期有收入y_0，在第2期没有收入。每个消费者知道自己的死亡概率π_i，保险公司既不可观察到消费者的死亡概率也不能观察消费者的行为。保险公司以价格p提供保险：如果消费者购买x单位保险，保险公司当期获得px的收入并在消费者死亡时支付x。消费者可以选择购买的保险量x和储蓄的金额s，当期的储蓄当消费者在下一期存活时加进该期收入。假设有许多消费者，消费者的目标是最大化每一期的收入以提高家庭成员的消费。消费者的效用函数是伯努利形式的。
（1）当消费者效用函数为：

$$u(c_1,c_2a,c_2d)=\log c_1+(1-\pi_i)\log c_2a+\pi_i\log c_2d$$

计算人寿保险的需求价格弹性；
（2）假设保险公司之间的竞争意味着对消费者的期望支付等于保险费，证明p大于π_i的

平均值；
（3）另外假设$C_\theta < 0$且$C_{x\theta} < 0$，找出在满足厂商参与约束与激励相容约束下最大化W期望值的合同菜单$(\underline{t}, \underline{x})$和$(\overline{t}, \overline{x})$；
（4）（选做）：当θ在区间$[\underline{\theta}, \overline{\theta}]$依照分布函数$F(\theta)$及密度函数$f(\theta)$分布，且满足：

$$\frac{d}{d\theta}(\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}) < 0$$

且$C_{\theta\theta x} \leq 0$，回答同上题一样的问题。

习题 13.11 （控制自我管理厂商）考察一个厂商生产函数为$y = \theta l^{1/2}$，其中l是工人数目（这里视为连续变量），$\theta > 0$是一个仅有厂商知道的参数。生产的固定成本为A，令p表示竞争性市场中厂商产品的价格。
（1）假设厂商由工人管理，目标函数为：

$$U^{SM} = \frac{py - A}{l}$$

计算这一工人自我管理厂商的最优工人数目；
（2）令w代表完全竞争的劳动力市场下的工资率，即w是在这一经济中劳动的机会成本。劳动的最优配置是什么？如果w太大会发生什么情况？为什么自我管理的厂商规模一般来说不是最优的？
（3）假设政府知道θ，考察w足够小使自我管理的企业相对合理的情形，计算能恢复最优劳动配置的单位产品税τ。证也可以通过对厂商征收定额税T以达到同样的目标（假设这一厂商的规模相比整个经济可以忽略不计）；
（4）假设政府不知道θ，只知道θ可能取值$\underline{\theta}$或$\overline{\theta}$，$\Delta\theta = \overline{\theta} - \underline{\theta} > 0$。政府使用一个机制$(l(\tilde{\theta}), t(\tilde{\theta}))$，对于厂商报告的类型$\tilde{\theta}$规定一个劳动投入$l(\tilde{\theta})$和转移支付$t(\tilde{\theta})$。厂商的目标函数现在是：

$$U^{SM} = \frac{p\tilde{\theta}(l(\tilde{\theta}))^{1/2} + t(\tilde{\theta}) - A}{l(\tilde{\theta})}$$

写出引致诚实报告类型的规制机制。
（5）假设$\nu = Pr(\theta = \underline{\theta})$，政府最大化：

$$U^G = p\theta^{1/2} - wl$$

证明这一问题的解不符合可实施性条件，因此即使转移支付对政府来说是无成本的，第一优结果仍是无法实施的。此时，假设厂商机会成本为0，最优规制机制是什么？

13.21 习题参考答案

（待编辑）

参考文献

Akerlof, G., “The Market for Lemons: Quality Uncertainty and the Market Mechanism,” *Quarterly Journal of Economics*, 89 (1970), 488-500.

Baron, D., and R. Myerson, “Regulating a Monopolist with Unknown Cost,” *Econometrica*, 50 (1982), 745-782.

Freixas, X., J.J. Laffont, “Optimal banking Contracts,” In Essays in Honor of Edmond Malinvaud, Vol. 2, *Macroeconomics,* ed. P. Champsaur et al. Cambridge: MIT Press, 1990.

Green, J., and C. Kahn, “Wage-Employment Contracts,” *Quarterly Journal of Economics*, 98 (1983), 173-188.

Grossman, S., and O. Hart, “An Analysis of the Principal Agent,” *Econometrica*, 51 (1983), 7 45.

Hart, O., “Optimal Labor Contracts under Asymmetric Information: An Introduction,” *Review of Economic Studies*, 50 (1983), 3-35.

Hurwicz, L. (1972), “On Informational Decentralized Systems,” in *Decision and Organization*, Radner, R. and C. B. McGuire, eds., in Honor of J. Marschak, (North-Holland), 297-336.

Laffont, J.-J. and D. Martimort, *The Theory of Incentives: The Principal-Agent Model*, Princeton and Oxford: Princeton University Press, 2002, Chapters 1-3.

Laffont, J.-J., and J. Tirole, *The Theory of Incentives in Procurement and Regulation*, Cambridge: MIT Press, 1993.

Li, J. and G. Tian, “Optimal Contracts for Central Banks Revised,” Working Paper, Texas A&M University, 2003.

Luenberger, D. *Microeconomic Theory*, McGraw-Hill, Inc, 1995, Chapter 12.

Mas-Colell, A., M. D. Whinston, and J. Green, *Microeconomic*, Oxford University Press, 1995, Chapter 13-14.

Maskin, E., and J. Riley, "Monopoly with Incomplete Information," *Rand Journal of Economics*, 15 (1984), 171-196.

D. Meng and G. Tian, "Nonlinear Pricing with Network Externalities and Countervailing Incentives," Texas A&M University, 2008, website: http://econ.tamu.edu/tian/paper.htm.

Mussa, M., and S. Rosen, "Monopoly and Product Quality," *Journal of Economic Theory*, 18 (1978), 301-317.

Rothschild, M., and J. Stiglitz, "Equilibrium in Competitive Insurance Markets," *Quarterly Journal of Economics*, 93 (1976), 541-562.

Spence, M, "Job Market Signaling," *Quarterly Journal of Economics*, 87 (1973), 355-374.

Stiglitz, J., "Monopoly Non Linear Pricing and IMperfect Information: The Insurance Market," *Review of Economic Studies*, 44 (1977), 407-430.

Varian, H.R., *Microeconomic Analysis*, W.W. Norton and Company, Third Edition, 1992, Chapters 25.

Williamson, O.E., *Markets and Hierarchies: Analysis and Antitrust Implications*, the Free Press: New York, 1975, .

Wolfstetter, E., *Topics in Microeconomics - Industrial Organization, Auctions, and Incentives,* Cambridge Press, 1999, Chapters 8-10.

第十四章　委托代理模型：道德风险

14.1　导言

上一章的逆向选择模型中我们曾强调，当代理人拥有一些关于自己经济特征，影响有效交易的私人信息时，则任务委托会造成委托人和代理人之间的信息差异，委托人于是需要设计激励合约诱导代理人讲真话，真实显示自己的特征，其结果是无法实现一阶最优，只能得到次优。这样，信息不对称所得到的结果和完全信息情形的结果是不同。逆向选择中的基本问题是要在租金的抽取与配置效率之间进行权衡取舍。

逆向选择并不是唯一的信息不对称问题。在很多情况下，委托人通常无法控制代理人的行动，代理人的行为也是不可观测或者观测成本极高。事实上，由于其行为的不可观测性，代理人在执行任务过程中总是难免做出对自己有利而对委托人不利的行为。我们称这类隐匿行动的现象为道德风险(moral hazard)[1]。下面是这方面的一些例子。

一些例子

1、银行不仅不了解借款企业的信用等级，也不了解企业是否会在获得贷款之后滥用款项或尽到风险规避义务；

2、雇主不仅不了解雇员的工作能力，也不了解其受雇之后是否会出现偷懒、不爱护机器设备、上班时间干私活等不利雇主的行为。

3、购买汽车保险后开车不会特别小心。

4、公营单位对工作绩效不是特别在意，反正盈利或亏损都是国家的。

5、口是心非，弄虚作假，说一套，做一套。

6、不像爱护自己东西那样爱护公共财物，比如改革开放前，公家的自行车骑一、两年就坏了，而个人的自行车骑好多年还像新的一样。

7、许多人在位置上不想作为，不愿承担任何风险，反正多干多措，少干少错，不干不错，为什么要去干呢?

[1]与“逆向选择”类似，这只是约定俗成的叫法，并不含有道德评判的意味。

8、改革开放前的大锅饭让工人、农民都没有什么工作积极性。

9、教师讲课，不知道学生是否在听，即使两眼盯着老师在看，也不知道听进去了没有，说不定在想其他事情。

10、对学生没有考核，没有压力，学生往往不是那么努力学习。

道德风险行为中最典型的特征是努力变量。在这一章中，我们将道德风险用代理人完成工作的努力程度来表示。道德风险问题的基本分析框架如下。代理人的努力水平不可观测，它会影响委托人的收益，同时给代理人带来一定负效用(努力成本)。努力所带来的结果也是不确定的，努力可能会带来高的产出，也可能并不会导致高的产出，因而产出是随机变量，但努力的程度会影响产量高低的概率。例如，土地的产出在一定的程度上（一定的概率）取决于佃农投入选择最佳庄稼的时间或者收割庄稼的质量。类似地，司机驾车发生事故的概率取决于其安全驾驶的程度，而后者又影响了其对保险的需求。又如，受规制的企业可能不得不进行成本高但无法观测的投资以降低其生产有社会价值的产品。

因而，委托人需要设计合约激励代理人努力工作而不偷懒。我们要考察的是什么样的机制会让代理人努力工作。在完全信息情形，让代理人努力容易达到。而在不完全信息情形，则委托人需要支付一定的信息租金来激励代理人努力工作。例如，企业为了使工作努力工福利，奖金和其它福利就是一种信息租金。不过，这种激励合约显然不可能建立在不可观测的努力基础之上，而只能依赖于代理人的绩效(performance)[2]。这些绩效受代理人努力程度的影响同时受到一些随机因素的干扰[3]。委托人要做的是根据可观测的绩效设计出工资合约以诱导出代理人最佳的努力水平从而实现自身利益的最大化。在这个过程中委托人需要面临两种效应之间的权衡：激励与保险。一方面高强度的激励合约能够诱使代理人努力工作因而提高委托人收益，此谓激励效应；另一方面，由于所采用的绩效指标中含有噪声因素，因此将绩效系以高能激励会放大噪声带来的不确定性，即增加代理人所需承担的风险[4]。这样，风险中性的委托人必须通过向风险规避的代理人支付更多的风险溢价而为其提供保险，是为保险效应。委托人所要做的就是在激励与保险之间做出最优权衡以确定最优的激励强度。

需要强调的是，对委托人来说，在逆向选择情形不确定性是外生的，但在道德风险情形则是内生的。因而在道德风险情形不同自然状态出现的概率，其大小是由代理人的努力决定。这种不确定性对理解道德风险情形的合约问题十分关键。如果代理人的努力和业绩之间的对应是完全确定的，委托人和法院根据所观察到得结果推断代理人的努力水平就不存在困难。即使代理人的努力无法直接观测，但由于结果自身可观测和可证实，它也可能用合约间接规定。

[2]比如科研人员的研究成果、生产线上工人生产的产品件数等。

[3]比如农业产出不仅取决于农民的努力程度还要受到气候、水文等诸多人为不可控制的因素的影响。

[4]如果一项绩效指标跟努力的关系很弱而随机性很强，在这样的绩效指标上系以高强度激励则无疑是引导代理人从事一种近乎赌博的活动。

我们将考察能诱导代理人支付正的高成本努力的激励方案的性质。这样，和上章的讨论一样，激励方案任然必须满足代理人的两个基本约束：激励约束和参与约束。在众多的激励方案中，委托人选择激励成本成本最低的方案。由激励方案的成本最小化，可以导出实施正努力水平的次优成本的刻画结果。一般来说，次优成本比努力水平可观测情形的一阶最优成本大，从而委托人和代理人之间的利益冲突会导致配置的无效率。

14.2 模型

14.2.1 离散努力和生产模型

假设代理人所提供的努力为 e。e 取两种可能的值，规范化到 0 和 1，即 $e \in \{0, 1\}$，0表示不努力或努力程度低，1表示努力或努力程度高。代理人发挥努力 e 会导致数量为 $\psi(e)$ 的效用损失，其中，$\psi(0) = \psi_0 = 0$，$\psi_1 = \psi$。

代理人从委托人处获得的转移支付为 t。假设代理人的效用函数为努力和货币收入的可分函数 $U = u(t) - \psi(e)$，其中 $u(\cdot)$ 为严格递增的凹函数，即 $(u' > 0, u'' < 0)$。有时我们要用到其反函数 $h = u^{-1}$。显然，h 为严格递增的凸函数，即 $(h' > 0, h'' > 0)$。

代理人的产出是随机的，其努力会影响生产水平。其产出水平 $\tilde{q}$ 只取两个值 $\{\underline{q}, \bar{q}\}$，其中，$\bar{q} - \underline{q} = \Delta q > 0$，且努力对产出的随机影响由如下式子刻画：$\Pr(\tilde{q} = \bar{q}|e = 0) = \pi_0, \Pr(\tilde{q} = \bar{q}|e = 1) = \pi_1$，其中，$\pi_1 > \pi_0$，这意味着，努力程度高，产出高的概率大。我们记上述两个概率之差为 $\Delta\pi = \pi_1 - \pi_0$。

代理人的努力能在一阶随机占优 (first-order stochastic dominance) 的意义上提高产出水平，即对任意给定的产出水平 q^*，$\Pr(\tilde{q} \leqq q^*|e)$ 关于 e 递减。事实上，我们有 $\Pr(\tilde{q} \leqq \underline{q}|e = 1) = 1 - \pi_1 < 1 - \pi_0 = \Pr(\tilde{q} \leqq \underline{q}|e = 0)$，$\Pr(\tilde{q} \leqq \bar{q}|e = 1) = 1 =\Pr(\tilde{q} \leqq \bar{q}|e = 0)$。

14.2.2 激励可行合约

由于委托人不可直接观测代理人的行动，委托人只能基于可观测和可证实的产出水平 $\tilde{q}$与代理人签订合约$\{t(\tilde{q})\}$。即委托人提供给代理人的补偿依赖于代理人的产出水平。在两种可能的产出水平 $\bar{q}$ 和 $\underline{q}$ 下，合约可等价地以转移支付 $\bar{t}$ 和$\underline{t}$定义。如果代理人的产出水平为 $\bar{q}$（或者$\underline{q}$)），代理人从委托人处获得的转移支付为 $\bar{t}$ (或者 $\underline{t}$) 。

如果代理人的努力水平为 $e = 1$，则风险中性委托人的期望效用函数可写为：

$$V_1 = \pi_1(S(\bar{q}) - \bar{t}) + (1 - \pi_1)(S(\underline{q}) - \underline{t}) \tag{14.2.1}$$

如果代理人的努力水平为 $e = 0$，则风险中性委托人的期望效用函数可写为：

$$V_0 = \pi_0(S(\bar{q}) - \bar{t}) + (1 - \pi_0)(S(\underline{q}) - \underline{t}) \tag{14.2.2}$$

为简化记号，我们记委托人在每种自然状态下的收益分别为 $S(\bar{q})=\bar{S}$ 和 $S(\underline{q})=\underline{S}$。

委托人希望代理人所支付的每种努力水平都对应着一组合约，这些合约保证了代理人的道德风险激励相容约束和参与约束成立：

$$\pi_1 u(\bar{t})+(1-\pi_1)u(\underline{t})-\psi \geqq \pi_0 u(\bar{t})+(1-\pi_0)u(\underline{t}) \tag{14.2.3}$$

$$\pi_1 u(\bar{t})+(1-\pi_1)u(\underline{t})-\psi \geqq 0. \tag{14.2.4}$$

应当注意的是，代理人的参与约束在事前阶段即在产出冲击实现之前即已保证成立。

定义 14.2.1 *同时满足激励相容约束 (14.2.3) 和参与约束 (14.2.4) 的合约称为激励可行合约。*

道德风险情形的签约博弈顺序可由下图表示。

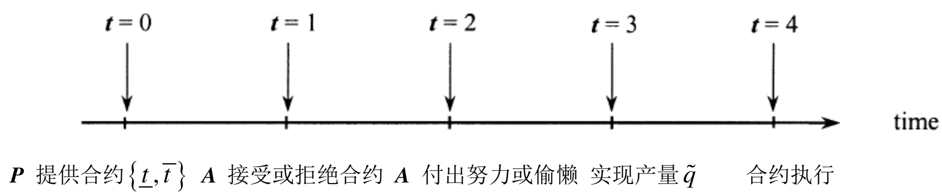

图 14.1: 道德风险情形下的合约时序

14.2.3 完全信息最优合约

作为参考，我们首先考察完全信息情形，即委托人和法院都能观察到代理人的努力水平。此时委托人的最优化问题为在高努力代理人的参与性条件约束下最大化其在高努力下的期望收益。正式地，我们有：

$$\max_{\{(\bar{t},\underline{t})\}} \pi_1(\bar{S}-\bar{t})+(1-\pi_1)(\underline{S}-\underline{t})$$
$$\text{s.t.} \quad \pi_1 u(\bar{t})+(1-\pi_1)u(\underline{t})-\psi \geqq 0.$$

此时只需考虑代理人的参与约束，因为在此约束下代理人必须支付正的努力水平。如果代理人没有选择满足此约束的努力水平，则他将受到严重的惩罚，而法院能够对其强制执行这种惩罚。

记代理人参与约束的拉格朗日乘子为 λ。对上述问题关于 $\bar{t}$ 和 $\underline{t}$ 求优化，得如下一阶最优性条件：

$$-\pi_1+\lambda\pi_1 u'(\bar{t}^*)=0, \tag{14.2.5}$$

$$-(1-\pi_1)+\lambda(1-\pi_1)u'(\underline{t}^*)=0, \tag{14.2.6}$$

其中，$\bar{t}^*$ 和 $\underline{t}^*$ 为一次最优转移支付。

由 (14.2.5) 和 (14.2.6)，立刻可推得 $\lambda = \frac{1}{u'(\underline{t}^*)} = \frac{1}{u'(\bar{t}^*)} > 0$，从而有 $t^* = \bar{t}^* = \underline{t}^*$。

因此，当代理人的努力水平可证实时，代理人从风险中性委托人处获得完全保险，即无论出现那种产出水平都从委托人处获得固定的转移支付 t^* 。换句话说，在完全信息情形，委托人将提供一份“混同合约”给代理人，与其产量无关。

由于其参与约束在最优解处以等式成立，我们也可以求得此转移支付的值，它刚好能弥补代理人的效用损失，即 $t^* = h(\psi)$。这也是委托人对代理人的期望转移支付，或诱导代理人正努力水平的一阶最优成本 C^{FB}。

对委托人来说，其期望收益为：

$$V_1 = \pi_1 \bar{S} + (1 - \pi_1)\underline{S} - h(\psi) \tag{14.2.7}$$

如果委托人不希望代理人付出任何努力，即 $e = 0$，则不管代理人的产出水平如何，他对代理人的转移支付都为零。在这种情形，委托人获得的收益为：

$$V_0 = \pi_0 \bar{S} + (1 - \pi_0)\underline{S}. \tag{14.2.8}$$

因此，从委托人的角度来看，当 $V_1 \geqq V_0$ 即 $\pi_1\bar{S}+(1-\pi_1)\underline{S}-h(\psi) \geqq \pi_0\bar{S}+(1-\pi_0)\underline{S}$ 时，激励代理人付出努力是最优的。换言之，当努力的期望收益超过激励努力的成本时，应该激励代理人付出努力。此条件可以表述为：

$$\underbrace{\Delta\pi\Delta S}_{\text{努力的期望收益}} \geqq \underbrace{h(\psi)}_{\text{激励努力的最优成本}} \tag{14.2.9}$$

其中 $\Delta S = \bar{S} - \underline{S} > 0$。

记$B = \Delta\pi\Delta S$为激励一个严格正的努力水平所带来的收益，则当且仅当$B \geqslant h(\psi)$时，最优的结果要求$e^* = 1$，如下图所示。

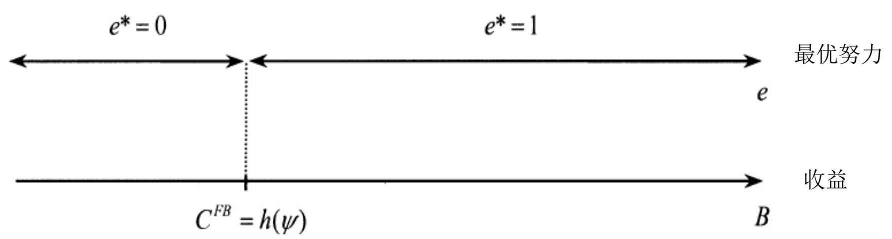

图 14.2: 最优努力水平

14.3　风险中性和最优实施

我们现在考虑不完全信息情形。先考察一种特殊情形，即代理人为风险中性的情形。如果代理人是风险中性的，我们有 $u(t)=t,\forall t, h(u)=u,\forall u$。委托人的最优合约问题为：

$$\max_{\{(\bar{t},\underline{t})\}} \pi_1(\bar{S}-\bar{t})+(1-\pi_1)(\underline{S}-\underline{t})$$

$$\pi_1\bar{t}+(1-\pi_1)\underline{t}-\psi \geqq \pi_0\bar{t}+(1-\pi_0)\underline{t} \tag{14.3.10}$$

$$\pi_1\bar{t}+(1-\pi_1)\underline{t}-\psi \geqq 0. \tag{14.3.11}$$

在代理人风险中性情形，委托人可选择激励相容的转移支付 $\bar{t}$ 和 $\underline{t}$，使得代理人的参与约束在最优解处以等式成立，此时代理人获得的租金为零。事实上，在 (14.3.10) 和 (14.3.11) 以等式成立时求解上述问题，我们立刻可得：

$$\underline{t}^*=-\frac{\pi_0}{\Delta\pi}\psi \tag{14.3.12}$$

以及

$$\bar{t}^*=\frac{1-\pi_0}{\Delta\pi}\psi=\underline{t}^*+\frac{1}{\Delta\pi}\psi. \tag{14.3.13}$$

如果代理人的产出水平高，则他获得正的回报。此时，代理人获得的净效用为 $\bar{U}^*=\bar{t}^*-\psi=\frac{1-\pi_1}{\Delta\pi}\psi>0$。反之，若其产出水平低，则他将受到惩罚，其对应的净效应为 $\underline{U}^*=\underline{t}^*-\psi=-\frac{\pi_1}{\Delta\pi}\psi<0$。

如果委托人可以完全控制代理人的努力水平则他只需付出刚好可以补偿代理人努力成本的期望支付$\pi_1\bar{t}^*+(1-\pi_1)\underline{t}^*=\psi$。此时委托人可以毫无代价的激励代理人努力工作。事实上，将努力从$e=0$增加到$e=1$，代理人更有可能得到的是转移支付$\bar{t}^*$，而不是$\underline{t}^*$。由 (14.3.12) 和 (14.3.13)，代理人努力的期望收益为 $\Delta\pi(\bar{t}^*-\underline{t}^*)=\psi$。此收益刚好可以抵偿努力带来的效用损失。因此，在风险中性情形，一阶最优配置仍然能够达到，不同的是，低产出下代理人获得的转移支付小于零。我们有如下述命题。

命题 14.3.1 *若代理人是风险中性的，则即使代理人的努力无法观测，委托人仍可通过恰当的合约激励代理人付出最优努力水平，即最一阶优努力水平仍是可实施的。*

注. 本章与第13章11节的内容有些类似。在这两种情形下，如契约是事前即在自然状态实现以前订立的，如果代理人是风险中性的，激励相容约束无论在逆向选择还是在道德风险下，都不会与事前参与约束相冲突，一阶最优的结果仍然可被实施。

注. 在本章引言部分我们提到，道德风险问题中委托人（一般假定风险中性）通常要为风险规避的代理人提供保险，这使委托人不得不面临激励与保险的权衡。但当代理人是风险中性时委托人不再需要为代理人提供保险，所以问题相对简单，委托可以实现一阶最优结果。事实上，这种情形下最优合约并不唯一，以上给出的合

约$(\underline{t}^*, \bar{t}^*) = (-\pi_0/\Delta\pi\psi, (1-\pi_0)\psi/\Delta\pi)$只是众多解中的一个，只是其他的解是使得激励相容约束(14.3.10)按严格不等式成立。全部解的集合如图14.3 所示。 这种最优结果

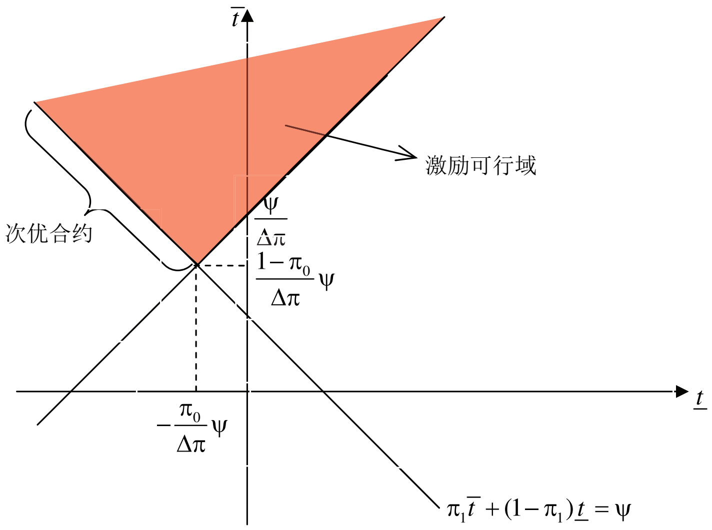

图 14.3: 风险中性下的次优合约

的实施不仅取决于代理人的风险中性，而且依赖一个隐含假设：代理人不能受到有限责任的保护。比如，如要求代理人不能获得负支付，即不能收到惩罚，则$\underline{t}^*$显然不能再使用。下面我们将讨论有限责任情形下的次优合约。

14.4 有限债务下的情形

仍然假设代理人风险中性，如上文所讲，激励相容约束和参与约束可以表示如下：可以表示如下：

$$\pi_1\bar{t} + (1-\pi_1)\underline{t} - \psi \geqq \pi_0\bar{t} + (1-\pi_0)\underline{t} \tag{14.4.14}$$

和

$$\pi_1\bar{t} + (1-\pi_1)\underline{t} - \psi \geqq 0. \tag{14.4.15}$$

我们假设代理人的转移支付必须总是大于一定的外生水平$-l, l \geqslant 0$。即对代理人的惩罚不能超过l。于是我们有如下的有限责任约束：

$$\bar{t} \geqq -l \tag{14.4.16}$$

和

$$\underline{t} \geqq -l. \tag{14.4.17}$$

显然，这些约束缩小了激励可行域的范围，而且即使代理人是风险中性的，委托

人也无法实施最优的努力水平。当需要激励一个高努力水平的时候，他的规划问题可以写成：

$$\max_{\{(\bar{t},\underline{t})\}} \pi_1(\bar{S}-\bar{t})+(1-\pi_1)(\underline{S}-\underline{t}) \ \ s.t. \ \ (14.4.14)\text{至}(14.4.17). \tag{14.4.18}$$

此问题的求解可以用图14.4和14.5 来说明。

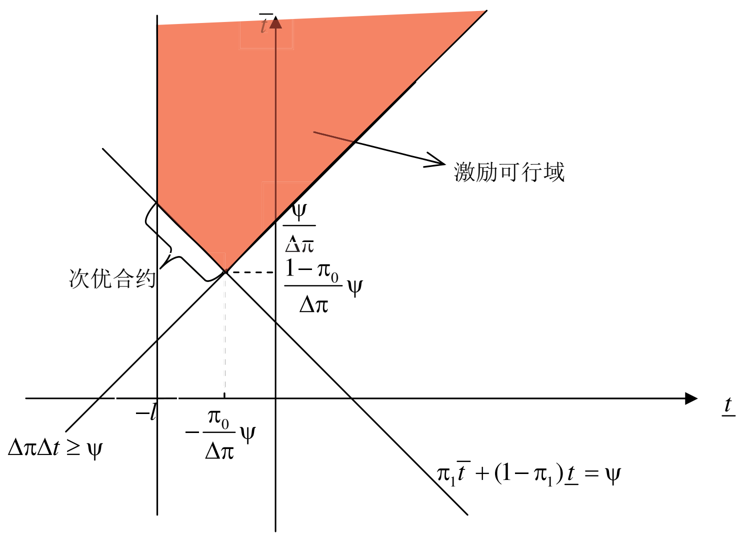

图 14.4: 有限责任下的次优合约$l \geqslant \pi_0\psi/\Delta\pi$

命题 14.4.1 *在有限债务约束下，若合约是最优的，则有：*

(1) 若 $l > \frac{\pi_0}{\Delta\pi}\psi$, 则只有 (14.4.14) 和 (14.4.15) 是紧的。最优转移支付由 (14.3.12) 和 (14.3.13) 给出。代理人的期望租金为零，即 $EU^{SB}=0$。

(2) 若 $0 \leqq l \leqq \frac{\pi_0}{\Delta\pi}\psi$, 则只有 (14.4.14) 和 (14.4.17) 是紧的。最优转移支付由下式给出：

$$\underline{t}^{SB}=-l, \tag{14.4.19}$$

$$\bar{t}^{SB}=-l+\frac{\psi}{\Delta\pi}. \tag{14.4.20}$$

(3) 在上述情况下，代理人的期望有限责任租金EU^{SB} 非负，为：

$$EU^{SB}=\pi_1\bar{t}^{SB}+(1-\pi_1)\underline{t}^{SB}-\psi=-l+\frac{\pi_0}{\Delta\pi}\psi \geqq 0. \tag{14.4.21}$$

证明: 首先假设 $0 \leqq l \leqq \frac{\pi_0}{\Delta\pi}\psi$。我们猜想只有激励相容约束 (14.4.14) 和产量低时的有限责任约束 (14.4.17)是紧约束。由于委托人希望最小化对代理人的转移支付，因而这两

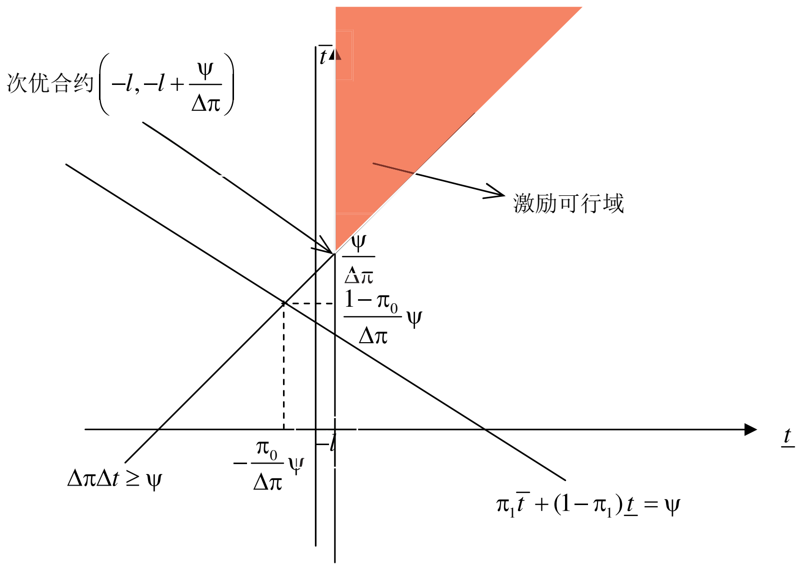

图 14.5: 有限责任下的次优合约$0 \leqslant l < \pi_0\psi/\Delta\pi$

个约束必然是紧的。因此有 $\underline{t}^{SB} = -l$，$\bar{t}^{SB} = -l + \frac{\psi}{\Delta\pi}$。由 $-l + \frac{\psi}{\Delta\pi} > -l$，我们可验证 (14.4.16) 成立。由 $\pi_1\bar{t}^{SB} + (1-\pi_1)\underline{t}^{SB} - \psi = -l + \frac{\pi_0}{\Delta\pi}\psi \geqq 0$，我们也可验证 (14.4.15) 成立。

若 $l > \frac{\pi_0}{\Delta\pi}\psi$，即 $\frac{\pi_0}{\Delta\pi}\psi > -l$，这样有限责任约束无论产量高低都不会起作用。这样，和没有有限责任约束时的最优解一样，从而最优转移支付可由 (14.3.12) 和 (14.3.13) 给出。代理人的期望租金为零，即 $EU^{SB} = 0$。在这种情形下，对委托人来说，诱导代理人支付正的努力没有成本，且一阶最优皆可以实施。

□

首先，我们注意到只有在较差状态出现时，有限责任约束才可能取紧。因为激励努力要求$\bar{t}$和$\underline{t}$之间存在差距，因此$\underline{t} \geqslant l$时必然有$\bar{t} \geqslant l$。当有限债务约束(14.4.17)以等式成立时，委托人对代理人的惩罚是有限的。当产量较低时，风险中性代理人没有足够的资产来承受这种惩罚，代理人只能受到额度为l的惩罚；而当产量较高时，代理人获得$-l + \psi/\Delta\pi$的奖励。因此，代理人获得一个非负期望租金$EU^{SB} > 0$，这个租金源于道德风险和有限责任的共同作用所导致的委托人对代理人的额外支付。随着l的不断增加，代理人受到有限责任的保护程度越来越小，则道德风险和有限责任约束之间的冲突越来越小，当$l > \pi_0\psi/\Delta\pi$时，两者之间将不再发生冲突。

14.5 保险和效率权衡

现在来考虑道德风险模型中导致效率损失的另一种原因：代理人的风险规避。此

时委托人的最优化问题为：

$$(P): \max_{\{(\bar{t},\underline{t})\}} \pi_1(\bar{S}-\bar{t})+(1-\pi_1)(\underline{S}-\underline{t}) \ \ s.t. \ \ (14.2.3),(14.2.4). \tag{14.5.22}$$

如果这是一个凹规划，它的一阶库恩-塔克（Kuhn-Tucker）条件为取得最优解的充分必要条件。但这并不一定是一个凹规划，因为(14.2.3)的两边都出现了凹函数$u(\cdot)$。然而，通过如下的变量代换可以保证这个规划的凹性。定义$\overline{u}=u(\bar{t}),\underline{u}=u(\underline{t})$,或者等价的，$\bar{t}=h(\overline{u}),\underline{t}=h(\underline{u})$。这些新的变量是在两种状态下的事后效用水平。现在激励可行域可以由下面两个线性约束来刻画：

$$\pi_1\bar{u}+(1-\pi_1)\underline{u}-\psi \geqq \pi_0\bar{u}+(1-\pi_0)\underline{u}, \tag{14.5.23}$$

$$\pi_1\bar{u}+(1-\pi_1)\underline{u}-\psi \geqq 0, \tag{14.5.24}$$

这两个约束分别替代了 (14.2.3) 和 (14.2.4)。

在上述变量代换下，委托人的最优化问题可重写为：

$$(P'): \max_{\{(\bar{u},\underline{u})\}} \pi_1(\bar{S}-h(\bar{u}))+(1-\pi_1)(\underline{S}-h(\underline{u})) \ \ s.t. \ \ (14.5.23),(14.5.24). \tag{14.5.25}$$

注意到委托人的目标函数现在对$(\overline{u},\underline{u})$ 是严格凹的，因为$h(\cdot)$是严格凹函数，而约束是线性的，约束集的内部明显非空，这使得P'是一个凹规划，且库恩-塔克条件是刻画最优性的充分必要条件。

14.5.1 最优转移支付

令 λ 和 μ 分别为对应于 (14.5.23) 和 (14.5.24) 的拉格朗日乘子，则上述最优化问题的一阶最优性条件可表示为：

$$-\pi_1 h'(\bar{u}^{SB})+\lambda\Delta\pi+\mu\pi_1=-\frac{\pi_1}{u'(\bar{t}^{SB})}+\lambda\Delta\pi+\mu\pi_1=0, \tag{14.5.26}$$

$$-(1-\pi_1)h'(\underline{u}^{SB})-\lambda\Delta\pi+\mu(1-\pi_1)=-\frac{(1-\pi_1)}{u'(\underline{t}^{SB})}-\lambda\Delta\pi+\mu(1-\pi_1)=0. \tag{14.5.27}$$

其中，$\bar{t}^{SB}$ 和 $\underline{t}^{SB}$ 为次优转移支付。整理上式，得：

$$\frac{1}{u'(\bar{t}^{SB})}=\mu+\lambda\frac{\Delta\pi}{\pi_1}, \tag{14.5.28}$$

$$\frac{1}{u'(\underline{t}^{SB})}=\mu-\lambda\frac{\Delta\pi}{1-\pi_1}. \tag{14.5.29}$$

求解方程 (14.5.23), (14.5.24), (14.5.28), 和 (14.5.29) 构成的方程组，我们可解得

$(\underline{t}^{SB}\ \bar{t}^{SB}, \lambda, \mu)$ 。对方程 (14.5.28) 和 (14.5.29) 两端分别乘以 π_1 和 $1-\pi_1$ 并将其相加，我们得：

$$\mu = \frac{\pi_1}{u'(\bar{t}^{SB})} + \frac{1-\pi_1}{u'(\underline{t}^{SB})} > 0. \tag{14.5.30}$$

因此，参与约束 (14.5.24) 必然是紧的。由 (14.5.30) 和 (14.5.28), 我们还可得：

$$\lambda = \frac{\pi_1(1-\pi_1)}{\Delta\pi}\left(\frac{1}{u'(\bar{t}^{SB})} - \frac{1}{u'(\underline{t}^{SB})}\right), \tag{14.5.31}$$

其中，λ 必然严格为正。事实上，由激励相容约束条件 (14.5.23)，我们可得 $\bar{u}^{SB} - \underline{u}^{SB} \geqq \frac{\psi}{\Delta\pi} > 0$，又由于$u'' < 0$，于是$\bar{t}^{SB} > \underline{t}^{SB}$意味着(14.5.31) 的右端严格为正。再根据 (14.5.23) 和 (14.5.24) 的紧性，我们可以通过求解一个包含两个方程两个未知数的方程组而立即得到 $u(\bar{t}^{SB})$ 和 $u(\underline{t}^{SB})$ 的值。

在这里，风险规避代理人不再获得完全保险。这一结论与我们在上文得到的完全信息情形加不同。的确，如果是完全保险，则激励相容约束(14.2.3) 不再满足。激励努力要求代理人要承担一定的风险。于是，我们有如下命题。

命题 14.5.1 *若代理人严格风险规避，则在诱导代理人付出正努力的最优合约中，代理人的参与和激励约束都是紧的。该合约未提供完全保险，且次优转移支付分别为：*

$$\bar{t}^{SB} = h\left(\psi + (1-\pi_1)\frac{\psi}{\Delta\pi}\right) = h\left(\frac{1-\pi_0}{\Delta\pi}\psi\right) \tag{14.5.32}$$

和

$$\underline{t}^{SB} = h\left(\psi - \pi_1\frac{\psi}{\Delta\pi}\right) = h\left(-\frac{\pi_0}{\Delta\pi}\psi\right). \tag{14.5.33}$$

14.5.2 次优努力

我们现在从委托人的角度来看激励高水平努力的次优解问题。道德风险下激励努力的次优成本C^{SB}即是付给代理人的期望支付 $C^{SB} = \pi_1\bar{t}^{SB} + (1-\pi_1)\underline{t}^{SB}$。根据 (14.5.32) 和 (14.5.33)，该成本可重新表示为：

$$\begin{aligned} C^{SB} &= \pi_1 h\left(\psi + (1-\pi_1)\frac{\psi}{\Delta\pi}\right) + (1-\pi_1)h\left(\psi - \frac{\pi_1\psi}{\Delta\pi}\right) \\ &= \pi_1 h\left(\frac{1-\pi_0}{\Delta\pi}\psi\right) + (1-\pi_1)h\left(-\frac{\pi_0}{\Delta\pi}\psi\right). \end{aligned} \tag{14.5.34}$$

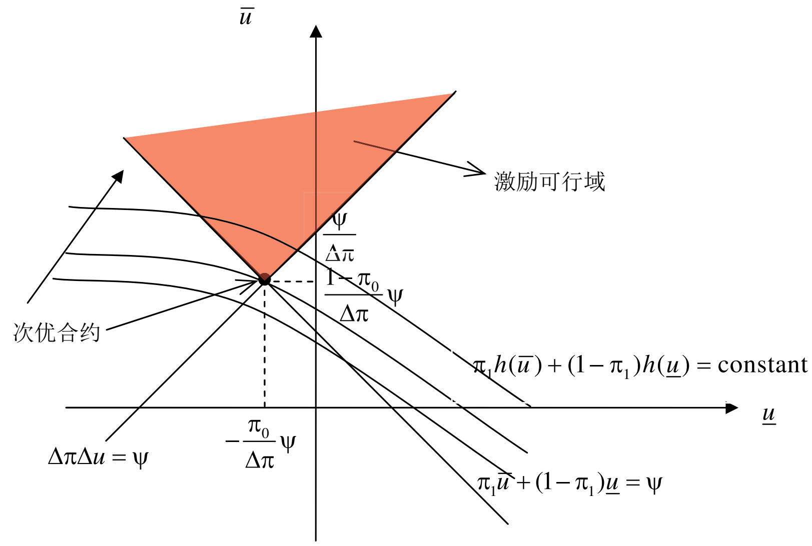

图 14.6: 风险规避情形

委托人的收益仍然为 $B=\Delta\pi\Delta S$，当

$$\begin{aligned}\Delta\pi\Delta S \geqq C^{SB} &= \pi_1 h\left(\psi+(1-\pi_1)\frac{\psi}{\Delta\pi}\right)+(1-\pi_1)h\left(\psi-\frac{\pi_1\psi}{\Delta\pi}\right)\\ &= \pi_1 h\left(\frac{1-\pi_0}{\Delta\pi}\psi\right)+(1-\pi_1)h\left(-\frac{\pi_0}{\Delta\pi}\psi\right) \qquad (14.5.35)\end{aligned}$$

时，激励一个正的努力水平 $e^*=1$为委托人的最优选择。

由于 $h(\cdot)$ 是严格凸的，根据詹森 (Jensen) 不等式，(14.5.35) 的右端严格大于一阶最优成本 $C^{FB}=h(\psi)$。因此，在道德风险下激励高水平的努力比完全信息下更为困难。上图即说明了这一点。

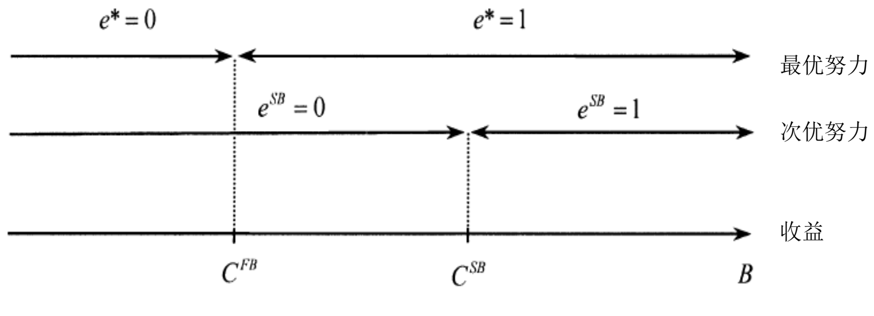

图 14.7: 道德风险和风险规避情形的次优努力水平

当B 属于区间 $[C^{FB},C^{SB}]$时，次优努力水平为零，因而它严格小于一阶最优努力水平。由于道德风险和代理人的风险规避的共同作用，代理人的努力向下扭曲。

命题 14.5.2 *在道德风险和代理人风险规避情形，委托人会在诱导代理人提供努力和为其提供保险之间进行权衡。若代理人的努力水平只取两种可能的值，则代理人的最优努力水平小于努力可观测情形的一阶最优努力水平。*

14.6 多种绩效情形

上面的模型中我们假定努力和产出都有两种水平。现在我们将这种2×2的模型拓展到多种绩效水平情形。考虑一个可以实现n种绩效的生产过程。我们将这些绩效按从小到大的顺序排列为 $q_1 < q_2 < \cdots < q_i < \ldots < q_n$。我们记委托人在每种自然状态下的收益分别为 $S_i = S(q_i)$。在这样的设定下，合约为 n 维转移支付向量 $\{(t_1, \ldots, t_n)\}$。再令$\pi_{ik} = \Pr(\tilde{q} = q_i | e = e_k)$。我们假设 $\pi_{ik} > 0$ $\sum_{i=1}^n \pi_{ik} = 1, \forall (i,k)$。此外，我们仍假定代理人的努力水平只有两种，即 $e_k \in \{0,1\}$。仍记 $\Delta\pi_i = \pi_{i1} - \pi_{i0}$。我们也可以类似考虑代理人有限责任情形和风险规避情形。

14.6.1 有限责任

首先考虑有限责任模型。若最优合约能诱导正的努力，则它必然为下述规划问题的解：

$$\max_{\{(t_1,\ldots,t_n)\}} \sum_{i=1}^n \pi_{i1}(S_i - t_i) \tag{14.6.36}$$

其约束为

$$\sum_{i=1}^n \pi_{i1} t_i - \psi \geqq 0, \tag{14.6.37}$$

$$\sum_{i=1}^n (\pi_{i1} - \pi_{i0}) t_i \geqq \psi, \tag{14.6.38}$$

$$t_i \geqq 0, \quad \forall i \in \{1, \ldots, n\}. \tag{14.6.39}$$

(14.6.37) 为代理人的参与约束，(14.6.38) 为其激励约束，(14.6.39) 代表所有的有限责任约束，这些条件假定委托人不能对代理人施加惩罚。我们可以看到，与两种绩效情形相比，该问题仅在数学上复杂了而已，在经济学上并无实质性差别。

首先，若激励约束 (14.6.38) 和有限责任约束 (14.6.39) 成立，则参与约束 (14.6.37) 成立。事实上，我们有：

$$\sum_{i=1}^n \pi_{i1} t_i - \psi \geqq \underbrace{\sum_{i=1}^n (\pi_{i1} - \pi_{i0}) t_i - \psi}_{(14.6.38) \Rightarrow \geqslant 0} + \underbrace{\sum_{i=1}^n \pi_{i0} t_i}_{(14.6.39) \Rightarrow \geqslant 0} \geqq 0.$$

因此，我们可以在求解委托人的优化问题P时忽略代理人的参与约束 (14.6.37)。

记约束 (14.6.38) 和 (14.6.39) 对应的拉格朗日乘子分别为 λ 和 ξ_i。则由上述问题的一阶条件，我们有：

$$-\pi_{i1} + \lambda\Delta\pi_i + \xi_i = 0. \tag{14.6.40}$$

以及松弛条件：$\xi_i t_i = 0, \forall i \in \{1, \ldots, n\}$。

若次优转移支付 t_i^{SB} 严格为正，则 $\xi_i = 0$，而且我们有 $\lambda = \frac{\pi_{i1}}{\pi_{i1}-\pi_{i0}}, \forall i$。若比率 $\frac{\pi_{i1}-\pi_{i0}}{\pi_{i1}}$ 各不相同，则存在指标 j，使得 $\frac{\pi_{j1}-\pi_{j0}}{\pi_{j1}}$ 为其中最大值。

代理人只有在自然状态 j 下才获得严格为正的转移支付，在此支付下，激励约束 (14.6.38) 以等式成立，即 $t_j^{SB} = \frac{\psi}{\pi_{j1}-\pi_{j0}}$。在所有其它的状态，代理人获得零支付，即 $t_i^{SB} = 0, \forall i \neq j$。最终代理人获得严格为正的有限责任租金为 $EU^{SB} = \frac{\pi_{j0}\psi}{\pi_{j1}-\pi_{j0}}$。这里重要的一点是在最能揭示代理人付出了正努力的状态出现时，代理人就会受到奖励。事实上，$\frac{\pi_{i1}-\pi_{i0}}{\pi_{i1}}$ 可解释为似然率。委托人根据最大似然率准则对代理人进行奖励。就像统计学中根据样本信息来推断分布参数一样，委托人试图从观测到的产出来推断代理人的努力水平。所不同的是，努力是内生的，并且会受到激励合约的影响。

定义 14.6.1 如果 $\frac{\pi_{i1}-\pi_{i0}}{\pi_{i1}}$ 是 i 的非递减函数，则称成功概率满足单调似然率 (monotone likelihood ratio property, MLRP) 性质。

命题 14.6.1 *若成功概率满足单调似然率性质 (MLRP)，则代理人所获得的次优支付 t_i^{SB} 关于产出水平 q_i 非递减。*

14.6.2 风险规避

假设代理人是严格风险规避的。则最优合约问题为：

$$\max_{\{t_1,\ldots,t_n)\}} \sum_{i=1}^{n} \pi_{i1}(S_i - t_i), \tag{14.6.41}$$

其约束为

$$\sum_{i=1}^{n} \pi_{i1} u(t_i) - \psi \geqq \sum_{i=1}^{n} \pi_{i0} u(t_i) \tag{14.6.42}$$

及

$$\sum_{i=1}^{n} \pi_{i1} u(t_i) - \psi \geqq 0, \tag{14.6.43}$$

其中后面的约束为代理人的参与约束。

利用前面类似的变量代换方法，我们可将上述问题转化为关于新变量 $u_i = u(t_i)$ 的凹规划问题。利用与前面内容相同的记号，我们可将委托人最优化问题的一阶条件写为：

$$\frac{1}{u'(t_i^{SB})} = \mu + \lambda \left(\frac{\pi_{i1} - \pi_{i0}}{\pi_{i1}} \right) \quad \forall\, i \in \{1, \ldots, n\}. \tag{14.6.44}$$

对上述每个方程的两端同乘以 π_{i1} 并将其关于 i 累加，则我们有 $\mu = E_q\left(\frac{1}{u'(t_i^{SB})}\right) > 0$，其中 E_q 表示努力水平为 $e=1$ 时产出分布的期望算子。这样参与性约束条件是紧的。

对方程 (14.6.44) 两端同乘以 $\pi_{i1}u(t_i^{SB})$、将这些方程关于 i 累加并将上面得到的 μ 的表示式代入其中，我们得：

$$\lambda\left(\sum_{i=1}^{n}(\pi_{i1}-\pi_{i0})u(t_i^{SB})\right) = E_q\left(u(\tilde{t}_i^{SB})\left(\frac{1}{u'(\tilde{t}_i^{SB})} - E\left(\frac{1}{u'(\tilde{t}_i^{SB})}\right)\right)\right). \tag{14.6.45}$$

再根据松弛条件 $\lambda\left(\sum_{i=1}^{n}(\pi_{i1}-\pi_{i0})u(t_i^{SB})-\psi\right)=0$，我们可将 (14.6.45) 左端简化。最终我们可得：

$$\lambda\psi = cov\left(u(\tilde{t}_i^{SB}), \frac{1}{u'(\tilde{t}_i^{SB})}\right). \tag{14.6.46}$$

根据假设，我们可知 $u(\cdot)$ 和 $u'(\cdot)$变化方向相反。由于 $t_i^{SB}=t^{SB}, \forall i$ 不满足激励约束，因此 t_i^{SB} 不可能对所有的 i 都是常数。这意味着 (14.6.46) 的右端必然严格大于零。由此我们得 $\lambda>0$，因此激励约束也是紧的。

再来考察 (14.6.44)。由于 $u(\cdot)$ 是凹函数，因此 (14.6.44) 的左端关于 t_i^{SB} 递增。由于 t_i^{SB} 关于 i 非递减，因此最大似然率性质必然满足。这意味着产出越大，代理人支付高水平努力的可能性越大。因此，当产出增加时，代理人理应得到更多奖励。

14.7 合约理论的应用

本节将前面所讨论的道德风险模型应用于各种问题中，这些问题在合约理论的相关文献中是重要的研究主题。

14.7.1 效率工资

假设一个风险中性的代理人为一个企业即委托人工作。Shapiro 和 Stiglitz (AER, 1984) 首先考察了这一基本模型。该模型讨论的是企业对员工进行激励的例子。公司希望工人努力工作从而激励相容约束满足，它要保证工人愿意留下工作而不离开，从而参与约束要满足，此外，公司要保证工人承担有限责任从而有限责任约束也要满足。

假设代理人的努力水平 $e\in\{0,1\}$，企业增加值为 $\bar{V}$ 和 $\underline{V}$ 的概率分别为 $\pi(e)$ 和 $1-\pi(e)$。当产出水平高时代理人获得正的收益，但产出水平低时由于存在有限债务约束，代理人并不受到惩罚。

为了诱导代理人支付正的努力，委托人必须确定合约 $\{(\underline{t},\bar{t})\}$，该合约为如下规划问题的解：

$$\max_{\{(\underline{t},\bar{t})\}} \pi_1(\bar{V}-\bar{t}) + (1-\pi_1)(\underline{V}-\underline{t}), \tag{14.7.47}$$

其约束为

$$\pi_1\bar{t}+(1-\pi_1)\underline{t}-\psi \geqq \pi_0\bar{t}+(1-\pi_0)\underline{t}, \tag{14.7.48}$$

$$\pi_1\bar{t}+(1-\pi_1)\underline{t}-\psi \geqq 0, \tag{14.7.49}$$

$$\underline{t} \geqq 0. \tag{14.7.50}$$

上述问题与我们在前面所分析的问题同构。在最优解处有限债务约束以等式成立，且当 $\Delta\pi\Delta V \geqq \frac{\pi_1\psi}{\Delta\pi}$ 时企业选择合约诱导代理人支付高水平的努力。在最优解处，我们有 $\underline{t}^{SB}=0$，$\bar{t}^{SB}>0$。工资 $\bar{t}^{SB}=\frac{\psi}{\Delta\pi}$ 通常被称为 效率工资 (efficiency wage)，在该工资水平下代理人付出高水平的努力。为了诱导代理人更好地生产，委托人必须将一定的企业利润让与代理人。

14.7.2 分佃制

道德风险分析框架已成为发展经济学家分析农业经济 (agrarian economies) 主要的工具之一。农业经济中的分成佃租就是一种激励机制。分佃的思想在文献中最早源于张五常 (1971) 的博士论文。他得出了分成佃租是最优制度安排的结果，这个结果当时是非常新颖。现在已经成为新制度经济学的重要开端之一。Stiglitz (1974,RES) 直接引用了张五常的思想。在 Stiglitz (RES, 1974) 所考察的分佃制 (sharecropping) 模型中，委托人为地主，代理人为佃农 (tenant)，佃农只付有限责任。Stiglitz 将最优（次优）合约设计出来了，通过下面的讨论证明了线性合约并非次优合约，这一结果同张五常的结果有所不同。因此地主（资本家）并非已经达到最优。对佃农来说，分成制更为有益，而对地主来说并不是最优的。

该模型仍假定佃农的努力水平 $e\in\{0,1\}$，农业产出只取两个可能的值 $\bar{q}$ 和 $\underline{q}$，其中 $\bar{q}>\underline{q}$。佃农的努力水平 e 越高，农业产出为 $\bar{q}$ 的概率 $\pi(e)$ 越大，从而平均农业产出越大。假设农产品的价格为 1，则委托人的收益为 $\bar{q}$ 或者 $\underline{q}$，其对应的概率分别为 $\pi(e)$ 和 $1-\pi(e)$。

发展中国家的农民通常受到很强的资金约束。为了对此建模，我们就假定代理人（佃农）是风险中性的且受到有限债务约束的保护。则委托人的最优合约问题可写为：

$$\max_{\{(\underline{t},\bar{t})\}} \pi_1(\bar{q}-\bar{t})+(1-\pi_1)(\underline{q}-\underline{t}) \tag{14.7.51}$$

其约束为

$$\pi_1\bar{t}+(1-\pi_1)\underline{t}-\psi \geqq \pi_0\bar{t}+(1-\pi_0)\underline{t}, \tag{14.7.52}$$

$$\pi_1\bar{t}+(1-\pi_1)\underline{t}-\psi \geqq 0, \tag{14.7.53}$$

$$\underline{t} \geqq 0. \tag{14.7.54}$$

求解上述问题，我们可知最优合约满足 $\underline{t}^{SB}=0$ 和 $\bar{t}^{SB}=\frac{\psi}{\Delta\pi}$。这一结果同上一小

节中效率工资的结果类似。委托人和代理人的期望效用分别为

$$EV^{SB}=\pi_1\bar{q}+(1-\pi_1)\underline{q}-\frac{\pi_1\psi}{\Delta\pi}. \tag{14.7.55}$$

和

$$EU^{SB}=\frac{\pi_0\psi}{\Delta\pi}. \tag{14.7.56}$$

上述可行的次优合约由于没有反映人们所观察到的农业经济实际的合约安排而受到批评。在实际的合约中，佃农的产出及其收益往往呈简单的线性分成关系。我们不妨假设地主及其佃农在收益上采取简单的分成规则，即地主支付给佃农 α 份额的实际产出。这样的收益分享规则必然满足代理人的有限债务约束，因而我们在下面的分析中不考虑有限债务约束。则最优分成规则为如下问题的解：

$$\max_{\alpha}(1-\alpha)(\pi_1\bar{q}+(1-\pi_1)\underline{q}) \tag{14.7.57}$$

其约束为

$$\alpha(\pi_1\bar{q}+(1-\pi_1)\underline{q})-\psi\geqq\alpha(\pi_0\bar{q}+(1-\pi_0)\underline{q}), \tag{14.7.58}$$

$$\alpha(\pi_1\bar{q}+(1-\pi_1)\underline{q})-\psi\geqq 0 \tag{14.7.59}$$

显然，在最优解处只有 (14.7.58) 是紧的。由此我们容易求的最优线性分享规则为：

$$\alpha^{SB}=\frac{\psi}{\Delta\pi\Delta q}. \tag{14.7.60}$$

在从事农业活动有利可图的最优世界中，我们有 $\Delta\pi\Delta q>\psi$，从而有 $\alpha^{SB}<1$。因此，农业活动的回报在委托人和代理人之间分享。当代理人的努力 ψ 所导致的效用损失较高（即代理人生产力较低）或者委托人从 $\Delta\pi\Delta q$ 的增加中所获得的收益较小时，委托人对代理人采取高能激励（即 α 接近于 1）。

在最优线性分享规则下，委托人和代理人的期望效用分别为

$$EV_\alpha=\pi_1\bar{q}+(1-\pi_1)\underline{q}-\left(\frac{\pi_1\bar{q}+(1-\pi_1)\underline{q}}{\Delta q}\right)\frac{\psi}{\Delta\pi} \tag{14.7.61}$$

和

$$EU_\alpha=\left(\frac{\pi_1\bar{q}+(1-\pi_1)\underline{q}}{\Delta q}\right)\frac{\psi}{\Delta\pi}. \tag{14.7.62}$$

分别比较 (14.7.55) 和 (14.7.61) 以及 (14.7.56) 和 (14.7.62)，我们发现分成比例为常数对代理人而非委托人有利。因此，最优的次优合约比分成合约更为有效。分成规则尽管能为代理人付出努力提供充分的激励，但它对委托人来说却不是最优的。事实上，在分成规则下，代理人总是从其生产中获得正的回报，即使在最坏的自然状态下也是如此。这一回报超出了在次优合约情形代理人在最坏自然状态下的回报（为零）。

因此，分成规则下，委托人对业绩糟糕的代理人进行惩罚是困难的。

分成规则使代理人能获得正的租金 EU_α。如果委托人可以采用支付给代理人一定固定费用 β 的线性合约，则他通过将 β^{SB} 设为 $\left(\frac{\pi_1\bar{q}+(1-\pi_1)\underline{q}}{\Delta q}\right)\frac{\psi}{\Delta\pi}-\frac{\pi_0\psi}{\Delta\pi}$，这可使代理人在最坏情形的租金为零。

14.7.3 批发销售合约

本小节考察拉丰 (Laffont) 和梯若尔 (Tirole) (1993) 所讨论过的制造商 - 零售商关系（比如汽车制造商和汽车经销代理）。假设制造商以常边际成本 c 向一风险规避零售商提供某中间产品，后者将该产品在最终产品市场上销售。在本处的模型中，制造商为委托人，零售商为代理人。最终产品市场上该产品的需求可能是高的 $\bar{D}(p)$ 也可能是低的 $\underline{D}(p)$，其对应的概率分别为 $\pi(e)$ 和 $1-\pi(e)$，其中，$e\in\{0,1\}$ 为零售商在市场上销售该产品及售后服务的努力水平，该努力可提高该产品在市场上需求量大的概率，p 为该产品在最终产品市场上的价格。批发销售 (wholesale) 合约由指定最终产品市场的零售价格 $\bar{p}$ 和 $\underline{p}$ 以及利润分享计划 $\bar{t}$ 和 $\underline{t}$ 构成，即为 $\{(\underline{t},\underline{p});(\bar{t},\bar{p})\}$。当制造商希望诱导零售商付出销售努力时，制造商的最优合约问题为：

$$\max_{\{(\underline{t},\underline{p});(\bar{t},\bar{p})\}}\pi_1((\bar{p}-c)\bar{D}(\bar{p})-\bar{t})+(1-\pi_1)((\underline{p}-c)\underline{D}(\underline{p})-\underline{t}) \tag{14.7.63}$$

其约束为(14.2.3)和(14.2.4)。

将 (14.5.32) 和 (14.5.33) 关于转移支付的表示式以及 $\bar{p}^*+\frac{\bar{D}(\bar{p}^*)}{\bar{D}'(\bar{p}^*)}=c$, 和 $\underline{p}^*+\frac{\underline{D}(\underline{p}^*)}{\underline{D}'(\underline{p}^*)}=c$ 联立，我们可以求得上述合约问题的最优解。在这里，产品价格同完全信息情形时的相同。这意味着激励问题不改变定价规则。

14.7.4 金融合约

道德风险在金融市场上是一重要的研究主题。在 Holmstrom 和梯若尔 (Tirole) (AER, 1994) 中，风险规避企业家打算启动一项初始投资为 I 的项目。企业家自身没有现金，他必须从银行或者其它金融机构处融资。该项目的回报是随机的，它为 $\bar{V}$ 和 $\underline{V}$ 的概率分别为 $\pi(e)$ 和 $1-\pi(e)$，其中企业家在项目中付出的努力 $e\in\{0,1\}$。记项目的利润变动范围为 $\Delta V=\bar{V}-\underline{V}>0$。则银行或者其它金融中介向企业家提供的金融合约由企业家的还款额 $\{(\bar{z},\underline{z})\}$ 构成，具体金额取决于项目成功与否。

为了诱导企业家在项目中付出努力，风险中性贷款人的最优合约问题可写为：

$$\max_{\{(\underline{z},\bar{z})\}}\pi_1\bar{z}+(1-\pi_1)\underline{z}-I \tag{14.7.64}$$

其约束为

$$\begin{aligned}&\pi_1 u(\bar{V}-\bar{z})+(1-\pi_1)u(\underline{V}-\underline{z})-\psi \\ \geqq\ &\pi_0 u(\bar{V}-\bar{z})+(1-\pi_0)u(\underline{V}-\underline{z}),\end{aligned} \tag{14.7.65}$$

$$\pi_1 u(\bar{V}-\bar{z})+(1-\pi_1)u(\underline{V}-\underline{z})-\psi \geqq 0. \tag{14.7.66}$$

如果该项目能够给委托人带来正的期望利润，则对委托人来说该投资项目是有利可图的。

作变量代换 $\bar{t}=\bar{V}-\bar{z}$ 和 $\underline{t}=\underline{V}-\underline{z}$，我们可将委托人的最优合约问题转化为前面所讨论的标准形式。变量代换也使我们容易看到，所有的结果都同委托人直接从项目中受益、他只支付给企业家一部分项目回报的结果（取决于自然状态）相同。

我们可定义实施努力水平 C^{SB} 的次优成本并假定 $\Delta\pi\Delta V \geqq C^{SB}$，即即使是在次优环境中委托人仍然希望企业家支付正的努力。委托人的期望利润为：

$$V_1=\pi_1\bar{V}+(1-\pi_1)\underline{V}-C^{SB}-I. \tag{14.7.67}$$

初始投资 I 对委托人是否对企业家贷款起着重要影响。只有当项目所带来的期望利润为正即 $V_1>0$ 委托人才会对该项目贷款。这要求投资 I 要足够地低，即我们必须有

$$I<I^{SB}=\pi_1\bar{V}+(1-\pi_1)\underline{V}-C^{SB}. \tag{14.7.68}$$

在完全信息无道德风险情形，只要

$$I<I^{*}=\pi_1\bar{V}+(1-\pi_1)\underline{V} \tag{14.7.69}$$

成立，则委托人将对项目贷款。对中等规模的初始投资 $I\in[I^{SB},I^{*}]$，道德风险意味着某些项目在完全信息情形可获得贷款但在道德风险情形则不然。这同信用配给 (credit rationing) 的形式相似。这个模型再次说明了，中小型企业贷款难，在信息不对称时，贷款更难。

由于代理人即企业家是风险规避的且他自身在项目中不投入资金，因而企业家不满足有限债务约束 $\underline{t}\geqq 0$。事实上，我们有 $\underline{t}^{SB}=h\left(\psi-\frac{\pi_1\psi}{\Delta\pi}\right)<0$。为了诱导企业家付出努力，企业家必须承担一定的风险，这意味着在糟糕的自然状态下其收益为负。加入有限债务约束，最优合约将变为 $\underline{t}^{LL}=0$ 和 $\bar{t}^{LL}=h\left(\frac{\psi}{\Delta\pi}\right)$。有趣的是，该合约有时在企业金融的文献中被解释为债务合约，即借款人（企业家）在糟糕的自然状态下收益为零，而在好的自然状态下贷款人将项目剩余利润据为己有。

最后，由于 $h(\cdot)$ 严格凸且 $h(0)=0$，我们有

$$\begin{aligned}\bar{t}^{LL}-\underline{t}^{LL} &= h\left(\frac{\psi}{\Delta\pi}\right)<\bar{t}^{SB}-\underline{t}^{SB}=h\left(\psi+(1-\pi_1)\frac{\psi}{\Delta\pi}\right) \\ &\quad -h\left(\psi-\frac{\pi_1\psi}{\Delta\pi}\right).\end{aligned} \tag{14.7.70}$$

该不等式表明，债务合约比最优激励合约的激励效果要差。事实上，如果代理人受到有限债务约束的保护，则委托人很难通过拉大两种状态下对代理人支付的差额来提高激励效果，而对代理人来说，在好的自然状态下，越高的收益期吸引力越大。

14.8 连续多种产出水平

现在假设产出水平 $\tilde{q}$ 是分布在 $[\underline{q},\bar{q}]$ 上、累积分布函数为 $F(\cdot\mid e)$ 的连续分布的随机变量，该分布为代理人努力水平 e 的条件分布。代理人的努力水平 e 仍取两种可能的值，即 $e\in\{0,1\}$。记 F 的条件密度函数为 $f(\cdot|e)$。在这一设定下，合约 $t(q)$ 必须满足如下激励约束

$$\int_{\underline{q}}^{\bar{q}} u(t(q))f(q|1)dq-\psi \geqq \int_{\underline{q}}^{\bar{q}} u(t(q))f(q|0)dq, \tag{14.8.71}$$

和参与约束

$$\int_{\underline{q}}^{\bar{q}} u(t(q))f(q|1)dq-\psi \geqq 0. \tag{14.8.72}$$

风险中性委托人的最优化问题可写为：

$$\max_{\{t(q)\}}\int_{\underline{q}}^{\bar{q}}(S(q)-t(q))f(q|1)dq \;\; s.t. \;\; (14.8.71),(14.8.72). \tag{14.8.73}$$

记激励相容约束 (14.8.71) 和参与性约束 (14.8.72) 对应的拉格朗日乘子分别为 λ 和 μ，则上述问题的拉格朗日函数可写为：

$$L(q,t)=(S(q)-t)f(q|1)+\lambda(u(t)(f(q|1)-f(q|0))-\psi)+\mu(u(t)f(q|1)-\psi).$$

上述优化问题的一阶最优性条件为：

$$\frac{1}{u'(t^{SB}(q))}=\mu+\lambda\left(\frac{f(q|1)-f(q|0)}{f(q|1)}\right). \tag{14.8.74}$$

对 (14.8.74) 两端同乘以 $f_1(q)$ 并对其取期望，我们得：

$$\mu = E_{\tilde{q}}\left(\frac{1}{u'(t^{SB}(\tilde{q}))}\right) > 0, \tag{14.8.75}$$

其中，$E_{\tilde{q}}(\cdot)$ 为产出关于给定努力水平 e^{SB} 的条件期望算子，这样参与性约束是紧的。将 μ 的表达式代入 (14.8.74) 并对其两端同乘以 $f(q|1)u(t^{SB}(q))$，我们得：

$$\begin{aligned} & \lambda(f(q|1) - f(q|0))u(t^{SB}(q)) \\ = \; & f(q|1)u(t^{SB}(q))\left(\frac{1}{u'(t^{SB}(q))} - E_{\tilde{q}}\left(\frac{1}{u'(t^{SB}(q))}\right)\right). \end{aligned} \tag{14.8.76}$$

对上述表示式在 $[\underline{q}, \tilde{q}]$ 上积分并利用松弛条件 $\lambda(\int_{\underline{q}}^{\bar{q}}(f(q|1) - f(q|0))u(t^{SB}(q))dq - \psi) = 0$，我们可得 $\lambda\psi = \text{cov}(u(t^{SB}(\tilde{q})), \frac{1}{u'(t^{SB}(\tilde{q}))}) \geqq 0$。

由于 $u(\cdot)$ 和 $u'(\cdot)$ 变动方向相反，因此有 $\lambda \geqq 0$。此外，当且 $t^{SB}(q)$ 为常数时 $\lambda = 0$，但若 $\lambda = 0$，则激励约束将不成立。因而我们有 $\lambda > 0$，从而激励相容约束也是紧的。最后，当单调似然率性质 $\frac{d}{dq}\left(\frac{f(q|1) - f*(q|0)}{f(q|1)}\right) \geqq 0$ 满足时，$t^{SB}(\pi)$ 关于 π 单调递增。

14.9 道德风险和逆向选择混合模型

前章和本章直到现在，关于委托人和代理人信息不对称的讨论都只是单独考虑逆向选择或道德风险，而没有考虑共存的问题。但在许多情形下，委托人也许既不知道代理人行动（如努力程度），也不知道他的经济特征（如不知道他的风险规避程度或生产成本）。本节考虑代理人的行动及经济特征都是私人信息，代理人都不知道的情形。为此，我们这里介绍孟和田在Meng and Tian (GEB, 2013)所研究的道德风险和逆向选择的一个混合模型。他们考察了连续努力和绩效下的多任务线性模型下，当代理人的努力程度和风险规避都不可观测情形下的最优工资合约设计问题。以上分析中，我们一直假定努力e和绩效产出$\tilde{q}$都是一维的，并且努力和绩效水平都取离散值。现在我们转向更一般的情形，假定努力和绩效都是多维度的，并且连续取值。

所介绍的模型有很强的现实意义。对中国而言，在要素驱动阶段中，劳动力相对丰裕，委托人的目标对代理人努力的反应非常敏感，且绩效指标的不确定性较小，此时激励效应占优于保险效应，与努力程度挂钩的高能激励合约因而是必要和相对最优的。的确，改革开放以来，中国经济的高速增长很大程度上归功于高强度激励合约的实施。在改革初期，中国所拥有的最丰裕资源就是大量未被充分利用的劳动力。由于计划体制下长期不合理的激励制度使中国这个人口众多的国家到处是人浮于事、消极怠工的懒散景象，有效的劳动供给非常有限。此时，责权明晰、分配合理的高强度激励方案极大的解放了被禁锢的生产力。中国的市场化改革甚至可以说，无论是政府层面还是个体层面，都是以高能激励不断取代计划经济时期低强度激励（或称低能激励）

的过程。高能激励改革的典型事例是：1）以中央与地方政府的财政分权为代表的财政税收体制改革，2）基于经济绩效的官员选拔制度，3）以家庭联产承包责任制为代表的农村改革，4）国有企业的改革。而另一方面，由于改革初期科技发展水平相对低下、市场化程度不高，因此既没有太多的研发风险也不存在太多由于经济基本面波动带来的经济风险。无论是政府、企业还是个人都是简单地靠高投入、高消耗、高激励的要素驱动来推动经济增长。制度设计者要考虑的主要是激发经济个体的干劲，而不是为他们的创新和长期发展规避风险和提供保险。

然而，随着改革的深入和经济发展到了一定阶段，必须要进行从要素驱动到创新驱动的转型，经济个体（尤其承担主要创新任务的个体）对创新风险提供保险的要求会越来越大。同要素驱动型社会相比，创新型社会中，代理人（政府、企业或个人）需面临的任务往往具有更大的不确定性。比如，中央政府经常要求地方政府在地方科技发展、人才培养、产业结构升级等方面做出成绩而不仅仅是完成某个预先设定的经济总量指标（如税收上缴、GDP、吸引外资总量等）；企业常被要求在具有自主知识产权的产品研发等诸多方面有所突破；高校教师等科技人员的主要任务是创造新知识而不仅仅是传播现有知识或社会服务。可以想象，一个从事基础研发工作的科技人员所面临的不确定性会远远超过按图纸施工的普通工人；一个市场经济中独自面对市场波动并承担技术创新任务的现代企业所承担的不确定性会远远超过计划经济时代的传统企业；一个必须根据复杂形势相机抉择的地方政府所面临的不确定性也会远远超过单纯执行中央指令并依靠中央拨款运行的传统型政府。此时如果仍沿用高强度的激励方案就会产生诸多弊端。

比如，财政分权制度和以经济绩效为基础的官员晋升考核制度对经济发展的促进作用主要体现在经济总量指标上，对一些反映经济发展质量的结构性指标并不会产生太多直接的影响；地方政府和官员在其有限的任期内往往会选择风险相对较小同时见效相对迅速的项目，比如进行浮华而庞大的工程建设，而不愿在扶持基础研发和科技人才培养等工作投入太多精力；在严格的量化考核下，高校往往更在乎校舍扩建、博士点和重点学科数量、招生规模等量化指标而不愿进行基础性科研创新；以论文数量为主要标准的科研考核制度下的科技人员更愿意在自己熟悉的领域内做重复工作而不愿意探索更重要的新领域，也不愿从事基础性的长线研究；独立经营的农户也往往不敢选择技术含量更高、盈利潜力更大但风险也更大的种、养植项目。

这样，如何通过顶层激励机制和最优合约的设计，让地方政府和个体有动力转变发展方式，从追求短期绩效转变到注重长期效果，从要素驱动向创新驱动转型，已经成为当前面临的重大理论和现实问题。本节中理论模型的结果揭示，在创新型经济中，由于创新活动风险较大，则保险效应占优于激励效应，从而低能激励合约是合理和相对最优的。当道德风险和逆向选择并存时，最优合约的激励强度将进一步降低。这在理论上为现实中普遍存在的低能激励现象提供了一种全新的解释，并证明了低能激励对创新驱动的必要性。

14.9.1 努力不可观测时的最优工资合约

考虑以下的委托-代理问题，委托人需要代理人为其完成n项任务，委托人风险中性，其总收益可以表示为代理人努力向量e的线性函数：$V(e)=\beta' e+\eta$。其中，n维向量β表示委托人收益受代理人努力影响的敏感程度，η为均值为零的噪声项。代理人选择努力向量$e\in R_+^n$需付出努力成本$e'Ce/2$。其中C为实对称正定矩阵（symmetric positive definite matrix），这可保证成本函数为凸，其主对角线元素C_ii代表代理人在不同任务上的努力效率，非主对角元素C_{ij}的符号则反映了不同任务之间的关系：$C_{ij}>0$表示两项任务之间互替；$C_{ij}<0$表示两项任务之间互补；$C_{ij}=0$则表示两者之间技术上相互独立（technologically independent）。设代理人的效用函数为常绝对风险规避型（CARA）：$u(x)=-e^{-rx}$，r为Arrow-Pratt 绝对风险规避系数（ARA），表示代理人所获得的净财富，即工资收入减成本。设代理人的努力程度和绩效之间呈以下线性关系：

$$P_i(e)=b_i' e+\varepsilon_i, i=1,\cdots,m,$$

其中，系数向量b_i表示第i项绩效指标受代理人努力影响的敏感程度，$B=(b_1,\cdots,b_m)'$是$m\times n$规模的矩阵。本文中假定B为行满秩，即每个绩效指标都提供了与其它指标不同的信息因而都是不可或缺的。随机向量$\epsilon=(\varepsilon_1,\cdots,\varepsilon_m)'$代表影响绩效的噪声，假设其服从正态分布，$\epsilon\sim N(0,\Sigma)$。关于绩效评估系统，我们有如下定义。

定义 14.9.1 （正交性）. *如对$\forall i\neq j$，$b_i' C^{-1} b_j=0$，$Cov(\varepsilon_i,\varepsilon_j)=0$，则称绩效评估系统为正交系统(**orthogonal system**)。*

定义 14.9.2 （*成本调整相关度Cost-adjusted Correlation*）

$$\rho_{ij}^c=\frac{b_i' C^{-1} b_j}{\sigma_{ij}}$$

称为两项绩效指标i和j之间的经成本调节的相关度。

定义 14.9.3 （*信号噪声比例signal-to-noise*）*绩效指标$P_i(e)=b_i' e+\varepsilon_i$的信号噪声比（简称信噪比）$\gamma_i$，被定义为：*

$$\gamma_i\equiv\frac{(\nabla P_i(e))'(\nabla P_i(e))}{var(\varepsilon_i)}=\frac{b_i' b_i}{\sigma_i^2}$$

定义4. 成本调整一致度(Cost-adjusted Congruence) 绩效指标$P_i=b_i' e+\varepsilon_i$的经成本调节的一致度被定义为

$$\Gamma_i=\frac{b_i' C^{-1}\beta}{\sqrt{b_i' C^{-1} b_i}\sqrt{\beta' C^{-1}\beta}}.$$

委托人通过以下的线性合约向代理人支付工资：

$$W(e) = w_0 + w'P(e), \tag{14.9.77}$$

其中$P(e) = (P_1(e), \cdots, P_m(e))'$，$w_0$和$w = (w_1, \cdots, w_m)'$分别代表基本工资和绩效工资。委托人的期望利润为$\Pi_p = \beta' e - w_0 - w'Be$，而代理人的福利可用其确定性等价（certainty equivalent）$CE_a = w_0 + w'Be - \frac{1}{2}e'Ce - \frac{r}{2}w'\Sigma w$代表。委托人的问题是设计一组工资合约$(w_0, w)$最大化其期望利润$\Pi_p$，此合约要保证代理人愿意参与同时讲真话。此问题可以表示如下：

$$\begin{cases} \max\limits_{\{w_0, w, e\}} \beta' e - w_0 - w'Be \\ \text{s.t:} IR: w_0 + w'Be - \dfrac{1}{2}e'Ce - \dfrac{r}{2}w'\Sigma w \geqslant 0 \\ \quad IC: e \in argmax_{\tilde{e}} \left[w_0 + w'B\tilde{e} - \dfrac{1}{2}\tilde{e}'C\tilde{e} - \dfrac{r}{2}w'\Sigma w \right]. \end{cases} \tag{14.9.78}$$

其中IR和IC分别表示个体理性约束和激励相容约束。现在我们来考虑给定工资合约下代理人将要选择的努力水平。由于CE_a相对于努力向量e的二阶导数为负定矩阵$-C$，所以其最优努力程度可由一阶条件决定。将其带入参与约束IR则委托人的最优化问题可以约简为：

$$\max_{w \in \mathbb{R}^n} \left[\beta' C^{-1} B' w - \frac{1}{2} w' \left(BC^{-1}B' + r\Sigma \right) w \right]$$

由此解出最优工资以及相应的努力向量：

$$\begin{aligned} w^p &= \left[BC^{-1}B' + r\Sigma \right]^{-1} BC^{-1}\beta \\ w_0^p &= \frac{r w^{p\prime} \Sigma w^p - w^{p\prime} BC^{-1}B' w^p}{2} \\ e^p &= C^{-1}B'w^p. \end{aligned}$$

对应的委托人所获的剩余为：

$$\Pi^p = \frac{1}{2}\beta' C^{-1} B' \left[BC^{-1}B' + r\Sigma \right]^{-1} BC^{-1}\beta$$

如果绩效评估系统为正交，且n项任务之间在技术上相同且相互独立（$C = cI$），则

$$w_i = \frac{b_i'\beta}{b_i'b_i + rc\sigma_i^2} = \frac{|b_i||\beta| cos(\widehat{b_i, \beta})}{|b_i|^2 + rc\sigma_i^2}.$$

可见，委托人收益对代理人努力的反应越敏感（向量β_i的模越大）激励强度越大（即ω_i越大）；绩效指标的不确定性越大（σ_i^2越大）则激励强度越低（即ω_i越小）。较大

的$|\beta|$和较小的σ_i^2 是要素（劳动力）驱动型社会的特点，反之创新驱动型社会则具有较小的$|\beta|$ 和较大的σ_i^2 。以农业为例，在传统的种植和经营模式下，农业生产是劳动密集型活动，产出对农民努力的反应非常敏感。同时，虽然农业产出也受到气候、水文、病虫害等因素的影响，但总的来说这些扰动都在个体农户的可承受范围之内，以至于农民常用“人不哄地、地不欺人”来总结产出和努力之间近乎确定性的经验关系。但在现代化农业中两者的关系却要复杂得多，最典型的是由于农产品的市场波动带来的风险，很多时候这些风险远非个体农户根据经验所能预测同时也非一户之力所能承受。所以农户根据往年需求决定当年供给的决策经常导致农产品价格出现“蛛网”式波动。因此，在创新型社会中，委托人应该通过降低对代理人的激励强度为他们提供更多的保险。

14.9.2 努力及风险规避不可观测下的最优工资合约

在现实中，代理人的类型和行为往往都是不可观测的，这样就会出现道德风险和逆向选择的混合问题。本节将在上节的模型基础上考虑代理人风险规避系数不可观测的情形。从上节的分析可见，代理人的风险态度是影响激励强度的关键因素，以往文献中也大多假定这个参数是可以被委托人观察到的。而本节中，我们假定代理人的风险规避系数是其私人信息，而其累计分布函数和密度函数，为各方的共同知识。委托人要求代理人申报其“类型”并据此提供工资合约来最大化自身期望收益。此问题的时序如下：

- 只有代理人了解其风险规避系数；
- 委托人向代理人提供工资合约，代理人决定是否接受此合约以及是否如实申报个人信息；
- 代理人选择其努力程度；
- 代理人的绩效和委托人的收益实现；
- 委托人向代理人支付报酬。

如以下激励相容约束满足则称合约可执行（implementable）：

$$w_0(r)+\frac{1}{2}w(r)'\left[BC^{-1}B'-r\Sigma\right]w(r)\geqslant w_0(\hat{r})+\frac{1}{2}w(\hat{r})'\left[BC^{-1}B'-r\Sigma\right]w(\hat{r}).\quad(14.9.79)$$

设$U(r,\hat{r})\equiv w_0(\hat{r})+\frac{1}{2}w(\hat{r})'\left[BC^{-1}B'-r\Sigma\right]w(\hat{r})$,,$U(r)\equiv U(r,r)$，则可执行性条件可以等价的表示为：

$$\exists w_0:[\underline{r},\overline{r}]\to\mathbb{R}_+,\forall(r,\hat{r})\in[\underline{r},\overline{r}]^2,U(r)=\max_{\hat{r}}\left\{w_0(\hat{r})+\frac{1}{2}w(\hat{r})'\left[BC^{-1}B'-r\Sigma\right]w(\hat{r})\right\}.$$

根据税收原理（“Taxation Principle”）[参见Guesnerie (1981), Hammond (1979)以及Rochet (1985)]，上式等价于以下表达：

$$\exists w_0 : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}_+, \forall r \in [\underline{r}, \overline{r}], U(r) = \max_{w} \left\{ w_0(w) + \frac{1}{2} w'[BC^{-1}B' - r\Sigma]w \right\}.$$

从中可得：租金函数$U(r)$是连续的凸函数，且满足以下的包络条件（envelop condition）

$$U'(r) = -\frac{1}{2} w'\Sigma w. \tag{14.9.80}$$

相反，如包络条件和凸性条件满足，则

$$U(r) \geqslant U(\hat{r}) + (r - \hat{r})U'(\hat{r}) = U(\hat{r}) - \frac{1}{2}(r - \hat{r})w'(\hat{r})\Sigma w(\hat{r}) \tag{14.9.81}$$

满足，从而激励相容条件$U(r) \geq U(r, \hat{r})$ 成立。由此，我们可得以下引理：

引理 14.9.1 *当且仅当以下条件成立时合约$(U(r), w(r))$（或等价的$(w_0(r), w(r))$）可执行：*

- $U'(r) = -\frac{1}{2} w'\Sigma w$;
- $U(r)$*为凸函数。*

将$U(r)$代入委托人的期望收益中可得，

$$\Pi = \int_{\underline{r}}^{\overline{r}} \left\{ \beta' C^{-1} B' w(r) - \frac{1}{2} w(r)' \left[BC^{-1}B' + r\Sigma \right] w(r) - U(r) \right\} f(r) \mathrm{d}r.$$

委托人的最优化问题为：

$$\max_{U(r), w(r)} \Pi, \text{ s.t.:} U(r) \geqslant 0, U'(r) = -\frac{1}{2} w(r)'\Sigma w(r), U(r) \text{ 为凸函数}.$$

通过求解此问题可以得出风险态度未知情形下的最优合约。

命题 14.9.1 *如果$\Phi(r) = r + \frac{F(r)}{f(r)}$递增，则最优工资合约为：*

$$\begin{aligned} w^h(r) &= \left[BC^{-1}B' + \Phi(r)\Sigma \right]^{-1} BC^{-1}\beta \\ w_0^h(r) &= \frac{1}{2} \int_r^{\overline{r}} w^h(\tilde{r})'\Sigma w^h(\tilde{r}) d\tilde{r} - \frac{1}{2} w^h(r)' \left[BC^{-1}B' - r\Sigma \right] w^h(r), \end{aligned}$$

证明. 由于$U'(r) = -\frac{1}{2} w'\Sigma w \leqslant 0$，参与约束条件$U(r) \geqslant 0$ 必于区间$[\underline{r}, \overline{r}]$的右端点取紧，即$U(\overline{r}) = 0$ 。因此，$U(r) = \int_r^{\bar{r}} \frac{1}{2} w(\tilde{r})'\Sigma w(\tilde{r}) dr$，则委托人的目标函数可表示为：

$$\Pi = \int_{\underline{r}}^{\overline{r}} \left\{ \beta' C^{-1} B' w(r) - \frac{1}{2} w(r)' \left[BC^{-1}B' + r\Sigma \right] w(r) - \int_r^{\bar{r}} \frac{1}{2} w(\tilde{r})'\Sigma w(\tilde{r}) dr \right\} f(r) \mathrm{d}r$$

依分步骤积分计算可得:

$$\Pi = \int_{\underline{r}}^{\overline{r}} \left\{ \beta' C^{-1} B' w(r) - \frac{1}{2} w(r)' \left[BC^{-1}B' + \left(r + \frac{F(r)}{f(r)} \right) \Sigma \right] w(r) \right\} f(r) \mathrm{d}r$$

。从中解得:

$$w^h(r) = \left[BC^{-1}B' + \Phi(r)\Sigma \right]^{-1} BC^{-1}\beta$$

$$w_0^h(r) = \frac{1}{2} \int_{r}^{\overline{r}} w^h(\tilde{r})' \Sigma w^h(\tilde{r}) d\tilde{r} - \frac{1}{2} w^h(r)' \left[BC^{-1}B' - r\Sigma \right] w^h(r)$$

。现只需验证$U(r)$的凸性。注意到,

$$U''(r) = -(D_r w^h)' \Sigma w^h = \Phi'(r) w^h(r)' \Sigma \left[BC^{-1}B' + \Phi(r)\Sigma \right]^{-1} \Sigma w^h(r)$$

。上式第二个等号源自

$$\begin{aligned} D_r w^h &= -\left[BC^{-1}B' + \Phi(r)\Sigma \right]^{-1} \Phi'(r)\Sigma \left[BC^{-1}B' + \Phi(r)\Sigma \right]^{-1} BC^{-1}\beta \\ &= -\Phi'(r) \left[BC^{-1}B' + \Phi(r)\Sigma \right]^{-1} \Sigma w^h \end{aligned}$$

。因$\Phi'(r) \geqslant 0$,且$\Sigma \left[BC^{-1}B' + \Phi(r)\Sigma \right]^{-1} \Sigma$ 为正定矩阵,故$U''(r) \geqslant 0$。 □

为比较以上工资合约与基准情形下的工资合约进而证明低能激励现象的合理性,我们施加以下条件。

条件 14.9.1 *Σ是对角矩阵。*

条件 14.9.2 *是对角矩阵。*

条件 14.9.3 *$BC^{-1}B'$和Σ 可交换,即$BC^{-1}B'\Sigma = \Sigma BC^{-1}B'$.*

条件 14.9.4 *不等式$2r\lambda_m^2 + \rho > 0$ 成立,其中*

$$\begin{aligned} \rho &= \max \left\{ \min_{i=1,m} \lambda_i \mu_m \frac{(\sqrt{k_\lambda}+1)^2 - k_\mu(\sqrt{k_\lambda}-1)^2}{2\sqrt{k_\lambda}}, \min_{i=1,m} \mu_i \lambda_m \frac{(\sqrt{k_\mu}+1)^2 - k_\lambda(\sqrt{k_\mu}-1)^2}{2\sqrt{k_\mu}} \right\} \\ &= \begin{cases} \lambda_m \mu_m \frac{(\sqrt{k_\lambda}+1)^2 - k_\mu(\sqrt{k_\lambda}-1)^2}{2\sqrt{k_\lambda}} & \textit{if} \quad \sqrt{k_\mu} \leqslant \frac{\sqrt{k_\lambda}+1}{\sqrt{k_\lambda}-1}, k_\mu \geqslant k_\lambda \\ \lambda_m \mu_m \frac{(\sqrt{k_\mu}+1)^2 - k_\lambda(\sqrt{k_\mu}-1)^2}{2\sqrt{k_\mu}} & \textit{if} \quad \sqrt{k_\mu} \leqslant \frac{\sqrt{k_\lambda}+1}{\sqrt{k_\lambda}-1}, k_\mu < k_\lambda \\ \lambda_1 \mu_m \frac{(\sqrt{k_\lambda}+1)^2 - k_\mu(\sqrt{k_\lambda}-1)^2}{2\sqrt{k_\lambda}} & \textit{if} \quad \sqrt{k_\mu} > \frac{\sqrt{k_\lambda}+1}{\sqrt{k_\lambda}-1}, k_\mu \geqslant k_\lambda \\ \lambda_m \mu_1 \frac{(\sqrt{k_\mu}+1)^2 - k_\lambda(\sqrt{k_\mu}-1)^2}{2\sqrt{k_\mu}} & \textit{if} \quad \sqrt{k_\mu} > \frac{\sqrt{k_\lambda}+1}{\sqrt{k_\lambda}-1}, k_\lambda < k_\lambda \end{cases} \end{aligned}$$

λ_i, μ_i分别是矩阵Σ 和$BC^{-1}B'$ 按降序排列的第i个特征根,$k_\lambda = \lambda_1/\lambda_m$ 和$k_\mu = \mu_1/\mu_m$ 分别表示两个矩阵的谱条件数(spectral condition number)。

条件 14.9.5 *存在常数λ满足$BC^{-1}B' = \lambda\Sigma$.*

条件14.9.1要求绩效评估指标的噪声项在统计上相互独立。这个假设排除了不同指标的随机项受某个共同冲击（common shock）影响的情况。条件14.9.2 表明$b_i'C^{-1}b_j = 0, \forall i \neq j$，其直观含义是当成本被考虑进来之后，不同绩效指标相对于代理人努力的反应方式截然不同。当代理人高度风险规避(r很大)，或$BC^{-1}B'$ 和Σ 中任何一个为良态矩阵（well-conditioned matrix）[5] 时，条件14.9.4满足。针对以上各条件的几种特殊情形为

- 绩效评估系统正交，此时条件14.9.1、14.9.2、14.9.3均满足；
- Σ为数量阵（scalar matrix）, 此时条件14.9.1、14.9.2、14.9.4满足；
- $BC^{-1}B'$为数量阵,此时条件14.9.2、14.9.3、14.9.4 满足。条件14.9.5要求对任何两个绩效指标i,j，其经成本调节后的相关度为常数，即$\rho_{ij}^c = \lambda$。

命题 14.9.2 *如条件14.9.1-14.9.4中的任何一个成立，则存在i使$|w_i^h(r)| < |w_i^p(r)|, \forall r \in (\underline{r}, \bar{r}]$; 如条件14.9.1和14.9.2同时成立，则对任何i $|w_i^h(r)| < |w_i^p(r)|, \forall r \in (\underline{r}, \bar{r}]$; 令$\omega_i$, $i \in \mathcal{K} \equiv \{1, 2, \cdots, k\}$表示$BC^{-1}B'$ 相对于Σ的广义特征根[6]$\mathcal{V}_i \equiv \mathcal{N}(BC^{-1}B' - \omega_i\Sigma)$，为$\omega_i$对应的广义特征子空间，$\mathcal{V}_i^\perp$ 为其正交补空间。假设, $BC^{-1}\beta \notin \bigcup_{i\in\mathcal{K}} \mathcal{V}_i^\perp$则当且仅当条件14.9.5 成立时，存在常数$k \in (0,1)$使得$w^h = kw^p$成立。*

证明. 由于$BC^{-1}B'$和Σ为对称方阵，故存在非奇异矩阵U（注意U不一定是正交矩阵）使得

$$U'BC^{-1}B'U = \Lambda, \qquad U'\Sigma U = I.$$

$\Lambda \equiv diag\{\omega_1, \cdots, \omega_m\}$ 为广义特征根组成的对角矩阵。因此有

$$\begin{aligned}(w^p)'\Sigma w^p &= \beta'C^{-1}B'U(\Lambda + rI)^{-2}U'BC^{-1}\beta \\ (w^h)'\Sigma w^h &= \beta'C^{-1}B'U\left[\Lambda + \Phi(r)I\right]^{-2}U'BC^{-1}\beta.\end{aligned}$$

- 显然，$(w^h)'\Sigma w^h < (w^p)'\Sigma w^p, \forall r \in (\underline{r}, \bar{r}]$. 如$\Sigma$为对角阵, 则至少存在一个$i \in \{1\cdots m\}$, such that $|w_i^h| < |w_i^p|\ \forall r \in (\underline{r}, \bar{r}]$.
- 同样，我们有

$$\begin{aligned}(w^p)'BC^{-1}B'w^p &= \beta'C^{-1}B'V(r\Lambda^{-1} + I)^{-2}V'BC^{-2}\beta \\ (w^h)'BC^{-1}B'w^h &= \beta'C^{-1}B'V\left[\Phi(r)\Lambda^{-1} + I\right]^{-2}V'BC^{-1}\beta,\end{aligned}$$

[5]条件数接近1的矩阵被称为良态（well-conditioned）矩阵, 而条件数很大的矩阵称为病态（ill-conditioned）矩阵。

[6]如存在非零向量α满足$A\alpha = \lambda B\alpha$，则称$\lambda$为方阵$A$相对于$B$的广义特征根（generalized eigenvalue）, α为λ 对应的广义特征向量（generalized eigenvector）。

其中$V = U\Lambda^{-1/2}$. 故有$(w^h)'BC^{-1}B'w^h < (w^p)'BC^{-1}B'w^p, \forall r \in (\underline{r}, \bar{r}]$. 如$BC^{-1}B'$为对角阵,则至少存在一个$i \in \{1 \cdots m\}$, 使得$|w_i^h| < |w_i^p|$ 对所有$r \in (\underline{r}, \bar{r}]$成立。

- 如$BC^{-1}B'\Sigma = \Sigma BC^{-1}B'$, 则$BC^{-1}B'$和$\Sigma$ 可被同时相似对角化，即存在一个$m \times m$ 正交矩阵P使得$P'BC^{-1}B'P = D_1$和$P'\Sigma P = D_2$成立，其中D_1和D_2为对角阵。由此可得

$$\begin{aligned} (w^p)'w^p &= \beta'C^{-1}B'P(D_1 + rD_2)^{-2}P'BC^{-1}\beta \\ (w^h)'w^h &= \beta'C^{-1}B'P\left[D_1 + \Phi(r)D_2\right]^{-2}P'BC^{-1}\beta. \end{aligned}$$

因此存在i使得$|w_i^p| > |w_i^h|$成立。

- 从w^p的表达式可得

$$(w^p)'w^p = \beta C^{-1}B'\left[BC^{-1}B' + r\Sigma\right]^{-2}BC^{-1}\beta. \tag{14.9.82}$$

将(14.9.82)对r求导可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial w'w}{\partial r} =& -\beta'C^{-1}B'\left[BC^{-1}B' + r\Sigma\right]^{-2} \\ & \times\left[\Sigma BC^{-1}B' + BC^{-1}B'\Sigma + 2r\Sigma^2\right]\left[BC^{-1}B' + r\Sigma\right]^{-2}BC^{-1}\beta. \end{aligned} \tag{14.9.83}$$

根据线性代数知识可得

$$\begin{aligned} &\lambda_m(\Sigma BC^{-1}B' + BC^{-1}B'\Sigma + 2r\Sigma^2) \\ \geqslant& \lambda_m(\Sigma BC^{-1}B' + BC^{-1}B'\Sigma) + 2r\lambda_m(\Sigma^2) \\ \geqslant& \rho + 2r\lambda_m^2, \end{aligned} \tag{14.9.84}$$

其中

$$\begin{aligned} \rho &= \max\left\{\min_{i=1,m}\lambda_i\mu_m\frac{(\sqrt{k_\lambda}+1)^2 - k_\mu(\sqrt{k_\lambda}-1)^2}{2\sqrt{k_\lambda}}, \min_{i=1,m}\mu_i\lambda_m\frac{(\sqrt{k_\mu}+1)^2 - k_\lambda(\sqrt{k_\mu}-1)^2}{2\sqrt{k_\mu}}\right\} \\ &= \begin{cases} \lambda_m\mu_m\frac{(\sqrt{k_\lambda}+1)^2 - k_\mu(\sqrt{k_\lambda}-1)^2}{2\sqrt{k_\lambda}} & \textit{if} \quad \sqrt{k_\mu} \leqslant \frac{\sqrt{k_\lambda}+1}{\sqrt{k_\lambda}-1}, k_\mu \geqslant k_\lambda \\ \lambda_m\mu_m\frac{(\sqrt{k_\mu}+1)^2 - k_\lambda(\sqrt{k_\mu}-1)^2}{2\sqrt{k_\mu}} & \textit{if} \quad \sqrt{k_\mu} \leqslant \frac{\sqrt{k_\lambda}+1}{\sqrt{k_\lambda}-1}, k_\mu < k_\lambda \\ \lambda_1\mu_m\frac{(\sqrt{k_\lambda}+1)^2 - k_\mu(\sqrt{k_\lambda}-1)^2}{2\sqrt{k_\lambda}} & \textit{if} \quad \sqrt{k_\mu} > \frac{\sqrt{k_\lambda}+1}{\sqrt{k_\lambda}-1}, k_\mu \geqslant k_\lambda \\ \lambda_m\mu_1\frac{(\sqrt{k_\mu}+1)^2 - k_\lambda(\sqrt{k_\mu}-1)^2}{2\sqrt{k_\mu}} & \textit{if} \quad \sqrt{k_\mu} > \frac{\sqrt{k_\lambda}+1}{\sqrt{k_\lambda}-1}, k_\lambda < k_\lambda. \end{cases} \end{aligned}$$

[7] 如$\rho+2r\lambda_m^2>0$成立，则矩阵$\Sigma BC^{-1}B'+BC^{-1}B'\Sigma+2r\Sigma^2$为正定，所以$\frac{\partial w'w}{\partial r}<0$。因此$\|w^p\|>\|w^h\|$。则存在至少一个$i$使$|w_i^p(r)|<|w_i^h(r)|,\forall r\in(\underline{r},\bar{r}]$成立。

- 如果条件(14.9.1)和(14.9.2)满足，则

$$\begin{aligned} w_i^p(r) &= \frac{b_i'C^{-1}\beta}{b_i'C^{-1}b_i+r\sigma_i^2} \\ w_i^h(r) &= \frac{b_i'C^{-1}\beta}{b_i'C^{-1}b_i+\Phi(r)\sigma_i^2}. \end{aligned}$$

显然，$|w_i^p(r)|<|w_i^h(r)|$ 对所有i 和所有$r\in(\underline{r},\bar{r}]$成立。

- 如$BC^{-1}B'=\lambda\Sigma$，则显然$w^h=\frac{\lambda+r}{\lambda+\Phi(r)}w^p$。现只需从相反方向证明。如上所示$BC^{-1}B'$和$\Sigma$可被某个非奇异矩阵$U$同时对角化，则有

$$\begin{aligned} w^p(r) &= U(\Lambda+r)^{-1}U'BC^{-1}\beta \\ w^h(r) &= U(\Lambda+\Phi(r))^{-1}U'BC^{-1}\beta. \end{aligned}$$

如$w^h(r)=kw^p(r)$ 则$\frac{ku_i'BC^{-1}\beta}{r+\omega_i}=\frac{u_i'BC^{-1}\beta}{\Phi(r)+\omega_i},\forall i$，其中$u_i$ 是U的第i列。由于$BC^{-1}\beta\notin\bigcup\limits_{i\in\mathcal{K}}\mathcal{V}_i^{\perp}$，$u_i'BC^{-1}\beta\neq 0\forall i$。我们有$\omega_i=\lambda\equiv\frac{k\Phi(r)-r}{1-k}$。故而，$BC^{-1}B'=\lambda(XX')^{-1}=\lambda\Sigma$.

□

[7]此处第二个不等式应用了线性代数中的结论：A 和B均为实对称方阵，则

$$\lambda_m(A+B)\geqslant\lambda_m(A)+\lambda_m(B)$$

，其中$\lambda_m(\cdot)$ 表示最小特征根。此结论证明如下：

$$\lambda_m(A+B)=\min_{x\neq 0}\frac{x'(A+B)x}{x'x}\geqslant\min_{x\neq 0}\frac{x'Ax}{x'x}+\min_{x\neq 0}\frac{x'Bx}{x'x}=\lambda_m(A)+\lambda_m(B)$$

。第三个不等式应用了以下结论：C 是实对称正定方阵A和B 的若当积（Jordan product）$C=AB+BA$，以a_i,b_i,c_i 分别表示A,B,C 的按降序排列的特征根，$k_a=\frac{a_1}{a_m}$ 和$k_b=\frac{b_1}{b_m}$ 分别表示矩阵A 和B 的谱条件数。则矩阵C 的特征根下界可由不等式

$$c_m\geqslant\tilde{C}$$

给出。其中，

$$\begin{aligned} \tilde{C} &= \max\left\{\min_{i=1,m}a_ib_m\frac{(\sqrt{k_a}+1)^2-k_b(\sqrt{k_a}-1)^2}{2\sqrt{k_a}},\min_{i=1,m}b_ia_m\frac{(\sqrt{k_b}+1)^2-k_a(\sqrt{k_b}-1)^2}{2\sqrt{k_b}}\right\} \\ &= \begin{cases} a_mb_m\frac{(\sqrt{k_a}+1)^2-k_b(\sqrt{k_a}-1)^2}{2\sqrt{k_a}} & \textit{if} \quad \sqrt{k_b}\leqslant\frac{\sqrt{k_a}+1}{\sqrt{k_a}-1},k_b\geqslant k_a \\ a_mb_m\frac{(\sqrt{k_b}+1)^2-k_b(\sqrt{k_b}-1)^2}{2\sqrt{k_b}} & \textit{if} \quad \sqrt{k_b}\leqslant\frac{\sqrt{k_a}+1}{\sqrt{k_a}-1},k_b<k_a \\ a_1b_m\frac{(\sqrt{k_a}+1)^2-k_b(\sqrt{k_a}-1)^2}{2\sqrt{k_a}} & \textit{if} \quad \sqrt{k_b}>\frac{\sqrt{k_a}+1}{\sqrt{k_a}-1},k_b\geqslant k_a \\ a_mb_1\frac{(\sqrt{k_b}+1)^2-k_b(\sqrt{k_b}-1)^2}{2\sqrt{k_b}} & \textit{if} \quad \sqrt{k_b}>\frac{\sqrt{k_a}+1}{\sqrt{k_a}-1},k_b<k_a \end{cases} \end{aligned}$$

此结论的证明见Alikakos and Bates (1984)。

如代理人的风险规避系数不可观测，则风险规避程度较小的代理人可以通过模仿风险规避系数较大的代理人而获得信息租金。并且，这种信息租金的数量随被模仿对象获得的激励强度的增强而递增。因此，委托人需要在抽租和效率之间权衡。一方面，较高的激励强度，即较大的激励工资，有助于激励代理人的努力而使委托人获得较高收益；而另一方面，给风险规避系数大的代理人较高的激励强度也会令风险规避程度较小的代理人通过模仿他而获得较多信息租金，这于委托人不利。如条件14.9.1-14.9.4中的任何一个满足，则为了压缩信息租金，委托人必须缩短工资向量的某种“长度”（条件14.9.1（条件14.9.2）满足时$\|w\|_\Sigma \equiv \sqrt{w'\Sigma w}$ （$\|w\|_B \equiv \sqrt{w'BC^{-1}B'w}$）将缩短，条件14.9.4 满足时$\|w\| \equiv \sqrt{w'w}$将缩短），从而至少一个绩效指标上会出现低能激励；如果条件14.9.1、14.9.2同时满足，则在每个绩效指标上都将会出现低能激励；如果条件14.9.5满足，即绩效评估指标的确定性部分和随机性部分提供相同的信息时，和基准模型相比，混合模型中的工资合约强度进一步降低，但方向不变（$w^h//w^p$，$\|w^h\| < \|w^p\|$），换言之，激励发生弱化但不发生扭曲。在前提条件14.9.3 $BC^{-1}\beta \notin \bigcup\limits_{i\in\mathcal{K}} \mathcal{V}_i^{\perp}$ 下，条件14.9.5 是保证此结论（弱化而不扭曲）成立的必要条件。我们可以通过以下的例子解释之。假设(B,Σ)为正交系统，即$BC^{-1}B'$和Σ均为对角矩阵:

$$BC^{-1}B' = \begin{bmatrix} b_1'C^{-1}b_1 & & & \\ & b_2'C^{-1}b_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & b_m'C^{-1}b_m \end{bmatrix}, \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & & \\ & \sigma_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \sigma_m^2 \end{bmatrix}$$

$BC^{-1}B'$相对于Σ的第i个特征根是$\omega_i = \rho_{ii} \equiv \frac{b_i'C^{-1}b_i}{\sigma_i^2}$, 相应的广义特征向量空间的正交补空间为$\mathcal{V}_i^{\perp} = \{\mathbf{v} = (v_1, v_2, \cdots, v_m) \in \mathbb{R}^m | v_i = 0\}$. $BC^{-1}\beta \notin \bigcup\limits_{i\in\mathcal{K}} \mathcal{V}_i^{\perp}$要求$b_i'C^{-1}\beta \neq 0, \forall i$。这意味着任何绩效指标都是一致性指标即$\Gamma_i \neq 0$(虽然未必是完全一致性指标)。由$w^h = kw^p$ 可得

$$\frac{b_i'C^{-1}\beta}{b_i'C^{-1}b_i + r\sigma_i^2} = k\frac{b_i'C^{-1}\beta}{b_i'C^{-1}b_i + \Phi(r)\sigma_i^2}, \forall i$$

因此,$BC^{-1}B' = \frac{\Phi(r)-kr}{k-1}\Sigma$。简言之，对绩效指标均一致的正交系统，当且仅当经成本调节后的相关度为常数时，工资向量w^p和w^h 同向。

这个结果的政策含义是，在机遇与挑战并存的现代创新型社会中，几乎每个经济人都会面临不同程度的不确定性，由此承担不同程度的风险。他们对风险的态度也成为其关键特征，而这一关键参数又往往不为政策制定者所知。这样，为了使他们真实的提供信息，政策制定者不得不向他们支付信息租金，抽租与效率之间的权衡导致除风险规避程度最小者之外的所有代理人获得的激励强度降低。在中国这样具有多分支结构的政府管理体系中，各地方由于其经济发展水平和结构的差异会具有不同的抵御风险能力，因而也具有不同的风险态度。有些地区由于脆弱而单一的经济而无力承担过多的创新风险，而有些地区所具有的雄厚的资金和技术实力以及多样化的经营模式

使其可以缓冲掉大部分风险。所以，在创新转型过程中，不仅应该降低对所有地区的激励强度，还应该根据各地区的特点给予差异化的激励合约。

14.9.3 努力及其成本不可观测下的最优工资合约

现在我们假设代理人的努力成本c而不是风险规避程度是私人信息，它不可被委托人所观测到。为避免复杂的多维机制设计问题，我们假定各项任务之间在技术上相同且独立，即$C = cI$, 设随机变量$\delta = \frac{1}{c}$ 在$[\underline{\delta}, \overline{\delta}]$上服从以累计分布函数$G(\delta)$和密度函数$g(\delta)$ 代表的连续分布。博弈的时序及其讨论与上节类似，除了要求代理人现在报的的是$\hat{\delta}$。此时，工资合约为$\{w_0(\delta), w(\delta)\}$ ，当以下激励相容条件成立时此合约可执行：

$$w_0(\delta) + \frac{1}{2}w(\delta)'\left[\delta BB' - r\Sigma\right]w(\delta) \geqslant w_0(\hat{\delta}) + \frac{1}{2}w(\hat{\delta})'\left[\delta BB' - r\Sigma\right]w(\hat{\delta}), \forall(\delta, \hat{\delta}) \in [\underline{\delta}, \overline{\delta}]^2. \tag{14.9.85}$$

令$U(\delta, \hat{\delta}) \equiv w_0(\hat{\delta}) + \frac{1}{2}w(\hat{\delta})'\left[\delta BB' - r\Sigma\right]w(\hat{\delta})$，$U(\delta) \equiv U(\delta, \delta)$。则$\{U(\delta), w(\delta)\}$的可执行条件可以等价的表述为：

$$\exists w_0 : [\underline{\delta}, \overline{\delta}] \to \mathbb{R}_+, \forall(\delta, \hat{\delta}) \in [\underline{\delta}, \overline{\delta}]^2, U(\delta) = \max_{\hat{\delta}}\left\{w_0(\hat{\delta}) + \frac{1}{2}w(\hat{\delta})'\left[\delta BB' - r\Sigma\right]w(\hat{\delta})\right\} \tag{14.9.86}$$

根据税收原理(Taxation Principle)，这个可执行性条件又可以等价的表述为：

$$\exists w_0 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+, \forall\delta \in [\underline{\delta}, \overline{\delta}], U(\delta) = \max_{w \in \mathbb{R}^m}\left\{w_0(w) + \frac{1}{2}w'\left[\delta BB' - r\Sigma\right]w\right\}. \tag{14.9.87}$$

从中可见，$U(\delta)$ 必为连续、递增的凸函数[8] 且满足包络条件:

$$U'(\delta) = \frac{1}{2}w'BB'w. \tag{14.9.88}$$

反之，如$U(\delta)$ 满足包络条件(14.9.88) 且为凸函数则

$$U(\delta) \geqslant U(\hat{\delta}) + (\delta - \hat{\delta})U'(\hat{\delta}) = U(\hat{\delta}) + \frac{1}{2}(\delta - \hat{\delta})w'BB'w = U(\delta, \hat{\delta}),$$

因此激励相容条件成立。我们据此得出以下引理。

引理 14.9.2 *当且仅当以下条件成立时合约$U(\delta)$可执行*

(1) $U'(\delta) = \frac{1}{2}w'BB'w$；

(2) $U(\delta)$*为凸函数。*

[8]这种情形下, 令$a = \frac{1}{2}w'BB'w, b = w_0(w) - \frac{1}{2}w'\Sigma w$，则$U(\delta) = \max\limits_{a,b}(a\delta + b)$ 依定义可知其凸性。

则委托人的最优化问题可表示为：

$$\begin{cases} \max\limits_{w(\delta),U(\delta)} \int_{\underline{\delta}}^{\bar{\delta}} \left\{ \delta\beta' B' w(\delta) - \frac{1}{2} w(\delta)' \left[\delta B B' + r\Sigma \right] w(\delta) - U(\delta) \right\} g(\delta) \mathrm{d}\delta \\ \quad \text{s.t: } U(\delta) \geqslant 0, U'(\delta) = \dfrac{w' B B' w}{2}, U(\delta) \text{ 为凸函数} \end{cases}.$$

命题 14.9.3 *成本未知情形下，如$\delta H(\delta)$ 单调不增,则最优工资合约可表述为:*

$$w^h(\delta) = \left(H(\delta) B B' + \frac{r\Sigma}{\delta} \right)^{-1} B\beta \tag{14.9.89}$$

$$w_0^h(\delta) = \frac{1}{2} \int_{\underline{\delta}}^{\delta} w^h(\tilde{\delta})' B B' w^h(\tilde{\delta}) d\tilde{\delta} - \frac{1}{2} w^h(\delta)' \left[\delta B B' - r\Sigma \right] w^h(\delta), \tag{14.9.90}$$

其中$H(\delta) \equiv 1 + \frac{1-G(\delta)}{\delta g(\delta)}$.

证明: 通过分步积分可得

$$\int_{\underline{\delta}}^{\bar{\delta}} U(\delta) g(\delta) = \int_{\underline{\delta}}^{\bar{\delta}} \left[\frac{1-G(\delta)}{g(\delta)} \right] \frac{w' B B' w}{2} dG(\delta).$$

将其代入委托人的目标函数，继而通过逐点优化(point-wise optimization)可得最优工资$w^h(\delta)$ 和$w_0^h(\delta)$。将其对参数δ 求导数可得：

$$\begin{aligned} D_\delta w^h(\delta) &= -\left[H(\delta) B B' + \frac{r}{\delta} \Sigma \right]^{-1} \left[H'(\delta) B B' - \frac{r\Sigma}{\delta^2} \right] \left[H(\delta) B B' + \frac{r\Sigma}{\delta} \right]^{-1} B\beta \\ &= -\left[H(\delta) B B' + \frac{r\Sigma}{\delta} \right]^{-1} \left[H'(\delta) B B' - \frac{r\Sigma}{\delta^2} \right] w^h(\delta) \\ &= -\left[H(\delta) B B' + \frac{r\Sigma}{\delta} \right]^{-1} \left\{ -\frac{H(\delta)}{\delta} B B' - \frac{r\Sigma}{\delta^2} + \left[\frac{H(\delta)}{\delta} + H'(\delta) \right] B B' \right\} w^h(\delta) \\ &= \frac{1}{\delta} \left\{ (B B')^{-1} - \left[H(\delta) B B' + \frac{r\Sigma}{\delta} \right]^{-1} \left[H(\delta) + \delta H'(\delta) \right] \right\} B B' w^h(\delta). \end{aligned}$$

由$\delta + \frac{1-G(\delta)}{g(\delta)} = \delta H(\delta)$的递减性可得：矩阵$\frac{1}{\delta} \left\{ (B B')^{-1} - \left[H(\delta) B B' + \frac{r\Sigma}{\delta} \right]^{-1} \left[H(\delta) + \delta H'(\delta) \right] \right\}$为正定。因此，

$$\begin{aligned} U''(\delta) &= D_\delta w^h(\delta) B B' w^h(\delta) \\ &= \frac{1}{\delta} w^h(\delta)' B B' \left\{ (B B')^{-1} - \left[H(\delta) B B' + \frac{r\Sigma}{\delta} \right]^{-1} \left[H(\delta) + \delta H'(\delta) \right] \right\} B B' w^h(\delta) \geqslant 0, \end{aligned}$$

从而证明了$U(\delta)$ 的凸性，证毕。 □

与上节类似，我们需要以下条件证明低能激励的合理性。

条件 14.9.6 *BB'为对角矩阵；*

条件 14.9.7 *矩阵BB' 和Σ可交换：$BB'\Sigma = \Sigma BB'$。*

条件 14.9.8 $2\nu_m^2 + \frac{r}{\delta}\eta > 0$*成立，其中*

$$\begin{aligned}\eta &= \max\left\{\min_{i=1,m}\lambda_i\nu_m\frac{(\sqrt{k_\lambda}+1)^2-k_\nu(\sqrt{k_\lambda}-1)^2}{2\sqrt{k_\lambda}}, \min_{i=1,m}\nu_i\lambda_m\frac{(\sqrt{k_\nu}+1)^2-k_\lambda(\sqrt{k_\nu}-1)^2}{2\sqrt{k_\nu}}\right\}\\ &= \begin{cases}\lambda_m\nu_m\frac{(\sqrt{k_\lambda}+1)^2-k_\nu(\sqrt{k_\lambda}-1)^2}{2\sqrt{k_\lambda}} & \textit{if} \quad \sqrt{k_\nu}\leqslant\frac{\sqrt{k_\lambda}+1}{\sqrt{k_\lambda}-1}, k_\nu\geqslant k_\lambda\\ \lambda_m\nu_m\frac{(\sqrt{k_\nu}+1)^2-k_\lambda(\sqrt{k_\nu}-1)^2}{2\sqrt{k_\nu}} & \textit{if} \quad \sqrt{k_\nu}\leqslant\frac{\sqrt{k_\lambda}+1}{\sqrt{k_\lambda}-1}, k_\nu< k_\lambda\\ \lambda_1\nu_m\frac{(\sqrt{k_\lambda}+1)^2-k_\nu(\sqrt{k_\lambda}-1)^2}{2\sqrt{k_\lambda}} & \textit{if} \quad \sqrt{k_\nu}>\frac{\sqrt{k_\lambda}+1}{\sqrt{k_\lambda}-1}, k_\nu\geqslant k_\lambda\\ \lambda_m\nu_1\frac{(\sqrt{k_\nu}+1)^2-k_\lambda(\sqrt{k_\nu}-1)^2}{2\sqrt{k_\nu}} & \textit{if} \quad \sqrt{k_\nu}>\frac{\sqrt{k_\lambda}+1}{\sqrt{k_\lambda}-1}, k_\lambda< k_\lambda\end{cases}\end{aligned}$$

表示了$BB'\Sigma + \Sigma BB'$的特征根的下界。λ_i, ν_i分别表示降序排列的Σ和BB'的第i−个特征根。$k_\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_m}$和$k_\nu = \frac{\nu_1}{\nu_m}$则分别代表两个矩阵的谱条件数（spectral condition number）。

条件 14.9.9 *存在正数k满足$BB' = k\Sigma$。*

特别的，如评估系统为正交，则条件(14.9.1)，(14.9.6)和均满足; 如Σ和BB'为数量矩阵，则条件(14.9.1)，(14.9.6))及(14.9.8)满足；此外，如果矩阵BB'或Σ为良态矩阵，或者$\frac{r}{\delta}$足够小，则即使BB'和Σ为为非对角矩阵，条件(14.9.7)仍成立。通过与基准合约做比较我们有以下定理。

命题 14.9.4

1. *如条件(14.9.1)，(14.9.6)，(14.9.7)及(14.9.8)，中的任何一个成立，则存在一个$i \in \{1,\cdots,m\}$，使得$|w_i^h(\delta)| < |w_i^p(\delta)|\ \forall\ \delta \in [\underline{\delta}, \bar{\delta})$;*

2. *如条件(14.9.1) 和条件(14.9.6)同时满足，即评估系统正交，则$|w_i^h(\delta)| < |w_i^p(\delta)|\ \forall\ \delta \in [\underline{\delta}, \bar{\delta})\ \forall\ i$;*

3. *令$\tau_i, i \in \mathcal{L} \equiv \{1,2,\cdots,l\}$ 表示矩阵BB'相对于Σ的l个相异广义特征根，以$\mathcal{U}_i \equiv \mathcal{N}(BB' - \tau_i\Sigma)$表示与$\tau_i$相应的特征子空间，$\mathcal{U}_i^\perp$为其正交补空间，如果$B\beta \notin \bigcup_{i\in\mathcal{L}}\mathcal{U}_i^\perp$成立，则当且仅当条件(14.9.9)成立时存在常数$s \in (0,1)$使得$w^h = sw^p$*

证明. 此命题的证明与命题14.9.2类似，故省略。 □

当代理人努力成本为其私人信息时，有效的代理人(δ更大) 可以通过模仿低效代理人而获得信息租金。为了压缩信息租金委托人必须降低对后者的激励强度。特别的，以下任何一个条件成立均可导致在某项绩效指标上出现低能激励

1、不同绩效指标的系数向量彼此正交($b_i'b_j = 0\forall i \neq j$),

2、不同绩效指标对应的随即扰动项不相关($\sigma_{ij} = 0\forall i \neq j$),

3、矩阵和中任何一个为良态(k_ν 或k_λ接近1),

4、代理人风险规避程度很小(r 很小),

5、代理人的效率很高(δ 很大),

对某个正交评估系统，如果其所有的绩效指标均为一致性指标($b_i\beta = 0\forall i \neq j$), 则当且仅当系统的信号-噪声比例为常数时（即条件(14.9.9)成立），成本未知情形下的激励合约相较于基准情形会被弱化但不扭曲。

努力成本是代理人的另一个关键参数。这个参数可以用来衡量地区之基础、企业之效率、个体之能力。虽然不同个体的努力成本不同，但他们都需在社会的创新转型过程中扮演不可或缺的角色。比如，固然一些国有企业、高校和科研院所具有较雄厚的研究实力，应该成为科技创新的主要承担者，但大量的民营企业对创新的贡献也同样不容忽视，而且从发展的眼光看，随着民营企业的发展壮大他们应该具有更强的创新能力和内在激励。因此甄别不同代理人的"类型"就显得尤为重要。我们的理论分析表明，委托人不可能无成本的完成这种甄别过程，必须向代理人支付信息租金才能诱使他们讲真话。而且，代理人努力成本越小（效率越高），这种信息租金越大。因为代理人是通过模仿其低效伙伴而获得信息租金的，而效率越高的代理人可以模仿的对象越多。为了压缩信息租金必须降低给被模仿者的激励强度，因而导致低能激励。

进一步的，我们可以假设风险规避系数和努力成本(r, c)同时不可观测，这样模型即拓展成道德风险和多维逆向选择的混合模型。关于这种模型的详细讨论请参看Meng和Tian(2013)。

以上结论有很强的政策涵义，通过以上规范的理论模型可以看出，中国经济从要素驱动向创新驱动转型的过程中有着实施低能激励的必要性。并且我们发现当道德风险和逆向选择并存时，激励强度应该进一步降低。在这种混合模型中，我们假设代理人拥有关于代理人风险态度和成本（效率）的私人信息。此时，委托人不仅需要通过支付工资确保代理人努力工作，还应为诱导其真实的信息显示而支付信息租金。他不仅需面对传统道德风险问题中激励与保险间的权衡，还应考虑逆向选择问题中抽租与效率间的取舍。轻度风险规避的代理人可能通过模仿高度风险规避的代理人，效率较高的代理人可能通过模仿效率较低的代理人而获得信息租金，并且租金量取决于被模仿对象所获得的激励强度。因此，为了压缩信息租金，委托人只能降低提供给被模仿者的激励强度。

在中国，劳动力曾经是最丰裕的生产要素，因此在要素驱动型社会中通过激励机制诱导劳动力的有效投入是促进经济发展的最有效手段之一；而在创新驱动型社会中，这种高能激励手段会越来越显现出其负面作用，即只注重短期模仿效应而忽视长期创新效应。当经济个体的风险态度和效率类型等关键参数不为制度设计者所知时，这种负面作用会被进一步放大。在中国这样一个地区间的发展极不均衡的国家，各地方由

于其经济结构和经济发展水平的历史差异而具有不同的风险承受能力，风险承受能力较强从而风险规避程度较小的地方政府会通过模仿那些风险承受能力教弱的地方而获得好处，因此中央政府必须降低给后者的激励强度。即中央政府应为风险承受能力较弱的地方政府提供更多的保险，否则这些地方政府会以消极方式抵制中央的政策。比如，面对中央政府制定的旨在引导科技创新的政策，某些地方政府会在其职权范围内选择风险更小从而创新性更低的项目。同样道理，各地方的生产效率、地方官员的工作能力也高低不等，且这方面的信息也是中央政府不完全了解的。激励与抽租的权衡要求中央政府降低对效率较低的地方政府的激励强度，否则它们也会消极应对中央政策。

其实，在企业的微观管理实践有很多低能激励的做法，这些做法完全可以被借鉴到从要素驱动到创新驱动转型过程中激励制度的选择上。很多大企业对其高级管理和技术人员往往采取年薪制等相对固定的激励方案，而对处于分工末梢的劳动密集型岗位（比如生产线上的工人、普通销售人员）则施行高强度的绩效奖惩制度；国外大学中对初获教职的人员施行严格的绩效考核，而对经过严格甄别选出的优秀教员则给予待遇相对固定而丰厚的终身教职。

这些做法盖源于两类岗位所面临的风险不同。再如，在农业改革中，家庭联产承包责任制固然在农业生产以劳动力投入为主的时期为农民提供了高能激励从而解放了农业生产力。但这一制度在日益依靠创新的现代化农业发展过程中也凸显出一些负面作用，比如，个体农户无法承担因采用先进种植技术和种植品种而带来的风险；由于缺乏市场调研能力而不得不承担农产品价格波动而带来的市场风险等。因此，在稳定现有土地承包制度前提下引导农村土地承包经营权有序流转，鼓励和支持承包土地向专业大户、家庭农场、农民合作社流转，发展多种形式的适度规模经营是在农业现代化过程中为农户分担风险的有效措施。虽然这些组织形式降低了对个体农户的激励强度，但同时也减少了他们须承担的风险，而在相对于劳动投入更需要技术创新的现代化农业中，良好的风险分担机制比有效的努力诱导机制更为重要。总之，在从要素驱动到创新驱动的转型中适度降低激励强度，为经济个体提供更多的保险是培育创新、促进结构升级的重要措施。

14.10　第十四章习题

习题 14.1 *（道德风险下的借贷）考察一个无现金的企业家，他希望借款以实施投资项目。以 1 单位的投资，如果他投入 $\bar{e}>0$ 的努力，他有 $\overline{P}$ 的概率得到 z 的产出；如果他不努力将有 $\underline{P}>0$（$\overline{P}>\underline{P}$）的概率得到 z 的产出。令 ψ 表示企业家投入努力 $\bar{e}$ 的成本，此外，将企业家的现状效用标准化为 0，假设 $\underline{P}z<r$。*
一个垄断银行，资金成本为 r，在项目成功时为每一单位的贷款获得偿还 $z-x$；
找出银行在满足企业家激励相容约束与参与约束下最大化自己期望利润的最优贷款合同。

习题 14.2 *（风险规避的委托人与道德风险）假设风险规避的委托人将任务代理给风险中性的代理人。有概率* e*（*$1-e$*）结果是* $\overline{q}$*（*$\underline{q}$*，*$\underline{q}<\overline{q}$*）。风险规避的委托人效用为* $v(q-t)$*，其中* t *是对代理人的转移支付，*$v(\cdot)$ *是一个 CARA 的 vNM 效用函数。代理人努力的成本为* $\psi(e)$*（*$\psi'>0$*，*$\psi">0$*）。*
(1) 假设 e *不可观察，计算代理人风险中性时的最优合同;*
(2) 假设代理人为有限责任保护，计算次优努力水平;
(3) 分析两种极端情形 a. 委托人无限风险规避 b. 委托人风险中性。解释你的回答。

习题 14.3 *考察一个存在道德风险的借贷关系。风险中性的借款者希望从贷款者借到* I *的资金以支持一个无风险，回报为* V *的项目。该项目有* $1-e$ *的概率伤害第三方。借款者的安全努力* e *成本为* $\psi(e)$*（*$\psi'>0$*,*$\psi">0.\psi'''>0$*），对第三方的伤害价值* h*。一个贷款合同是* $(\underline{t},\overline{t})$*，其中* $\underline{t}$*（*$\overline{t}$*）是借款者在没有（有）环境损害时给银行的偿还。*
(1) 假设 e *可观察，计算最优安全努力* e *的水平，假设在利润为* r *时实施项目是社会最优的;*
(2) 假设 e *不可观察，假设银行是竞争性的，借款人有足够的偿还能力，证明如果银行能在事故发生时对第三方补偿* h*,最优结果仍是可以实施的;*
(3) 假设在发生事故时银行必须对第三方补偿 $c<h$*，以* w *表示借款人的初始资产，证明当* w *逐渐变小，最优结果不再能实施;*
(4) 计算在满足银行零利润约束、借款人的激励相容约束与有限责任的条件下，最大化借款人期望收益的次优努力水平;
(5) 证明提高银行的偿还责任 c *会降低期望福利水平;*
(6) 证明当银行是垄断行业时这一结果不再成立。

习题 14.4 *（代理人风险厌恶下的隐藏行动问题）考察 14.6.2 中提出的隐藏行动的委托代理问题，假设* $h(u)=u+\frac{ru^2}{2}$*，其中* $r>0$*，*$u>-\frac{1}{r}$*。等价地，*$u(x)=\frac{-1+\sqrt{1+2x}}{r}$*，其中* $x>-\frac{1}{2r}$*。*
(1) 找出委托人为激励代理人付出高努力水平所需要的次优转移支付;
(2) 找出委托人为激励代理人付出高努力水平所需要的次优成本;
(3) 找出委托人为激励代理人付出高努力水平所允诺的代理人效用 $\overline{u}^{SB}$ *和* $\underline{u}^{SB}$*;*
(4) 找出次优代理成本 AC（定义为最优情形与次优情形下委托人的期望利润之差，即最优成本与次优成本之差）。

习题 14.5 *（信息学习）考察一个委托代理问题：一个风险中性的委托人面对一个受有限责任保护的无资金的风险中立的代理人。委托人可以获得关于有风险项目质量的信息并作出决定是否投资有风险的项目。假设存在一个无风险的项目，以 1 的概率带给委托人 0 回报，同时存在一个有风险项目，在没有信息时，有风险的项目以* ν *的概率带来* $\overline{S}$ *的回报，以* $1-\nu$ *的概率带来* $\underline{S}$ *的回报。假设* $\nu\overline{S}+(1-\nu)\underline{S}=0$*。通过付出* ψ *的成本，代理人可以获得一个信号* $\sigma\in\{\underline{\sigma},\overline{\sigma}\}$*，这个信号可以提供关于风险项目未来回报的有用信息。假设* $Pr(\overline{\sigma}|\overline{S})=Pr(\underline{\sigma}|\underline{S})=\theta$*，其中* $\theta\in[\frac{1}{2},1]$ *解释为信号的精确程*

度。

(1) 作为基准，假设委托人自己使用信息搜集技术，证明这一项目只有在观察到 $\overline{\sigma}$ 时才会实施，写出最优的信息学习条件;

(2) 假设现在由代理人来决定是否实施有风险的项目，委托人采用一个合同 $(\bar{t}, \underline{t}, t_0)$ 来激励代理人。$\bar{t}$（$\underline{t}$）是在代理人选择实施风险项目且 $\overline{S}$（$\underline{S}$）实现时代理人收到的转移支付，t_0 是在代理人选择安全项目时收到的转移支付。写下保证风险项目仅在 $\overline{\sigma}$ 被观察到时被实施的激励约束;

(3) 写下促使代理人学习信息的激励相容约束;

(4) 找出给代理人的合同以及促使代理人学习信息的 $\bar{t}$;

(5) 找出委托人遵循的次优规则。

习题 14.6 委托人需要雇佣一个代理人。代理人获得的工作可能是好的（G）或坏的（B）。委托人不知道工作的类型，只知道工作为 G 类型的概率为 $p \in (0,1)$。代理人知道工作的类型，被雇佣后，代理人选择投入高努力 H 或低努力 L。工作 G 在高努力下的产出为 4，低努力下的产出为 2；工作 B 在高努力下的产出为 2，低努力下的产出为 0。代理人投入高努力会引致 1 单位的成本，投入低努力无成本，代理人保留效用为 0。委托人观察到产出然后给代理人一个支付。

(1) 委托人提供给代理人的最优合同是什么？结论与 p 有何关系？请解释之。

(2) 现在假设委托人与代理人的关系持续两期。工作的类型在合同签订前确立并在两期中保持不变，委托人每期都给代理人一个合同。时间顺序为：代理人先知道工作的类型，然后委托人提供第 1 期合同，代理人选择努力水平，产出与支付实现，委托人提供第二期合同，代理人选择努力水平，产出与支付实现。假设在第 1 期委托人总是希望让工作为 B 的代理人投入高努力，最优性要求第二期中两种类型的代理人都投入高努力，对于剩下的第 1 期中两种可能（G 类型选择 H 努力和 G 类型选择 L 努力），分别写出实现这两种结果的最优合同;

(3) 假设在两期关系的初始，委托人可以对第一期和第二期做出承诺，对于先前讨论的两种情形，讨论这种承诺能力对委托人的收益有何种影响，在什么情形下承诺是最优的?

(4) 一些组织定期对其员工实施岗位轮转，这一做法经常被批评为牺牲了特定岗位的人力资本。鉴于先前几道题的答案，为什么岗位轮转的做法是有好处的?

习题 14.7 （规制的政治经济学）考察一个企业实施价值分别为 S_1 和 S_2 的项目。厂商可以投入努力 e 以减少生产成本。对于项目 i 企业的生产成本为 $C_i = \beta - e_i$。$\beta \in \{\underline{\beta}, \overline{\beta}\}$，$\nu = Pr(\beta = \underline{\beta})$。减少成本的努力会带给企业 $\psi(e_1, e_2) = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2) + \gamma e_1 e_2$，$\gamma > 0$。规制者补偿可观察的成本 C_1 和 C_2 后支付给企业 t，因此企业的效用为 $U = t - \psi(e_1, e_2)$，社会福利为 $S_1 + S_2 - (1+\lambda)(t + C_1 + C_2) + U$。

(1) 完全信息下的最优机制是什么?

(2)β 是企业的私人信息时，最优规制机制是什么?

(3) 假设规制机制由多数投票决定，有两种类型的个人：被规制企业的股东或非股东。令 α 表示股东的比例，如果 $\alpha > 1/2$ 股东占有多数，规制的目标是最大化他们的目标函数 $\alpha(S_1 + S_2 - (1+\lambda)(t_1 + C_1 + t_2 + C_2)) + U$，如果 $\alpha < 1/2$ 非股东占有多数，规制目标为 $(1-\alpha)(S_1 + S_2 - (1+\lambda)(t_1 + C_1 + t_2 + C_2)$
计算在两种情形下，给定信息不完全的最优规制机制。

习题 14.8 *（对风险规避厂商的规制）考察一个规制者希望实施一个价值为 S 的公共项目，单个厂商可以投入成本 $C = \beta - e$ 实施这一项目。其中 $\beta \in \left\{\underline{\beta}, \overline{\beta}\right\}$ 是一个效率参数，e 是给厂商经理带来 $\psi(e)$（$\psi' > 0$,$\psi" > 0$,$\psi''' > 0$）负效用的努力水平。*
成本 C 能被规制者观察到，规制者以 $1+\lambda$ 的公共资金价格给厂商 t 的转移支付。厂商经理风险规避，效用函数为 $u(t - \psi(e))$（$u' > 0$，$u" < 0$）。规制者无法观察 e 和 β，但 $\nu = Pr(\beta = \underline{\beta})$ 是公共知识。
(1) 对于显示机制 $\left\{t(\bar{t}) = \bar{t}, C(\overline{\beta}) = \overline{C}; t(\underline{\beta}) = \underline{t}, C(\underline{\beta}) = \underline{C}\right\}$，写出厂商的激励相容约束与参与约束；
(2) 预期社会福利定义为：

$$W = S - (1+\lambda)[\nu(\underline{t} + \underline{C}) + (1-\nu)(\bar{t} + \overline{C})] + u^{-1}(\nu(\underline{\pi}) + (1-\nu)u(\overline{\pi}))$$

其中 $\underline{\pi} = \underline{t} - \psi(\underline{\beta} - \underline{C})$，$\overline{\pi} = \bar{t} - \psi(\overline{\beta} - \overline{C})$。解释社会福利函数，假设它对 $\underline{\pi}$ 和 $\overline{\pi}$ 凹，找出委托人在中间阶段提供合同的最优规制机制；(3) 将（2）题中的结论与厂商经理风险中性的情形进行比较；(4) 考察一种特殊情形 $v(x) = \frac{1}{\rho}(1 - e^{-\rho x})$，证明类型 $\overline{\beta}$ 所需的努力水平随 ρ 递增。

习题 14.9 *（合同签订前的信息搜集）考察一个委托代理问题：代理人以 θq 的成本生产 q 产量的某种商品。$\theta \in \left\{\underline{\theta}, \overline{\theta}\right\}$，$\overline{\theta} > \underline{\theta}$，令 t 表示委托人给代理人的转移支付，代理人效用为 $U = t - \theta q$。委托人效用为 $V = S(q) - t$，$S' > 0$，$S" < 0$。*
在第一天，委托人提出合同菜单 $(\underline{t}, \underline{q}), (\bar{t}, \overline{q})$；
在第二天，代理人决定是否以 ψ 的成本学习 θ。令 e 表示这一决策：$e = 1$ 如果他学习了，$e = 0$ 如果没有学习。e 是委托人无法观察的一个道德风险变量；
在第三天，代理人决定是否接受合同；
在第四天，代理人知道 θ（如果他在第二天决定不学习的话）；
在第五天，合同被执行。
考察两种合同集：C_1 类型的集合引致代理人选择 $e = 1$，C_2 类型的集合引致代理人选择 $e = 2$。
(1) 写下委托人在满足代理人激励相容约束与预算约束下最大化自己期望效用的最优化问题，无论是 C_1 还是 C_2 类型的合同
(2) 证明委托人可以通过将合同限制在 $\underline{t} - \underline{\theta}\underline{q} \neq 0$，$\bar{t} - \overline{\theta}\overline{q} \neq 0$ 来达到一个效用下界。从这一结论推论有意义的合同要求 $\bar{t} - \overline{\theta}\overline{q} \leq 0$，证明委托人总能够以一个 C_1 中的合同模仿一个 C_2 中的合同；

(3) 求出 C_1 类型合同中的最优合同。（讨论 ψ 的范围，区别事前参与约束是否等号成立，道德风险约束是否等号成立以及两种约束是否同时成立三种情形）

14.11　习题参考答案

（待编辑）

参考文献

Alikakos.N and Bates.P, 1984. “Estimates for the eigenvalues of the Jordan product of hermitian matrices”. *Linear Algebra Appl* 57,41-56

Akerlof, G., “The Market for Lemons: Quality Uncertainty and the Market Mechanism,” *Quarterly Journal of Economics*, 89 (1976), 400 500.

Grossman, S., and O. Hart, “An Analysis of the Principal Agent,” *Econometrica*, 51 (1983), 7 45.

Holmstrom, B., and J. Tirole, “Financial Intermediation, Loanable Funds, and the Real Sector,” *American Economic Review*, 84 (1994), 972-991.

Laffont, J. -J., “The New Economics of Regulation Ten Years After,” *Econometrica* 62 (1994), 507 538.

Laffont, J.-J., Laffont and D. Martimort, *The Theory of Incentives: The Principal-Agent Model*, Princeton and Oxford: Princeton University Press, 2002, Chapters 4-5.

Laffont, J.-J., and J. Tirole, *The Theory of Incentives in Procurement and Regulation*, Cambridge: MIT Press, 1993.

Li, J. and G. Tian, “Optimal Contracts for Central Banks Revised,” Working Paper, Texas A&M University, 2003.

Luenberger, D. *Microeconomic Theory*, McGraw-Hill, Inc, 1995, Chapter 12.

Mas-Colell, A., M. D. Whinston, and J. Green, *Microeconomic*, Oxford University Press, 1995, Chapter 14.

Meng,D., Tian,G. *Multi-task Incentive Contract and Performance Measurement with Multidimensional Types*,2013, Games and Economic Behavior, 77: 377-404

Shapiro, C., and J. Stiglitz, “Equilibrium Unemployment as a Worker Discipline D-dvice,” *American Economic Review*, 74 (1984), 433-444.

Stiglitz, J., “Incentives and Risk Sharing in Sharecropping,” *Review of Economic S-tudies*, 41 (1974), 219-255.

Varian, H.R., *Microeconomic Analysis*, W.W. Norton and Company, Third Edition, 1992, Chapters 25.

Wolfstetter, E., *Topics in Microeconomics - Industrial Organization, Auctions, and Incentives,* Cambridge Press, 1999, Chapters 8-10.

第十五章　一般机制设计理论

15.1　引言

我们在前两章中考察了委托代理理论。我们已经介绍了完全合约情形委托代理理论的核心内容。其中逆向选择问题分析了配置效率和抽租之间的权衡，道德风险问题分析了激励与保险之间的权衡问题。在委托 - 代理理论中，委托人不知道代理人的基本经济特征或者不可观察其行动。我们介绍了委托人如何通过设计恰当的合约来诱导代理人行动来最大化其收益。它归结成一个代理人参与约束和激励相容约束下的最大化问题。其基本结论是，当信息不完全时，一般来说，没有一阶最优结果相对于最优结果配置效率会发生向下扭曲。委托 -代理模型与本章研究的一般性机制设计问题的最大区别是代理人数量的不同。委托 - 代理模型中通常假定一个委托人面向一个代理人[1]单一代理人的假设使我们不需要考虑代理人之间的策略互动，即代理人之间的博弈。

在一个由多个经济人组成的社会中，通常可以通过两种方式实现某个结果。第一种是直接的方式，即通过某个社会选择规制 (Social Choice Rule, SCR) 将该结果直接选出来。这种方式下中央计划者或设计者只需要根据不同的 “环境”指定符合某些社会福利标准的一个或多个备选方案即可。但当有关 “环境” 的信息分散掌握在每个个体手中时这种直接方式并不能奏效。因为中央计划者只能根据经济人所报的信息才能知道“环境” 到底是什么。而在这个过程中每个个体由于逐利的原因都有可能谎报自己所掌握的信息。比如，如果政府根据每个居民的偏好强度征税来为某种公共物品融资，则每个人都可能会低报自己的偏好强度从而逃避征税，甚至有些实际的获益者会声称该项公共产品对自身有害从而获得补偿。这样，当中央计划者不能区分经济人的私人信息从而导致搭便车行为发生时，激励问题就产生了。搭便车者(free rider)可以通过隐瞒自身不可观测的特征来提高自身福利。第二种方式是间接方式，是针对避免第一种方式的弊端而产生的，即通过一个激励性机制诱导出想要执行的某个结果。在这种方式下中央计划者首先设计出一套游戏规则，然后每个个体会根据这套规则作出自己的最优反应，即以其认为“最优” 的方式发出某种信号，这些信号会成为选择最终结果的依据。机制设计理论研究的是在选择结果既定的前提下如何设计游戏规则诱导自愿选择、自主决策的经济个体的信号发出行为最终实现这个结果。正是在这种意义上，

[1]当然，有些例外的情形下多个委托人面对一个代理人。见 Whinston, Michael.1986. Common Agency. Econometrica. 54(4): 923-942.

赫维茨 (1972) 认为任何机制都是一种信息沟通和处理系统。如果这两种方式“殊途同归”，即在任何“环境”下通过某个社会选择规制选出的结果都与通过某个激励机制诱导出的结果完全相同，则称该社会选规则可以被这个机制“执行”。因此机制设计理论在考虑激励问题时也被称为“执行理论”(implementation theory)。

在具有多个代理人的一般性激励机制设计问题中，代理人之间往往会展开博弈。他们之间的博弈会产生不同的均衡。机制理论最基本的贡献是说明了搭便车行为可能出现也可能不出现，这取决于代理人博弈（机制）的类型以及其他博弈理论解的概念。比如，占优均衡、纳什均衡、子博弈精炼执行、贝叶斯执行、精炼贝叶斯执行、累次严优均衡等。在机制给定后，代理人之间会展开博弈，如果在任何环境下博弈的“某种”均衡结果正好与预先给定的社会选择结果相同则称该社会选择可以被以“某种”方式执行。这里的“某种”可以是占优、纳什、贝叶斯、子博弈精炼等。所以，机制设计理论不仅要研究某个社会选择规制是否可以被某个机制“执行”，还要研究其是被以何种方式执行的。

我们在前面提到早期对激励问题的探讨是由对社会主义经济机制的可行性的争论所引起的，它导致了机制设计理论的产生。其实，代理人策略互动情形的激励机制设计的例子很早就很出现了。圣经《旧约全书》上记载的著名的国王所罗门(Solomon)的判决就是其中之一，讲述的是国王如何设计激励机制来解决两个妇女争夺婴儿所属权的著名故事。在这个故事中，两个妇女争吵到所罗门那里，都说自己才是孩子的真正母亲。所罗门的难题是，尽管两个妇女知道谁是真正母亲，但国王不知道。所罗门的解决方案是采用威慑的方法，即宣称将小孩砍成两半，来看妇女有什么反应。其中一个妇女愿意放弃孩子，而另一个妇女则同意将其砍成两半。所罗门王于是判定前者才是孩子真正的母亲并将小孩判给了她。所罗门的解决方案其实是有问题的，因为两个妇女都宣称将小孩让给对方，则所罗门无法判断小孩的归属。（本章将论证这个机制其实是不可纳什实施的。）中国古时也有类似但更不容易作假的判案，如包公采用判别小孩归属的方法是：将小孩放在一个画的圆圈中，让两个妇女去拉，谁将小孩拉出来，小孩归谁。即使信息完全对称，也存在激励的问题，如分饼的问题。一个饼，要分成若干份，如何分配最公平？这个问题也与如何避免政府官员利用手中权力寻租紧密相关。由此可以看出，无论信息完全与否，都有激励机制设计的问题。解决方案无非是“晓之以理、动之以情、诱之以利”。

那么，什么是激励相容问题呢？假定机制设计者(或称委托人)有一个经济目标，称为社会目标，这个目标可以是资源的帕累托最优配置，在某种意义下的资源公平配置，个人理性配置，某个经济部门或企业主所追求的目标，或在其他准则下的配置。设计者认为这个目标是好的，想要达到的。那么，是否能够激励每个参与者（消费者，企业，家庭，基层机构等）按照这个目标去做呢？换句话说，应制定什么样的规则才能使经济活动中每个成员的利己行为的实际结果与给定的社会或集体目标一致呢？或者说，应制定什么样的规则使得每个人在追求个人利益的同时也使既定的社会目标也被达到了呢？激励机制设计理论可以回答这个问题。应当注意，这里所指的设计者是一

个抽象的设计者，并不一定指某个人。根据不同的问题，设计者可以是一个人，一组人，立法机构，政府部门，政策制定者，改革者，经理厂长，部门主管、提出各种经济模式的经济学家，甚至是约定都要遵守既定游戏规则的所有参与者，或其他制定规则或法则的某种机构。设计者知道哪些社会目标是好的，值得达到的。例如，他们认为有效地配置资源，公平分配，减少企业亏损等这些目标是好的。经济学家或改革者们的任务则是制定具体计划来实现这个目标。实际上，往往一些很具体的经济政策问题需要以一些很抽象的数学模型来严格描述。当我们认为某种方案不能实施时，我们应该要问究竟是什么阻碍了它的实施。当然一个明显的限制或障碍就是物资和技术条件。除此之外，还有一个因素：激励相容问题。如果一个经济机制不是激励兼容，则会导致个人行为与社会目标的不一致。往往会出现了所谓的“上有政策，下有对策”或者“和尚把经念歪了”的现象使得制定的政策或制度不能发挥既定的作用。离开人的积极性、主动性，社会目标自然无从实现(至少是与理想的状态相差太远)。为什么经常个人或企业的行为结果与政策、法规制定者所所想达到的目标不一致呢？就是因为这些规章制度不是激励兼容的。在所制定的规则下，个人或企业不按照设计者所制定的社会目标那样去做可以得到更大的好处。那么我们应该采取什么样的机制(或规则)使得每个人的行为(不管利己与否)与社会目标一致呢？这就是本章要介绍的激励机制设计理论所要回答的核心问题之一。

机制设计文献所得出一个基本结论是就是求解导致了既定社会目标的个人激励相容机制是非常困难的。在考虑机制设计时，我们首先希望可执行的社会选择规制具有一些合意的性质，比如非独裁、帕累托最优等。其次，希望它被尽量强的博弈解执行。博弈中最强的解是占优均衡，从而每个经济人作决策时不需要他人信息，因而信息量要求最少。通过本书前面的内容我们知道，在占优均衡中不论其他人采取何种行为，每个代理人都没有激励发生偏离。更重要的是，一个机制的占优均衡和诱导参与人说真话是等价的。最早由吉巴德(Gibbard，1973)提出的显示原理指出任何可以被占优执行的社会选择规制都可以被某个“直接机制”占优策略诚实执行。直接机制是指信号空间和个体的类型空间相同的机制。换言之，如果某个社会选择规制是可以被占优策略诚实执行的（或称占优策略激励相容、策略防范 stratege-proof 的），则存在一个要求每个代理人直接汇报自身类型的直接机制，该机制所执行的结果与通过该社会选择规制选出来的结果完全相同，并且在该机制的诱导下无论他人是否讲真话每个代理人都会如实申报自身类型。显示原理使我们可以只在占优策略诚实执行类中寻找合意的社会选择规则。遗憾的是，几个著名的否定命题使这种寻找工作不会有什么成效。

前两章所讨论的单个代理人的委托代理模型能诱导人们说真话的二阶最优（second best ）合约机制。[2]但当参与人个体多于两个时，如果其选择范围是无约束的[3]，则著名的吉巴德(Gibbard，1967)和萨特维特(Satterthwaite，1974)的不可能定理告诉我们：唯一让人说真话的社会选择机制是独裁机制，也就是独裁者的最优决策

[2]这很容易理解，单个代理人的经济环境自然满足不需要知道他人的信息。

[3]这说明委托人没有关于代理人偏好的任何信息，在他看来什么形式的偏好都可能产生。

也是个人的最优决策，这显然是不可能的。赫维茨(Hurwicz，1972)进而对限制性很强的新古典经济环境类[4]得到了一个令人吃惊的结果。赫维茨证明，在至少含有两个代理人的新古典私人物品经济中不存在同时满足帕累托最优和个体理性约束的社会选择规制可以被占优策略诚实执行。利亚德和罗伯茨 (1974) 随后在含有公共品的经济环境中也证明了类似的结论。根据福利经济学第一基本定理，在一定条件下[5]，瓦尔拉斯（林道）均衡是帕累托最优的。所以根据赫维茨（1972）的结论，瓦尔拉斯对应和林道对应都是不能被占优策略诚实执行的。吉巴德-赫维茨-萨特维特-利亚德-罗伯茨不可能定理的基本结论是我们必须在讲真话和帕累托效率（或一阶最优结果）之间进行取舍。

基于吉巴德-赫维茨-萨特维特-利亚德-罗伯茨不可能性定理，以后的研究大体从两个方向展开。第一，机制要求每个人都有激励讲真话，但放弃导致帕累托有效的要求，对定义域进行限制来讨论一个社会目标的执行问题。吉巴德-萨特维特不可能行定理的一个前提条件是定义域不受限制，如果将这点假设放松，在特定定义域内是否可以找到说真话的社会选择规制呢? 答案是肯定的，最著名的结果是在拟线性偏好环境中的VCG（Groves-Clark-Vickery）机制。该机制能够诱导代理人占优讲真话，并且能够执行帕累托有效的结果。拉丰和格林（1977）进一步证明了 VCG机制是拟线性环境下唯一能够诱导代理人占优讲真话并且执行帕累托最优配置的机制。在很多情形下，如考虑管理层面上这样的较为微观的激励机制的设计问题是，我们可以忽略一阶最优/帕累托效率，因而讲真话的行为可能出现。

另一个研究方向是用更弱的解代替占优均衡来执行某个社会选择规制，也就是放弃每个人都必须讲真话的要求从而达到既定的社会最优结果，如帕累托有效的结果。当有关代理人特征的信息在他们之间共享而机制设计者却不知道这些信息时（如所罗门的例子），与此相关的均衡概念是纳什均衡。在这一情形，人们将不要求讲真话，其信息属于一般的信息空间，可以设计出一个纳什均衡导致帕累托有效配置的机制。

赫维茨（1979）证明了当存在至少三个代理人时，瓦尔拉斯（林道）对应和可以被完全纳什执行（full Nash implementation）。此后，针对新古典经济环境或改进的新古典经济环境中的纳什执行问题有很多拓展。本书作者与合作者在这方面做了大量工作，具体见 Tian(2010,2009a, 2009b, 2006, 2005, 2004, 2000a, 2000b, 2000c, 2000,1999a, 1999b, 1999c, 1997, 1996a, 1996b, 1995a, 1995b, 1995c, 1994a, 1994b, 1994c, 1993, 1992, 1991, 1990, 1989, 1988 等)本章将介绍新古典经济环境中的占优和纳什执行问题。

对一般形式的社会选择规制的纳什执行问题的探讨，发轫之作当属马斯金 (1977)。[6] 马斯金（1977）证明了，任何社会选择规制能够被纳什执行的必要条件是满足单调性[7]。不过单调性只是纳什执行的必要而非充分条件，在代理人数至少有三个时，马

[4]新古典经济环境是指备选方案集为欧式空间的子集，个体具有良好形状偏好，不存在不可分产品和外部性的经济环境。

[5]主要指偏好是局部非饱和的

[6]虽然此文 1977 年即以工作论文的形式问世，并成为很多后续研究工作的起点和参考，但直到 1999 年才被正式发表在 RES 上。

[7]以后习惯将这种单调性成为马斯金单调性

斯金单调性和无否决权条件成为纳什执行的成分条件。自 Maskin(1977)以后，产生了大量关于纳什执行的文献。马斯金（1977）虽然分别给出了纳什执行的充分和必要条件，但存在两点明显的不足：首先，此文结论是在多人环境下的出来的，二对于在机制设计领域比较重要的两人博弈环境结论却并不成立。为此 Moulin (1983)，Moore 和 Repullo（1990），Danilov (1992) 等许多文献讨论了纳什执行的充分必要条件。Moore 和 Repullo (1990)，Dutta 和 Sen (1991)等文献讨论了两人情形下纳什执行的充分必要条件，总的来说两人情形下的执行难度高于多人情形。本章第四节中将详细介绍关于纳什执行的各种充分、必要以及充要条件。

马斯金单调性是在一般经济环境下是个较难满足的条件。比如，Saijo(1987)证明了如果个体偏好是完备的和可传递的，则只有常数规则能满足马斯金单调性。为此必须将纳什执行的概念再放松一些。有些文献在准确性执行 (exact implementation) 的基础上引入了近似执行 (virtual implementation) 的概念。所谓近似执行是指某个机制所执行的配置结果与某个社会选择规制结果之间的“距离”充分接近[8]。这样，无需满足单调性条件一个社会选择规制就可以被纳什执行。Arbreu 和 Sen(1991)证明了在多人环境下，任何社会选择规制都是可以被近似纳什执行的；而在两人情形下某个社会选择规制只需满足一定的相交条件（intersection property）即可被近似纳什执行。一个著名的例子是所罗门国王规则 (King Solomon’s Rule) 是不能被纳什执行的，因为它不满足马斯金单调性，但却可以被近似纳什执行。Duggan（1997）将近似纳什执行的概念推广到不完全信息环境下，定义了近似贝叶斯执行及其条件。

接下来本章将分析转到不完全信息和序贯博弈情形下的执行问题。[9]不完全信息下的博弈解是贝叶斯均衡，相应的执行是贝叶斯执行。贝叶斯执行的两个必要条件是贝叶斯激励相容和贝叶斯单调性。如果用序贯博弈代替同时行动博弈则执行的概念为子博弈精炼执行。子博弈精炼执行会比纳什执行更容易。Moore 和 Repullo (1988), Abreu 和 Sen (1990), Vartiainen(2005) 等文献详细讨论了子博弈精炼执行的充分、必要以及充要条件。

在本章最后一节将简单介绍关于信息分散机制设计的实现理论(realization theory)，它讨论机制的信息效率问题，也就是一个经济机制实现某个目标所要求的最小信息量问题。在这个理论中，只注意经济机制的信息要求(即运行信息成本问题)，而不考虑激励问题，即不要求个人自利行为(个人理性)与既定目标(集体理性)一致的问题。

15.2 激励机制设计的基本分析框架

在考虑激励兼容问题时，经济学家引进了一个基本理论分析框架来研究激励机制的设计。这个基本分析框架包括五个组成部份：(1) 经济环境(由经济人的基本特征和信息结构

---

[8]在 Arbreu 和 Sen(1991)、Duggan（1997）等经典文献中都对这种“距离”给出了定义。

[9]所谓不完全信息指的是代理人之间不了解彼此的偏好、技术、禀赋等信息。

组成，是给定的制度环境)；(2) 要达到的社会选择目标；(3) 确定结果的经济机制（即制度安排）；(4) 个人自利行为博弈解概念的描述，以及(5) 社会最优目标的实施(均衡时个人利益和社会目标激励相容)。

15.2.1 经济环境

在机制设计问题中包含两类个体：委托人（也称为设计者或中央计划者）和代理人（也称经济人、参与人、个体或称选民）。前者设计游戏规则，后者则提供信息及参与游戏。设计者可能是具体或抽象的人，如国会或人大这样的制定规则的机构，或参与人事前共同认可的规则。计划者不了解世界的真实状态(real state of the world)，此类信息分散在代理人中。令

$N = \{1, \ldots, n\}$表示代理人的集合；

$e_i = (Z_i, w_i, \succcurlyeq_i, Y_i)$: 个体$i$的经济特征，它由备选方案或结果集合$Z_i$、个人初始禀赋（如果存在的话）$w_i$、偏好关系$\succcurlyeq_i$及生产集合（如果个体$i$同时也是生产者）$Y_i$构成；

$e = (e_1, \ldots, e_n)$: 经济，也称为经济环境，类型或状态（state）；

E: 所有容许（事先可能）的经济环境构成的集合；

$U = U_1 \times \ldots \times U_n$: 所有可能的效用函数构成的集合。

注. 在上面的描述中，E是经济环境的一般表示。

这样，经济e包含三个方面的内容：人（经济人)、物（备选方案)、关于经济人偏好或初始禀赋的信息（世界状态)。在大多情形下，假定N和$Z = \prod_{i \in N} Z_i$ 与状态无关的，所以影响环境的因素仅与$\succcurlyeq_i$（U_i)、Y_i或w_i。从而设计者所考虑的经济环境是$E = U$或是所有可能的初始禀赋集或者生产集合构成。

机制设计者只知道经济环境的区域允许范围，即E，但并不知道具体的环境，即不知道个体的经济特征，但个体知道、部分知道或者不知道其它个体的经济特征，这三种关于知道经济特征的时序（timing）情况分别称为事后(ex post)、事中(interim)和事前（ex ante）。如果每个个体都知道其他个体的经济特征，则我们称这种情形为**完全信息**情形，否则成为**不完全信息** 情形。设计者不知道具体的经济环境具体特征，只知其范围，即只知道属于E。

为讨论简单起见(但不失一般性)，当个体的经济特征是私有信息时(不完全信息情形)，我们假设偏好由依赖于某参数的效用函数表示。在这种情形下，其类型$\theta_i \in \Theta_i$决定了其对于结果的偏好。状态θ服从密度为$\varphi(\cdot)$ 的随机先验分布，其中$\varphi(\cdot)$也可以是有限集Θ上的概率。每个个体在给定伯努利(Bernoulli)效用函数$u_i(y, \theta_i)$的情况下最大化其在结果上的冯·诺依曼-摩根斯坦(von Neumann-Morgenstern)期望效用。因此，除非说明，**信息结构** 设定为

(1) θ_i为只有个体i才能观察到的私人信息，即每个人只知道自己的类型，不知道其他人的类型（但知道其分布），这样时机掌握属于事中（interim）；

(2) $\{u_i(\cdot,\cdot)\}_{i=1}^n$是公共知识(common knowledge)；

(3) $\varphi(\cdot)$是公共知识。

在本章中，我们先讨论完全信息情形，然后讨论不完全信息情形。

15.2.2 社会目标

激励机制设计理论的另外一个重要组成部分是社会目标。给定经济环境，每个个体都参与经济活动、作经济决策、获得收益以及为经济活动支付成本。设计者希望根据某种准则来达到某种社会最优的目标。令

$Z = Z_1 \times \ldots \times Z_n$: 结果空间(例如，$Z = X \times Y$)；

$A \subseteq Z$: 可能性集合；

$F : E \to\to A$: 社会目标，或称为社会选择对应(correspondence)，社会选择规则（social choice rule (SCR)），其中$F(e)$是就某种社会最优准则而言设计者希望经济中出现的结果构成的集合。

这样，一个社会选择规则F被定义为从环境（或状态）空间到结果空间的映射：如果此对应是单值的，则称其为**社会选择函数** (social choice function (SCF))，如允许做出随机化选择则可将Z替代为其上的概率分布 $\triangle(Z)$。

社会选择对应的例子:

$P(e)$: 帕累托有效配置集；

$I(e)$: 个人理性配置集；

$W(e)$: 瓦尔拉斯配置集；

$L(e)$: 林达尔（Lindahl）配置集；

$FA(e)$: 公平(fare)配置集。

社会选择函数的例子:
所罗门的目标。
大多数投票原则。

15.2.3 经济机制

由于机制设计者缺乏关于个人经济特征方面的信息，设计者需要制定恰当的激励机制(游戏规则)以此诱导尽管每个人主观动机上在追求自身利益，但其客观效果上正好

实现的社会目标。如果计划者完全了解关于经济特征的信息，则他可以通过社会选择规则直接选出满意结果，但实际上他并不了解这些信息，故只能通过这种间接方式来实现，即他需要设计出恰当的过程和规则（激励机制）来诱导出所要的结果，以此达到调和个体利益和集体利益所可能发生的冲突。在这样的机制下，所有的个体在追求个人利益时都有激励选择导致社会最优的行动，使之个体逐利的理性与社会目标这一集体理性激励相容。但能否激励相容依赖于恰当激励机制的设计。比如，在文化大革命时，政府的目标是想将粮食搞上去，但最终农民自身都不能吃饱饭。但改革开放后采用生产责任制后，大大调动了农民发家致富的种粮积极性，政府希望将粮食搞上去目标就这么轻易地达到了。激励机制设计理论就是要解决个体理性和集体理性发生冲突的问题。

为此，设计者可先告诉参与者他是如何搜集个体信息以及如何从这些信息中确定结果的，即他先告诉博弈规则。然后，根据游戏规则和参与者所传递的信息或行动，确定参与人的结果。因此，一个机制由信息空间和结果函数构成。令

M_i : 个体i的信息空间；

$M = M_1 \times \ldots \times M_n$: 所有个体的信息空间；

$m_i \in M_i$: 个体i报告的信息；

$m = (m_1, \ldots, m_n) \in M$: 一条信息；

$h : M \to Z$: 将信息转化为结果的结果函数；

$\Gamma =< M, h >$: 机制。

即，机制由信息空间和结果函数构成。

这样，在给定的游戏规则下，每个代理人被要求基于他所知道的经济环境发出一个信号$m_i : E \to M_i$，计划者捕捉到这些信号之后通过结果函数（outcome function）$h : \prod_{i\in I} M_i \to Z$ 实现某种结果。如果状态空间E具有卡式积结构$E = \prod_{i\in N} E_i$，且每个人的偏好只受其个人经济特征E_i(或U_i, 或“类型”θ_i)的影响，则其发出的信号为$m_i : E_i \to M_i$。代理人的信号空间与其类型空间相同（即$E_i = M_i$）的机制被称为直接机制（direct mechanism）。

注. 传统的经济学的研究方法是将机制作为已知，研究它能导致什么样的资源配置。例如，把市场机制作为给定，而把市场机制的运行结果作为未知，研究在什么样的经济环境下，市场机制导致了资源的最优配置。然而，对经济机制的设计者来说，他们提出来的问题往往是相反的。他们把社会目标作为已知，(即设计者知道哪个社会目标是好的，想要达到的)，而想找到一套经济机制能实现既定的社会目标，也就是找到一个机制使得人们自利行为的结果和想要达到的社会目标一致。当然并不是所有的社会表现都行得通(即并不是所有的社会目标是可达到的)。经济机制设计理论的一个目标就是研究什么样的社会目标能实施，什么样的社会目标是不能实施的。通过对这一问题的研究，可以帮助解决经济理论中一些具有争论性的问题。

注. 为了将将机制同博弈区分开来，机制通常也称之为**博弈形式(game form)**，这里博弈形式的术语同博弈论中的博弈不同，有以下4个差别。（1）机制设计是规范性分析，机制或游戏规则不是给定的，可以设计，而博弈论是实证性分析，博弈或游戏规则是给定的。博弈论之所以重要，是由于它预测给定博弈规则后，经济人是如何博弈的。机制设计向前进了一步：给定经济环境及设计者所面临的其他约束条件，什么的目标是能够被执行或现实的？在所有可行的机制中，找出哪个机制在给定的标准下是最优的？（2）信息显示后所导致的是备选方案或结果而博弈论中博弈后的所得是效用支付向量。当然，一旦个体的偏好被识别后，博弈形式（机制）可导出出标准的博弈。(3) 博弈论的偏好是给定的、已知的，而在机制设计中，设计者不知道个体偏好，只知道其范围，但不确定具体的偏好。这种差别导致了博弈和机制的关键差别。由于这种差别，占优均衡在机制设计中很容易存在。（4）在机制设计中，人们必须考虑一定意义下的激励相容约束，使得个体利益与设计者想到执行的社会目标一致。

注. 机制设计理论有两大块，一块是实施理论，或者激励机制设计理论，即”诱之以利”的机制设计。在实施理论(激励机制设计)的文献中，人们希望找到激励相容的机制，即当个人是自利的、很少关注信息的规模时个人利益与期望的社会最优结果一致的机制。另一块是本章最后要介绍的实现理论（realization theory）的信息效率问题。机制信息空间越小，该机制的运行（转换）成本越小。在Hurwicz (1972、1986b)关于实施理论（的奠基性文献机制设计文献中的一部分）中，设计者也关心机制信息空间的规模，希望找到具有最小运行成本的经济体制。在社会主义大论战中，哈耶克等人认为，计划经济因为所有市场要素都要由市场确定，因而需要的信息量太大，因而难以实现，虽然计划经济也能够达到资源的有效配置。[10] 但赫维茨等人在1972年还证明了，在所有已知或者未知的能够实现资源有效配置的机制中，市场机制是所需信息量最小的机制。

注. 激励机制的设计与本章最后一节所考虑信息调整机制有所不同。在激励机制设计中，参与者的行为不是由响应函数或信息反馈过程来描述的，而是由参与者根据他们的偏好和采用策略的方式所决定。不过，将激励机制看作为信息调整机制的一种方式是将激励机制的信息空间的所有点看做为信息调整机制的平稳点。

注. 再次强调，我们这里的机制设计者也许并非指具体的人，而是整个社会或者群体达成的一种共识、规则或者契约。

15.2.4 自利行为的解概念

参与人在向计划者传递信号的时候会彼此产生策略互动，博弈便会发生。这样，机制设计的第四个组成部分是博弈均衡解的确定，这需要恰当的博弈均衡解的概念。当个体之间相互博弈时，人的行为假设特别重要。

[10]赫维茨证明了这一结果。

经济学中的一个基本假设（也是最大的客观现实）是个体是自利的，在主观上都追求个人利益，根据个人私利行事。他们一般不会刻意地追求集体或社会利益，除非他们能从中获益。因此，每个人行事的策略(即所送出的信息)取决于他的自利行为及其所处的游戏规则。这样，行事策略是经济环境和制度的函数。

于是，令$b(e, \Gamma)$ 为描述个人自利行为的均衡策略集，它为个体策略空间的一个子集。$b(e, \Gamma)$可以代表不同形式的均衡，如占优策略均衡、累次严优均衡、纳什均衡、子博弈精炼均衡、贝叶斯(纳什)均衡、精炼贝叶斯(纳什)均衡等。与此均衡相对应的配置结果为$h(b(e, \Gamma))$。

因此，给定E, M, h和b，均衡结果由博弈规则和均衡策略集的复合函数确定，由$h(b(e, \Gamma))$给出。

15.2.5 实施和激励相容

机制设计第五个组成部分是社会目标的执行与激励相容，即在给定的博弈解下，社会目标和个人利益达到一致，不会发生利益相冲突。我们称这样的问题为执行(implementation) 问题。如果在个人自利行为下社会目标可以达到，则我们称社会目标是可执行的(implementable)。设计激励机制的目标在于执行某种期待的社会最优结果。给定机制Γ和均衡行为假设$b(e, \Gamma)$，社会选择规则F的实施问题研究如何求解$F(e)$和$h(b(e, \Gamma))$的交集。其基本思想可由下图表示。

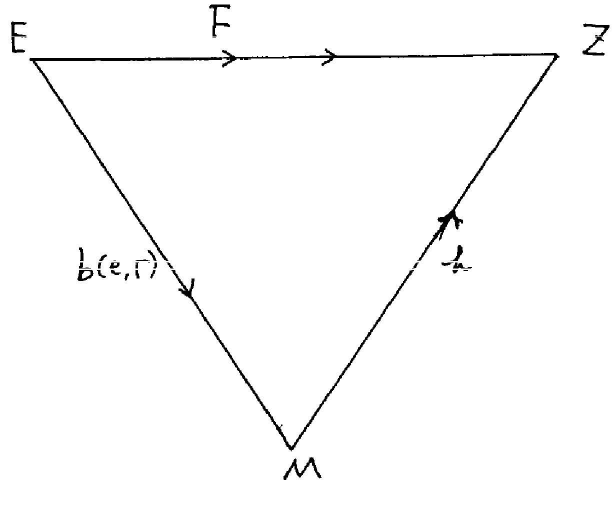

图 15.1: 机制设计问题的一个图示

在上图中，E为经济环境，Z是结果选择，社会选择对应为F指定了社会想达到的目标，即某种意义上的社会最优结果。设计者需要设计一个机制来执行这个社会目标。在该机制下，个体相互博弈达到均衡策略集$b(e, \Gamma)$，在结果函数下，均衡解对

应到结果$h(b(e,\Gamma))$。一般来说，它不总是正好导致了社会最优结果。如果$h(b(e,\Gamma))$属于$F(e)$中，导致了激励相容，则我们称社会目标F是可执行或者可部分执行的。正式的，我们有如下定义。

定义 15.2.1 机制$< M, h >$称为

(i) 在E上按均衡策略$b(e,\Gamma)$**完全执行(fully implements)了社会选择对应**F，如果对所有的$e \in E$，有

(a) $b(e,\Gamma) \neq \emptyset$ (均衡解存在),

(b) $h(b(e,\Gamma)) = F(e)$ (个人理性与社会理性完全一致);

(ii) 在E上按均衡策略$b(e,\Gamma)$**执行(implements)了社会选择对应**F，如果对所有的$e \in E$，有

(a) $b(e,\Gamma) \neq \emptyset$,

(b) $h(b(e,\Gamma)) \subseteq F(e)$(个人理性与社会理性一致);

(iii) 在E上按均衡策略$b(e,\Gamma)$上**弱执行(weakly implements)了社会选择对应**F，如果对所有的$e \in E$，有

(a) $b(e,\Gamma) \neq \emptyset$,

(b) $h(b(e,\Gamma)) \cap F(e) \neq \emptyset$ (个人理性与社会理性有交集)。

定义 15.2.2 称机制$< M, h >$与社会选择对应F在$b(e,\Gamma)$是$b(e,\Gamma)$**（完全或弱）激励相容**，如果它按$b(e,\Gamma)$（完全或弱）执行了F。

在定义可执行性和激励相容时，我们还没有给出具体的博弈解概念。在下文中我们将说明，社会选择对应是否可执行将取决于刻画了自利行为的博弈解概念。当信息完全时，解概念可能是占优策略均衡、纳什均衡、强纳什均衡、子博弈完美纳什均衡、非占优策略均衡等。当信息不完全时，均衡策略可能是贝叶斯纳什均衡、非占优贝叶斯纳什均衡等。

具体问题中，计划者需要被执行的社会选择规则具有某种性质，以下仅列举常见的一些性质。

定义 15.2.3 序数性质(Ordinality): 如对$\forall (a,b) \in Z^2$和$\forall (e,e') \in E^2$ 均有$a \succcurlyeq_i b \Leftrightarrow a \succcurlyeq_i' b$，则$F(e) = F(e')$。

此性质要求，如果状态由e切换为e'，任何两个备选方案间的排序都不改变，则两个状态下被选中的方案集合必然完全相同。换言之，如$F(e) \neq F(e')$，则必存在$(a,b) \in Z^2$使得$a \succcurlyeq_i b, b \succ_i' a$。

定义 15.2.4 弱帕累托性（Weak Pareto optimality）: 对$\forall\, e \in E$和$a \in Z$，如$\exists b \in Z$ 满足$b \succ_i a, \forall i \in N$，则$a \notin F(e)$。

这个性质表明，如所有人都认为某个备选方案严格劣于另一个，则前者比不被选中。

定义 15.2.5 帕累托性（Pareto optimality）: 对$\forall\, e \in E$和$a \in Z$，如$\exists b \in Z$ 满足$b \succcurlyeq_i a, \forall i \in N$ 且至少有一个严格偏好关系成立，则$a \notin F(e)$。

定义 15.2.6 帕累托无差异性（Pareto indifference）:对$\forall (a, e) \in Z \times E$ 和$b \in F(e)$，如$a \sim_i b, \forall i \in N$，则$a \in F(e)$。

定义 15.2.7 独裁性（Dictatorship）: 如$\exists i \in I$，使得$F(e) \subseteq C_i(e, Z) \equiv \{a \in Z | a \succcurlyeq_i^e b, \forall b \in Z\}, \forall e \in E$。

如存在某个体，他的最优选择也决定为社会最优，则称此社会选择规则为独裁性的，此人即为独裁者。

定义 15.2.8 一致性（Unanimity）: $\forall (a, e) \in Z \times E$，如$a \succcurlyeq_i^e b\ \forall i \in I, \forall b \in Z$ 则$a \in F(e)$。

这个性质表明，如果某个方案被每个人认为是最好的，则此方案必被选中，成为社会最优。

定义 15.2.9 强一致性（Strong unanimity）: $\forall (a, e) \in Z \times E$，如$a \succ_i b\ \forall i \in N, \forall b \neq a$ 则$F(e) = \{a\}$。

此性质表明，如果在每个人的偏好中某个方案都是严格最优的，则这个方案必为唯一被选中的对象，从而社会选择对应成为社会选择函数。

定义 15.2.10 无否决权（No veto power）: $\forall (a, j, e) \in Z \times \mathbb{N} \times E$，如$a \succcurlyeq_i b, \forall i \neq j, \forall b \in Z$，则$a \in F(e)$。

无否决权性要求，如果某个方案是除某个人之外所有人最喜好的，则此方案必被选中，即任何人无权否决其他人一致认可的方案。

定义 15.2.11 马斯金单调性（Maskin monotonicity）: 令$L_i(a, e) = \{b \in Z : a \succcurlyeq_i b\}$。如对任意两个经济$e, e' \in E$及任意的$a \in F(e)$，$L_i(a, e) \subseteq L_i(a, e')$意味着$a \in F(e')$。

这个性质表明，如果某个方案原来被选中，而环境的改变只能导致每个人都更加喜欢这个方案，则此方案在新的经济环境e下必被再次选中。[11]单调性在机制设计理论中占有非常重要的地位，后续章节中我们将详细讨论。

[11]以选举为例，如果在某次大选中某个人，比如奥巴马，被选为总统。四年后环境发生改变，但他在每位选民心目中的位置都上升了，则他必然获得连任！

15.3 一些例子

在我们讨论机制设计理论的基本结果之前，我们先给出一些经济环境的例子，这些例子说明了设计这需要设计一定的机制来解决激励相容问题。

例 15.3.1 (瓦尔拉斯对应) 考虑如下的纯交换经济环境e

- 人：$N=\{1,2,\cdots,n\}$代表消费者集合；
- 物：假设经济中有L种私人物品，消费者i对这些物品的禀赋为$\omega_i\in\mathbb{R}_+^L$，$X_i$代表其消费集，$\mathcal{A}=\{(x_1,\cdots,x_n)|x_i\in X_i,\sum_{i\in N}x_i\leqslant\sum_{i\in n}\omega_i,\forall i\in n\}$ 代表可行配置集也即备选方案集；
- 信息（世界状态）：$\theta=(\theta_1,\cdots,\theta_n)$，其中$\theta_i$为消费者的偏好参数。假设消费者偏好$\succcurlyeq_i^\theta$在其自身消费$x_i$上严格递增。

可定义瓦尔拉斯式的社会选择（Walrasian SCR）如下：

$$W(\theta)=\left\{x\in\mathcal{A}\;\middle|\;\begin{array}{l}\exists p\in\mathbb{R}_+^L,\text{和}(w_1,\cdots,w_n)\in\mathbb{R}_+^n,\text{使得}px_i\leqslant w_i,\\ \text{且}y\succ_i^\theta x\Rightarrow p\cdot y>w_i,\forall i\in n,\text{其中}\sum_i w_i=\sum_{i=1}^n p\omega_i\end{array}\right\}\tag{15.3.1}$$

例 15.3.2 (林达尔对应(Lindahl correspondence)) 经济环境e刻画如下：经济中n个代理人，有L种私人物品，K种公共物品。$x^i\in\mathbb{R}_+^L$表示消费者i的私人物品消费向量，$y\in\mathbb{R}_+^K$代表公共物品量。生产技术以生产集$\mathcal{F}$代表[12]。消费者的效用函数为$v_i(x^i,y,\theta_i)$（与其相应的偏好用$\succcurlyeq_i^\theta$表示）。则此环境中的林达尔对应（Lindahl Correspondence）为

$$L(\theta)=\left\{(x^1,\cdots,x^n,y)\in\mathbb{R}_+^{nL+K}\;\middle|\;\begin{array}{l}(\sum_i x^i,y)\in\mathcal{F},\exists(p,q_1,\cdots,q_n)\in\mathbb{R}_+^{L+K},\text{使得}\\ (x^i,y)\text{ maximizes }v_i(\cdot,\cdot,\theta_i)\text{ subject to }px^i+q_iy\leqslant w_i,\\ \text{其中}\sum_{i\in I}w_i=\max_{(x,y)\in\mathcal{F}}(px+\sum_i q_iy)\end{array}\right\}$$

例 15.3.3 [所罗门国王的选择规则] 圣经旧约中记载了这样一个故事：两位新生儿的母亲（其中一位母亲的孩子在一个晚上死去了）带着一名男婴来到所罗门国王面前，请求所罗门国王裁决谁才是这个孩子的真正的母亲。当所罗门王建议将孩子劈为两半每位母亲各得一半时，一个说："我愿意放弃这个孩子!"而另一个则说："就把他劈开吧!"所罗门国王宣布那位愿意放弃孩子的母亲是真正的母亲，并将孩子判给了她。我们可以用机制设计的语言表述这个问题。以A和B分别表示两位母亲；以α和β 表示世界的状态，α表示"A是真正的母亲"，β 表示"B 是真正的母亲"；国王的备选方案有以下四种：

[12]例如，公共物品可以由私人物品以规模报酬不变的生产技术生产出来，经济中私人物品的初始禀赋向量为ω_i，则$\mathcal{F}=\{(x,y)\in\mathbb{R}_+^{l+m}|x+y\leqslant\sum_{i\in I}\omega_i\}$。

- a: 把孩子给“A”;
- b: 把孩子给“B”;
- c: 把孩子劈开;
- d: 把所有人（两个母亲，一个婴儿）都处死。

两种状态下两位母亲的偏好为：

$$
\begin{gathered}
a \succ_A^\alpha b \succ_A^\alpha c \succ_A^\alpha d \\
a \succ_A^\beta c \succ_A^\beta b \succ_A^\beta d \\
b \succ_B^\alpha c \succ_B^\alpha a \succ_B^\alpha d \\
b \succ_B^\alpha a \succ_B^\alpha c \succ_B^\alpha d
\end{gathered}
$$

国王想要让真正的母亲得到孩子，即他要实施的社会选择规则$f(\cdot)$满足：$f(\alpha) = a, f(\beta) = b$。

例 15.3.4 (公共品项目) 某个社区中n户居民决定是否兴建一项公共项目（比如修一条路、一座桥）。令y表示这项工程的规模（y可以是连续的，比如$y \in Y = [0, \infty)$；亦可是离散的，如$y \in Y = \{y_1, \cdots, y_k\}$；实际中也常用$y \in Y = \{0, 1\}$表示“建”或“不建”。）个体偏好可用拟线性效用函数$v_i(y, \theta_i) + t_i$ 代表，其中$y \in Y$ 代表工程规模；θ_i 代表个体i对此公共项目的偏好强度；t_i表示个体需要交纳的税负或获得的补偿。则此环境可以刻画如下：

- 人：$N = \{1, \cdots, n\}$;
- 物（备选方案）：选择结果要求给出公共工程规模和每个人交纳的税负或获得的补贴，同时要求补贴总额不超过税收总额。这样结果空间为$Z = \mathbb{R}^{n+1}$，可行结果集为：$A = \{(y, t_1, \cdots, t_n) : y \in Y, t_i \in \mathbb{R}, \sum_i t_i \leqslant 0, \forall i \in N\}$。
- 世界状态（偏好、信息）：$\theta = (\theta_1, \cdots, \theta_n)$

我们的问题是设计何种机制才能保证公共品的建设。因此，公共项目建设问题可归结成典型的机制设计问题。

例 15.3.5 (分配不可分私有品) 假设要在多人社会中分配不可分物品如排他性特许权或者要私有化的企业。在这种情形，结果空间为$Z = \{y \in \{0, 1\}^n : \sum_{i=1}^n y_i = 1\}$，其中$y_i = 1$表示个体$i$获得该物品，$y_i = 0$表示个体$i$没有获得该物品。如果个体$i$获得该物品，则其净收益为$v_i$，否则其净收益为0。因此，个体$i$的价值函数为

$$v_i(y) = v_i y_i.$$

注意到由于$v_i(y) = v_i y_i = v^i y$，这里我们将y看作n维向量，其中v^i的第i个分量为v_i，而其它分量为$\mathbf{0}$，即$v^i = (0, \ldots, 0, v_i, 0, \ldots, 0)$。因此，不可分私有品的配置问题也涉及到机制设计的问题。

对上述例子中公共项目和不可分私人商品的配置问题，社会最优决策显然依赖于个人的真实价值函数$v_i(\cdot)$。令$h = (y(\cdot), t_1(\cdot), t_2(\cdot), \ldots, t_n(\cdot)) : \Theta \to Z$是关于$y$和转移支付$t_i$的结果函数，$y(\cdot)$称为决策规则。则$y(\cdot)$称为是有效的，当且仅当最大化所有个的体福利之和，即

$$\sum_{i \in N} v_i(y(\theta), \theta_i) \geqq \sum_{i \in N} v_i(y(\theta'), \theta_i) \quad \forall v' \in V.$$

计划者希望执行的选择结果是最大化所有个体福利之和，即通过某个激励机制执行以上有效结果。

对以上所有例子，可以考虑更一般的效用或价值函数，而不只是参数化的效用函数。比如，令V_i为所有价值函数v_i的集合，记$V = \prod_{i \in N} V_i$。则$y(\cdot)$称为是有效的，当且仅当

$$\sum_{i \in N} v_i(y(v)) \geqq \sum_{i \in N} v_i(y(v')) \quad \forall v' \in V.$$

15.4 占优策略和真实显示机制

本节将均衡博弈解的概念具体设定为占优均衡。描述自利行为最强的解概念是占优策略。之所以关注占优均衡，是由于人们关心是否有让所有经济人都真实显示自身私人信息的机制存在。如这节所证明的那样，占优策略均衡和说真话（真实显示经济特征）是等价的。另外，从信息效率的角度看，占优策略是不管其他个体选择什么策略，占优策略都是最优的。这样，只要占优策略存在，则每个人都会选择该策略，这是博弈论中的一条公理。

对$e \in E$，机制$\Gamma =< M, h >$有**占优策略均衡**m^*，如果对所有的i，有

$$h_i(m_i^*, m_{-i}) \succcurlyeq_i h_i(m_i, m_{-i}) \, \forall m \in M. \tag{15.4.2}$$

对$\Gamma =< M, h >$和$e \in E$，记占优策略均衡集为$\mathcal{D}(e, \Gamma)$。

在占优策略存在的假定下，由于每个个体的最优策略与其他个体的策略无关，每个个体都不必知道其他个体的特征，因而在个体决策时他们所需要的信息是最少的。这样，占优策略存在是一种最理想的情况。占优策略另一个优点是坏的均衡一般不会出现。如果个体有两个占优策略，则这两个策略必然是收益等价的。占优策略的这一性质对其它均衡策略来说通常并不成立。

在给定的博弈中，占优策略可能并不存在。但是，由于我们可以设计博弈形式，占优策略存在的机会大大增加。

定义 15.4.1 机制$\Gamma =< M, h >$按**占优策略均衡**$\mathcal{D}(e, \Gamma)$**执行了社会选择对应**F，如果对对任意的$e \in E$，我们有

(a) $\mathcal{D}(e, \Gamma) \neq \emptyset$;

(b) $h(\mathcal{D}(e, \Gamma)) \subset F(e)$.

以上定义对一般（非直接）机制也适用。但某种特殊类型的博弈形式在文献中受到了尤其的关注，这种博弈形式称为直接显示或简称为直接或显示机制，其中每个个体i的信息空间M_i为E_i，即在这样的机制中每个个体报告其可能的特征，虽然其报告的特征可能并非其真正的特征。

定义 15.4.2 机制$\Gamma =< M, h >$称为**显示机制**，如果$M = E$。

例 15.4.1 第13章所讨论的最优契约即为显示机制。

例 15.4.2 下面要讨论的Groves机制也是显示机制。

最具有吸引力的显示机制是每个人都如实报告其特征是占优策略均衡的机制。在公共品理论中，缺乏这样的机制的情形称为"搭便车"问题。

定义 15.4.3 显示机制$< E, h >$在E上按$b(e, \Gamma)$**真实地执行了社会选择对应**F，如果对每个$e \in E$, 有

(a) $e \in b(e, \Gamma)$;

(b) $h(e) \subset F(e)$.

注意，按$b(e, \Gamma)$真实执行只是弱执行，这是由于不真实谎报e'也可能是均衡。

在直接显示机制中，当每个人讲真话都是占优策略时，我们说$F(\cdot)$是**按占优策略可真实执行的(truthfully implementable in dominant strategies)**。

可占优策略真实执行也称为**占优策略激励相容的**，**策略稳健的(strategy proof)**或者**策略直接的(strategy straightforward)**。

在考虑按占优执行的机制时，虽然机制的信息空间可以是任意的，下面所要介绍的显示原理(revelation principle) 则说明我们只需考虑显示机制即可，而无需考虑更复杂的一般机制。这一原理将大大简化构造机制的复杂性及缩小了寻找机制的范围。

定理 15.4.1 (显示原理) *设机制$< M, h >$按占优策略执行了社会选择规则F。则存在直接显示机制$< E, g >$按占优策略均衡真实执行了F。*

显示原理的证明思路同第十三章的一个人的显示原理的证明类似。其核心就是用到了占优策略均衡中各个体的策略相互独立的思想。

证明: 令d为机制$< M, h >$选择的占优策略$< M, h >$，即对任意的$e \in E$, 有$m^* = d(e) \in \mathcal{D}(e, \Gamma)$。由于$\Gamma = \langle M, h \rangle$按占优均衡执行了社会选择规则$F$，根据$F$按占优均衡的可执行性，这样的选择存在。由于是占优均衡，每个个体的最优策略与其它个体的最优策略相互独立，于是其占优策略可以表示为$m_i^* = d_i(e_i)$。

对每个$e \in E$，我们用$g(e) \equiv h(d(e))$定义显示机制$< E, g >$。我们首先证明如实报告自己的信息总是机制$\langle E, g \rangle$的占优策略均衡。若不然，则存在信息e'和个体i，使得

$$u_i[g(e_i', e_{-i}')] > u_i[g(e_i, e_{-i}')].$$

然而，由于$g = h \circ d$, 我们有

$$u_i[h(d(e_i'), d(e_{-i}')] > u_i[h(d(e_i), d(e_{-i}')],$$

这与$m_i^* = d_i(e_i)$是占优策略均衡的事实相矛盾。这是因为当经济环境为(e_i, e_{-i}')时，个体i 没有激励如实报告$m_i^* = d_i(e_i)$，但有激励报告$m_i' = d_i(e_i')$，这就造成了矛盾。

最后，由于$m^* = d(e) \in D(e, \Gamma)$和$< M, h >$按占优策略执行了社会选择规则$F$，我们有$g(e) = h(d(e)) = h(m^*) \in F(e)$。因此，该机制按占优策略执行了$F$。定理得证。
□

因此，根据显示原理，我们知道如果真实执行是我们所需要的，则我们不会考虑其它一般的机制。在文献中，如果机制$< E, h >$按占优策略真实地执行了社会选择规则F，则机制Γ 有时也称之为社会选择对应F是*强个人激励相容的(strongly individually incentive-compatible)*。特别地，当F为单值函数f时，$< E, f >$可看作为一个显示机制。因此，如果机制$< M, h >$按占优策略执行了f，则显示机制$< E, f >$是按占优策略激励相容的，或称为强个人激励相容的。

要注意的是，在上面的证明中，占优策略均衡同纳什策略均衡不同之处是，占优策略均衡中个体的选择同其他个体的选择无关，而纳什均衡策略中个体策略的选择与其他个体的策略有关，因而我们可以将占优均衡策略写为$m_i^* = m_i(e_i)$。

注. 注意到显示原理仅对弱执行成立。显示原理将初始机制$< M, h >$的占优策略均衡与真实解的特征之间的对应确定为占优策略均衡。显示原理并不要求显示机制具有唯一的占优策略均衡，因而显示机制$< E, g >$可能也存在着非如实报告策略均衡(non-truthful strategy equilibrium)。因此，为从一般（非直接）占优策略均衡转变到直接占优策略均衡，我们可能要引入非真实报告的占优策略。更糟糕的是，这些均衡策略在非直接机制下执行了F（即所导致的结果都属于$F(e)$），而在非直接机制下，非均衡结果也许不属于$F(e)$。这样，即使某机制执行了社会选择函数，对应的显示机制，$< E, g >$可能只是弱执行，而不是执行了F。因而，复合所导致的直接显示机制同原来的机制是不等价的。这也是显示原理受到批评的原因。事实上，在很多情形，说真话是很难达到的。很多时候人们很难找到一个机制让每个人都说真话。因此，在现实中我们需要其他制度安排，如社会规范（即动之以情）来让人们说真话。

然而，如果经济人具有**严格偏好**（strict preference），即对$\forall a, b \in \mathcal{A}$当且仅当$a = b$时$a \sim_i^e b, \forall i \in n$，则对任何两个不相同的结果（备选方案）不可能无差异，从而显示原理对（强）执行成立，不会出现弱执行的情况。

下面结果说明，博弈(Γ, θ)尽管可能有不止一个占优均衡，但在严格偏好假设下，其均衡结果必唯一，从而直接显示机制按占优策略执行了社会选择规则。

命题 15.4.1 *假定所有经济人具有严格偏好。则任何机制$\Gamma =< M, h >$的占优策略所导致的均衡结果是唯一的，从而直接显示机制按占优策略执行了社会选择规则。*

证明: 假设$F(\cdot)$被机制$\Gamma =< M, h >$以占优策略执行，但占优均衡不是唯一的。于是，存在$m_i^*, m_i^{*\prime} \in \mathcal{D}_i(\Gamma, \theta)$使得$m_i^* \neq m_i^{*\prime}$。则根据占优均衡定义，对$\forall m_{-i} \in M_{-i}$，我们有

$$h(m_i^*, m_{-i}) \succcurlyeq_i^e h(m_i^{*\prime}, m_{-i})$$

$$h(m_i^{*\prime}, m_{-i}) \succcurlyeq_i^e h(m_i^*, m_{-i})$$

所以有$h(m_i^*, m_{-i}) \sim_i^e h(m_i^{*\prime}, m_{-i})$。由于经济人具有严格偏好，则必有$h(m_i^*, m_{-i}) = h(m_i^{*\prime}, m_{-i})$。对每个$i$重复此过程可得：$h(m^*) = h(m^{*\prime}), \forall (m^*, m^{*\prime}) \in \mathcal{D}(\Gamma, \theta)$。所以，占优均衡结果是唯一的。

这样，对所有的$m^* \in \mathcal{D}(e, \Gamma)$，$g(e) \equiv h(m^*(e))$是一个单值映射，从而直接显示机制$< E, g >$按占优策略均衡真实执行了$F$。 □

作为命题15.4.1 的一个直接推论，我们知道任何被占优策略完全执行的社会选择规则必为单值社会选择函数。正式的，我们有

推论 15.4.1 *假定所有经济人具有严格偏好。则任何被占优策略完全执行的社会选择规则（即$h(\mathcal{D}(e, \Gamma)) = F(e)$）必为单值社会选择函数。*

证明: 既然$F(\cdot)$被机制$\Gamma =< M, h >$以占优策略完全执行，则有$h(\mathcal{D}(e, \Gamma)) = F(e)$）。于是，根据命题15.4.1，有$h(m^*) = h(m^{*\prime}), \forall (m^*, m^{*\prime}) \in \mathcal{D}(\Gamma, \theta)$。从而可得：对$\forall \theta \in \Theta$，$f(\theta) = h(\mathcal{D}(\Gamma, \theta))$为单值。 □

15.5 吉巴德-萨特维特不可能定理

中央计划者希望被执行的社会选择规则具有某种优良的性质，比如非独裁性；同时又希望执行该规则的博弈解尽量强，比如占优均衡。显示原理对求解占优策略机制非常有用。如果人们希望社会选择目标f按占优策略（弱）执行，则我们只需证明该显示机制$< E, f >$是强激励相容的。

不过遗憾的是，在相当一般的条件下，这样的结果并不会出现，第九 章的吉巴德-萨特维特（Gibbard-Satterthwaite）不可能定理告诉我们，如果我们不对经济环境的范围加以限制，则除了独裁(dictatorial)机制之外，这样的机制可能并不存在。下面我们从机制设计的角度来重新表述这一定理。

定理 15.5.1 *[吉巴德-萨特维特不可能性定理] 若结果空间$\mathcal{A}$包含至少有三个选择方案$|\mathcal{A}| \geqslant 3$，社会选择对应$F:\Theta \rightrightarrows \mathcal{A}$的定义域中包含所有严格偏好关系，即$\Theta^s \subseteq \Theta$，$F(\cdot)$是可被占优策略诚实执行的到上映射，则$F$必为独裁的。*

这个定理说明，若个体的选择是无限制的，且要求每个个体都讲真话，则这样的激励机制是不存在的。证明这个定理之前，先给出以下引理。

引理 15.5.1 *如果定义域中包含所有严格偏好关系即$\Theta = \Theta^s$，结果空间$\mathcal{A}$至少有三个选择方案$|\mathcal{A}| \geqslant 3$，且社会选择规则$F:\Theta^S \rightrightarrows \mathcal{A}$ 满足***一致性***和***马斯金单调性***，则其必为***独裁的***。*

证明:

- 考虑两个备选方案$a, b \in \mathcal{A}$。假设$a \succ_i^\theta x \succ_i^\theta b, \forall x \in \mathcal{A}, \forall i \in I$。根据一致性可得$F(\theta) = a$。在1的偏好排序中将$b$ 每次向前提一个位置。根据马斯金单调性，只要b不超过a则方案a仍被选中。而当b超越a之后，根据一致性，可能的选择结果是a或b。如果被选中的仍然为a，则对代理人2的偏好排序执行同样的操作，依此类推。一定存在某个代理人，在其偏好中当a和b发生逆转时社会选择结果由a 变为b，将此人标记为j。将b与a在j的偏好序中逆转之前的状态记为θ^1，逆转之后的状态记为θ^2。在θ^1和θ^2 中，将每个代理人$i < j$的偏好排序中的a 移到最末端，而将每个代理人$i > j$ 的偏好排序中的a移到倒数第二的位置，代理人j的偏好不变，将新的状态分别记为$\theta^{1'}$和$\theta^{2'}$。

- 因为$F(\theta^2) = b$且$L_i(b, \theta^2) = L_i(b, \theta^{2'}), \forall i \in I$，所以由马斯金单调性可得$F(\theta^{2'}) = b$。而$\theta^{2'}$和$\theta^{1'}$相比只有在$j$的偏好中$a$和$b$发生了逆转，所以$F(\theta^{1'}) = a$或$b$。如$F(\theta^{1'}) = b$，因为$L_i(b, \theta^{1'}) = L_i(b, \theta^1), \forall i \in I$，则由马斯金单调性可得$F(\theta^1) = b$，从而得出矛盾，因此必有$F(\theta^{1'}) = a$。

- 设$c \neq a, b$是另一个备选方案，按照图15.5 方式定义状态θ^3。由于$L_i(a, \theta^3) = L_i(a, \theta^{1'}), \forall i \in I$，所以根据马斯金单调性可得$F(\theta^3) = a$;

- 在状态θ^3中，将所有$i > j$的个体的偏好中a和b的顺序对调，得到状态θ^4。根据单调性，$F(\theta^4) = a$或$\{b\}$。显然，$c \succ_i^{\theta^4} b, \forall i \in I$，故而根据一致性必然有$F(\theta^4) = a$;

- 显然，对任何状态$\alpha \in \Theta^s$，只要a 在j的偏好中排在首位，则$L_i(a, \theta^4) \subseteq L_i(a, \alpha), \forall i \in I$，则由马斯金单调性可得$F(\alpha) = a$。可见，对于方案$a$ 个体j 是个独裁者。

□

从以上的证明可见，在严格偏好关系下，对任何一个备选方案a存在一个独裁者j。但不可能存在多于一个的独裁者。假设某种状态θ下，j是a 的独裁者，则$F(\theta) = a$; 如再假定j'是另一个方案a' 的独裁者则$F(\theta) = a'$，矛盾。

Agents	Preference ($\succ^{\theta^1}$)			
1	b	a	……	*
2	b	a	......	*
…	......	……	......	……
j-1	b	a	......	*
j	a	b	......	*
j+1	a	......	......	b
…	......	......	......	......
n	a	......	......	b

图 15.2: 状态θ_1下的偏好

Agents	Preference ($\succ^{\theta^{1'}}$)				
1	b	*	……	*	a
2	b	*	......	*	a
…	......	……	......	……	……
j-1	b	*	......	*	a
j	a	b	......	*	*
j+1	*	*	......	a	b
…	……	……	......	……	……
n	*	*	......	a	b

图 15.3: 状态θ_1'下的偏好

Agents	Preference($\succ^{\theta^2}$)			
1	b	a	……	*
2	b	a	......	*
……	......	……	......	……
j-1	b	a	......	*
j	b	a	......	*
j+1	a	......	......	b
…	......	......	......	......
n	a	......	......	b

图 15.4: 状态θ_2下的偏好

引理 15.5.2 *如果社会选择规则$F:\Theta^s \rightrightarrows \mathcal{A}$是占优策略诚实执行且为***到上映射***(满射onto)，则其必满足一致性和马斯金单调性。*

证明:

- **马斯金单调性** 假设状态$\theta,\theta' \in \Theta^s$满足$F(\theta)=a$，且$L_i(a,\theta) \subseteq L_i(a,\theta'), \forall i \in I$。如$F(\theta_1',\theta_{-1}) \neq a$，则根据占优策略诚实执行和严格偏好关系必有$a = F(\theta) \succ_i^{\theta} F(\theta_1',\theta_{-1})$ 即$F(\theta_1',\theta_{-1}) \in L_1(a,\theta)$，从而$F(\theta_1',\theta_{-1}) \in L_1(a,\theta')$ 即$a = F(\theta_1,\theta_{-1}) \succ_i^{\theta'} F(\theta_1',\theta_{-1})$，这和$F(\cdot)$被占优策略诚实执行的性质矛盾，故而必

Agents	Preference($\succ^{\theta^{2'}}$)				
1	b	*	……	*	a
2	b	*	......	*	a
…	......	……	......	……	……
j-1	b	*	......	*	a
j	b	a	......	*	*
j+1	*	......	......	a	b
…	......	......	......	……	……
n	*	*	......	a	b

图 15.5: 状态θ_2'下的偏好

Agents	Preference($\succ^{\theta^3}$)						
1	*	*	*	……	c	b	a
2	*	*	*	......	c	b	a
…	......	……	……	......	…..	……	……
j-1	*	*	*	......	c	b	a
j	a	c	b	......	*	*	*
j+1	*	*	*	......	c	a	b
…	……		……	......	……	……	……
n	*	*	*	......	c	a	b

图 15.6: 状态θ^3下的偏好

Agents	Preference($\succ^{\theta^4}$)						
1	*	*	*	……	c	b	a
2	*	*	*	......	c	b	a
…	......	……	……	......	…..	……	……
j-1	*	*	*	......	c	b	a
j	a	c	b	......	*	*	*
j+1	*	*	*	......	c	b	a
……	……	……	……	......	……	……	……
n	*	*	*	......	c	b	a

图 15.7: 状态θ^4下的偏好

有$F(\theta_1', \theta_{-1}) = a$。依此类推

$$F(\theta_1', \theta_{-1}) = F(\theta_1', \theta_2', \theta_3, \cdots, \theta_n) = \cdots = F(\theta') = a,$$

从而证明了$F(\cdot)$的马斯金单调性。

- **一致性** 由于$F(\cdot)$是到上映射（满射），所以对任意$a \in \mathcal{A}$，存在$\theta \in \Theta^s$使得$F(\theta) = a$。假设β表示这样的状态：在每个人的偏好中方案a 都排在首位。显然$L_i(a, \theta) \subseteq$

$L_i(a,\beta), \forall i \in I$，根据马斯金单调性可得$F(\beta)=a$，一致性得证！

□

现在证明巴德-萨特维特不可能性定理：

证明: 根据以上两条引理，$\exists j$对$\forall\theta \in \Theta^s$皆有$F(\theta)=M_j(\theta)$，其中$M_j(\theta)=\{x \in \mathcal{A}|x \succ_i^\theta b, \forall b \in \mathcal{A}\backslash\{x\}\}$ 表示j最偏好的方案集合。现只需证明对$\forall\theta \in \Theta\backslash\Theta^s, F(\theta)=M_j(\theta)$ 即可。用反证法，假设$\exists\theta \in \Theta\backslash\Theta^s$，$a=F(\theta)$ 但$a \notin M_j(\theta)$。则$\exists b \in M_j(\theta), b \succ_j^\theta a$。考虑另一种状态$\theta' \in \Theta^s$ 满足：(i) $a \succ_i^{\theta'} b \succ_i^{\theta'} c, \forall i \neq j, c \neq a, b$;(ii) $b \succ_j^{\theta'} a \succ_j^{\theta'} c, \forall c \neq a, b$。则$L_i(a,\theta) \subseteq L_i(a,\theta'), \forall i \in I$，且$F(\theta')=b$。根据占优策略诚实执行，$F(\theta_1,\theta_{-1}) \succcurlyeq_i^\theta F(\theta'_1,\theta_{-1})$，从而$F(\theta_1,\theta_{-1}) \succcurlyeq_i^{\theta'} F(\theta'_1,\theta_{-1})$。而另一方面再次根据占优策略诚实执行性质$F(\theta'_1,\theta_{-1}) \succcurlyeq_i^{\theta'} F(\theta_1,\theta_{-1})$，所以$F(\theta'_1,\theta_{-1})=F(\theta_1,\theta_{-1})=a$，依次类推可得$F(\theta')=a$。从而可得$F(\theta')=a \neq M_j(\theta')=b$，矛盾！因此对$\forall\theta \in \Theta\backslash\Theta^s$，$F(\theta)=M_j(\theta)$。定理得以证明 □

总之，吉巴德-萨特维特不可能定理是一个令人十分失望的结果。该结果本质上等价于Arrow不可能定理。然而，然而，如果Gibbard-Satterthwaite不可能性定理的条件中，当经济环境受到约束时，比如将“至少有三个备选方案” 和非受限定义域($\Theta^s \subseteq \Theta$)这两个条件放宽，其结论有可能不成立。先看放宽“至少有三个备选方案”的反例。

例 15.5.1 只有两个候选人的简单多数投票 假设N个选民对两个候选人a和b进行投票，每个选民报出其偏好（只需报出其支持的候选人），然后根据如下简单多数规则投票：

$$F(\theta)=\begin{cases} a & \textit{if} \quad \#\{i \in I|a \succ_i^\theta b\} > \#\{i \in I|b \succ_i^\theta a\} \\ b & \textit{if} \quad \#\{i \in I|a \succ_i^\theta b\} \leqslant \#\{i \in I|b \succ_i^\theta a\} \end{cases}.$$

可见，在此过程中每个选民都会真实申报自己的偏好，无论别人是否讲真话。所以，$F(\cdot)$可被占优策略诚实执行。

另外的一个例子是下面要讨论的，定义在拟线性效用函数上的VCG机制是说真话导致决策有效（社会福利之和最大化）的机制。不过，VCG机制一般不能导致帕累托有效结果。如果任然坚持帕累托有效和个人理想配置，赫维茨更强的不可能结果：即使进一步限制到新古典经济环境类，帕累托有效和真实显示两者也是不相容的。

15.6 赫维茨不可能定理

在赫维兹不可能性定理出现之前，由于在公共品的提供方面存在着免费搭车的问题，人们以为只是对具有公共商品的经济环境，真实显示与导致了个人理性和帕累托最优配置的社会目标是激励不相容的，而对私人商品的经济环境类不存在激励不兼容的问题。人们知道完全的竞争市场机制可以很好地处理私人商品，但不能很好地处理

公共商品。其原因是，每个人都想“搭便车”，都想从别人对公共商品的贡献中得到好处。例如，从前面处理公共设施开支的那个例子可以看出，如根据每一个人所报的自己享受这个公共商品的程度(边际替代效用)来决定这个人所应付的税，那么就有些人可能为了少付而低报自己的真正偏好，但这些人仍然可以同样地从公共实施中得到同样的好处，长此以往就没有人对公共设施支出付钱感兴趣了。这与对私人品的直觉大不一样，你花钱为你自己买日常用品不会使别人得利。

在机制设计理论产生以前，一谈到公共商品和私人商品的其他差别时，大多数经济学家以为对于只有私人商品的经济社会，资源最优配置与个人的利己行为是一致的。认为在竞争市场中，价格是作为参数给定的(即每个人的购买量不会影响价格的高低)，每个消费者没有必要隐瞒自己的真正偏好，即没有必要讲假话;而对于具有公共商品的经济社会，资源最优配置与个人的自利行为不一致，因为每个人都有激励想“搭便车”，想从别人对公共商品的贡献中得到好处，因而不愿报告自己对公共商品的真正偏好，即都宣称公共商品对他不重要以减少他自己对此应承担的贡献。这种不真实显示自己真正偏好的策略现象最初由Samuelson(1954，1955)针对配置公共商品的林道均衡(Lindahl equilibrium)解的批评而提出的。他进一步猜想对具有公共商品的经济环境，不存在任何分散化经济机制，它能导致帕累托最优配置并且使每个人有激励去真实地告诉他自己的偏好。按以上直接显示机制和激励相容的术语来说，Samuelson的论断意味着每个参与者为了追求个人利益，不可能真实地显示自己的经济特征，即真实显示偏好策略不是占优均衡。令人吃惊的是这一论断不只对公共商品的环境类成立而且也对有限个人的私有商品的环境类成立。

赫维兹在1972年证明了：对参与人个数有限的新古典经济环境类，不可能存在任何经济机制，它能导致了个人理性和帕累托最优配置，并使每个人真实地显示自己的经济特征。

定理 15.6.1 (赫维茨不可能定理, 1972) *对新古典私有品经济环境类，不存在机制$<M, h>$，该机制按占优策略执行了帕累托有效和个人理性配置。因此，任何产生帕累托有效和个人理性的配置的显示机制$< M, h >$必然不是强个人激励相容的（即，每个个体如实报告其偏好的策略不是占优均衡）。*

证明: 根据显示原理，我们只需证明，对某个特别的纯粹交换经济，任何一个的显示机制都不能按占优策略均衡处真实地执行了帕累托有效和个人理性配置。进而我们只需证明，对某种特别的纯粹交换经济，对任意产生帕累托有效和个人理性配置的显示机制，真实报告自己的信息都不是纳什均衡。

考虑下面具有两个体($n = 2$)和两种产品($L = 2$)的私有品经济：

$$\begin{aligned} w_1 &= (0,2), w_2 = (2,0) \\ \mathring{u}_i(x,y) &= \begin{cases} 3x_i + y_i & if\ \ x_i \leqq y_i \\ x_i + 3y_i & if\ \ x_i > y_i \end{cases} \end{aligned}$$

对上述经济，可行配置为：

$$
\begin{aligned}
A \quad = \quad & \big\{[(x_1, y_1), (x_2, y_2)] \in R_+^4 : \\
& x_1 + x_2 = 2 \\
& y_1 + y_2 = 2\}
\end{aligned}
$$

令U_i为个体i可以报告给机制设计者的所有新古典效用函数构成的集合，即该集合中所有函数都是连续拟凹的，则其真实的效用函数$\mathring{u}_i \in U_i$。因此有

$$
\begin{aligned}
U \quad &= \quad U_1 \times U_2 \\
h \quad &: \quad U \to A
\end{aligned}
$$

注意到如果效用函数$\mathring{u}_i$ 是纳什均衡，则它必然满足

$$\mathring{u}_i(h_i(\mathring{u}_i, \mathring{u}_{-i})) \geqq \mathring{u}_i(h_i(u_i, \mathring{u}_{-i})) \tag{15.6.3}$$

我们希望证明$\mathring{u}_i$不是纳什均衡。注意到

(1) $P(e) = \overline{O_1O_2}$ (契约曲线)

(2) $IR(e) \cap P(e) = \overline{ab}$

(3) $h(\mathring{u}_1, \mathring{u}_2) = d \in \overline{ab}$

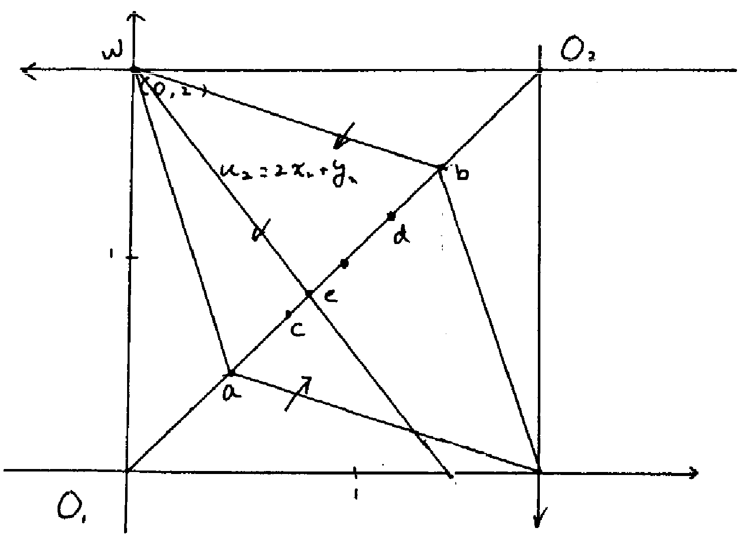

图 15.8: 赫维茨不可能定理证明的图示

假设个体2没有实报告其效用函数，而报下面效用函数：

$$u_2(x_2, y_2) = 2x + y \tag{15.6.4}$$

则在u_2策略下，个体2的个人理性和帕累托有效配置集为

$$IR(e) \cap P(e) = \overline{ae} \tag{15.6.5}$$

对个体2来说，a和e之间的任意点都严格优于d。因此，在效用函数对$(\mathring{u}_1, u_2)$下，由任意的机制所确定的个人理性和帕累托有效的配置都必然是a和e为端点的线段中的某一点，不妨设为c。由于$h_2(\mathring{u}_1, u_2) = c \in \overline{ae}$，我们有

$$\mathring{u}_2(h_2(\mathring{u}_1, u_2)) > \mathring{u}_2(h_2(\mathring{u}_1, \mathring{u}_2)). \tag{15.6.6}$$

这样，经济人说真话不是纳什均衡。类似地，如果d在$\overline{ae}$上，则个体1有激励撒谎。因此，任何能导致了帕累托有效和个人理性配置的机制都不是强激励相容的。定理得以证明。 □

Hurwitcz不可能定理比Gibbard-Satterthwaite不可能性定理更加深入了一步。即使考虑约束性很强的新古典经济类，尽管一般均衡理论的许多结论成立，以上赫维兹的不可能性定理告诉人们: 说真话和福利经济学第一定理竞争导致帕累托有效配置的结论是根本相冲突的。即使对于只有私人商品的一般经济环境类，只要参与人的个数是有限的，不可能存在任何信息分散化经济机制(无论是市场机制，还是计划经济机制)，使得当人们的行为按占优策略决策时，它实施了资源最优配置。其原因在于有限人数经济环境与完全竞争假设不兼容。这使人们意识到，一般均衡理论本质上是假设个体数目是无穷的，这当然是非常不现实中的。不过，当经济社会中的成员数目与实数轴上的点一样多时(无穷不可数多个点)，“真实显示偏好”是可能的，但这与现实相差太远。当我们要设计某种经济机制时，首先必须牢记这个定理。如果想要某个机制能产生帕累托最优配置，我们必须放弃占优均衡假设，即放弃每个人都说真话办真事的假定。对于具有公共商品的经济社会，无论这个经济社会的人员的数目是多少，即使无穷，利亚德和罗伯茨 (1974) 也证明了类似的不可能性结果。我们也只能得到类似的不可能定理。从这一点说，这两种经济环境(即具有公共商品的经济环境与不具有公共商品的经济环境)没有本质上的差别。当然，如下节所示，在微观管理层面上来说，说真话并导致社会福利最大化（但不是帕累托有效配置）的机制是可能的。

这样，帕累托有效和个人真实显示其经济特征在本质上是不相容的。如果我们要得到正面的结果，可采用两种方式放松要求。一是放弃说真话的要求，利用其它的较弱均衡解概念，如按纳什均衡执行，来达到帕累托有效配置。二是放弃帕累托有效配置要求，比只是考虑局部最优配置的问题。就像一个政策全国各行业行不通时，可以对不同行业制定不同的规则或政策。例如，只要求有效地提供公共品，是否可能找到

能导致帕累托有效公共品的提供，并同时真实显示个人特征的机制呢？结果是肯定的。对拟线性效用函数来说，维克雷-克拉克-格罗夫机制（Vickrey-Clarke-Groves，VCG）机制即是这样的机制。

15.7 维克雷-克拉克-格罗夫机制

根据十二 章关于公共品的理论，我们知道，在公共品经济中，会导致竞争市场的分散决策资源配置机制会公共品的提供不足，从而不能达到有效水平，使得市场失灵。用投票的方法来提供公共品则会导致提供过多或者过少的公共品。事实上，以上Hurwitcz不可能定理已经说明了不存在任何真实显示偏好机制，能达到资源的有效配置。那么，如果人们放弃柏累托最优配置标准，比如只考虑解决某个公共商品的有效提供问题，是否有可能设计出激励机制使得每个参与人有激励真实地显示自己的偏好并能有效提供出所需要的公共商品呢？答案是肯定的，这就是本节要介绍的内容。对准线性类效用函数(quasi-linear utility function)，所谓的维克雷-克拉克-格罗夫机制(Groves–Clark–Vickrey) 需求显示机制能够解决公共商品的有效提供问题。

从简单入手，我们先考虑不可分公共商品的供应问题。

15.7.1 离散公共品情形的维克雷-克拉克-格罗夫机制

考虑离散公共品的提供问题。假设经济中有n个经济人。修建某个公共设施所需费用是c。这n个人为修建这个公共设施所愿作出的捐献记为$g_1, g_2, \dots, g_n$。从第十二12章的讨论知道，当且仅当与$\sum_{i\in N} g_i > c$，这个公共设施被修建，即公共品项目由如下式子确定：

$$y = \begin{cases} 1 & \text{若 } \sum_{i=1}^{n} v_i \geqq 0 \\ 0 & \text{若不然} \end{cases}$$

公共设施给这n个人带来的效用(好处) 记为$r_1, r_2, \dots, r_n$。于是修建公共设施带给第i个人的净效用为$v_i = r_i - g_i$，并且公共品被有效提供($y = 1$)当且仅当

$$\sum_{i\in N} v_i = \sum_{i=1}^{n} (r_i - g_i) \geqq 0.$$

由于每个个体i的最大意愿支付r_i从而其净收益v_i是私有信息，我们使用何种机制使得每个人都有激励报出他真正的净效用v_i呢？一种天真的想法是靠自觉，让参与人报告他们各种的净收益，然后根据所报净收益之和是否大零来确定公共品项目是否建设。这样的机制所存在的问题是它不能提供恰当的激励以使所有个体都如实报告其真正的意愿支付(willingness-to-pay)。个体有动力低报其意愿支付。

于是，问题是我们如何才能够诱导每个个体真实报告其对公共品的最大意愿支付呢？答案是采用所谓的格罗夫-克拉克（VCG）机制。

假设每个个体i的效用函数关于其私有品的增益$x_i - w_i$是拟线性的，其形式如下：

$$\begin{aligned}\bar{u}_i(x_i - w_i, y) &= x_i - w_i + r_i y,\\ s.t. \quad x_i + g_i y &= w_i + t_i,\end{aligned}$$

其中，t_i为对个体i的转移支付。因此，我们有

$$\begin{aligned}u_i(t_i, y) &= t_i + r_i y - g_i y\\ &= t_i + (r_i - g_i)y\\ &= t_i + v_i y.\end{aligned}$$

- Groves机制:

在格罗夫(Groves)机制中，个体被要求报告其净价值，记为b_i。因此每个个体i的信息空间为$M_i = \Re$。格罗夫机制定义为：

$$\Gamma = (M_1, \ldots, M_n; y(\cdot), t_1(\cdot), t_2(\cdot), \ldots, t_n(\cdot)) \equiv (M, t(\cdot), y(\cdot)).$$

这里，结果函数为$h = (y(\cdot), t(\cdot))$, 其中

(1) $b_i \in M_i = R$: 个体i所报告的公共品的净价值（可看作对公共品的竞价），它可能是也可能不是个体i真实的净价值v_i。

(2) 由于每个人有可能真报或假报，b_i不一定就等于v_i，从而需要给予激励说真话。为此，根据所有个人总净效用的和是否大于总成本来决定这个公共设施是否被修建。即，格罗夫斯机制规定，公共设施是否被生产由下式决定：

$$y(b) = \begin{cases} 1 & \text{若} \sum_{i=1}^n b_i \geqq 0 \\ 0 & \text{若不然} \end{cases}$$

(3) 个体i获得转移补偿支付(transfer payment)为：

$$t_i(b) = \begin{cases} \sum\limits_{j \neq i} b_j & \text{若} \sum_{i=1}^n b_i \geqq 0 \\ 0 & \text{若不然} \end{cases} \tag{15.7.7}$$

如果$t_i < 0$，它被解释为附加税。如果$t_i > 0$，它被解释为补偿。个体i的收益于是为：

$$\phi_i(b) = \begin{cases} v_i + t_i(b) = v_i + \sum_{j \neq i} b_j & \text{若} \sum_{i=1}^n b_i \geqq 0 \\ 0 & \text{若不然} \end{cases} \tag{15.7.8}$$

我们希望证明对每个个体来说无论其他个体如何报告他们的信息，他会如实报告其真实的净价值，即$b_i = v_i$是最优的，即讲真话是占优策略均衡。

命题 15.7.1 *在格罗夫-克拉克机制中，讲真话是占优策略均衡。*

证明: 考虑两种可能的情形。

情形1: $v_i + \sum_{j \neq i} b_j > 0$。

这就意味着参与者i希望公共设施被修建，因为修建公共设施为第i个人所带来的效用要大于不修建时的效用(因为修建所带来的效用为$v_i + t_i(b) = v_i + \sum_{j \neq i} b_j > 0$，而不修建的效用为0)。当$i$真实地报出$b_i = v_i$时，他能确保公共设施被修建。这是由于，如果$b_i = v_i$时，$\phi_i(v_i, b_{-i}) = v_i + \sum_{j \neq i} b_j = \sum_j b_j > 0$。这样，个人的福利和修建公共设施这一社会目标达到一致，社会计划者和参与人都愿意公共设施被修建。

情形2: $v_i + \sum_{j \neq i} b_j \leqq 0$。这就意味着参与者$i$不希望公共设施被修建，因为修建公共设施给第$i$个人所带来的效用要小于或等于不修建时的效用(即$v_i + \sum_{j \neq i} b_j) \leq 0$)。当$i$真实地报出$b_i = v_i$时，他能确保公共设施不被修建。此时有$\sum_{i=1}^n b_i \leqq 0$。在这种情形，$\phi_i(v_i, b_{-i}) = 0 \geqq v_i + \sum_{j \neq i} b_j$。这样，个人福利和不修建公共设施这一社会目标达到了一致,即它们都保证了$\sum_j b_j \leq 0$。

因此，对上述两种情形，个体i都有激励如实报告其真实净收益v_i。这样，我们证明了真实显示是一个占优均衡解。这意味着对个体i来说讲真话是最优的，无论其他个体如何报告其信息。 □

上述偏好显示机制有一个很大的缺点：对所有个体的转移支付的总额过大,诱导所有个体讲真话成本可能会很高。因而从公共品和私有品的经济整体来看，该机制不是帕累托最优的。

理想的机制是对所有个体的转移支付的总额为零，使得可行性条件成立，从而导致帕累托有效配置。但根据赫维茨不可能定理，这样的机制一般来说并不存在。然而，我们可将上述机制修改为让个体支付一定的税收而非对其进行转移支付。由于这样的税收“浪费”，这样形成的公共品配置仍然不是帕累托有效的。

让每个个体支付一定的税收的基本思想是对个体i的转移支付再额外加上一项$d_i(b_{-i})$，而这受到其它个体策略的影响。

一般的格罗夫机制: 每个人的支付函数不依赖自己的战略，而依赖于他人的战略。让每个个体支付额外的税额$d_i(b_{-i})$，是一个独立于b_i的任意给定函数。这样，每个人的支付函数都增加了$d_i(b_{-i})$项。Vickrey和Clarke研究了这一问题，提出了类似的机制。由此，一般的格罗夫机制也称为维克雷-克拉克-格罗夫，尽管他们没有从机制设计理论的角度考虑问题，且都是这一机制的特例。

在这种情形，转移支付为:

$$t_i(b) = \begin{cases} \sum_{j \neq t} b_j - d_i(b_{-i}) & 若 \sum_{i=1}^n b_i \geqq 0 \\ -d_i(b_{-i}) & 若 \sum_{i=1}^n b_i < 0 \end{cases}$$

在这样的机制下，个体i的收益形式变为：

$$\phi_i(b) = \begin{cases} v_i + t_i(b) - d_i(b_{-i}) = v_i + \sum_{j\neq i} b_j - d_i(b_{-i}) & \text{若 } \sum_{i=1}^n b_i \geqq 0 \\ -d_i(b_{-i}) & \text{若不然} \end{cases} \tag{15.7.9}$$

采用以上完全相同的证明方法，可以证明对一般的格罗夫机制，个体如实报告其净收益是最优的。

如果函数$d_i(b_{-i})$选择得当，则对所有个体的支付总额将大大减少。一个很好的选择称为*克拉克(Clark)机制* (也称为*关键人(pivotal)机制*):

关键人机制 是Groves一般机制的特殊形式，其中$d_i(b_{-i})$ 为：

$$d_i(b_{-i}) = \begin{cases} \sum_{j\neq i} b_j & \text{若 } \sum_{j\neq i} b_j \geqq 0 \\ 0 & \text{若 } \sum_{j\neq i} b_j < 0 \end{cases}$$

在这种情形，有

$$t_i(b) = \begin{cases} 0 & \text{若 } \sum_{i=1}^n b_i \geqq 0\text{，}\sum_{j\neq i} b_j \geqq 0, \\ \sum_{j\neq i} b_j & \text{若 } \sum_{i=1}^n b_i \geqq 0\text{，}\sum_{j\neq i} b_j < 0 \\ -\sum_{j\neq i} b_j & \text{若 } \sum_{i=1}^n b_j < 0\text{，}\sum_{j\neq i} b_j \geqq 0 \\ 0 & \text{若 } \sum_{i=1}^n b_j < 0\text{，}\sum_{j\neq i} b_j < 0 \end{cases} \tag{15.7.10}$$

即:

$$t_i(b) = \begin{cases} -|\sum_{j\neq i} b_i| & \text{若 } (\sum_{i=1}^n b_i)(\sum_{j\neq i} b_i) < 0 \\ -|\sum_{j\neq i} b_i| & \text{若 } \sum_{i=1}^n b_i = 0 \text{ and } \sum_{j\neq i} b_i < 0 \\ 0 & \text{若不然} \end{cases} \tag{15.7.11}$$

因此，个体i的收益为：

$$\phi_i(b) = \begin{cases} v_i & \text{若 } \sum_{i=1}^n b_i \geqq 0 \quad ,\sum_{j\neq i} b_j \geqq 0 \\ v_i + \sum_{j\neq i} b_j & \text{若 } \sum_{i=1}^n b_i \geqq 0 \quad ,\sum_{j\neq i} b_j < 0 \\ -\sum_{j\neq i} b_j & \text{若 } \sum_{i=1}^n b_i < 0 \quad ,\sum_{j\neq i} b_j \geqq 0 \\ 0 & \text{若 } \sum_{i=1}^n b_i < 0 \quad ,\sum_{j\neq i} b_j < 0 \end{cases} \tag{15.7.12}$$

注. 从(15.7.11)所表达的转移支付，可以看出当且个体i策略改变了社会决策时，这样的个体称为关键人。个体i所需支付的税额为个体i报告其意愿支付时对其他个体所造成的损失。个体i为改变公共品提供数量所付代价为其对其他个体所造成的损失的总和。

15.7.2 连续公共品的维克雷-克拉克-格罗夫机制

现在考察连续公共品的提供问题。考虑存在n个个体、一种私有品和K种公共品情形的公共品经济。记

x_i: 个体i消费的私有品数量;

y: 所有个体消费的公共品数量;

t_i: 个体i所得到的转移支付;

$g_i(y)$: 个体i的贡献;

$c(y)$: 生产满足下述条件的数量为y的公共品成本函数:

$$\sum g_i(y) = c(y).$$

则个体i的预算约束满足:

$$x_i + g_i(y) = w_i + t_i, \tag{15.7.13}$$

且其效用函数为

$$\bar{u}_i(x_i - w_i, y) = x_i - w_i + u_i(y). \tag{15.7.14}$$

将上述两式综合在一起，得:

$$\begin{aligned} u_i(t_i, y) &= t_i + (u_i(y) - g_i(y)) \\ &\equiv t_i + v_i(y), \end{aligned}$$

其中$v_i(y)$称为个体i的价值函数，假定为凹函数。由预算约束

$$\sum_{i=1}^{n} \{x_i + g_i(y)\} = \sum_{1=i}^{n} w_i + \sum_{1=i}^{n} t_i, \tag{15.7.15}$$

我们有

$$\sum_{i=1}^{n} x_i + c(y) = \sum_{i=1}^{n} w_i + \sum_{1=i}^{n} t_i. \tag{15.7.16}$$

由上式，可行性(或预算平衡)条件为:

$$\sum_{i=1}^{n} t_i = 0. \tag{15.7.17}$$

而帕累托有效配置为下面优化问题的解:

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum a_i \bar{u}_i(x_i, y) \\ s.t. \quad & \sum_{1=i}^{n} x_i + c(y) = \sum_{1=i}^{n} w_i \end{aligned}$$

对拟线性效用函数情形，由于在内点帕累托最优配置（无收入效应）处有$a_i = \lambda$，因

而对所有个体其权重a_i都相同，其中λ为上述问题的拉格朗日乘子，而y由$u_i(t_i, y) = t_i + v_i(y)$唯一确定。于是上述最优化问题等价于下述问题

$$\max_{t_i, y} \left[\sum_{i=1}^{n} (t_i + v_i(y)) \right], \tag{15.7.18}$$

或者等价于

(1) 社会福利最大化条件：

$$\max_{y} \sum_{i=1}^{n} v_i(y). \tag{15.7.19}$$

(2) (平衡条件):

$$\sum_{i=1}^{n} t_i = 0. \tag{15.7.20}$$

于是Lindahl-Samuelson条件为：

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial v_i(y)}{\partial y_k} = 0.$$

即

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial u_i(y)}{\partial y_k} = \frac{\partial c(y)}{\partial y_k}.$$

因此，对拟线性效用函数情形，帕累托有效配置完全由林达尔-萨缪尔森(Lindahl-Samuelson)条件$\sum_{i=1}^{n} v_i'(y) = 0$和平衡条件$\sum_{i=1}^{n} t_i = 0$所刻画。

在绝大多数情况，机制设计者不知道真实的价值函数$v_i(\cdot, \cdot)$。设计激励机制的目的是要选择最优的公共商品水平，并且每个参与者有激励真实地显示他的价值函数。用直接显示机制$\langle V, h \rangle$的语言来说，机制要求每个参与者报出他的价值函数，所报的价值函数可以是真实或非真实的，然后设计者给出配置的决策规则(结果函数)，$h(\cdot) = (y(\cdot), t_1(\cdot), \ldots, t_n(\cdot)) : V \to R_+ \times R^n$。

在格罗夫机制中，每个个体要求报告其价值函数$v_i(y)$。记其所报告的价值函数为$b_i(y)$。

为了有效地提供公共品，政府可以宣布所提供公共品水平为$y^* = y(\cdot)$，由下述问题的最优解所决定：

$$\max_{y} \sum_{i=1}^{n} b_i(y)$$

格罗夫机制具有如下形式：

$$\Gamma = (V, h), \tag{15.7.21}$$

其中$V = V_1 \times \ldots \times V_n$ 为信息空间，它由所有可能的元素为$b_i(y) \in V_i$的价值函数构成，$h(b) = (y(b), t_1(b), t_2(b), \ldots, t_n(b))$为结果函数。格罗夫机制由如下步骤确定：

(1) 设计者让每个个体i报告其价值函数$b_i(y)$，该价值函数可能等于也可能不等于其真实的价值函数$v_i(y)$。

(2) 求解下述问题确定公共品提供水平$y^* = y(b)$：

$$\max_y \sum_{i=1}^n b_i(y). \tag{15.7.22}$$

(3) 确定个体i的转移支付t_i，由下式决定：

$$t_i(b) = \sum_{j \neq i} b_j(y^*). \tag{15.7.23}$$

个体i的收益为：

$$\phi_i(b(y^*)) = v_i(y^*) + t_i(b) = v_i(y^*) + \sum_{j \neq i} b_j(y^*). \tag{15.7.24}$$

社会计划者的目标是达到最优的公共品提供水平y^*，在何种情形下，每个个体的利益与社会计划者的利益相容呢? 在上述机制下，由于每个个体i希望最大化自己的收益：

$$v_i(y) + \sum_{j \neq i} b_j(y),$$

每个个体如实报告其真实的价值函数$b_i(y) = v_i(y)$对他来说是最优的。通过报告$b_i(y) = v_i(y)$,个体i能确信政府将选择y^*，其中y^*能最大化其收益和社会福利。这即是说，在林达尔-萨缪尔森条件下，个人利益与社会利益相一致。因此，讲真话策略$b_i(y) = v_i(y)$是占优策略均衡。

一般来说，$\sum_{i=1}^n t_i(b(y)) \neq 0$。这意味着即使格罗夫机制满足林达尔-萨缪尔森条件，也并不一定会导致帕累托有效结果。

类似离散公共品情形，上述机制的转移支付总额也很大。它也可以通过恰当的税收减少。我们可以通过如下方式修改Groves机制：

$$t_i(b) = \sum_{j \neq i} b_j(y) - d_i(b_{-i}).$$

格罗夫机制的一般形式为$\Gamma =< V, t, y(b) >$，它满足

(1) $\sum_{i=1}^n b_i(y(b)) \geqq \sum_{i=1}^n b_i(y), \forall y \in Y$;

(2) $t_i(b) = \sum_{j \neq i} b_j(y) - d_i(b_{-i})$.

Clark首先给出了Groves机制的一种特殊情形，因而这一特殊情形的机制称为Clark机制(也叫关键人机制)，其中$d_i(b_{-i}(y))$为

$$d_i(b_{-i}) = \max_y \sum_{j \neq i} b_j(y). \tag{15.7.25}$$

即在关键人机制$\Gamma =< V, t, y(b) >$中，机制设计者选择(y^*, t_i^*)，使得

(1) $\sum_{i=1}^n b_i(y^*) \geqq \sum_{i=1}^n b_i(y), \forall y \in Y$;

(2) $t_i(b) = \sum_{j \neq i} b_j(y^*) - \max_y \sum_{j \neq i} b_j(y)$.

有趣的是，克拉克机制包括了著名的威科瑞拍卖机制(也称为第二价格拍卖机制)作为特殊情况。在威科瑞拍卖机制下，报价最高者获得拍卖品，但成交价等于第二高报价。为了看出威科瑞拍卖机制是克拉克机制的特殊情况，让我们回到前面例9.3.5关于某种不可分物品的配置问题。在这种情况下，配置结果空间为$Z = \{y \in \{0,1\}^n : \sum_{i=1}^n y_i = 1\}$。$y_i = 1$表示第$i$人得到这个物品，$y_i = 0$表示这个人没有得到物品。第$i$人的价值函数可表示为:

$$v_i(y) = v_i y_i.$$

由于我们将y视为n维公共品向量，由上述Clark机制，我们有:

$$y^* = g(b) = \{y \in Z : \max \sum_{i=1}^n b_i y_i\} = \{y \in Z : \max_{i \in N} b_i\},$$

且讲真话是占优策略。因此，若$g_i(v) = 1$, 则$t_i(v) = \sum_{j \neq i} v_j y_j^* - \max_y \sum_{j \neq i} v_j y_j = -\max_{j \neq i} v_j$。若$g_i(b) = 0$, 则$t_i(v) = 0$。这意味着物品配置给出价最高的人，其支付的价格为出价第二高的个人对物品的报价。这恰是维克雷机制所蕴含的结果。

15.7.3 VCG机制的唯一性

是否存在其它执行了有效决策规则y的机制呢? 如果价值函数$v(y, \cdot)$"充分多"，则答案是否定的，VCG机制是唯一能够诱导代理人占优讲真话并实现公共物品有效供给的机制。为了论证这点，考虑参数化价值函数$v_i(y, \cdot)$，其中类型空间Θ是连续统。

则即使不要求$\{v_i(\cdot, \theta_i) : \theta_i \in \Theta_i\} = \mathcal{V}$ 也能证明类似结论（拉丰和马斯金(1980)），且证明相对简单。

命题 15.7.2 (拉丰和马斯金, Econometrica, 1980) *假设$Y = \mathbb{R}$，$\Theta = [\underline{\theta}, \bar{\theta}]$且$v_i : Y \times \Theta_i \to \mathbb{R}$, $\forall i \in N$，为可微函数。则任意按占优策略执行有效决策规则$y(\cdot)$的机制是Vickrey-Clark-Groves机制，即：如社会选择规则$f(\theta) = \{y(\theta), t_1(\theta), \cdots, t_n(\theta)\}$ 可以*

被占优策略诚实执行，且

$$y(\theta)=arg\max_{y\in Y}\sum_{i=1}^{n}v_i(y,\theta_i),$$

则必有$t_i(\theta)=\sum_{j\neq i}v_j(y(\theta),\theta_j)+d_i(\theta_{-i})$*，其中*$d_i(\theta_{-i})$*代表与*$\theta_i$*无关的某个函数。*

证明: 我们只需证明$d_i(\theta_i,\theta_{-i})$不依赖$\theta_i$即可。由于

$$y(\theta)=arg\max_{y\in Y}\sum_{i=1}^{n}v_i(y,\theta_i),$$

我们有

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial v_i}{\partial y}(y(\theta),\theta_i)=0。\tag{15.7.26}$$

占优策略诚实执行要求，

$$v_i(y(\theta_i,\theta_{-i}),\theta_i)+t_i(\theta_i,\theta_{-i})\geqslant v_i(y(\hat{\theta}_i,\theta_{-i}),\theta_i)+t_i(\hat{\theta}_i,\theta_{-i}),\forall\theta_i,\hat{\theta}_{-i},\theta_{-i}。$$

从而，

$$\frac{\partial v_i}{\partial y}(y(\theta),\theta_i)\frac{\partial d}{\partial\theta_i}(\theta)+\frac{\partial t_i}{\partial\theta_i}(\theta_i,\theta_{-i})=0,\forall(\theta_i,\theta_{-i})\in\Theta。\tag{15.7.27}$$

设$d_i(\theta)\triangleq t_i(\theta)-\sum_{j\neq i}v_j(y(\theta),\theta_j)$。则

$$\begin{aligned}\frac{\partial d_i}{\partial\theta_i}=&\frac{\partial t_i}{\partial\theta_i}(\theta_i,\theta_{-i})-\sum_{j\neq i}\frac{\partial v_i}{\partial y}(y(\theta),\theta_j)\frac{\partial y}{\partial\theta_i}(\theta_i,\theta_{-i})\\=&\frac{\partial t_i}{\partial\theta_i}(\theta_i,\theta_{-i})+\frac{\partial v_i}{\partial y}(y(\theta),\theta_j)\frac{\partial y}{\partial\theta_i}(\theta_i,\theta_{-i})-\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial v_j}{\partial y}(y(\theta),\theta_j)\frac{\partial y}{\partial\theta_i}(\theta_i,\theta_{-i})\\=&0\end{aligned}\tag{15.7.28}$$

所以$d_i(\theta)=d_i(\theta_{-i})$。 □

上述证明背后的直觉是，当每个个体i都是总盈余的剩余索取者时，其唯一的激励是讲真话，即$U_i(\theta)=\sum_{i=1}^{n}v_i(y(\theta),\theta_i)+d_i(\theta_{-i})$，这即是VCG机制的结果。拉丰和格林（1979）在更弱的条件下证明了同样的结果：如果消费者对公共物品的偏好域不受限制（即随着θ_i的变化每个效用函数$v_i:\mathcal{D}\to\mathbb{R}$都可能出现）则VCG机制是唯一能够诱导代理人占优讲真话并实现公共物品有效供给的机制。其证明（参考：Mas-Colell, Whinston, Green, 1995）中并未要求v_i具有可微性等解析性质。

15.7.4 平衡VCG机制

盈余最大化决策规则$y(\cdot)$的执行是（事后）帕累托有效的必要条件，但并非充分条件。为了得到帕累托有效性，我们需保证事后预算是平衡的（基准商品(numeraire)没有浪费）。这样，需要VCG机制是平衡的，即对所有的$b \in V$，有：

$$\sum_{i=1}^{n} t_i(b) = 0. \tag{15.7.29}$$

将t_i代入(15.7.29)，可看出一个格罗夫斯机制导致了帕累托最优配置当且仅当它是平衡的，即

$$(n-1)\sum_{i=1}^{n} v_i(y(v)) + \sum_{i=1}^{n} d_i(b_{-i}) \equiv 0. \tag{15.7.30}$$

预算平衡这条性质满足说明资源没有被浪费。比如，政府为了修建一项公共工程而向有些居民征税同时给一些受到不利影响的居民补贴，如果总税收金额刚好等于总补贴金额说明政府的资金运用是有效的，否则如果$\sum_{i=1}^{n} t_i(\theta) < 0$则说明资金会存在一些漏出。如果将这多余的资金减除出去，则决策规则$y(\cdot)$的执行就不是帕累托有效的。这是由于一个帕累托最优配置必须满足社会福利最大化条件(15.7.19) 和平衡条件(15.7.20)。如果，平衡条件不满足，它就不是帕累托有效的。这样，一个有趣的问题是，是否可以找到一个满足预算平衡的VCG机制呢？拉丰和戈林(1979)、霍姆斯特姆(1979)、拉丰和马斯金(1980)等文献都给出了否定的回答。

命题 15.7.3 *[霍姆斯特姆1979，拉丰和戈林(1979)] 令$V(\theta) \triangleq \max_{y\in\mathbb{R}} \sum_{i=1}^{n} v_i(y, \theta_i)$。则VCG机制是预算平衡的（从而导致了帕累托有效配置）则当且仅当：*

$$\frac{\partial^n V(\theta)}{\partial\theta_1 \cdots \partial\theta_n} = 0, \forall\theta \in \Theta \tag{15.7.31}$$

这里$\frac{\partial^{n-1}}{\partial\theta_{-i}}$表示$\frac{\partial^{n-1}}{\partial\theta_1,\ldots\partial\theta_{i-1}\partial\theta_{i+1}\ldots\partial\theta_n}$。

证明: 必要性。如果$\sum_{i=1}^{n} t_i(\theta) = 0$，则根据VCG机制的定义，

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j\neq i} v_j(y(\theta), \theta_j) + \sum_{i=1}^{n} d_i(\theta_{-i}) = (n-1)V(\theta) + \sum_{i=1}^{n} d_i(\theta_{-i}) = 0。$$

容易验证，$\frac{\partial^n}{\partial\theta_1\cdots\partial\theta_n}\sum_{i=1}^{n} d_i(\theta_{-i}) = 0$，故而$\frac{\partial^n V(\theta)}{\partial\theta_1\cdots\partial\theta_n} = 0$。

充分性。如$\frac{\partial^n V(\theta)}{\partial\theta_1\cdots\partial\theta_n} = 0$，则必存在一系列函数$d_i(\theta_{-i}), i = 1, \cdots, n$使得$V(\theta) = \sum_{i=1}^{n} d_i(\theta_{-i})$，令

$$t_i(\theta) = \sum_{j\neq i} v_i(y(\theta), \theta_j) - (n-1)d_i(\theta_{-i})$$

则

$$\sum_{i=1}^{n} t_i(\theta) = (n-1)V(\theta) - (n-1)\sum_{i=1}^{n} d_i(\theta_{-i}) = 0。$$

□

下面是事后有效性可达到的一个例子。

例 15.7.1 *若存在个体i，使得$\Theta_i = \{\overline{\theta}_i\}$只有一个元素，则对个体$i$来说不存在激励问题，且我们可设*

$$t_i(\theta) = -\sum_{j\neq i} t_j(\theta), \forall\theta \in \Theta.$$

这保证了事后预算是平衡的。

然而，尽管格罗夫斯机制导致公共商品的有效提供，但一般来说VCG机制一般不是平衡的，从而没有导致帕累托有效配置。当$v(\cdot,\cdot)$的集合是“充分大时”，不存在满足(15.7.29) 的按占优策略真实执行的选择规则$f(\cdot) = (y^*(\cdot), t_1(\cdot), \cdots, t_n(\cdot))$，其中$y^*(\cdot)$是事后最优的，因此帕累托有效结果不能达到。记$\mathcal{V}$代表所有可能的效用函数$u : \mathcal{D} \to \mathbb{R}$的集合。

命题 15.7.4 *如果对每个行为人i，$\{v_i(\cdot, \theta_i) : \theta_i \in \Theta_i\} = \mathcal{V}$，则不存在满足预算平衡的VCG 机制。*

证明. 显然，预算平衡性成立的充分必要条件(15.7.31) 不可能在一般意义上得到满足，因为个体对公共品的偏好不受限制。比如，$n = 2$时，

$$\frac{\partial^2 V}{\partial\theta_1\partial\theta_2} = -\frac{\frac{\partial^2 v_1}{\partial y\partial\theta_1}\frac{\partial^2 v_2}{\partial y\partial\theta_2}}{\frac{\partial^2 v_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial y^2}}。\tag{15.7.32}$$

对$\frac{\partial^2 v_i}{\partial y\partial\theta_i} \neq 0, \frac{\partial^2 v_i}{\partial y^2} \neq 0$的情形，上式显然不成立。 □

不过，当经济环境类特别小时(在效用函数空间上是无处稠密的)，我们有可能得到某些肯定性的结果，存在着平衡的格罗夫斯机制。Groves 和Loeb (1975)对特殊的二次效用函数形式

$$V_i(y, \theta_i) = \theta_i y - y^2/2$$

及参与人的个数大于2证明了这种可能性(参见Groves and Loeb (1975), Green and Laffont (1979), 和Laffont and Maskin (1980))。

此时，

$$V(\theta) = \max_{y\in\mathbb{R}} \sum_{i=1}^{n} v_i(y, \theta_i) = \frac{1}{2n}(\sum_{i=1}^{n}\theta_i)^2,$$

所以

$$\frac{\partial^n V(\theta)}{\partial\theta_1\cdots\partial\theta_n} = 0, \forall\theta \in \Theta, \forall n \geqslant 3。$$

著者在Tian (1996a)和Liu and Tian (1999)分别对更宽类的价值函数

$$\{v_i(y,\theta_i) = \psi_i(\theta_i)\phi(y) - (b\phi(y)+c)^\alpha\}_{i=1}^n$$

和

$$V_i(y,\theta_i) = \psi_i(\theta_i)\phi(y) - G_i(y) + \varphi_i(\theta_i)$$

研究了平衡的格罗夫斯机制的可能性。

另外，给定状态θ上的概率分布φ，我们对

$$E\left[\sum_i v_i(x(\theta),\theta_i) + \sum_i t_i(\theta)\right]$$

在满足占优激励相容选择规则类$(y(\cdot), t_1(\cdot), \cdots, t_I(\cdot))$上的最大化问题感兴趣。如同我们将在贝叶斯执行一节所看到的一样，在这种情形，我们可以达到事中有效性(interim efficiency)。

15.8 纳什执行

15.8.1 纳什均衡与纳什执行

以上所有的结果都是在占优自利行为策略解假设下，讨论一个社会目标的激励兼容性问题。尽管VCG机制能够让人说真话，真实显示自己的偏好，能有效地提供公共产品。然而，赫维兹的不可能性定理说明了真实显示偏好(占优均衡)与资源的帕累托最优配置一般来说不可能同时达到。这样，如果我们想设计一个执行了帕累托有效和个人理性配置的机制，则我们必须放弃占优策略执行，从而根据显示原理。

我们知道占优策略均衡是非常强的解概念。如果我们采用较弱的纳什博弈解的概念来描述个人自利行为，帕累托最优配置是否是纳什可执行的呢？答案是肯定的，这就是本节和下节要考虑纳什执行的问题。

学过对策论的读者都知道所谓纳什策略是每个人将其他人的策略视为给定，选择对自己最有利的策略。一个策略是纳什均衡(Nash equilibrium)当且仅当每个人的均衡策略是对其他人的均衡策略的最佳反应。

定义 15.8.1 给定$e \in E$, 我们说机制$< M, h >$存在**纳什均衡**$m^* \in M$，如果对所有的$m_i \in M_i$和i，有

$$h_i(m^*) \succcurlyeq_i h_i(m_i, m^*_{-i}). \tag{15.8.33}$$

记$\mathcal{N}(e,\Gamma)$为在机制Γ和$e \in E$下所有纳什均衡的集合。显然，每个占优策略均衡都是纳什均衡，但反之并不成立。

定义 15.8.2 称机制$\Gamma =< M, h >$在E上纳什执行了社会选择对应F，如果对所有的$e \in E$，

(a) $\mathcal{N}(e, \Gamma) \neq \emptyset$；

(b) $h(\mathcal{N}(e, \Gamma)) \subseteq F(e)$。

称机制$\Gamma =< M, h >$在E上完全纳什执行了社会选择对应F，如果对所有的$e \in E$，

(a) $\mathcal{N}(e, \Gamma) \neq \emptyset$；

(b) $h(\mathcal{N}(e, \Gamma)) = F(e)$.

下述命题证明了，如果真实显示策略是一个直接显示机制的纳什均衡，则它也是一个占优均衡。从而，对显示机制来说，占优均衡和纳什均衡是等价的。

命题 15.8.1 *给定显示机制$\Gamma =< E, h >$, 讲真话策略e^*是纳什均衡当且仅当它是占优策略均衡。*

$$h(e_i^*, e_{-i}) \succcurlyeq_i h(e_i, e_{-i}) \quad \forall (e_i, e_{-i}) \in E \ \& \ i \in N. \tag{15.8.34}$$

证明: 既然e^*是纳什均衡，对每个$e \in E$ 和i, 我们有

$$h(e_i, e_{-i}) \succcurlyeq_i h(e_i', e_{-i}) \quad \forall e_i' \in E_i.$$

由于上式对所有的(e_i', e_{-i})都成立，因此它是占优策略均衡。命题得以证明。 □

这样，只要人们坚持采用直接显示机制，采用纳什均衡解并不会得到任何新的结果。为了得到为了得到比占优均衡执行更满意的结果，我们必须放弃显示机制，而应考虑更一般的非显示机制，即策略空间不完全是由参与者的经济特征所组成。当采用一般的信息空间后，即使我们仍然假定人们的自利行为是按纳什均衡原则行事，激励相容与最优资源配置同时达到也并不是不可能的。即使每个人都从个人的利益出发，只要我们用一定的规则去引导，也能够导致资源的最优配置或其他社会目标。

需要指出的是，如采用纳什均衡策略来描述人的自利行为，弱实施不是一个很有用的概念。为了说明这点，考虑任一社会选择对应F和如下机制：每个个体的信息空间由经济环境集构成，即$M_i = E$。定义结果函数$h : E \to Z$如下：如果所有人报出的经济环境相同，即$m_i = e \quad \forall i \in N$, 则$h(m) \in F(e)$，否则每个人都被惩罚得到一个最差的结果$z_0 \in Z$，即$h(m) = z_0$。很容易看出，真实地报出经济特征组合$e$是这个机制的纳什均衡，所以这个机制弱实施了社会目标f。但是，这个机制还存在许多其他的纳什均衡。比如，大家合伙一齐谎报任何一个假的经济特征组合e'也是一个纳什均衡。显然，它是一个非常弱的实施形式，$\mathcal{N}(e, \Gamma)]$不仅包括了真实的e，也包括了整个经济环境类E，从而它有无穷不可数多个解。因此，当我们用纳什均衡作为解概念时，我们要求社会规则是按纳什均衡执行或按纳什完全执行。

15.8.2 纳什执行的刻画

现在讨论何种社会规则是纳什可执行的。马斯金(Maskin)在1977年(直到1999年才正式发表在*Review of Economic Studies*上)对一般的社会目标对应给出了它是纳什激励相容(可完全实施)的充份必要条件。[13]

马斯金的研究不仅能帮助我们理解什么样的社会目标是纳什可实施的，而且也提供了在其他均衡博弈解概念下研究一个社会目标能否被实施的基本技巧和方法。

马斯金给出了一个纳什实施的直观必要条件，称之为马斯金单调性（monotonicity），在本章开头给出了定义。为了方便比较两种不同的表述，这里再次给出，不难看出它们是等价的。

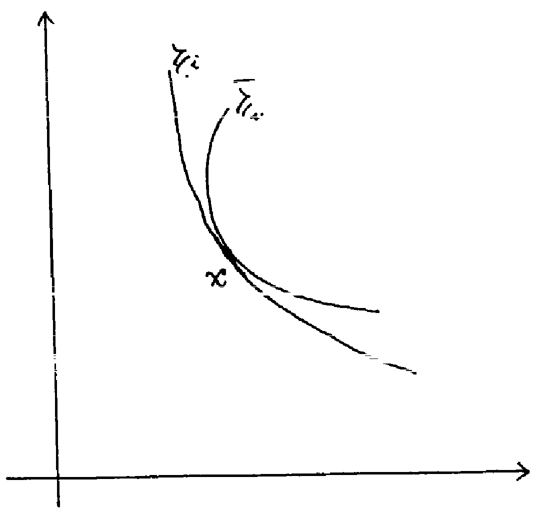

图 15.9: Maskin单调性的图示

定义 15.8.3 (马斯金单调性) *社会选择对应*$F: E \rightarrow\rightarrow A$*称为马斯金单调的，若对任意两个经济*$e, \bar{e} \in E$*及任意的*$x \in F(e)$*使得*$x \succcurlyeq_i y \Rightarrow x \bar{\succcurlyeq}_i y, \forall i, \forall y \in A$，*则*$x \in F(\bar{e})$。

换句话说，马斯金单调性要求，如果结果x在经济e中是社会最优的，则当e切换到$\bar{e}$时，若对所有的人，x仍然好于那些在原有经济中那些比它差的结果，则x在经济$\bar{e}$中也是社会最优的。

定义 15.8.4 (斯金单调性的等价表述) *社会选择对应*$F: E \rightarrow\rightarrow A$*是马斯金单调的，如*

[13]Maskin在1975、1976年就得到了上述结果，起先投在Mathematics of Operations Research，由于证明有些纰漏，一直没有发表。后来Sajor（Ecometrica，1985）施加额外条件证明了该结果，直至Repello（1987）对Maskin定理给出了完整的证明。马斯金在1999年正式发表时采用了Repello的证明。由于这篇文章对任意一个社会规则被纳什执行给出了充分必要条件，对机制设计理论发展影响深远，由此获得了诺贝尔经济学奖。

果对任意两个经济环境$e, \bar{e} \in E$，$x \in F(e)$，但$x \notin F(\bar{e})$，则存在某个i和$y \in A$，使得$x \succcurlyeq_i y$，但$y \bar{\succ}_i x$.

马斯金单调性是个很一般的条件，很多社会选择规则都满足这一条件。

例 15.8.1 (弱帕累托有效性) *弱帕累托最优对应$P_w : E \to\to A$是马斯金单调的。*

证明:若$x \in P_w(e)$, 则$\forall y \in A$, 存在$i \in N$，使得$x \succcurlyeq_i y$。如果对任意的$j \in N$，有$x \succcurlyeq_j y \Rightarrow x \bar{\succcurlyeq}_j y$, 则对某一$i$，我们有$x \bar{\succcurlyeq}_i y$，从而有$x \in P_w(\bar{e})$。 □

例 15.8.2 (多数决定规则) *对严格偏好序，多数决定规则(the majority rule)或孔多塞(Condorcet)*[14] *对应$CON : E \to\to A$ 定义为*

$$CON(e) = \{x \in A : \#\{i | x \succ_i y\} \geqq \#\{i | y \succ_i x\} \; \forall \; y \in A\},$$

它是马斯金单调的。

证明:若$x \in CON(e)$, 则$\forall y \in A$,

$$\#\{i | x \succ_i y\} \geqq \#\{i | y \succ_i x\}. \tag{15.8.35}$$

但是，如果$\bar{e}$是满足$x \succ_i y \Rightarrow x \bar{\succ}_i y, \forall i$的经济，则当我们用$\bar{e}$代替$e$时，(15.8.35)左边的数目不会减少。而且，如果(15.8.35)左边的数目增加，则必然存在某个i，使得$x \succ_i y$和$y \bar{\succ}_i x$成立，在严格偏好序下，这与e和$\bar{e}$的关系相矛盾。因此x在多数决定规则下仍然是经济$\bar{e}$的获胜者，即$x \in CON(\bar{e})$。 □

除了上述例子，瓦尔拉斯(Walrasian) 及林达尔(Lindahl)内地所组成的对应也是马斯金单调的。满足“单交(single-crossing)”性质的偏好类以及满足纽曼-摩根斯坦(von Neumann-Morgenstern)公理的彩券个人偏好(individuals' preferences over lotteries)类自然也满足马斯金单调性。

下述定理说明，Maskin单调性是纳什执行(Nash-implementability) 的必要条件。

定理 15.8.1 *如果社会选择对应$F : E \to\to A$可完全纳什执行，则它必然是马斯金单调的。*

证明: 假定一个社会选择对应是纳什可完全实施的。这就意味着存在一个可实施的机制$\Gamma = \langle M, h \rangle$使得$h[\mathcal{N}(e, \Gamma)] = F(e)$对所有的$e \in E$成立。这样，对任意两个经济$e, \bar{e} \in E$及$x \in F(e)$，由于$F$可完全纳什执行，存在$m \in M$，使得$m$是纳什均衡，

[14]由18世纪法国数学家和哲学家Marquis de Condorcet发明。他发明的这个选举方法基本程序是：每位投票人必须把所有参选人排出一个座次来，按自己心中最想让他当选的次序。比如有A、B、C三人参选，你必须在他们名下画出1、2、3来，而不能只是画圈或叉。所有投票人画好次序后，按这个次序每两位候选人进行对比，看谁排在前面的机会大，谁就是赢家，赢得最多次的人最后当选。当然，如第9章中所看到的，有可能会产生孔多塞悖论。

且$x = h(m)$。这意味着$h(m) \succcurlyeq_i h(m'_i, m_{-i}), \forall i$和$m'_i \in M_i$成立。若$x \succcurlyeq_i y \Rightarrow x \bar{\succcurlyeq}_i y$，则有$h(m) \bar{\succcurlyeq}_i h(m'_i, m_{-i})$, 由此可知$m$也是经济$\bar{e}$的纳什均衡。因此，根据纳什执行的定义，我们有$x \in F(\bar{e})$. □

我们可以用另外一个Maskin单调性的等价定义来证明纳什执行的必要性：考虑一个经济环境e和一个配置结果$x \in F(e)$。既然F是纳什可完全实施的，于是存在着一个纳什均衡$m \in \mathcal{N}(e, \Gamma)$使得$h(m) = x$。如果存在另外一个经济环境$\bar{e}$使得$x \notin F(\bar{e})$，则$\Gamma = \langle M, h \rangle$纳什完全实施了$F$这一事实就意味着$m$不可能是在经济环境下$\bar{e}$的一个纳什均衡。这样，就必定存在一个$i$和$\bar{m}_i$ 使得$h(\bar{m}_i, m_{-i}) \succ_i h(m)$。既然$m$是在经济环境$e$下的一个纳什均衡，我们于是有$h(m) \succcurlyeq_i h(\bar{m}_i, m_{-i})$。令$y = h(\bar{m}_i, m_{-i})$，我们有$x \succ_i y$。

可见，在任何情况下马斯金单调性是纳什执行的必要条件。值得注意的是，尽管这个条件比较弱，但对社会选择规则施加一些限制。比如我们在前面引理15.5.1中给出了在非受限定义域上，满足马斯金单调性和一致性的选择规则必为独裁规则。Hurwicz 和Schmeidler (1978)证明了：如果定义域不受限制，则马斯金单调的社会选择规则必然是非帕累托有效的。[15]Saijo (1987)证明了，在非受限定义域上，任何单值社会选择规则必为常数，即$f(\theta) = a, \forall \theta \in \Theta$。[16]

马斯金单调性本身并不能保证社会选择对应可完全纳什执行。但是，在无否决权(no-veto power)假定下，马斯金单调性是社会选择对应可完全纳什执行的充分条件。

定义 15.8.5 (无否决权(no veto power)) *称社会选择对应$F: E \to\to A$ 满足单人无否决权条件，如果对任意的i和任意满足$x \succcurlyeq_j y, \forall y \in A, \forall j \neq i$，有$x \in F(e)$。*

无否决权(NVP)条件意味着，如果$n-1$个个体认为结果x 是最佳选择，则它必定是社会最优的。这是一个非常弱的条件。理论上来说，所有“标准”的社会选择规则都满足无否决权(NVP)条件，包括弱帕累托有效和孔多塞对应。当对个体偏好加以限制时，很多社会规则通常都满足这一条件。例如，对具有至少三个参与者的私人品经济，如果每个人的效用函数是严格单调的，则不存在任何资源配置，它对一个以上的参与者同时是最好的（这是由于每个人都想拥有所有的资源），从而“无否决权”条件显然满足。

下述定理首先由Maskin (1977, 1999)给出，但完全的证明则归功于Repullo (1987)。

定理 15.8.2 *在无否决权条件下，如果马斯金单调性条件满足，则F可完全纳什执行。*

[15]这个结论证明如下。因为定义域不受限制，所以一定存在$\theta \in \Theta$使$\bigcap_{i=1}^n M_i(\theta) = \emptyset$，设$f(\theta) = a$。则一定存在个体$j \in I$和备选方案$b \in \mathcal{A}$使得$b \succ_i a$。设在另一种状态$\theta'$下：(i)个体$j$的偏好与状态$\theta$下完全相同；(ii) 对个体$i \neq j$，$a \sim_i^{\theta'} b$而除$b$之外的所有备选方案间的排序不变。显然$L_i(a, \theta) \subseteq L_i(a, \theta'), \forall i$，根据单调性，$f(\theta') = a$。但这种选择显然不是帕累托有效的，因为$b \sim_i^{\theta} a, \forall i \neq j$，$b \succ_j^{\theta'} a$。

[16]假设存在$\theta, \theta' \in \Theta$使$f(\theta) = a \neq a' = f(\theta')$,则可以构建一个新的环境$\theta'' \in \Theta$ 满足：$a \sim_i^{\theta''} a' \succcurlyeq_i^{\theta''} b, \forall b \notin \{a, a'\}$。则根据单调性$\{a, a'\} \subseteq f(\theta'')$，而这显然与单值性矛盾。

证明: 该定理的证明是构造性的。对每个个体i, 定义其信息空间为

$$M_i = E \times A \times \mathcal{N}$$

其中，$\mathcal{N} = \{1, 2, \ldots, \}$。$M_i$的元素记为$m_i = (e^i, a^i, v^i)$, 即每个个体$i$所报的信息由经济环境、备选结果和某个整数组成。注意到我们用e^i和a^i来表示所有个体的经济特征和及其结果结果，而不仅仅是个体i的经济特征和结果。

我们分三种情形来构造结果函数:

情形一：若$m_1 = m_2 = \ldots = m_n = (e, a, v)$，$a \in F(e)$, 则定义结果函数为:

$$h(m) = a.$$

换句话说，如果所有个体选择的策略相同且其给出策略a是F-最优的，则在给定其经济特征e时，结果为a。

情形二：对所有的$j \neq i$, $m_j = (e, a, v)$, $m_i = (e^i, a^i, v^i) \neq (e, a, v)$, 以及$a \in F(e)$, 定义:

$$h(m) = \begin{cases} a^i & \text{若 } a_i \in L(a, e_i) \\ a & \text{若 } a_i \notin L(a, e_i). \end{cases}$$

其中，$L(a, e_i) = \{b \in A : a \ R_i \ b\}$为$R_i$在$a$处的下图。这即是说，假设除个体$i$外的其他个体选择相同的策略，且该策略中的$a$是$F$-最优的，则根据$i$的偏好$R_i$，其结果由$a$和$a_i$中较差的配置给出。这样，个人单方面不能（没有激励）改变自己的策略而获利。

情形三：如果情形一和情形二都不出现，则定义

$$h(m) = a^{i*}$$

其中，$i* = \max\{i \in \mathcal{N} : v^i = \max_j v^j\}$。换句话说，当情形一和情形二都不出现时，结果由报最大数的个体所给出的配置决定。

我们证明以上所定义的机制$\langle M, h \rangle$完全纳什执行了社会选择对应F，即$h(\mathcal{N}(e)) = F(e), \forall e \in E$。我们首先证明$F(e) \subset h(\mathcal{N}(e)), \forall e \in E$, 即我们需要证明对所有的$e \in E$和$a \in F(e)$, 存在$m \in M$，使得$a = h(m)$ 为纳什均衡结果。为此，我们只需证明由情形一给出的任意的m为纳什均衡。注意到$h(m) = a$，因此对任意给定的$m'_i = (e'^i, a'^i, v'^i) \neq m_i$, 由情形二，有

$$h(m'_i, m_{-i}) = \begin{cases} a^i & \text{若 } a^i \in L(a, e_i) \\ a & \text{若 } a^i \notin L(a, e_i). \end{cases}$$

从而有

$$h(m) \ R_i \ h(m'_i, m_{-i}) \quad \forall m'_i \in M_i.$$

即m为纳什均衡。

我们现在证明对任意的经济环境$e \in E$, 若m为纳什均衡，则$h(m) \in F(e)$。首先考虑情形一所给出的纳什均衡m，使得$a \in F(e)$，但m是经济环境为e'的纳什均衡，而不是经济环境为e的纳什均衡（如是,马上得以证明），即$m \in \mathcal{N}(e', \Gamma)$。我们要证明$a \in F(e')$。由情形一，$h(m) = a$。由于$a$为经济环境为$e'$时的纳什均衡结果，由情形二，对任意的$i \in N$以及$b \in L(a, e'_i)$, 我们有$a\ R'_i\ b$，或者写为$a\ R_i\ b \Rightarrow a\ R'_i\ b, \forall i \in N, \forall b \in A$。因此根据马斯金单调性条件，我们有$a \in F(e')$。

现在考虑情形二对应于经济环境e'的纳什均衡m，此时有$m_j = (e, a, v), m_i \neq (e, a, v), j \neq i$。令$a' = h(m)$。由情形三，每个$j \neq i$都可以通过选择$(R^j, b, v^j)$（其中$v^j$充分大，且$v^j > \max_{k \neq j} v_k$）使$b \in A$为$(m'_i, m_{-i})$时的结果，即$b = h(m'_i, m_{-i})$。因此，当$m$是经济环境为$e'$时的纳什均衡时，对任意的$j \neq i$, 我们有

$$a'\ R'_j\ b.$$

因此，根据无否决权假设，我们有$a' \in F(e')$。

采用相同的论证方法，我们可以证明，对情形三，如果m是经济环境为e'时的纳什均衡，则我们有$a' \in F(e')$。定理得证。 □

值得注意的是，以上的充分性条件只适用于$n \geqslant 3$的情形，如$n = 2$则单调性和NVP并不能保证纳什执行。下面我们给出了一个反例。在本节余下的讨论中，令$L_i(a, \theta) = \{b \in A : a \succeq_i^\theta b\}$为$\succeq_i^\theta$在$a$处的下图。

例 15.8.3 *设$\mathcal{A} = \{a, b\}, N = \{1, 2\}, \Theta = \{\theta, \phi, \xi\}$，偏好和社会选择规则$F(\cdot)$定义如下:*

	θ		ϕ		ξ	
个体 1	b	a	a	b	b	a
个体 2	a	b	b	a	b	a
$f(\cdot)$	$f(\theta) = \{a, b\}$		$f(\phi) = \{a, b\}$		$f(\xi) = \{b\}$	

图 15.10:

容易验证，$F(\cdot)$满足单调性和NVP。假设存在机制$\Gamma =< S_1 \times S_2, h >$纳什执行$F(\cdot)$。则存在$(s_1, s_2) \in \mathcal{N}(\Gamma, \theta), (s'_1, s'_2) \in \mathcal{N}(\Gamma, \phi)$，满足$h(s_1, s_2) = h(s'_1, s'_2) = a$。由此可得，

$$\begin{aligned} (s_1, s_2) \in \mathcal{N}(\Gamma, \theta) \Rightarrow h(S_1, s_2) &\subseteq L_1(a, \theta) = L_1(a, \xi) = \{a\} \\ (s'_1, s'_2) \in \mathcal{N}(\Gamma, \phi) \Rightarrow h(s'_1, S_2) &\subseteq L_2(a, \phi) = L_2(a, \xi) = \{a\} \end{aligned}$$

因此，$h(s'_1, s_2) = a$且$(s'_1, s_2) \in \mathcal{N}(\Gamma, \xi)$。从而$a \in F(\xi)$，矛盾！

由以上的分析可知单调性是纳什执行的必要而非充分条件，三人及以上情形下马斯金单调性和NVP是纳什执行的充分而非必要条件。那么，是否可以找到纳什执行的一个充分必要条件呢? Moore和Repullo(Econometrica，1990)给出了这样的条件。

定义 15.8.6 [条件μ]：如存在集合$\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A}$，对任何$i \in I, \theta \in \Theta, a \in F(\theta)$，存在集合$C_i = C_i(a,\theta) \subseteq \mathcal{B}$使$a \in C_i \subseteq L_i(a,\theta) \bigcap \mathcal{B}$，且以下几个条件满足：

(i) 如$C_i \subseteq L_i(a,\theta^*), \forall i \in I$，则$a \in F(\theta^*)$

(ii) 如$c \in C_i \subseteq L_i(c,\theta^*)$ 且$\mathcal{B} \subseteq L_j(c,\theta^*), \forall j \neq i$，则$c \in F(\theta^*)$

(iii) 如$c \in \mathcal{B} \subseteq L_i(c,\theta^*), \forall i$，则$c \in F(\theta^*)$。

命题 15.8.2 *设$n \geqslant 3$,则社会选中规则$F(\cdot)$可被纳什执行的充分必要条件是其满足条件μ。*

证明:

- **必要性** 注意到如果$F(\cdot)$可被机制$\Gamma = \langle \prod_{i=1}^N M_i, h \rangle$纳什执行，则对$\forall \theta \in \Theta, \forall a \in F(\theta), \exists m(a,\theta) \in \mathcal{N}(\Gamma,\theta)$,使$g(m(a,\theta)) = a$。令$\mathcal{B} = \{a = g(m) \in \mathcal{A} | \exists m \in M\}$, $C_i = C_i(a,\theta) \equiv g(M_i, m_{-i}(a,\theta)) \equiv \{a = g(\hat{m}_i, m_{-i}(a,\theta)) | \exists \hat{m}_i \in M_i\}$。显然$a \in C_i \subseteq L_i(a,\theta) \bigcap \mathcal{B}$

  a. 如$C_i \subseteq L_i(a,\theta^*) \forall i \in I$,则$m(a,\theta) \in \mathcal{N}(\Gamma,\theta^*)$。由于$F(\cdot)$ 可被纳什执行，所以$a = g(m(a,\theta)) \in g(\mathcal{N}(\Gamma,\theta^*)) \equiv F(\theta^*)$ $\mu(i)$满足;

  b. 设$\exists c$满足$c \in C_i(a,\theta) \subseteq L_i(c,\theta^*)\, \mathcal{B} \subseteq L_j(c,\theta^*), \forall j \neq i$,令$c_i = g(\hat{m}_i, m_{-i}(a,\theta))$。显然，$(\hat{m}_i, m_{-i}(a,\theta)) \in \mathcal{N}(\Gamma,\theta^*)$, 所以$c = g(\hat{m}_i, m_{-i}(a,\theta)) \in g(\mathcal{N}(\Gamma,\theta^*)) = F(\theta^*)$,$\mu(ii)$满足;

  c. 如存在$c \in \mathcal{B}$满足$\mathcal{B} \subseteq L_i(c,\theta^*), \forall i \in I$,则$\forall g^{-1}(c) = \{m \in M | g(m) = c\} \in \mathcal{N}(\Gamma,\theta^*)$，所以$c \in g(\mathcal{N}(\Gamma,\theta^*)) = F(\theta^*)$，从而条件$\mu(iii)$满足。

- **充分性** 我们来构造一个机制$\Gamma = \langle \prod_{i=1}^n S_i, g \rangle$ 使得$F(\cdot)$被Γ纳什执行,即$F(\theta) = g(\mathcal{N}(\Gamma,\theta)), \forall \theta \in \Theta$。

$$S_i = \{(\theta_i, a_i, b_i, n_i) \in \Theta \times \mathcal{A} \times \mathcal{B} \times \mathbb{N} | a_i \in F(\theta_i)\}$$

结果函数$g(\cdot)$定义如下：

情形1: 如$s_i \equiv (\theta, a, b, n), \forall i \in I$,则$g(s) = a$;

情形2: 如存在$i \in I$使得$s_j = (\theta, a, b, n), \forall j \neq i$，$s_i \neq (\theta, a, b, n)$,则

$$g(s) = \begin{cases} b_i & \text{如 } b_i \in C_i(a,\theta) \\ a & \text{其它} \end{cases}$$

情形3: 除此以外的其它情形下，$g(s) = b_i$，$i = min\{i \in I : n_i = \max_{j \in I} n_j\}$。

首先证明$F(\theta) \subseteq g(\mathcal{N}(\Gamma, \theta)), \forall \theta \in \Theta$。对任意$\theta \in \Theta$,任取$a \in F(\theta)$，令$s_i \equiv (\theta, a, a, 0), \forall i \in I$,则$s \in \mathcal{N}(\Gamma, \theta), g(s) = a$,所以$F(\theta) \subseteq g(\mathcal{N}(\Gamma, \theta)), \forall \theta$。再证明$g(\mathcal{N}(\Gamma, \theta^*)) \subseteq F(\theta^*), \forall \theta^*$。

如$s \in \mathcal{N}(\Gamma, \theta^*)$则必有以下三种情形之一出现：

a. $s_i \equiv (\theta^*, a, b, n) \forall i \in I$。此时$g(s) = a \in F(\theta^*)$;

b. $s_i \neq s_j = (\theta^*, a, b, n) \forall j \neq i$。此时必有$g(s) \in C_i \subseteq L_i(g(s), \theta^*)$, $\mathcal{B} \subseteq L_j(g(s), \theta^*), j \neq i$。根据性质(ii), $g(s) \in F(\theta^*)$

c. $s_i, i \in I$中至少有两个人的策略不同，则任何人都可以通过报尽量大的n_i使自己最合意的$\mathcal{B}$中的方案被选中,所以必有$\mathcal{B} \subseteq L_i(g(s), \theta^*), \forall i \in I$。根据(iii),$g(s) \in F(\theta^*)$, 从而$g(\mathcal{N}(\Gamma, \theta^*)) \subseteq F(\theta^*)$

综上，$g(\mathcal{N}(\Gamma, \theta^*)) = F(\theta^*)$

□

虽然马斯金单调性比较弱，但有一些社会选择规则并不满足马斯金单调性条件，从而不是纳什可执行的。如所罗门(Solomon)的判决机制违背了该性质。由于每个妇女都知道谁是真正的母亲，是属于完全信息的情景，这样所罗门的解决方案可以用纳什均衡执行来考虑。不过，他威胁两个妇女将小孩砍成两半的解决方案并不满足马斯金单调性条件，从而不是纳什可执行的。如果假冒母亲的妇女也像小孩亲妈一样地说同样的话，他该怎么办? 所罗门的问题可以用机制设计的语言重新正式地表述出来。如下所示。

两个妇女: Anne 和Bets

两个经济(状态): $E = \{\alpha, \beta\}$, 其中，

α: Anne是小孩的母亲;
β: Bets是小孩的母亲。

所罗门有三种可选策略，其可行集为：$A = \{a, b, c, d\}$, 其中，

a: 将小孩判给Anne;
b: 将小孩判给Bets;
c: 将小孩砍（cut）成两半;
d: 判处所有人的死刑（dead）。

所罗门希望将小孩判给小孩的亲身母亲（社会目标），

若α出现，则$f(\alpha)=a$；
若β出现，则$f(\beta)=b$。

Anne和Bets的偏好为：

对Anne来说，

若α出现，则$a \succ_A^\alpha b \succ_A^\alpha c \succ_A^\alpha d$;
若状态β出现，则$a \succ_A^\beta c \succ_A^\beta b \succ_A^\alpha d$。

对Bets来说，

若α出现，则$b \succ_B^\alpha c \succ_B^\alpha a \succ_B^\alpha d$;
若状态β出现，则$b \succ_B^\beta a \succ_B^\beta c \succ_B^\alpha$。

为了看出所罗门的解决方式为什么不会奏效，我们只需证明其社会选择目标不是马斯金单调的即可。对Anne来说，由于在两种状态下都有：

$$a \succ_A^\alpha b, c, d$$

$$a \succ_A^\beta b, c, d$$

且$f(\alpha)=a$, 根据马斯金单调性，我们应有$f(\beta)=a$，但实际上却是$f(\beta)=b$。因此所罗门的社会选择目标不是纳什可执行的。这样，所罗门国王所面临判决问题比《旧约全书》所给出方法要复杂的多。它意味着纳什均衡解的集合过太，我们需要采用更精细的博弈解，将纳什均衡进行精炼（即剔除其中不良均衡）。

15.9 具有良好性质的纳什执行机制

马斯金定理给出了社会选择对应纳什可执行的充分必要条件。这是任何一个社会选择目标可纳什执行的特征化结果，回答了什么样的社会目标可以通过纳什执行达到。然而，由于主要关注社会选择规则可纳什执行的一般性，而没有考虑其执行机制的复杂性和可行性。的确，从马斯金定理的证明过程中对机制的刻画上可以看到，其执行机制可能十分复杂。首先，由于其信息空间包含了偏好或效用函数，其信息空间一般来说是无限维的，除非考虑非常特别或小的偏好集合，从而其机制的信息成本可能很大。从而，对社会选择规则可纳什执行的刻画尽管是可能的，但所构造的执行机制却非常不现实，不具有可操作性。此外，像大多数文献中的刻画结果一样，由于马斯金机制不是连续的，个体策略选择的微小变动或计算误差可能会导致配置结果大幅度的变化。这些都给实际运用中造成了很大困难，一个很自然的问题是，是否存在具有良好性质又便于操作的机制呢？本节将介绍一些具有良好性质的机制。

15.9.1 格罗夫-李亚德机制

格罗夫(Groves)-李亚德(Ledyard)(1977, Econometrica)首先对公共品经济给出了可纳什执行帕累托有效配置的机制。

为了说明Groves-Ledyard机制的基本性质及其结果，我们对原有的格罗夫-李亚德机制进行简化。我们所考虑的公共品经济中存在一种私有品x_i、一种公共品y和三个参与人$(n = 3)$。公共品的生产函数为$y = v$。

Groves-Ledyard机制定义如下。

$M_i = R_i$, $i = 1, 2, 3$。M_i的元素m_i可解释为个体i所愿意的贡献（或者税额）。

$t_i(m) = m_i^2 + 2m_jm_k$: 当个体报告m_i时由机制所确定的个体i的实际支付。

$y(m) = (m_1 + m_2 + m_3)^2$: 由机制决定的公共品$y$的数量。

$x_i(m) = w_i - t_i(m)$: 由机制决定的私有品的消费数量。

由于

$$
\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^{3} x_i + \sum_{i=1}^{3} t_i(m) \\
= & \sum_{i=1}^{3} x_i + (m_1 + m_2 + m_3)^2 \\
= & \sum_{i=3}^{n} x_i + y = \sum_{i=1}^{3} w_i,
\end{aligned}
$$

该机制是预算平衡的。

个体的收益函数设为:

$$
\begin{aligned}
v_i(m) &= u_i(x_i(m), y(m)) \\
&= u_i(w_i - t_i(m), y(m)).
\end{aligned}
$$

为了求纳什均衡，我们令

$$\frac{\partial v_i(m)}{\partial m_i} = 0, \tag{15.9.36}$$

则有

$$\frac{\partial v_i(m)}{\partial m_i} = \frac{\partial u_i}{\partial x_i}(-2m_i) + \frac{\partial u_i}{\partial y} 2(m_1 + m_2 + m_3) = 0, \tag{15.9.37}$$

从而有:

$$\frac{\frac{\partial u_i}{\partial y}}{\frac{\partial u_i}{\partial x_i}} = \frac{m_i}{m_1 + m_2 + m_3}. \tag{15.9.38}$$

当u_i拟凹时，一阶条件也是纳什均衡的充分条件。

对上式加总，在纳什均衡处，我们有：

$$\sum_{i=1}^{3}\frac{\frac{\partial u_i}{\partial y}}{\frac{\partial u_i}{\partial x_i}}=\sum_{i=1}^{3}\frac{m_i}{m_1+m_2+m_3}=1=\frac{1}{f'(v)}, \tag{15.9.39}$$

即，

$$\sum_{i=1}^{3}MRS_{yx_i}=MRTS_{yv}.$$

因此，林达尔-萨缪尔森(Lindahl-Samuelson)平衡条件成立。这意味着每个纳什均衡配置都是帕累托有效的。

Groves和Ledyard (1977)宣称他们解决了公共品经济的搭便车问题。但是，经济问题通常是复杂的。有人的确认为他们的确解决了"搭便车"的问题，而另外一些人则不以为然。理由有两点:一是这个机制不能保证导致个人理性的配置，即通过机制分配的一些结果对某些人来说比他们以前持有的初始资源的效用要低，从而就不愿意参与到这个机制来进行资源再配置，因为参加后反而损害了自己的利益；二是它不是个人可行的，即对于某些非均衡策略，$x_i(m)=w_i-t_i(m)$可能是负的，通过机制配置的资源不在个人的消费约束集之内。

于是人们也许会问：能否设计这样的机制–它能产生资源的最优配置，而这个配置又是个人理性的配置呢?

15.9.2 沃克机制

一个启示是，我们知道林道配置及瓦尔拉斯配置导致了帕累托最优和个人理性的配置，这样只要能找到性质良好的机制，它纳什执行了林道配置，就会导致既是帕累托有效也是个人理性的配置。于是，赫维兹在1979年分别对公共商品的经济环境类及私人商品的环境类给出了这样的机制，它们分别实施了林道配置和瓦尔拉斯配置，从而它们导致了资源最优和个人理性配置。沃克(Walker) (1981, Econometrica)也给出了类似的机制。下面加以介绍。

仍然考虑具有一个私人商品x_i，一个公共商品y和$n\geq 3$参与者，生产函数为$y=f(v)=x$的经济环境类。假定参与人i的效用函数$u_i(x_i,y)$是连续可微的，拟凹，单调，并且满足Inada 条件：$\frac{\partial u}{\partial x_i}(0)=+\infty$及$\lim_{x_i\to 0}\frac{\partial u}{\partial x_i}x_i=0$，使得内点解存在。

我们先回忆林道均衡的定义。

资源配置$z=(x,y)=(x_1,x_2,\ldots,x_n,y)\in R^n_+\times R_+$被称之为一个林道均衡配置，当且仅当它是可行的，并且存在着一组个人化价格向量$(q_1,\ldots,q_n)\in R^n_+$使得

(1) $x_i+q_iy=w_i,\quad i=1,\ldots,n;$

(2) 对所有的$i=1,\ldots,n$, $u_i(x_i',y')>u_i(x_i,y)$意味着$x_i'+q_iy'>w_i$;

(3) $\sum_{i=1}^n q_i = 1$.

在单调性假设下，每个林道配置显然是个人理性的，同时也是帕累托最优的。

沃克机制定义如下：

$M_i = R$: m_i为参与人i愿意的贡献；

$y(m) = \sum_{i=1}^n m_i$: 公共品提供水平；

$q_i(m) = \frac{1}{n} + m_{i+1} - m_{i+2}$: 个体$i$愿意对公共品支付的价格；

$t_i(m) = q_i(m)y(m)$: 个体i对公共品的支付（税额）；

$x_i(m) = w_i - t_i(m) = w_i - q_i(m)y(m)$: 私有品的消费。

则预算约束为：

$$x_i(m) + q_i(m)y(m) = w_i \qquad \forall m_i \in M_i. \tag{15.9.40}$$

对上述预算约束关于所有个体累加，得：

$$\sum_{i=1}^n x_i(m) + \sum_{i=1}^n q_i(m)y(m) = \sum_{i=1}^n w_i,$$

从而我们有

$$\sum_{i=1}^n x_i(m) + y(m) = \sum_{i=1}^n w_i.$$

这意味着该机制是预算平衡的。

每个个体的支付函数设为：

$$\begin{aligned} v_i(m) &= u_i(x_i, y) \\ &= u_i(w_i - q_i(m)y(m), y(m)). \end{aligned}$$

内点解的一阶最优性条件为：

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_i}{\partial m_i} &= -\frac{\partial u_i}{\partial x_i}\left[\frac{\partial q_i}{\partial m_i}y(m) + q_i(m)\frac{\partial y(m)}{\partial m_i}\right] + \frac{\partial u_i}{\partial y}\frac{\partial y(m)}{\partial m_i} \\ &= -\frac{\partial u_i}{\partial x_i}q_i(m) + \frac{\partial u_i}{\partial y} = 0 \\ &\Rightarrow \frac{\frac{\partial u_i}{\partial y}}{\frac{\partial u_i}{\partial x_i}} = q_i(m) \qquad \text{(FOC) 对林达尔配置} \\ &\Rightarrow N(e) \subseteq L(e) \end{aligned}$$

因此，如果u_i拟凹，则它也是林达尔均衡的充分条件。我们还可以证明每个林达尔均

衡配置同时也是纳什均衡配置，即

$$L(e) \subseteq N(e). \tag{15.9.41}$$

不妨设$[(x^*, y^*), q_i^*, \ldots, q_n^*]$为林达尔均衡。令$m^*$ 为如下方程的解：

$$\begin{aligned} q_i^* &= \frac{1}{n} + m_{i+1} - m_{i+2}, \\ y^* &= \sum_{i=1}^{n} m_i. \end{aligned}$$

则对所有的$i \in N$，我们有$x_i(m^*) = x_i^*, y(m^*) = y^*$以及$q_i(m^*) = q_i^*$。因此对所有的$i \in N$和$m_i \in M_i$，由$(x(m^*/m_i, i), y(m^*/m_i, i)) \in \mathbb{R}_+^2$和$x_i(m^*/m_i, i) + q_i(m^*)y(m^*/m_i, i) = w_i$，我们有$u_i(x_i(m^*), y(m^*)) \geq u_i(x_i(m^*/m_i, i), y(m^*/m_i, i))$。这说明$m^*$的确是纳什均衡。

因此，沃克机制完全执行了既为帕累托有效又是个人理性的林达尔配置。

虽然沃克机制解决了个人理性问题，但它也有缺点，人们对赫维兹和沃克的机制仍不太满意，因为这些机制不能保证个人可行性条件，即它也不是可行的。如果报告的支付t_i过大，则由机制所决定的私有品的消费水平可能为负，即$x_i = w_i - t_i < 0$。并且赫维兹的机制利用了一个较大维数的信息空间。赫维兹在他的另外一篇文章里给出了一个保证个人可行性条件的配置机制，这个机制产生了资源有效配置。然而，它不是连续的，即使微小的信息传递误差也会导致较大差异的资源配置结果，这在实际应用中就会出现精确性问题；另外它也不是预算平衡的，即通过机制配置的资源超过了社会的总资源。那么人们是否能够设计一个既是个人可行又是预算平衡的机制呢？赫维兹等人(Hurwicz，Maskin，and Postlewaite，1984)证明一个机制如果产生了个人可行同时又是预算平衡的机制，则信息空间必依赖于初始资源。

15.9.3 田氏机制

以上所提到的机制总有这样或那样的一些令人不太满意的缺点。于是人们也许会问：是否存在着一个机制，它可以产生有效、个人理性的资源配置，并且是连续的、个人可行的、平衡的？著者在Tian (1989)一文中回答了这个问题。对具有公共商品的经济环境类，在纳什行为下，证明并给出了这样的机制—它具有以上提到的所有性质。在Tian (JET, 1991)中给出了一个具有同样性质，但具有最小维数信息空间的激励机制。这个机制和沃克机制的其他地方都相同，只有公共品提供水平$y(m)$不同。该机制将$y(m)$设为：

$$y(m) = \begin{cases} a(m) & \text{若} \quad \sum_{i=1}^n m_i > a(m) \\ \sum_{i=1}^n m_i & \text{若} \quad 0 \leqq \sum_{i=1}^n m_i \leqq a(m) \\ 0 & \text{若} \quad \sum_{i=1}^n m_i < 0 \end{cases} \tag{15.9.42}$$

其中，$a(m)=\min_{i\in N'(m)}\frac{w_i}{q_i(m)}$可看作可行配置的可行上界。这里$N'(m)=\{i\in N: q_i(m)>0\}$。

对上述机制的解释是，如果个体的总贡献在零和可行上界之间，则公共品提供的水平为所报的总贡献；如果总贡献收小于零，则不提供任何公共品；如果总贡献超过可行上界，则公共品提供的水平有可行上界确定。

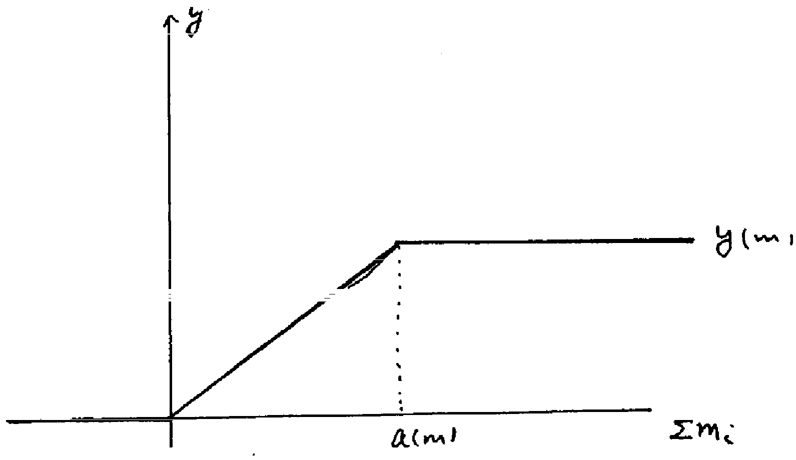

图 15.11: 可能的公共品结果函数$Y(m)$

为证明上述机制具有想要的良好性质，我们需要假定偏好严格单调递增且是凸的。此外，我还还需进一步假定每个内点配置严格优于边界配置，即对所有的$i\in N$，有$(x_i,y)\ P_i\ (x'_i,y'),\forall(x_i,y)\in\mathbb{R}^2_{++},\forall(x'_i,y')\in\partial\mathbb{R}^2_+$，其中$\partial\mathbb{R}^2_+$ 为$\mathbb{R}^2_+$的边界。这个条件保证了所有林道均衡配置是内点，否则具有边界点林道对应会违背Maskin单调性条件。

为证明纳什配置和林达尔配置的相等性，我们首先证明下述引理。

引理 15.9.1 *若$(x(m^*),y(m^*))\in N_{M,h}(e)$。则$(x_i(m^*),y(m^*))\in\mathbb{R}^2_{++},\forall i\in N$。*

证明: 反证法。设$(x_i(m^*),y(m^*))\in\partial\mathbb{R}^2_+$。则对某个$i\in N$，有$x_i(m^*)=0$或$y(m^*)=0$。考虑二次方程:

$$y=\frac{w^*}{2(y+c)}, \tag{15.9.43}$$

其中，$w^*=\min_{i\in N}w_i$; $c=b+n\sum_{i=1}^n|m_i^*|, b=1/n$。方程(15.9.43)的最大根为正，记之为$\tilde{y}$。假设个体$i$选择的信息为$m_i=\tilde{y}-\sum_{j\neq i}^n m_j^*$。则$\tilde{y}=m_i+\sum_{j\neq i}^n m_j^*>0$，且对任

意的$j \in N$，有

$$\begin{aligned} w_j - q_j(m^*/m_i, i)\tilde{y} &\geqq w_j - [b + (n\sum_{s=1}^{n}|m_s^*| + \tilde{y})]\tilde{y} \\ &= w_j - (\tilde{y} + b + n\sum_{s=1}^{n}|m_s^*|)\tilde{y} \\ &= w_j - w^*/2 \geqq w_j/2 > 0 \end{aligned} \tag{15.9.44}$$

因此，$y(m^*/m_i, i) = \tilde{y} > 0$，且对任意的$j \in N$，有$x_j(m^*/m_i, i) = w_j - q_j(m^*/m_i, i)y(m^*/m_i, i) = w_j - q_j(m^*/m_i, i)\tilde{y} > 0$。从而由每个内点配置都严格优于边界配置的假定，有

$$(x_i(m^*/m_i, i), y(m^*/m_i, i))\ P_i\ (x_i(m^*), y(m^*)),$$

这与假设$(x(m^*), y(m^*)) \in N_{M,h}(e)$相矛盾。 □

引理 15.9.2 *若$(x(m^*), y(m^*)) \in N_{M,h}(e)$，则$y(m^*)$是$[0, a(m)]$的一个内点，从而有$y(m^*) = \sum_{i=1}^{n} m_i^*$。*

证明: 由引理15.9.1, 我们得$y(m^*) > 0$。因此我们只需证明$y(m^*) < a(m^*)$。若不然，则有$y(m^*) = a(m^*)$。从而至少存在某个$j \in N$，使得$x_j(m^*) = w_j - q_j(m^*)y(m^*) = w_j - q_j(m^*)a(m^*) = w_j - w_j = 0$。但根据引理15.9.1，有$x(m^*) > 0$。这就造成了矛盾。 □

命题 15.9.1 *若田氏机制有纳什均衡m^*，则$(x(m^*), y(m^*))$是对应于林达尔价格向量$(q_1(m^*), \ldots, q_n(m^*))$的林达尔配置，即$\mathcal{N}(\Gamma, e) \subseteq L(e)$。*

证明: 令m^*为纳什均衡。需证明$(x(m^*), y(m^*))$为对应于价格向量$(q_1(m^*), \ldots, q_n(m^*))$的林达尔配置。由于机制是可行的，且$\sum_{i=1}^{n} q_i(m^*) = 1$，$x_i(m^*) + q_i(m^*)y(m^*) = w_i, \forall i \in N$，我们只需证明每个个体最大化了其偏好。反证法。若不然，假设存在某个$(x_i, y) \in \mathbb{R}_+^2$，使得$(x_i, y)\ P_i\ (X_i(m^*), Y(m^*))$和$x_i + q_i(m^*)y \leqq w_i$同时成立。由于偏好是单调的，我们可得$x_i + q_i(m^*)y = w_i$。令$(x_{i\lambda}, y_\lambda) = (\lambda x_i + (1-\lambda)x_i(m^*), \lambda y + (1-\lambda)y(m^*))$。则由偏好的凸性，对任意的$0 < \lambda < 1$，我们有$(x_{i\lambda}, y_\lambda)\ P_i\ (x_i(m^*), y(m^*))$，从而有$(x_{i\lambda}, y_\lambda) \in \mathbb{R}_+^2$，$x_{i\lambda} + q_i(m^*)y_\lambda = w_i$。

假设个体i选择信息$m_i = y_\lambda - \sum_{j \neq i}^{n} m_j^*$。根据引理15.9.2，我们可知$y(m^*) = \sum_{j=1}^{n} m_i^*$，从而有$m_i = y_\lambda - y(m^*) + m_i^*$。因此当$\lambda \to 0$时，$y_\lambda \to y(m^*)$，因而有$m_i \to m_i^*$。根据引理15.9.1，对所有的$j \in N$，我们有$x_j(m^*) = w_j - q_j(m^*)y(m^*) > 0$，从而有$w_j - q_j(m^*/m_i, i)y_\lambda > 0 \forall j \in N$，其中$\lambda$是充分小的正数。因此有$y(m^*/m_i, i) = y_\lambda$，$x_i(m^*/m_i, i) = w_i - q_i(m^*)y(m^*/m_i, i) = w_i - q_i(m^*)y_\lambda = x_{i\lambda}$。由$(x_{i\lambda}, y_\lambda)\ P_i\ (x_i(m^*), y(m^*))$，可得$(x_i(m^*/m_i, i), y(m^*/m_i, i))\ P_i\ (x_i(m^*), y(m^*))$。但这与$(x(m^*), y(m^*)) \in N_{M,h}(e)$相矛盾。这就证明了定理。 □

命题 15.9.2 *若(x^*, y^*)为对应于林达尔价格向量$q^* = (q_1^*, \ldots, q_n^*)$的林达尔配置，则田氏机制存在纳什均衡$m^*$，使得对任意的$i \in N$，有$x_i(m^*) = x_i^*, q_i(m^*) = q_i^*$和$y(m^*) = y^*$成立，即$L(e) \subseteq N_{M,h}(e)$。*

证明: 我们需要证明存在信息m^*使得(x^*, y^*)为纳什配置。令m^*为下述线性方程组的解：

$$
\begin{aligned}
q_i^* &= \frac{1}{n} + m_{i+1} - m_{i+2}, \\
y^* &= \sum_{i=1}^{n} m_i
\end{aligned}
$$

则有$x_i(m^*) = x_i^*, y(m^*) = y^*$，$q_i(m^*) = q_i^*, \forall i \in N$。由$(x(m^*/m_i, i), y(m^*/m_i, i)) \in \mathbb{R}_+^2$以及$x_i(m^*/m_i, i) + q_i(m^*) y(m^*/m_i, i) = w_i, \forall i \in N, \forall m_i \in M_i$，我们有$(x_i(m^*), y(m^*))$ R_i $(x_i(m^*/m_i, i), y(m^*/m_i, i))$。 □

因此，田氏机制纳什执行了林达尔配置。

对非完全非传递的偏好关系、具有生产报酬递减或当个人初始资源是不完全信息时，著者在一系列已发表的文章中给出了类似的机制(见，Tian(1991，1992)，Tian and Li (1991)，Li，Nakamura，and Tian (1995)。对于私人商品的经济环境类，著者在Tian(1992) 中也给出了类似的机制。对以上这些结果的详细讨论见后面的参考文献书中的那些论文。另外，有趣的是赫维兹在1979年的另外一篇文章中证明了对于新古典的经济环境类，通过任何经济激励机制所产生的资源有效和个人理性配置都可以通过实施瓦尔拉斯配置来达到。这个结果对于修补市场的局限性有很大的帮助。例如对于只有几个买者和卖者的市场，我们有充份的理由相信市场不是完全竞争的。这样，市场所导致的配置一般不是有效的。然而人们可以利用其他经济机制，使得它的纳什均衡配置与假定下的完全竞争市场机制所导致的配置一样，从而它导致的配置是帕累托有效的。

以上所设计的激励经济机制都是以私有制经济环境为前提的。前面我们已提到兰格针对公有制提出的边际成本定价机制不是激励相容的。人们也许会问，是否能为公有制设计出一些有效和个人理性的激励机制呢？ 答案也是肯定的。至少对公共商品的情况是如此(见Tian(1994b，2000b，2000c，2000d)，Tian and Li(1994，1995b))。著者通过设计具体的机制证明了即使国营企业在不追求利润最大化的条件下，只要把生产公共商品的成本让消费者根据他们自己的偏好来分担，在适当的成本份担机制下，所设计的机制能导致资源的有效和个人理性的配置。这样，这些机制解决了市场机制不能很好解决公共商品的问题。如果把这些机制和市场机制结合起来，即使在具有公共商品的情况下，也能解决资源的有效配置问题。当然所给出的机制离实际应用还有一段距离，并且由前面的信息有效性结果，这些机制不可能是信息有效的。不过,这些模型说明，在具有公共商品的情况下，这种由国营企业生产，让消费者分担成本的方式，尽管不是信息有效的，至少在理论上能解决资源有效配置的问题。详细的讨论见

相关文章。另外，具有规模报酬递增的经济环境类，竞争市场是失灵的，著者在Tian（2009）给出了激励相容机制，它执行了边际成本、平均成本定价的资源配置。

需要指出的是，在经济机制设计理论中，大多都是把激励相容问题和信息效率问题分开来考虑的。激励相容理论只考虑在给定的自利行为准则下，一个既定目标可实施的条件，而不考虑机制的信息要求量问题。信息效率理论只考虑实现一个社会目标所需要的信息量(即信息空间的维数) 的问题，而忽略了机制的激励问题。Reichelstein–Reiter(1988)同时考虑了这两个问题。他们证明了，在纳什激励相容的条件下，实施一个社会目标所需要的信息量不会少于与不考虑激励问题而实现同一既定目标所需要的信息量。事实上，对公共商品的环境类，实施林道机制的最小维数和实现林道配置的最小维数一样，Walker(1981)及著者(Tian(1990，1991))给出了具体这样的激励机制。但是，对私人商品的环境类，Reichelstein–Reiter(1988)证明了实施瓦尔拉斯机制的最小维数要比实现瓦尔拉斯配置的最小维数要大。

15.10 精练纳什执行、近似纳什执行及纳什与强纳什双执行

尽管上面给出了一些纳什可实施的社会目标的例子及纳什可实施社会目标的充份必要条件，但有许多社会目标不是单调的(比如国王所罗门解决婴儿归属问题)，因而在纳什均衡解意义上它是不可执行的。经济学文献中给出了可大大地扩大可实施社会目标范围的两种方法。一种是通过采用精练纳什均衡解的方法。利用纳什策略，可能导致多个纳什均衡解，精练纳什均衡解的概念给出了剔除那些缺乏说服力的纳什均衡点的方法，这样使得纳什均衡结果的集合大幅度变小，从而使得在精炼纳什解的概念下是可执行的。另外一种是采用近似地纳什实施一个社会目标的方法，它只要求结果配置任意地接近社会选择对应。此外，还有纳什与强纳什双执行的方法，也会使得纳什均衡结果的集合大幅度变小。

15.10.1 精练纳什执行

什么样的社会目标在精练纳什均衡解的假定下是可实施呢? 尽管纳什均衡结果的集合$\mathcal{N}(\Gamma, e)$可能不是社会目标集合$F(e)$的子集合时(于是这个社会目标可能不是纳什可实施的)，但由于精练纳什均衡结果的集合比纳什均衡结果的集合要小得多，精练纳什均衡结果的集合却可能是社会目标集合$F(e)$的子集合，因而在精练纳什均衡解的情况下也许是可实施的。本小节介绍几种精练纳什可实施的概念。

一个精练纳什均衡的概念是强纳什均衡(strong Nash equilibrium)假设。它意味着:当一个策略处于强均衡状态时，对任何一组人所形成的小集团，当其他人策略给定时，这个集团中的每个人都不可能从合作中得到更大的好处。显然，强纳什均衡策略是比纳均衡什策略要求更强的均衡假设，每一个强纳什均衡显然是纳什均衡,反之却不成立。这样，强纳什均衡的集合是纳什均衡的一个子集合。由于这个均衡集合比纳什均衡集合可能要小，通过强纳什均衡实施的社会选择目标集合可能会更大。Maskin

(1979)证明：对适当的偏好关系的集合类，任何导致了帕累托最优配置和理性配置的社会选择目标都是强纳什可实施的。

人的利己行为策略假设还可以是塞尔顿(Selton)所引进的子对策纳什均衡(subgame perfect Nash equilibrium)策略假设或其他精练纳什均衡(refinement of Nash equilibrium)解。另外还有许多种策略均衡解来表达人的个人利己行为,如非占优的纳什均衡(non-dominanted Nash equilibrium)或其他精练纳什均衡解给出。Moore–Repullo (1988)，Abreu–Sen(1990)等人证明了在子对策纳什均衡解假设下，几乎所有的社会目标都是可实施的。Palfrey–Srivastava (19990)在非占优的纳什均衡的假设下也证明了同样的结果。

15.10.2 近似纳什执行

人们也可通过近似地纳什实施一个社会目标的方法来扩大可实施社会目标的范围。尽管纳什均衡结果的集合$\mathcal{N}(\Gamma, e)$ 不能完全包含在社会目标$F(e)$集合中，但只要每个纳什均衡配置可以任意地接近$F(e)$中某个配置(即这两个配置的差(距离)可以任意小)，我们就说这个社会目标是可近似实施的。Matsushima (1988)，Abreu–Sen (1991)等人证明了几乎所有的社会目标都是可近似实施的。

15.10.3 纳什和强纳什双执行

纳什均衡策略是一种非合作的策略均衡概念，它完全排除任何合作的可能性。尽管纳什均衡相对容易达到，但它也许是不稳定的：参与者往往会通过某种形式的合作来对付机制设计者，因为通过合作可能会得到更大的好处。这样，人的利己行为由纳什策略均衡来描述的假设也许是不现实的，从而采用强纳什策略均衡的假设也许会更合理。由于强纳什均衡的集合显然是纳什均衡的子集合，通过强纳什均衡实施一个社会选择目标的可能性会更大。

尽管强纳什均衡假设更为合理，它也许不存在或较难被解出。为了能够相对容易达到，同时也是稳定的，人们自然要求一个社会选择目标能同时被纳什和强纳什均衡实施。这就是所谓的双实施(double implementation)。Suh (1997)给出了一个社会选择目标能被纳什和强纳什同时双实施的充份必要条件。由于Suh的特征化结果只是考虑了一个社会选择目标被双实施的充份必要条件，而没有考虑机制的复杂性，Peleg (1996a，1996b)及著者在Tian (1999a，2000a，2000b，2000c，2000d)给出了一系列激励机制，它们双实施了瓦尔拉斯配置、林道配置，和其他导致了帕累托最优配置和理性配置的社会选择目标。

15.11 不完全信息和贝叶斯纳什执行

上面的纳什实施、精练纳什实施、近似纳什实施及纳什和强纳什双执行对信息

的要求很高，参与人都知道相互的经济特征。尽管机制设计者不需要知道所有参与者的经济特征，但纳什均衡及近似纳什均衡解的一个缺点是它假定各个参与者知道其他参与者的经济特征。在现实中这个假设难以满足。这个假设是否可变弱呢?答案是肯定的。人们可用海萨尼(Harsanyi)引进的贝叶斯–纳什均衡(Bayesian–Nash equilibrium)解概念来假定参与者的利己行为。[17]尽管各个参与者不知道其他参与者的经济特征，贝叶斯解假定每个人知道其他人的经济特征的概率分布。在这种情况下，人们仍然可以设计出某类激励兼容的机制。

为了简单起见，假定效用函数的变动只依赖于参数θ_i的变动。它可表示为$u_i(x,\theta_i)$。假定所有的参与者和机制设计者都知道效用类型向量$\theta=(\theta_1,\dots,\theta_n)$在先验集$\Theta$上按概率密度函数$q(\theta)$分布。

每个参与者知道他自己的类型θ_i，并能够计算其他人属于什么类型的条件分布：

$$q(\theta_{-i}|\theta_i)=\frac{q(\theta_i,\theta_{-i})}{\int_{\Theta_{-i}q(\theta_i,\theta_{-i})d\theta_{-i}}}.$$

和前面的章节一样，一个机制是由$\Gamma=\langle M,h\rangle$给出。给定机制$\langle M,h\rangle$，每个参与者$i$的信息选择$m_i$是$\theta_i$的函数: $m_i:\Theta_i\to M_i$。给定$\langle M,h\rangle$，个体i在θ_i处的期望效用为：

$$\begin{aligned}\Pi^i_{\langle M,h\rangle}(m(\theta);\theta_i) &\equiv E_{\theta_{-i}}[u_i(h(m_i(\theta_i),m_{-i}(\theta_{-i})),\theta_i)\mid\theta_i]\\ &= \int_{\Theta_{-i}}u_i(h(m(\theta)),\theta_i)\varphi(\theta_{-i}|\theta_i)d\theta_{-i}.\end{aligned}\tag{15.11.45}$$

定义 15.11.1 策略$m^*(\cdot)$是机制$\langle M,h\rangle$的**贝叶斯-纳什均衡(Bayesian-Nash equilibrium, BNE)**，如果对所有的$\theta_i\in\Theta_i$，

$$\Pi^i(m^*(\theta_i);\theta_i)\geqq\Pi^i(m_i,m^*_{-i}(\theta_{-i});\theta_i)\quad\forall m_i\in M_i.$$

即，若个体i 相信其他个体将使用策略$m^*_{-i}(\cdot)$，则他将选择最大化其期望效用的策略$m^*_i(\cdot)$。记$\mathcal{B}(\theta,\Gamma)$为机制所有贝叶斯-纳什均衡的集合。贝叶斯-纳什均衡也简称为贝叶斯均衡

注. 对不完全信息环境下的机制$\Gamma=<M,h>$，信息$m_i:\Theta_i\to M_i$是个体i的占优策略，如果对所有的$\theta_i\in\Theta_i$和所有可能的策略$m_{-i}(\theta_{-i})$，有

$$E_{\theta_{-i}}[u_i(h(m_i(\theta_i),m_{-i}(\theta_{-i})),\theta_i)\mid\theta_i]\geq E_{\theta_{-i}}[u_i(h(m'_i,m_{-i}(\theta_{-i})),\theta_i)\mid\theta_i],\forall m'_i\in M_i.\tag{15.11.46}$$

[17]纳什、塞尔顿和海萨尼由于分别发明了纳什,子对策纳什,贝叶斯-纳什这些均衡解概念而获得1994年诺贝尔经济学奖。

由于条件(15.11.46)对所有θ_i和所有的$m_{-i}(\theta_{-i})$成立等价于下述条件：对所有的$\theta_i \in \Theta_i$, 我们有[18]

$$u_i(h(m_i(\theta_i), m_{-i}), \theta_i) \geq u_i(h(m_i', m_{-i}), \theta_i), \forall m_i' \in M_i, \forall m_{-i} \in M_{-i}. \tag{15.11.47}$$

这启发我们引入如下占优均衡的定义。

定义 15.11.2 信息m^*是机制$\Gamma =< M, h >$的占优策略均衡，如果对所有的i和所有的$\theta_i \in \Theta_i$, 我们有

$$u_i(h(m_i^*(\theta_i), m_{-i}), \theta_i) \geq u_i(h(m_i'(\theta_i), m_{-i}), \forall m_i' \in M_i, \forall m_{-i} \in M_{-i}.$$

上述定义同完全信息情形占优均衡的定义完全一样。

注. 显然每个占优策略均衡都是贝叶斯-纳什均衡，但反之并不成立。贝叶斯-纳什均衡比占优均衡要求个体具有更复杂的信念结构。为了求得其最优策略，每个个体必须对状态具有正确的先验信念$\varphi(\cdot)$，且必须正确得预见其他个体所使用的均衡策略。

给定一个机制$\langle M, h\rangle$，它的贝叶斯均衡集合依赖于经济环境。象纳什执行一样，贝叶斯激励兼容也涉及到$F(e)$ 和$\mathcal{B}(e, \Gamma)$这两个集合的关系问题。

定义 15.11.3 称机制$\Gamma =< M, h >$在Θ上**贝叶斯-纳什（或称贝叶斯）执行了社会选择对应**F，如果对每个$\theta \in \Theta$，我们有

(a) $\mathcal{B}(\theta, \Gamma) \neq \emptyset$;

(b) $h(\mathcal{B}(\theta, \Gamma)) \subseteq F(\theta)$。

该机制在Θ上**完全贝叶斯-纳什执行了社会选择对应**F，如果对每个$\theta \in \Theta$，我们有

(a) $\mathcal{B}(\theta, \Gamma) \neq \emptyset$

(b) $h(\mathcal{B}(\theta, \Gamma)) = F(\theta)$.

若给定社会选择对应F，存在某个机制贝叶斯-纳什执行之，则我们称该社会选择对应F 是**可贝叶斯-纳什执行的**。

对一般的社会选择对应$F : \Theta \to Z$, Pastlewaite–Schmeidler (JET, 1986), Palfrey-Srivastava (RES, 1989), Mookherjee-Reichelstein (RES, 1990), Jackson (Econometrica, 1991), Dutta-Sen (Econometrica, 1994)等人，以及著者在Tian (Social Choices and

[18] 由于$m_{-i}(\theta_{-i}) = m_{-i}$，因此若(15.11.46)成立，则(15.11.47)成立。又由于$E_{\theta_{-i}}[u_i(h(m_i, m_{-i}(\theta_{-i})), \theta_i) \mid \theta_i] = u_i(h(m_i, m_{-i}), \theta_i), \forall m_i \in M_i$，因此若(15.11.47)成立，则(15.11.46)成立。

Welfare, 1996; Journal of Math. Econ., 1999)中对一般的社会目标及各种经济环境类给出了它是贝叶斯可执行的充份必要条件。在某些技术性的条件下，他们证明了一个社会目标对应是贝叶斯可执行的充份必要条件是：F是贝叶斯单调的并且是贝叶斯激励相容的。

人们可类似地考虑精练贝叶斯执行及近似贝叶斯执行。Palfrey–Srivastava(1989)在非占优的贝叶斯均衡解的假设下证明了，对至少有三个参与者的经济环境类，一个社会目标对应是非占优贝叶斯可执行的充份必要条件是：F是贝叶斯激励相容的。Abreu–Mastsushima (1990)，Matsushima (1993)，Duggan (1993)，及笔者(见:Tian (1997))等人在各种技术性条件下证明了一个社会目标对应是近似贝叶斯可执行的充份必要条件是：这个社会目标是贝叶斯激励相容的。

为了理解什么样的社会选择对应是可贝叶斯-纳什均衡执行的，在本节剩下的内容中，我们将考察社会选择目标由单值社会选择函数$f:\Theta\to Z$给定的情形。而且，根据下面的显示原理，不失去一般性，我们可以只考虑直接显示机制。

定义 15.11.4 选择规则$f(\cdot)$**按贝叶斯-纳什均衡可真实执行**，如果对所有的$\theta_i\in\Theta_i$和$i\in I$，$m_i^*(\theta_i)=\theta_i$是直接显示机制$\Gamma=(\Theta_1,\cdots,\Theta_i,f(\cdot))$的贝叶斯-纳什均衡，即$\forall i,\forall\theta_i\in\Theta_i$，我们有

$$E_{\theta_{-i}}[u_i(f(\theta_i,\theta_{-i}),\theta_i)\mid\theta_i]\geq E_{\theta_{-i}}[u_i(f(\hat{\theta}_i,\theta_{-i}),\theta_i)\mid\theta_i],\forall\hat{\theta}_i\in\Theta_i.$$

上述不等式称为贝叶斯激励相容约束。

贝叶斯激励相容的概念意味着，每个经济人都会真实地显示他的类型，只要所有其他人采用真实策略。这样，每个真实显示策略组合都是直接显示机制$<\Theta,f>$的贝叶斯均衡。注意，贝叶斯激励相容并没有说，当其他人没有采用真实策略时，一个经济人最佳反应策略是什么。从而，当一个机制有多重均衡时，它也许还有其他不理想的均衡结果。设计机制的目的是要达到理想的均衡结果，但也许导致了一些不理想的均衡结果。这样，激励相容要求是核心要求时，它也许不足以让一个机制导致了所有的理想结果。Demski and Sappington (JET, 1984), Postlewaite和Schmeidler (JET, 1986), Repullo (Econometrica, 1988)等人考察了这种多重均衡问题的严重性。执行问题就是要求所设计的机制能够保证所有的均衡导致了由社会选择集合所决定的理想结果。

类似地，我们有下面对贝叶斯均衡执行的显示原理。

定理 15.11.1 (显示原理) *选择规则$f(\cdot)$ 按贝叶斯-纳什均衡可执行当且仅当它按贝叶斯-纳什均衡可真实执行。*

证明: 证明方法同前面一样。假设存在机制$\Gamma=(M_1,\cdots,M_n,g(\cdot))$和均衡策略$m^*(\cdot)=(m_1^*(\cdot),\cdots,m_n^*(\cdot))$，使得$g(m^*(\cdot))=f(\cdot)$，$\forall i,\forall\theta_i\in\Theta_i$，则有

$$E_{\theta_{-i}}[u_i(g(m_i^*(\theta_i),m_{-i}^*(\theta_{-i})),\theta_i)\mid\theta_i]\geq E_{\theta_{-i}}[u_i(g(m_i',m_{-i}^*(\theta_{-i})),\theta_i)\mid\theta_i],\forall m_i'\in M_i.$$

个体i一种偏离均衡的方法是假装其类型为$\hat{\theta}_i$而非θ_i，即发出信号$m_i' = m_i^*(\hat{\theta}_i)$。此时有

$$E_{\theta_{-i}}[u_i(g(m_i^*(\theta_i), m_{-i}^*(\theta_{-i})), \theta_i) \mid \theta_i] \geq E_{\theta_{-i}}[u_i(g(m_i^*(\hat{\theta}_i), m_{-i}^*(\theta_{-i})), \theta_i) \mid \theta_i], \forall \hat{\theta}_i \in \Theta_i.$$

但由于$g(m^*(\theta)) = f(\theta), \forall \theta \in \Theta$, 因此$\forall i, \forall \theta_i \in \Theta_i$, 我们有

$$E_{\theta_{-i}}[u_i(f(\theta_i, \theta_{-i}), \theta_i) \mid \theta_i] \geq E_{\theta_{-i}}[u_i(f(\hat{\theta}_i, \theta_{-i}), \theta_i) \mid \theta_i], \forall \hat{\theta}_i \in \Theta_i.$$

□

15.11.1　期望外部性机制的事后有效执行

仍然考察拟线性效用函数情形。根据占优策略执行一节的讨论，我们知道，如果假定占优均衡解，则一般来说不存在事后帕累托有效执行。但是，在拟线性环境中，如果我们采用贝叶斯-纳什均衡这一较弱解的概念，而非占优策略均衡解概念，则事后帕累托有效选择规则$f(\cdot) = (y(\cdot), t_1(\cdot), \cdots, t_i(\cdot))$ 是可执行的，其中，$\forall \theta \in \Theta$, 我们有

$$y(\theta) \in \text{argmax}_{y \in Y} \sum_{i=1}^{n} v_i(x, \theta_i),$$

其预算是平衡的：

$$\sum_{i=1}^{n} t_i(\theta) = 0.$$

下面所要介绍的期望外部性机制(Expected Externality Mechanism) 分别由D' Aspermont 和Gerard-Varet (1979)以及Arrow (1979) 给出，因而在文献中它也称为AGV机制。在下述假定下，该机制能达到事后帕累托有效执行。

假设 15.1 *类型分布是相互独立的，即*$\phi(\theta) = \Pi_{i \in N} \phi_i(\theta_i), \forall \theta \in \Theta$。

为理解这点，我们在个体i的VCG转移支付中对其他个体如实报告的价值函数取数学期望，则有

$$t_i(\hat{\theta}) = E_{\theta_{-i}}[\sum_{j \neq i} v_j(y(\hat{\theta}_i, \theta_{-i}), \theta_j)] + d_i(\hat{\theta}_{-i})$$

(根据上述独立性假设，上述关于θ_{-i}的期望并不需要对θ_i取条件期望)。不同于VCG机制，上式中的第一项只与个体i所声明的类型$\hat{\theta}_i$有关，而与其他个体所声明的类型无关。这是因为它是在假定除个体i其他个体$j \neq i$都讲真话而个体i的声明是$\hat{\theta}_i$时其他所有个体的所有期望效用之和，且它与个体$j \neq i$的实际声明无关。这意味着$t_i(\cdot)$不是那么“可变(variable)”的，但平均来说它导致了个体i的激励与社会福利一致。

为了理解给定其他个体$j \neq i$讲真话时个体i的激励相容条件满足，我们注意到个体i的最优化问题为

$$\max_{\hat{\theta}_i \in \Theta_i} E_{\theta_{-i}}[v_i(y(\hat{\theta}_i, \theta_{-i}), \theta_i) + t_i(\hat{\theta}_i, \theta_{-i})] = E_{\theta_{-i}}[\sum_{j=1}^{n} v_j(y(\hat{\theta}_i, \theta_{-i}), \theta_j)] + d_i(\theta_{-i}).$$

类似地，个体i的所报的信息只有在决策$y(\hat{\theta}_i, \theta_{-i})$下是重要的。此外，根据有效决策规则$y(\cdot)$的定义，对每个$\theta_{-i} \in \Theta_{-i}$，个体$i$的效用在决策$y(\theta_i, \theta_{-i})$下达到最大，而这可通过如实报告自己的类型达到：$\hat{\theta}_i = \theta_i$。因此，如实报告也最大化了个体$i$的期望效用。因此，BIC满足。

注. 上述论证建立在其他个体如实报告假设的基础上。从而，一般来说个体i如实报告自己的类型并非总是占优策略。事实上，如果个体i预期其他个体说谎，即报告$\hat{\theta}_{-i}(\theta_{-i}) \neq \theta_{-i}$, 则个体$i$的期望效用为

$$E_{\theta_{-i}}[v_i(y(\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_{-i}(\theta_{-i})), \theta_j) + \sum_{j \neq i}^{n} v_j(y(\hat{\theta}_i, \theta_{-i}), \theta_j)] + d_i(\theta_{-i}),$$

此时只有自己如实报告并不能最大化上述式子。

进一步地，我们现在选择函数$d_i(\cdot)$使得预算达到平衡。为了看出这点，令

$$\xi_i(\theta_i) = E_{\theta_{-i}}[\sum_{j \neq i} v_j(y(\theta_i, \theta_{-i}), \theta_j)],$$

从而期望外部性机制中的转移支付为$t_i(\theta) = \xi_i(\theta_i) + d_i(\theta_{-i})$。可以证明我们可以用函数$d(\cdot)$ 来补偿函数$\xi(\cdot)$。方法如下。

令

$$d_j(\theta_{-j}) = -\sum_{i \neq j} \frac{1}{n-1} \xi_i(\theta_i).$$

则

$$\begin{aligned}\sum_{j=1}^{n} d_j(\theta_{-j}) &= -\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^{n} \sum_{i \neq j} \xi_i(\theta_i) = -\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j \neq i} \xi_i(\theta_i) \\ &= -\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (n-1) \xi_i(\theta_i) = -\sum_{i=1}^{n} \xi_i(\theta_i),\end{aligned}$$

因此有

$$\sum_{i=1}^{n} t_i(\theta) = \sum_{i=1}^{n} \xi_i(\theta_i) + \sum_{i=1}^{n} d_i(\theta_{-i}) = 0.$$

因此，当个体的伯努利(Bernoulli)效用函数是拟线性的，且个体的类型在统计上

是相互独立的，则存在按贝叶斯-纳什均衡可执行的事后有效社会选择函数。

在线性模型中的应用

考虑决策集为$Y \subset \mathbb{R}^n$，类型空间为$\Theta_i = [\underline{\theta}_i; \bar{\theta}_i] \subset \mathbb{R}, \forall i$的拟线性环境。参与人$i$的效用函数形式如下：

$$\theta_i y_i + t_i.$$

注意，这些收益满足单交条件(SCP)。

决策集Y的形式随着应用的不同而不同。

两个例子：

1. 私有品的配置: $Z = \{y \in \{0,1\}^n : \sum_i y_i = 1\}$.
2. 非排他性(nonexcludable)公共品的提供: $Y = \{(q, \cdots, q) \in \mathbb{R}^n : q \in \{0,1\}\}$.

我们可以完全刻画在这个环境下的占优激励相容(DIC)和贝叶斯激励相容(BIC)选择规则。

令$U_i(\theta) = \theta_i y(\theta) + t_i(\theta)$。对任意给定的$\theta_{-i}$，我们有

命题 15.11.1 *在线性模型中，选择规则$(y(\cdot), t_1(\cdot), \cdots, t_n(\cdot))$是占优激励相容当且仅当对所有的$i \in N$，*

(1) $y_i(\theta_i, \theta_{-i})$关于$\theta_i$非递减， (DM);

(2) $U_i(\theta_i, \theta_{-i}) = U_i(\underline{\theta}_i, \theta_{-i}) + \int_{\underline{\theta}_i}^{\bar{\theta}_i} y_i(\tau, \theta_{-i}) d\tau, \forall \theta \in \Theta.$ (DICFOC)

证明: 必要性。占优激励相容意味着对所有的$\theta_i' > \theta_i$，我们有

$$U_i(\theta_i, \theta_{-i}) \geq \theta_i y(\theta_i', \theta_{-i}) + t_i(\theta_i', \theta_{-i}) = U_i(\theta_i', \theta_{-i}) + (\theta_i - \theta_i') y(\theta_i', \theta_{-i})$$

及

$$U_i(\theta_i', \theta_{-i}) \geq \theta_i' y(\theta_i, \theta_{-i}) + t_i(\theta_i, \theta_{-i}) = U_i(\theta_i, \theta_{-i}) + (\theta_i' - \theta_i) y(\theta_i, \theta_{-i}).$$

这样，

$$y(\theta_i', \theta_{-i}) \geq \frac{U_i(\theta_i', \theta_{-i}) - U_i(\theta_i, \theta_{-i})}{\theta_i' - \theta_i} \geq y(\theta_i, \theta_{-i}). \tag{15.11.48}$$

不等式(15.11.48)意味着$y_i(\theta_i, \theta_{-i})$ 关于θ_i非递减（注意到$\theta_i' > \theta_i$）。并且，当$\theta_i' \to \theta_i$，由(15.11.48)，我们有

$$\frac{\partial U_i(\theta)}{\partial \theta_i} = y(\theta)$$

从而有

$$U_i(\theta_i, \theta_{-i}) = U_i(\underline{\theta}_i, \theta_{-i}) + \int_{\underline{\theta}_i}^{\bar{\theta}_i} y_i(\tau, \theta_{-i}) d\tau, \forall \theta \in \Theta.$$

充分性。考虑任意两个类型θ_i'和θ_i。不失一般性，假定$\theta_i > \theta_i'$。如果**DM**和**DICFO**成立，则有

$$\begin{aligned} U_i(\theta_i,\theta_{-i}) - U_i(\theta_i',\theta_{-i}) &= \int_{\underline{\theta}_i'}^{\bar{\theta}_i} y_i(\tau,\theta_{-i})d\tau \\ &\geq \int_{\underline{\theta}_i'}^{\bar{\theta}_i} y_i(\theta_i',\theta_{-i})d\tau \\ &= (\theta_i-\theta_i')y_i(\tau,\theta_{-i}). \end{aligned}$$

这样，我们有

$$U_i(\theta_i,\theta_{-i}) \geq= U_i(\theta_i',\theta_{-i}) + (\theta_i-\theta_i')y(\theta_i',\theta_{-i}) = \theta_i y(\theta_i',\theta_{-i}) + t_i(\theta_i',\theta_{-i}).$$

类似地，我们可以推出

$$U_i(\theta_i',\theta_{-i}) \geq U_i(\theta_i,\theta_{-i}) + (\theta_i'-\theta_i)y(\theta_i,\theta_{-i}) = \theta_i' y(\theta_i,\theta_{-i}) + t_i(\theta_i,\theta_{-i}).$$

因此，选择规则$(y(\cdot),t_1(\cdot),\cdots,t_n(\cdot))$是占优激励相容。 □

当个体i报告类型$\hat{\theta}_i$时，其事中（interim）期望效用为

$$\Psi(\hat{\theta}_i,\theta_{-i}) = \theta_i E_{\theta_{-i}} y_i(\hat{\theta}_i,\theta_{-i}) + E_{\theta_{-i}} t_i(\hat{\theta}_i,\theta_{-i}),$$

因此，该效用只与事中期望消费$E_{\theta_{-i}} y_i(\hat{\theta}_i,\theta_{-i})$和转移支付$E_{\theta_{-i}} t_i(\hat{\theta}_i,\theta_{-i})$有关。BIC意味着在事中阶段如实报告是最优的。类似地可以证明下面命题：

命题 15.11.2 *在线性模型中，选择规则$(y(\cdot),t_1(\cdot),\cdots,t_n(\cdot))$是贝叶斯激励相容的当且仅当对所有的$i \in N$，*

(1) $E_{\theta_{-i}} y_i(\theta_i,\theta_{-i})$关于$\theta_i$非递减。 (BM);

(2) $E_{\theta_{-i}} U_i(\theta_i,\theta_{-i}) = E_{\theta_{-i}} U_i(\underline{\theta}_i,\theta_{-i}) + \int_{\underline{\theta}_i}^{\bar{\theta}_i} E_{\theta_{-i}} y_i(\tau,\theta_{-i})d\tau, \forall \theta_i \in \Theta_i$. (BIC-FOC)

值得注意的是，(BICFOC)是(DICFOC)的一个混同(pooling)。类似地，(BM)是(DM)的一个混同。后者意味着BIC可以执行某些不是可DS执行的决策规则。

上述命题意味着，在任意两个执行同一决策规则$y(\cdot)$的BIC机制中，事中期望效用$E_{\theta_{-i}} U_i(\theta)$从而转移支付$E_{\theta_{-i}} t_i(\theta)$仅相差一个常数。

推论 15.11.1 *在线性模型中，对任意执行了事后帕累托有效决策规则$y(\cdot)$的BIC机制，存在着某个VCG机制，他们具有同样的事中期望转移支付和效用。*

证明: 若$(y(\cdot), t(\cdot))$为BIC机制，$y(\cdot), \tilde{t}(\cdot))$为VCG机制，则根据命题15.11.2，有$E_{\theta_{-i}} t_i(\theta) = E_{\theta_{-i}} \tilde{t}_i(\theta) + c_i, \forall \theta_i \in \Theta_i$. 令$\bar{t}_i(\theta) = \tilde{t}_i(\theta) + c_i$，则$(y(\cdot), \bar{t}(\cdot))$也是一个VCG机制，且$E_{\theta_{-i}} \bar{t}_i(\theta) = E_{\theta_{-i}} t_i(\theta)$。

□

这样，期望外部性机制是事中等价(interim-equivalent)于某个VCG机制。其唯一的优点是它保证事后（即对环境中的每一个状态）预算平衡。更一般地，如果决策规则$y(\cdot)$是DS可执行的，则用不是DIC的BIC机制来执行该决策规则的唯一理由是，我们关心的是事后转移支付/效用，而不是他们的事中或事前期望。

15.11.2 参与约束

如果我们将机制看作一个合约，则我们将遇到如下问题：

- 个体是否会自愿接受该合约，即其参与性约束（或称为个人理性）条件是否满足?
- 如果由某个个体设计该合约，他将在保证其他个体参与性约束条件满足的情形下最大化其收益。那么最优合约该如何设计呢?

为了分析这些问题，我们需要对根据参与性约束条件对选择规则施加额外的限制。这些约束取决于个体何时从机制中退出以及他们这样做能得到多少收益。令$\hat{u}_i(\theta_i)$是个体i从机制中退出后所能获得的效用（称之为保留效用）。(这意味着当个体从机制中退出时他将不再关心该机制对其他个体的影响。)

定义 15.11.5 *选择规则$f(\cdot)$ 是*

1. *事后(ex post)个人理性的，如果对所有的i，有*

$$U_i(\theta) \equiv u_i(f(\theta), \theta) \geq \hat{u}_i(\theta_i), \forall \theta \in \Theta.$$

2. *事中(interim)个人理性的，如果对所有的i，有*

$$E_{\theta_{-i}}[U_i(\theta_i, \theta_{-i})] \geq \hat{u}_i(\theta_i), \forall \theta \in \Theta.$$

3. *事前(ex ante)个人理性的，如果对所有的i，有*

$$E_\theta[U_i(\theta)] \geq E_{\theta_i}[\hat{u}_i(\theta_i)].$$

应当注意的是，事后个人理性意味着事中个人理性，而这又意味着事前个人理性，但反之并不成立。当个体可以在事后阶段退出机制时，自愿参与约束是最强的。

这样，能成功执行的社会选择函数的集合不仅要求按占优策略或贝叶斯-纳什占优策略（取决于我们采用的解概念）满足激励相容约束，而且也要随所考察的经济环境满足参与约束性约束条件。

当个体可以在结果配置方案公布之后的任一阶段退出时，事后个人理性约束就会出现。例如，任何分散讨价还价方案都是事后个人理性的。这是最严格的参与性约束条件。

当个体可以在他知道自身类型θ_i之后但在知道其他个体类型之前退出机制时，事中个人理性性约束就会出现。一旦个体决定参与机制，则他必须接受结果配置方案。这些约束相对于事后个人理性约束来说更容易满足一些。

最后，在事前参与约束下，即使在个体知道自己的类型之前，个体仍然可以承诺参与到机制来。这是最容易满足的约束。例如，在拟线性环境下，当机制所产生的期望效用为正时，即

$$E_\theta[\sum_i U_i(\theta)] \geq E_\theta[\sum_i \hat{u}_i(\theta_i)],$$

通过用一次性转移支付在个体间重新配置期望效用，所有个体的事前个人理性约束条件都满足，且个体的激励相容约束或者预算平衡条件仍能保持成立。

我们将主要考察事中个人理性约束。在下面的内容中，我们将进一步说明可执行社会选择函数的集合所受到的其它限制，这些限定可能来自参与性约束。这正是下述重要定理即Myerson-Satterthwaite (1983)所要考察的内容。

Myerson-Satterthwaite 定理

即使帕累托有效机制存在(例如期望外部性机制)，我们仍不清楚，这样的机制是否可由个人之间签约形成，也就是是否同时满足参与性约束条件呢。我们已经看到私人缔约(private contracting)并不一定产生有效配置。在委托-代理模型中，委托人能给予抽取代理人信息租的有效合约。但是，是否存在能产生有效配置的签约/讨价还价方案呢？例如，在委托-代理模型中，如果由代理人向没有私人信息的委托人提出合约，则代理人也能抽取所有的盈余且实现有效配置结果。因此，我们现在考虑双方都有私人信息的双边情形(bilateral situation)。可以证明，在这种情形下，一般来说并不存在满足双方参与性约束的有效机制。

考虑在两个个体（买者和卖者）$I = \{S, B\}$之间配置某不可分物品。每个个体的类型为$\theta_i \in \Theta_i = [\underline{\theta}_i, \overline{\theta}_i] \subset \mathbb{R}$, 其中$\theta_i \sim \varphi_i(\cdot)$相互独立，且对所有的$\theta_i \in \Theta_i$，有$\varphi_i(\cdot) > 0$。令$y \in \{0, 1\}$表示$B$是否获得该物品。选择规则则为$f(\theta) = (y(\theta), t_1(\theta), t_2(\theta))$。则他们的效用可写为

$$\begin{aligned} u_B(y, \theta_B) &= \theta_B y + t_B, \\ u_S(y, \theta_S) &= -\theta_S y + t_S. \end{aligned}$$

很容易看出，有效决策规则$y(\theta)$必然满足[19]

$$y(\theta_B, \theta_S) = \begin{cases} 1 & if \ \ \theta_B > \theta_S, \\ 0 & if \ \ \theta_B < \theta_S. \end{cases}$$

我们可以用期望外部性机制按贝叶斯-纳什均衡来执行有效决策规则并保证事后预算平衡。然而，假定事中个人理性约束也必须被满足：

$$\begin{aligned} E_{\theta_S}[\theta_B y(\theta_B, \theta_S) + t_B(\theta_B, \theta_S)] &\geq 0, \\ E_{\theta_B}[-\theta_S y(\theta_B, \theta_S) + t_S(\theta_B, \theta_S)] &\geq 0. \end{aligned}$$

关于预算平衡，我们可以将事后预算平衡的条件放松为事前预算平衡条件：

$$E_\theta[t_B(\theta_B, \theta_S) + t_S(\theta_B, \theta_S)] \leq 0.$$

不像前面所考察的事后预算平衡，事前预算平衡意味着我们可以借贷，只要平均来说有预算平衡（尽管事中或者事后预算可能并不是平衡的），且意味着可以有盈余金，但不能有期望盈余金短缺。

即便放松为事前预算平衡，我们仍有下面不可能性结果。

定理 15.11.2 (Myerson-Satterthwaite) *在上面设定的双边交易环境中，假定个体类型$\theta_i \sim \varphi_i(\cdot)$相互独立。若$(\underline{\theta}_B, \bar{\theta}_B) \cap (\underline{\theta}_S, \bar{\theta}_S) \neq \emptyset$ (从交易中可能获利，但不能确定)，则不存在具有有效决策规则且满足事前预算平衡和事中个人理性约束的BIC选择规则。*

证明: 首先考虑情形$[\underline{\theta}_B, \bar{\theta}_B] = [\underline{\theta}_S, \bar{\theta}_S] = [\underline{\theta}, \bar{\theta}]$。

根据推论15.11.1，我们不妨考虑VCG机制，在这种机制中事前预算平衡和事中个人理性约束满足。这样的机制具有下面形式

$$\begin{aligned} t_B(\theta_B, \theta_S) &= -\theta_S y(\theta_B, \theta_S) + d_B(\theta_S), \\ t_S(\theta_B, \theta_S) &= \theta_B y(\theta_B, \theta_S) + d_S(\theta_S). \end{aligned}$$

根据B类型为$\underline{\theta}$的事中个人理性约束以及$y(\underline{\theta}, \theta_S) = 0$ 概率为1的事实，我们必然有$E_{\theta_S} d_B(\theta_S) \geq 0$。类似地，根据$S$类型为$\bar{\theta}$ 的事中个人理性约束以及$y(\theta_B, \bar{\theta}) = 0$概率为1的事实，我们必然有$E_{\theta_B} d_S(\theta_B) \geq 0$。将这些转移支付相加，于是有

$$\begin{aligned} E_\theta[t_B(\theta_B, \theta_S) + t_S(\theta_B, \theta_S)] &= E_\theta[(\theta_B - \theta_S) y(\theta_B, \theta_S)] + E_{\theta_S}[d_B(\theta_S)] + E_{\theta_B}[d_S(\theta_B)] \\ &\geq E_\theta[\max\{\theta_B - \theta_S\}] > 0 \end{aligned}$$

[19]给定我们对分布所作的完全支撑（full support）假定，事前有效性意味着决策规则几乎在所有状态下都与$y(\cdot)$一致。

由于$\Pr(\theta_B > \theta_S) > 0$，因而事前预算平衡不成立。

对一般情形，令$(\underline{\theta}, \bar{\theta}) = (\underline{\theta}_B, \bar{\theta}_B) \cap (\underline{\theta}_S, \bar{\theta}_S)$，注意到每一个体任意大于$\bar{\theta}$ 的类型[或小于$\underline{\theta}$的] 具有相同的交易，因此根据IC，他们的转移支付必然与该个体$\bar{\theta}$ [或$\underline{\theta}$]的类型相同。因而，其支付与$\underline{\theta}$ 和$\bar{\theta}$的相同，就好像这两个个体的价值都分布在$[\underline{\theta}, \bar{\theta}]$上。定理得以证明。 □

上述证明背后的直觉是简单的：在VGC机制中，为了诱导个体显示其真实类型，每一个体必须是总盈余的剩余索求者(claimant)。这意味着一旦交易实现，则买者支付给卖者在该物品上花费的成本，而卖者获得买者对该物品的价值。为了保证最低价值的买者和最高成本的买者的事中个人理性约束成立，对个体的额外支付必然是非负的。因此，每个个体的效用必须至少等于总盈余。在贝叶斯均衡执行中，个体获得的期望效用与VGC机制中所获得的相同，因此每个个体的期望效用必然至少等于期望总剩盈余。这不能做到，除非注入数量为期望总盈余的资金时才可能达到，但由此破坏了预算平衡。

定理的解释: 应该由谁在个体的事中个人理性约束下设计最大化期望盈余的机制呢?

- 个体在事前阶段设计机制? 此时他们将面对事前而非事中个人理性约束，而这种约束容易满足。
- 某个个体在事中阶段设计机制? 此时他对有效性可能不感兴趣，而只对最大化其自身收益感兴趣，从而不能形成激励相容。
- 由某个无私、公正的中间人在事中阶段设计机制? 但这样的中间人是否存在呢?

上述结果更好的解释是将其解释为分散讨价还价方案效率的上界。事实上，任意这样的方案都可以看作一个机制，它必须满足事中个人理性约束（实际上，甚至是事后个人理性约束）和事前预算平衡(实际上，甚至是事后预算平衡)。该定理说明，在这种情形，分散讨价还价（议价）不可能产生有效结果。用科斯定理的话来说，私人信息产生了“交易成本(transaction cost)”。

Cramton-Gibbons-Klemperer (1987)证明，当物品可分且最开始由双方共同持有时，如果初始所有权配置充分均等，则有效配置能够达到。例如，假设在最开始买方持有的物品份额为$\hat{y} \in [0, 1]$。则当$\hat{y}$充分接近1/2时配置是有效的。因此，当双方形成合约关系时，双方将选择恰当的初始份额以消除因合约解除(dissolution)所带来的无效性。这一结果还可以用来研究最优初始产权配置，但它没有解释产权为什么重要。这既是说，源于产权的事中个人理性约束只损害模型中的双方。例如，双方可通过签订一份指定AGV机制且不允许在事前阶段退出的事前合约来达到完全有效性。这样，我们必须对制定复杂机制的困难性进行呼吁，如采用AGV这样的机制来解释为什么双方要寻求有助于有效再谈判的最优产权配置，而不是事前制定一个不允许随后退出或再谈判的有效机制。

15.11.3 拍卖中的收益等价定理

仍然考虑在n个风险中性买方之间配置不可分物品的模型：$Y = \{y \in \{0,1\}^n : \sum_i y_i = 1\}$, 买方$i$的收益为

$$\theta_i y_i + t_i.$$

买方的价值是$[\underline{\theta}_i, \bar{\theta}_i]$上相互独立的密度为$\varphi_{(\cdot)} > 0$的随机变量，其中$\underline{\theta}_i < \bar{\theta}_i$，其累积分布函数记为$\Phi_i(\cdot)$。

假设在最开始物品属于卖方（拍卖者）。在选择规则$(y(\cdot), t_1, \cdots, t_I)$下，拍卖者的期望收益可写为

$$-\sum_i E_\theta t_i(\theta) \;=\; \sum_i E_\theta[\theta_i y_i(\theta) - U_i(\theta)] = \sum_i E_\theta[\theta_i y_i(\theta)] - \sum_i E_{\theta_i} E_{\theta_{-i}}[U_i(\theta_i, \theta_{-i})].$$

在上式中，第一项为所有个体的期望总盈余，而第二项为所有个体的期望效用。根据命题15.11.2，第二项由决策（物品配置）规则$y(\cdot)$和最低类型的事中期望效用$E_{\theta_{-i}}[U_i(\underline{\theta}_i, \theta_{-i})]$ 完全确定。由于总盈余不变（由于所有机制执行了同样的决策规则）, 我们有下述**收益等价定理(Revenue Equivalence Theorem)**。

定理 15.11.3 (收益等价定理) *假设两个不同的拍卖机制都有贝叶斯-纳什均衡，且在该均衡处: (i) 执行了同一决策（物品配置）规则$y(\cdot)$；(ii) 当其价值为$\underline{\theta}_i$时，每个买方i具有相同的事中期望效用。则这两个拍卖机制的贝叶斯-纳什均衡对拍卖者所产生的收益是相等的。*

应当注意的是，由于用事后转移支付$t_i(\theta)$获得给定的事中期望转移支付$\bar{t}_i(\theta_i)$的方案很多，因此即使决策规则和最低类型个体的效用固定，卖方在设计拍卖方案时仍然有很大的自由。

例如，假设买方是对称的，卖方希望执行有效决策规则$y(\cdot)$ 且使价值最低买方的期望效用为零。我们知道，这可利用Vickrey（二阶价格密封拍卖(second-price sealed-bid)）拍卖按占优策略执行。更一般地，考虑k阶价格密封拍卖，其中$1 \leq k \leq n$。这里得到物品的人是竞价最高的个体，但他只需支付第k高的竞价。假设买方物品的价值是独立同分布随机变量(i.i.d.) 。则我们可以证明该拍卖的均衡存在且唯一，且该均衡是对称的，每个个体的竞价$b(\theta_i)$是其价值的增函数(参见Fudenberg- Tirole “Game Theory，” 第223-225页。) 当个体i竞价最高时，他获得物品，这当且在其价值为最大时实现。因此，该拍卖机制执行了有效决策规则。同时，价值为$\underline{\theta}$的买方获得物品的概率为零，因而其期望效用为零。因此，根据收益等价定理，对任意的k，k 阶价格密封拍卖对卖方所产生的收益是相同的。

如果对给定的竞价方案，当k较小时卖方将获得更高的收益。那么上述结果怎么会成立呢? 答案是当k较小时竞标者的竞价会较低，这抵消了第一种效应。例如，我们知道在二阶价格拍卖中买方的竞价为其真实价值。而在一阶价格拍卖中，由于竞价等于

其真实价值对自身所带来的期望效用为零，因此买方的竞价将小于其真实价值。收益等价定理说明，对这两种拍卖机制来说，卖方的期望收益是相等的。特别地，我们无须求解拍卖的均衡即可知道这一点。当$k > 2$时，收益等价定理意味着买方的竞价将大于其真实价值。

下面我们求解卖方的最优拍卖方案。假设卖方可以保留物品。我们称“保留物品”的卖方为“个体0”，其对物品的价值记为θ_0，其是否保留物品的决策记为$y_0 \in \{0,1\}$。则我们必然有$\sum_{i=0}^n y_i = 1$。

卖方的期望收益可写为

$$\theta_0 E_\theta y_0(\theta) + \text{期望收益} \quad = \quad \theta_0 E_\theta y_0(\theta) + \sum_{i=1}^n E_\theta[\theta_i y_i(\theta)] - \sum_{i=1}^n E_{\theta_i} E_{\theta_{-i}}[U_i(\theta_i, \theta_{-i})].$$

因此，卖方的期望收益等于总盈余和个体期望信息租金之差。

根据命题15.11.2, 买方的期望事中效用必然满足

$$E_{\theta_{-i}}[U_i(\theta_i, \theta_{-i})] \quad = \quad E_{\theta_{-i}}[U_i(\underline{\theta}_i, \theta_{-i})] + \int_{\underline{\theta}_i}^{\bar{\theta}_i} E_{\theta_{-i}} y_i(\tau, \theta_{-i}) d\tau, \forall \theta_i \in \Theta_i. \ (BICFOC)$$

根据买方的事中个人理性约束$E_{\theta_{-i}}[U_i(\underline{\theta}_i, \theta_{-i})] \geq 0, \forall i$，对给定的决策规则$y$, 买方的最优选择是将转移支付设为$E_{\theta_{-i}}[U_i(\underline{\theta}_i, \theta_{-i})] = 0, \forall i$。而且，对上式分部积分，我们可将买方$i$的期望信息租金写为

$$E_\theta E_{\theta_{-i}}\left[\frac{1}{h_i(\theta_i)} y_i(\theta)\right],$$

其中$h_i(\theta_i) = \dfrac{\varphi_i(\theta_i)}{1 - \Phi_i(\theta_i)}$是个体$i$的违约率(hazard rate)。将其带入卖方的收益表示式中，我们可将其写为期望“虚拟盈余(virtual surplus)”：

$$E_\theta\left[\theta_0 y_0(\theta) + \sum_{i=1}^n \left(\theta_i - \frac{1}{h_i(\theta_i)}\right) y_i(\theta)\right].$$

最后，对$i \geq 1$, 令$\nu_i(\theta_i) = \theta_i - 1/h_i(\theta_i)$, 我们称之为个体$i$的“虚拟价值(virtual valuation)”。再令$\nu_0(\theta_0) = \theta_0$。则卖方的最优化问题可写为

$$\begin{aligned} \max_{x(\cdot)} E_\theta \quad & [\textstyle\sum_{i=0}^n \nu_i(\theta_i) y_i(\theta_i)] \ s.t. \ \textstyle\sum_{i=0}^n y_i(\theta) = 1, \\ & E_{\theta_{-i}} y_i(\theta_i, \theta_{-i})\text{关于}\theta_i, \forall i \geq 1\text{非递减}. \ (BM) \end{aligned}$$

如果我们忽略上面的贝叶斯单调性(Bayesian Monotonicity, BM)，对每个状态θ，分别最大化上述期望。将物品给虚拟价值最高的个体的方案如下：对所有个体$j \neq i$，当$\nu_i(\theta_i) > \nu_j(\theta_j)$时，$y_i(\theta) = 1$。其对应的决策规则为$y(\theta) = y(\nu_0(\theta_0), \nu_1(\theta_1), \cdots, \nu_I(\theta_I))$，其中$y(\cdot)$是一阶最优有效决策规则。从直觉上来说，由于委托人无法抽取个体所有的信

息租金，因而委托人将采用个体的虚拟价值而非其真实价值。个体的虚拟价值小于其真实价值，其原因在于后者包含了个体的信息租金，委托人不能抽取该租金。利润最大化机制将物品配置给虚拟价值最高的个体。

在何种条件下我们可以忽略单调性约束呢？注意到当虚拟价值函数$\nu_i(\theta_i) = \theta_i - 1/h_i(\theta_i)$为递增函数时[20]，在松弛问题的解中，个体价值的上升将使其更可能获得物品。因此，对所有的θ_{-i}，$y_i(\theta_i, \theta_{-i})$关于$\theta_i$非递减，从而根据命题15.11.1，最优配置规则不仅按贝叶斯-纳什均衡可执行，而且可按占优策略均衡执行。我们还可通过对DICFOC积分得到DIC转移支付；所得到的转移支付形式为：

$$t_i(\theta) = p_i(\theta_{-i})y_i(\theta), \text{其中} p_i(\theta_{-i}) = \inf\{\hat{\theta}_i \in [\underline{\theta}_i, \bar{\theta}_i] : y_i(\hat{\theta}_i, \theta_{-i}) = 1\}.$$

因此，对每个个体i，存在定价规则$p_i(\theta_{-i})$，是其他人真实价值的函数。如果该个体的出价大于价格，则该个体获得物品，其按价格$p_i(\theta_{-i})$支付。这意味着讲真话（真实显示）是占优策略。其论证逻辑同Vickrey拍卖机制的相同：撒谎并不影响所支付的价格，而是只影响是否获得物品。个体希望当自己对物品的价值高于物品价格时，刚好获得物品。

另一方面，如果虚拟价值函数不是递增的，则(BM)可能是紧的，因而我们需要某种"烫平"(ironing，见第12章的讨论)方案来确定使(BM)紧的区域。在这种情境下，由于委托人会低估个体的真实价值，物品不太可能以社会最优方式出售。当委托人出售物品时，价值最高的个体是否会获得该物品呢？这取决于：

对称情形: 个体类型的分布相同。则他们的虚拟价值函数相同，为$\nu(\cdot)$。假设该函数是递增的。则当委托人出售物品时，由于价值最高的个体θ_i的虚拟价值$\nu(\theta_i)$最高，因而该物品必然出售给他。当且$\nu(\max_{i\geq 1}\theta_i) > \theta_0$时委托人出售该物品。

最优配置规则的占优策略执行是Vickrey拍卖机制，其中卖方公布称为"保留价格(reserve price)"的竞价$p = \nu^{-1}(\theta_0)$。它大于委托人对物品的价值，因此物品不可能以社会最优方式出售。其直觉是，委托人将通过减少个体的消费来减少其信息租金。这与单个个体的情形类似。

不对称情形: 虚拟价值最高的个体不一定是真实价值最高的个体。例如，假设竞标者有两个，且对所有的θ，有$h_1(\theta) < h_2(\theta)$。该不等式意味着在升价拍卖（即竞价依次递增、个体随着价格的上升而退出、最终竞价达到最高真实价值的拍卖）中，在任意时刻，第一个竞标人不可能先于第二个竞标人退出拍卖。因此，该不等式意味着第一个竞标人在随机意义上比第二个竞标人更希望竞得物品。[21] 这样，对所有的θ，有$\nu_1(\theta) < \nu_2(\theta)$，即，最优拍卖机制应该偏向于激励第二个竞标人竞价。对此，一个直觉是，这种偏向强化了竞标人之间的竞争。

[20]这样的一个充分性条件是违约率$h_i(\theta_i)$是非递减函数。论证过程同单个个体情形相同(注意到对线性效用函数$\nu(y,\theta) = \theta y$，我们有$\nu_{y\theta\theta} = 0$)。

[21]当第一个竞标人价值的分布占优于第二个竞标人价值的分布时这一结果成立，这类似于按照单调似然率排序(monotone likelihood rator ordering)。

15.11.4 相关类型

基于Cremer和McLean (1988)的思想，我们将看到，在相关类型中，“几乎每个规则都是可执行的”。为简单起见，我们考虑存在两个经济人且$\Theta_i = \{L, H\}, i = 1, 2$的拟线性环境(Cremer-McLean 考虑了任意数目的个体和类型的情形)。令(θ_1, θ_2)的联合概率矩阵为：

$$\begin{pmatrix} \pi(L,L) & \pi(L,H) \\ \pi(H,L) & \pi(H,H) \end{pmatrix}$$

(矩阵每行以及每列元素之和加起来应等于1。) 类型相关意味着矩阵的行列式不等于零。为避免分类讨论，假设其行列式为正，即

$$\pi(L,L)\pi(H,H) - \pi(L,H)\pi(H,L) > 0,$$

这对应于正的类型相关(否则我们调换个体的L和H记号)。

我们记边际和条件概率为：

$$\begin{aligned} \pi_i(\theta_i) &= \pi(\theta_i, L) + \pi(\theta_i, H), \\ \pi_{-i}(\theta_{-i} \mid \theta_i) &= \pi(\theta_i, \theta_{-i})/\pi_i(\theta_i). \end{aligned}$$

假设边际密度$\pi_i(\theta_i) > 0$ (否则个体i只有一种类型)。

再设θ'为不等于θ的类型。

命题 15.11.3 *对任意的选择规则*$(y(\cdot), t_1(\cdot), t_2(\cdot))$，*存在决策规则和事中期望转移支付相同的BIC选择规则*$(y(\cdot), \tilde{t}_1(\cdot), \tilde{t}_2(\cdot))$，*其中事中期望转移支付为：*

$$E_{\theta_{-i}}[\tilde{t}_i(\theta_i, \theta_{-i}) \mid \theta_i] = E_{\theta_{-i}}[t_i(\theta_i, \theta_{-i}) \mid \theta_i], i = 1, 2, \theta_i = L, H.$$

证明: 构造新的转移支付如下：

$$\tilde{t}_i(\theta_i, \theta_{-i}) \;\; = \;\; \begin{cases} t_i(\theta_i, \theta_{-i}) + \Delta \cdot \pi_{-i}(\theta_i' \mid \theta_i) & \text{when } \theta_{-i} = \theta_i, \\ t_i(\theta_i, \theta_{-i}) - \Delta \cdot \pi_{-i}(\theta_i \mid \theta_i) & \text{when } \theta_{-i} \neq \theta_i. \end{cases}$$

则我们有

$$\begin{aligned} E_{\theta_{-i}}[\tilde{t}_i(\theta_i, \theta_{-i}) \mid \theta_i] - E_{\theta_{-i}}[t_i(\theta_i, \theta_{-i}) \mid \theta_i] &= \pi_{-i}(\theta_i \mid \theta_i)[\pi_{-i}(\theta_i' \mid \theta_i)\Delta] \\ &\quad + \pi_{-i}(\theta_i' \mid \theta_i)[-\Delta \pi_i(\theta_i \mid \theta_i)]. \end{aligned}$$

同时，当$\Delta > 0$充分大时，新机制是BIC。事实上，均衡事中期望效用并不受影响，而

隐瞒自身类型、报告类型$\theta_i' \neq \theta_i$的事中期望效用为

$$\begin{aligned}\tilde{\Phi}_i(\theta' \mid \theta) &= \Phi_i(\theta' \mid \theta) + \pi_{-i}(\theta' \mid \theta)[\pi_{-i}(\theta \mid \theta')\Delta] + \pi_{-i}(\theta \mid \theta)[-\pi_{-i}(\theta' \mid \theta')\Delta] \\ &= \Phi_i(\theta' \mid \theta) + \frac{\pi(\theta', \theta)\pi(\theta, \theta') - \pi(\theta, \theta)\pi(\theta', \theta')}{\pi_i(\theta)\pi_i(\theta')}\Delta.\end{aligned}$$

根据类型相关的假设，上式中分式部分小于零，因此我们可以选择充分大的$\Delta > 0$使得$\tilde{\Phi}(\theta' \mid \theta)$充分小。 □

从直观上来说，上述证明给出了个体i在另一类型θ'上的彩券。如果个体真实显示其类型，则其期望价值是零，否则其期望价值小于零。如果这个彩券的回报充分大，则BIC将满足。

例如，假设委托人希望最大化自身利润。则一阶最优可由一阶最优决策规则$y(\cdot)$和消去代理人的信息租达到。事实上，若我们设定转移支付为

$$t_i(\theta_i) = \hat{u}_i(\theta_i) - v_i(y(\theta_i, \theta_{-i}), \theta_i),$$

其中$\hat{u}_i(\theta_i)$为类型为θ_i的个体i的保留效用。则所有类型的个人理性约束都是紧的（无论是事中还是事后约束）。因此我们可以根据上述命题构造事中等价的BIC。

上述论据的一个问题是，当Δ充分大时，说谎也可能是贝叶斯-纳什均衡。不过，这一问题可以避免。

可以证明，即使在DIC的限制下，委托人也可以抽取所有盈余，得到了下面有名的Cremer-McLean 完全剩余抽取定理（Full Surplus Extraction Theorem）。

定理 15.11.4 (Cremer-McLean 完全剩余抽取定理) *假定个体类型相关。则，对任意的DIC选择规则*$(y(\cdot), t_1(\cdot), t_2(\cdot))$*，存在其它的DIC选择规则*$(y(\cdot), \tilde{t}_1(\cdot), \tilde{t}_2(\cdot))$*，使得事中个人理性约束是紧的，从而一阶最优配置结果可以达到。*

证明: 构造如下形式的转移支付:

$$\tilde{t}_i(\theta) = t_i(\theta) + h_i(\theta_{-i}),$$

为了保证i的事中个人理性约束是紧的，我们需要

$$E_{\theta_{-i}}[U_i(\theta_i, \theta_{-i}) + h_i(\theta_{-i}) \mid \theta_i] = \hat{u}_i(\theta_i).$$

对个体i的每种类型都写出上式，我们有

$$\begin{aligned}\pi_{-i}(L \mid L)h_i(L) + \pi_{-i}(H \mid L)h_i(H) &= \hat{u}_i(L) - E_{\theta_{-i}}[U_i(L, \theta_{-i}) \mid L], \\ \pi_{-i}(L \mid H)h_i(L) + \pi_{-i}(H \mid H)h_i(H) &= \hat{u}_i(H) - E_{\theta_{-i}}[U_i(H, \theta_{-i}) \mid H].\end{aligned}$$

这是一个线性方程组，其系数矩阵的行列式为

$$\pi_{-i}(L \mid L)\pi_{-i}(H \mid H) - \pi_{-i}(H \mid L)\pi_{-i}(L \mid H) = \frac{\pi(L,L)\pi(H,H) - \pi(H,L)\pi(L,H)}{\pi_i(L)\pi_i(H)} > 0$$

从而，根据类型相关的假设，该方程组的解存在。特别地，委托人可以通过使用VCG机制和从代理人那里抽取所有盈余来达到一阶最优。

□

Cremer和McLean 对多个代理人和多种类型情形给出了贝叶斯-纳什均衡和占优策略均衡执行的条件。占优策略均衡执行的条件比贝叶斯-纳什均衡执行的条件更为严格一些，但它们对类型更为一般的联合分布都成立。

15.11.5 事后执行

标准的拍卖理论假定卖方知道买方价值的分布F。例如，考虑多物品拍卖，其中每个买方最多只能购买一种物品。最优拍卖机制根据超过边际成本$c(X) - c(X-1)$的虚拟价值$\nu(\theta_i)$ 的大小将物品出售给买方。这可以用供给曲线$\nu^{-1}(c(X) - c(X-1))$表示。在线性成本情形，当边际成本是常数c时，物品能以价格$\nu^{-1}(c)$出售而不需要使用拍卖。(如果买方数目很少且总和需求从而均衡边际成本可以预测时，同样的结论也成立。)

然而，如果分布F是未知的，则垄断者所面临的产品需求曲线未知。这等价于假定买方的价值是服从未知分布F的独立同分布随机变量且拍卖机制的设计者对其价值具有贝叶斯先验知识。在这个假设下，买方的类型是相关的。此时我们应该使用何种机制呢？我们现在只限于考察事后机制设计。在有关单调性约束下，该机制最大化期望虚拟盈余：

$$\begin{array}{cl} \max\limits_{x(\cdot)} & E_\theta\left[\sum_{i=1}^n \nu(\theta_i \mid \theta_{-i}) y_i(\theta) - c\left(\sum_{i=1}^n y_i(\theta)\right)\right] \\ s.t. & y_i(\theta_i, \theta_{-i}) \text{ 关于}\theta_i\text{非递减}, \forall i \geq 1. \ (DM) \end{array}$$

这里$\nu(\theta_i \mid \theta_{-i}) = \theta_i - \frac{f(\theta_i|\theta_{-i})}{1-F(\theta_i|\theta_{-i})}$ 是买方i的条件虚拟价值/边际收益函数(根据对称性，这一函数对所有的买方都相同。)。

为简单起见，我们考察边际成本为常数c的情形。于是，如果我们忽略(DM)，则当且仅当$\nu(\theta_i \mid \theta_{-i}) \geq c$，最优机制将物品出售给买方$i$。如果虚拟效用$\nu(\theta_i \mid \theta_{-i})$ 关于θ_i非递增，则该机制实际上也满足(DM)。基于每个买方对其它个体报告的信息，该机制可通过给每个买方提供一个最优的垄断价格$p(\theta_{-i})$并将物品出售给(所报告的)其价值大于垄断价格的买方。(买方首先报告自身的价值，然后机制确定垄断价格。) 根据大数定律，当个体的数目$n \to \infty$时，$p(\theta_{-i})$ 将收敛于最优垄断价格，因此卖方的利润将收敛于F已知时的利润。

需要指出的是，上述机制同传统的拍卖机制完全不同：这里，买方i的竞价直接影响了其它买方的配置，而非只通过其配置对其它买方的配置产生影响。这种影响由买

方之间的“信息关联”而非“技术关联”产生，而后者一般在标准拍卖中通过卖方的成本函数或者生产能力(capacity)约束产生影响。

15.11.6 具有共同价值的事后执行

在具有共同价值(common value)的拟线性环境中，个体i的收益$v_i(x,\theta)+t_i$取决于θ_{-i}。

在这种情形，类型相关问题仍然存在。我们可以设定一系列相互独立的共同价值，例如，在"Wallet博弈"中，所有个体的收益都与$\sum_i \theta_i$有关。但一个更自然的模型是“采掘权(mineral rights)”模型，其中个体的类型是在未知真实状态条件下的独立同分布信号，因而个体类型在都与某个先验分布相关。大多数有关共同价值拍卖的文献都是实证性的—求解若干机制的均衡并对其进行比较，而非寻找最优机制。这方面的研究可追溯到Milgrom和Weber。最近，一些最优机制设计的研究将注意力转向了“事后执行”，其角度比较新颖，其基本思想是引入“事后激励相容”约束：

$$v_i(x(\theta),\theta)+t_i(\theta_i,\theta_{-i})\geq v_i(x(\hat{\theta}_i,\theta_{-i}),\theta)+t_i(\hat{\theta}_i,\theta_{-i}),\forall\theta_i,\hat{\theta}_i\in\Theta_i,\forall\theta_{-i}\in\Theta_{-i}.$$

这意味着，无论其他个体的类型是什么，只要其他们遵从他们的均衡策略（即如实报告），个体i说真话是最优的。若不作这一假设，则其他个体可能报告θ'_{-i}但其真实的类型则为θ_{-i}，从而个体i的效用为$v_i(x(\hat{\theta}_i,\theta'_{-i}),\theta_i,\theta_{-i})+t_i(\hat{\theta}_i,\theta_{-i})$。这样，对个体$i$说，真实显示不可能是最优的。在私人价值情形，事后激励相容”约束假设并不需要，因为事后激励相容约束同DIC一致。此外，事后执行还可考虑施加事后个人理性约束。有兴趣的读者可参见Dasgupta 和Maskin (QJE 2000)。

15.12 机制设计的信息效率问题

本章至今现在主要讨论的是机制的激励问题，即要求个体自利行为(个人理性)与既定目标(集体理性)一致的问题。本节讨论一个经济机制实现某个目标所要求的最小信息量问题，即我们现在只注意经济机制的信息要求(即运行成本问题)，而不考虑激励是否相容的问题。

15.12.1 信息机制设计的基本分析框架

从信息的观点，一个经济机制可以看作为是一个信息交换和调整的过程。象市场调整过程那样，当信息的交换处在平稳(stationary)位置上时，一个配置结果被决定。分散决策从本质上来说是信息不完全的一种特征—信息分散于各个生产和消费决策者的一种特征。人们通过对需求和供给等经济活动的信息交换和传递来作出生产和消费的决策。信息分散化与亚当.斯密–哈耶克–费德曼所论证的竞争市场机制的最优性的特

征紧密相关。[22]那么，信息是什么？信息分散化的严格定义又是什么？它应包括哪些内容？在什么意义下认为信息成本是大还是小？在讨论这些问题时，人们需要一个统一的模型来研究什么是经济机制。这个模型最好能包括信息分散过程、信息集中过程、市场经济机制、计划经济机制、以及它们的各种混合形式的机制，因为仅仅把一个个的机制(如市场机制和计划机制)分别加以考虑是不够的。我们下面介绍一般的信息调整过程模型，它能研究各种机制的信息成本问题。

假定在一个经济社会中，有n个参与者，每个参与者可以既是生产者也是消费者，也可以只是生产者或只是消费者，或是一个家庭，政府的某一个部门或机构，所有参与者的集合记为N。作为一个生产者，企业有一个生产可能性集合(生产技术条件约束)，记为Y_i。作为一个消费者，他有一个消费空间,记为X_i，有一个消费偏好关系或效用函数(如存在的话)，记为R_i(或u_i)，即对任何两组商品组合，他能比较哪一组商品对他更为有利。每个单位i还有一个初始资源，记为w_i 。这样，消费空间，初始资源，消费偏好关系，生产技术这四项合起来就构成了这个参与者的经济特征，记为$e_i = (X_i, w_i, u_i, Y_i)$。抽象地说，一个经济社会就是由所有参与者的特征组成的，它也被称之为经济或经济环境，记为$e = (e_1, e_2, \ldots, e_n)$。所有可能的经济环境形成了一个集合，记为$E$。所有资源配置的集合称为资源配置空间，记为$Z$。从信息传播的角度讲，所谓经济机制就是把信息从一个经济单位传递到另一经济单位。从信息物质形态讲，信息的传播形式可以是一封信，一个电话，一个图像等；从信息量化的角度讲，传递的内容可以是一组数，一个向量或一个矩阵。机制设计所需要考虑的一个重要问题就是尽量简化传递过程中的复杂性，或使一个机制合理运行而使用较少的信息，因为较少的信息意味着较少的机制运行(交易)成本。由第i个人传递出的信息我们记为m_i。所有这些信息的集合称为第i个人的信息空间，记为M_i。n个人在时间t的一组信息记为$m(t) = (m_1(t), \ldots, m_n(t))$。所有这些信息的集合称为信息空间，记为$M$ 。由于人们根据所接收到其他人的信息不断调整和反馈自己所发出的信息，在一个简单的一阶差分模型中，第i个参与者在时间$t+1$对时间t时的信息响应由差分方程

$$m_i(t+1) = \varphi_i(m(t), e) \quad i \in N \tag{15.12.49}$$

给出。这里$\varphi_i : E \to M$被称为响应函数，决定了信息反馈调整过程。一旦这种信息反馈调整过程达到平稳点，人们不再改变信息，即m是响应函数的不动点$m_i = \varphi_i(m, e), i \in N$，或达到规定的终点时刻$T$ 时，通过某个资源配置规则(称为结果函数)$h(\cdot) : M \to Z$来决定资源配置结果，即资源的配置由$z = h(m)$来决定。这样的一个信息反馈调整、资源配置过程决定了一个经济机制。它是由信息空间、响应函数及结果函数组成的，记为$< M, \varphi, h >$。这样，这个研究信息效率的模型比本章前面部分研

[22]在微观经济学中有两个福利经济学定理给出了市场机制与所导致资源配置的有效性(最优性)之间的关系。第一福利经济学定理阐明完全竞争的市场机制导致了帕累托有效配置(正式定义在下面给出)。它假定不存在外部效应以及某种个人偏好的非充分满足(自利性)的特性。第二福利经济学定理阐明任何帕累托有效配置都可以通过合适的资产再分配后由完全竞争的市场机制来达到。它假定不存在外部效应以及某种个人偏好的非充分满足的特性。但还要加另外一些重要假定，如个人偏好的凸性及生产技术不存在按报酬规模递增的现象等假设。帕累托有效(最优)配置指的是这样的一种配置：如果不存在能改善社会中某个成员的福利而又不损坏其他人的福利的可供选择的可行的资源配置的话，那么这种资源配置就被说成是帕累托有效配置。

究激励相容机制的模型多了一个信息反馈调整过程，也就是多了一个响应函数φ。信息空间规定了每个人依据自己的特征送出什么样的信息；响应函数表示了下一时刻输出的信息，它反映了如何在接到前一时刻的信息以后以怎样的形式反应出来，当然这种响应与经济环境e有关，响应函数决定了平稳信息状态；配置规则h是依据各单位送来的信息作出资源配置。任何一个机制都是在一定的约束下运行的，约束的规则却是由政府，或由立法机关制定，或由经济系统中每个参与人共同制定的。每一个人在这种约束下选择认为对他有利的信息。信息集合的元素可以是他自己对某种商品的需求或供给；或是自己对商品的偏好关系；或是对产品成本的描述等等。配置规则决定了资源的配置。这个规则把信息的传递过程转化为物资资源的配置过程。这样，它建立了从信息空间到资源配置空间的一个关系(映射)。它根据个人，企业，或其他经济单位从信息集中所选的信息来决定社会的生产及个人消费。

注意，式(15.12.49)中响应函数平稳点的集合定义了一个从经济环境空间E到信息空间M一个对应，记为$\mu_i : E \to\to M$，即$\mu_i(e) = \{m \in M : m = m_T$ 或 $m_i = \varphi_i(m, e), i \in N\}$。令

$$\mu(e) = \bigcap_{i=1}^{n} \mu_i(e). \tag{15.12.50}$$

我们得到了一个从E到M的多值对应：$\mu : E \to\to M$，并且$m \in \mu$当且仅当m是(15.12.49)的平稳点。这样，一个信息调整机制可等价地定义为$< M, \mu, h >$，这里$\mu = \bigcap_{i=1}^{n} \mu_i$称为平稳信息对应。

方程(15.12.49)所反映的调整过程是一种信息集中化调整过程。这是由于参与者i在下一时刻输出的信息依赖于整个经济e。这样，它不仅与自己的经济特征e_i有关，也与其他人的特征e_{-i}有关。如果在一个经济机制中，每个经济单位只需要知道自己的经济特征，而不知道其他单位的经济特征来决定下一时刻所传递的信息，这样的机制将称为信息分散化机制。它是方程(15.12.49) 的一个特殊情况，即当参与者i在下一时刻输出的信息只依赖于自己的经济特征e_i，而与其他人的特征无关时，方程(15.12.49)成为

$$m_i(t+1) = \varphi_i(m(t), e_i). \tag{15.12.51}$$

方程(15.12.51)定义了一个信息分散决策过程或称为隐私保障(privacy-preserving)调整过程，相应的均衡信息对应成为$\mu(e) = \bigcap_{i=1}^{n} \mu_i(e_i)$，这里$\mu_i(e_i) = \{m \in M : \varphi_i(m, e_i)\}$。

读者可能会觉得以上经济机制的定义比较抽象，不太好理解。下节关于市场竞争机制的信息有效性和唯一性的讨论也许会帮助读者了解经济机制的各个组成部分。我们将讨论如何将市场机制定义成一个信息分散化经济机制的具体步骤。市场机制的信息空间将由价格和贸易组成，且实现了市场竞争均衡。

在实际中，交流的信息内容通常是向量。这样，一旦调整过程和信息分散化被定义后，从一个机制的信息空间的维数的大小可以评价这个机制的好坏。当考虑实际机

制时，我们也许会发现，有些经济机制需要传递非常多的指标，而有些经济机制只需传递很少的指标。从信息的观点来看，对于想要实现的某个社会目标，人们总想找到一个既能实现这个社会目标又有尽可能小的运行成本(交易成本)的机制。

当信息空间是无限维时，人们不能通过信息空间维数来比较它的大小，从而需要更一般的比较信息空间大小的方法。一种方法是通过比较信息空间的拓朴空间的大小来决定所用信息量的大小。于是我们有下面比较信息空间大小的定义，它是由Walker(1977)给出的。

定义 15.12.1 令S和T是两个信息拓朴空间。**空间S被说成至少用到象空间T一样多的信息**，记为$S \geq_F T$，如果T能够被同胚地坎入在S中，即存在着S的一个子空间S'使得它与T同胚。

定义 15.12.2 一个信息分散且导致了资源有效配置的机制$\langle M, \mu, h\rangle$被说成是**信息有效的**，如果它的信息空间M在所有导致了有效配置的信息分散化机制中是最小的。

定义 15.12.3 一个从经济环境空间E到结果空间Z的信息机制$\langle M, \mu, h\rangle$定义了一个对应，称作为机制的**表现对应(performance correspondence)**，记为G：

$$G(e) = \{z \in Z : z = h(m), m \in \mu(e) \text{ 对某个} m \in M\}.$$

定义 15.12.4 给定一个社会选择对应$F : E \to\to Z$和信息机制$\langle M, \mu, h\rangle$，如果对所有的经济环境$e \in E$，$G(e) \neq \emptyset$并且$G(e) \subset F(e)$，我们称信息机制$\langle M, \mu, h\rangle$**实现(realize)了社会选择目标**F。如果对所有的经济环境$e \in E$，$G(e) \neq \emptyset$并且$G(e) = F(e)$,我们称信息机制$\langle M, \mu, h\rangle$**完全地实现了社会选择目标**F。[23]

资源的有效配置(即，帕累托最优配置)是被大多数人所能接受的一个社会标准(目标)。我们知道竞争的市场机制导致了资源的有效配置。那么人们也许会问：对新古典经济环境类(即，商品是完全可分的，消费者偏好是连续的、单调的及凸的，生产集是闭的，没有规模报酬递增)是否还存着其他信息分散机制(如市场社会主义经济机制)在信息方面比竞争市场机制更有效(即比竞争市场机制利用了更少的信息(交易)成本)而实现了最优配置？赫维兹等人在70年代证明：对纯交换的新古典经济环境类，没有什么其他经济机制既能导致资源有效配置而又比竞争市场机制用到了更少的信息。乔丹(Jordan)在1982年更进一步证明了对纯交换的新古典经济环境类，竞争市场机制是唯一的利用最少信息并且产生了有效配置的机制。由于纯交换经济并没有考虑到包括生产的经济环境类，这显然离现实太远，从而这些理论结果从政治经济学的角度考虑就大大打了折扣：因为人们如果要想论证市场机制的信息有效性，就必须要证明即使在包括生产的经济环境类情况下，人们也会得到类似的结果。市场机制在一般的

[23]在经济学文献中，人们一般用“实现(realize)”和“实施(implement)”来分别表示一个经济机制在达到社会目标时的信息和激励因素。

生产经济环境下是否也是信息最有效在成为一个一直没有解决的问题。著者在Tian (2006)中，通过应用代数拓朴学等数学工具，证明了即使具有生产的私有竞争市场机制是唯一的利用最少信息并且产生了有效配置的机制。由于有生产的经济环境包括没有生产的经济环境作为一个特殊情况，我们下面介绍这个结果，只需对一般的生产经济环境作出讨论。

15.12.2 市场竞争机制的信息有效性及唯一性

假定所考虑的生产经济社会中有L种商品和$n \equiv I + J$个参与者。其中，I个是消费者，J个是生产者。消费者i的经济特征由$e_i = (X_i, w_i, R_i)$给出。假定$X_i \subset R^L$，$w_i \in R^L_+$，R_i在X_i上连续、单调，并且是凸的。[24]每个生产者的经济特征由$e_j = (\mathcal{Y}_j)$给出。假定对所有的$j = I+1, \ldots, n$，$\mathcal{Y}_j$是非空、闭、凸，及$0 \in \mathcal{Y}_j$。所有这样的生产经济环境的集合记为，E，并称之为新古典生产经济类。

令x_i表示消费者i净交换,即$x_i = z_i - w_i$，这里z_i是消费者i的消费。令y_j表示生产者的生产计划。记$x = (x_1, \ldots, x_I)$，$y = (y_{I+1}, \ldots, y_n)$。$z := (x, y) \in R^{nL}$被称之为一个资源配置。如果对所有的$i$，$x_i + w_i \in X_i$，对所有的$j, y_j \in \mathcal{Y}_j$，我们就称资源配置$z$是**个人可行的(individually feasible)**。如果$\sum_{i=1}^{I} x_i = \sum_{j=I+1}^{N} y_j$成立，我们称这个资源配置是**平衡的(balanced)**。如果一个资源配置即是个人可行，又是平衡的，我们就称它为**可行的(feasible)**。

如果一个资源配置是可行的，并且不存在另外一个可行的资源配置$z' = (x', y')$使得$(x'_i + w_i) R_i (x_i + w_i)$对所有$i = 1, \ldots, I$成立, 并且$(x'_i + w_i) P_i (x_i + w_i)$对某个$i = 1, \ldots, I$成立,那么一个资源配置$z = (x, y)$被说成是**帕累托有效或最优(Pareto optimal)**。

对所考虑的新古典经济类，帕累托最优可以由以下有效价格概念完全特征化。令$\Delta^{L-1} = \{p \in R^L_{++} : \sum_{l=1}^{L} p^l = 1\}$表示了所有规范化价格向量集合。

非零价格向量$p \in \Delta^{L-1}$被称为是一个有效价格向量(*efficiency prices*)，如果对所有的帕累托最优配置(x, y)，

(a) $p \cdot x_i \leq p \cdot x'_i$, 对所有的$i = 1, \ldots, I$和$x'_i$使得$x'_i + w_i \in X_i$ and $x'_i \; R_i \; x_i$;

(b) $p \cdot y_j \geq p \cdot y'_j$, 对所有$y'_j \in \mathcal{Y}_j, j = I+1, \ldots, n$。

人们一般希望资源配置满足参与性条件。人们有时也把参与性条件称之为个人理性条件，它意味着：如果一个人参与某项活动后所获得的好处比未参与活动前差，他就不会去参加这个活动。那么如何对有生产的情况定义个人理性呢？下面的定义是由Hurwicz(1979b)给出，它包括了纯交换经济及生产规模报酬不变的经济环境作为特例。

[24] R_i是凸的，如果对任意的消费组合a, b,$0 < \lambda \leq 1$和$c = \lambda a + (1-\lambda) b$, $a \; P_i \; b$意味着$c \; P_i \; b$，这里P_i是严格偏好关系。

对于某个固定的分享结构$\gamma_i(e;\theta)$,如果有$(x_i+w_i)R_i(\gamma_i(e)+w_i)$，$i=1,\dots,I$,则资源配置$z=(x,y)$相对于$\gamma_i(e;\theta)$被说成是个人理性的(*individually rational*)，这里$\gamma_i(e;\theta)$由下式给出：

$$\gamma_i(e;\theta)=\frac{p\cdot\sum_{j=I+1}^{n}\theta_{ij}y_j}{p\cdot w_i}w_i,\quad i=1,\dots,I, \tag{15.12.52}$$

这里，p是一个有效价格向量，θ_{ij}非负，且满足$\sum_{i=1}^{n}\theta_{ij}=1$，$j=I+1,\dots,n$。所有个人理性配置的集合记为$I_\theta(e)$。

现在定义在私有经济条件下的市场竞争均衡。假定消费者i拥有厂商j的θ_{ij}利润份额。所有制结构于是由矩阵$\theta=(\theta_{ij})$决定。这些所有制结构的集合记为Θ。

资源配置$z=(x,y)=(x_1,x_2,\dots,x_I,y_{I+1},y_{I+2},\dots,y_n)\in R_+^{IL}\times\mathcal{Y}$被称之为在经济环境$e$下的一个市场竞争均衡或**$\theta$-瓦尔拉斯配置($\theta$-*Walrasian allocation*)**，当且仅当它是可行的，并且存在着一个价格向量$p\in\Delta^{L-1}$使得

(1) $p\cdot x_i=\sum_{j=I+1}^{N}\theta_{ij}p\cdot y_j,\quad i=1,\dots,I$;

(2)对所有的$i=1,\dots,I$，$(x_i'+w_i)\ P_i\ (x_i+w_i)$意味着$p\cdot x_i'>\sum_{j=I+1}^{N}\theta_{ij}p\cdot y_j$;

(3) $p\cdot y_j\geq p\cdot y_j',\quad y_j'\in\mathcal{Y}_j, j=I+1,\dots,N$。

所有瓦尔拉斯配置的集合记为$W_\theta(e)$，所有的瓦尔拉斯均衡价格和向量(p,z)的集合记为$\mathcal{W}_\theta(e)$。

注意，每个θ-瓦尔拉斯配置显然是个人理性的，同时也是帕累托最优的。这样，对所有的$e\in E$，我们有$W_\theta(e)\subset I_\theta(e)\cap P(e)$。

我们现在来构造信息分散化的市场竞争机制。

对每个消费者i $(i=1,\dots,I)$, 定义总和消费对应(the excess demand correspondence)，$D_i:\Delta^{L-1}\times\Theta\times R_+^J\times E_i$如下：

$$\begin{aligned}D_i(p,\theta,\pi_{I+1},\dots,\pi_N,e_i)=\{x_i:x_i+w_i\in X_i,p\cdot x_i=\sum_{j=I+1}^{N}\theta_{ij}\pi_j\\ (x_i'+w_i)\ P_i\ (x_i+w_i)\ \text{意味着}\ p\cdot x_i'>\sum_{j=I+1}^{N}\theta_{ij}\pi_j,\}\end{aligned} \tag{15.12.53}$$

这里π_j是厂商j的利润$(j=I+1,\dots,n)$。

对每个生产者i $(i=I+1,\dots,I+J)$, 定义供给对应(supply correspondence), $S_j:\Delta^{L-1}\times E_j$如下

$$S_i(p,e_j)=\{y_j:y_j\in\mathcal{Y}_j,p\cdot y_j\geq p\cdot y_j'\ \forall\ y_j'\in\mathcal{Y}_j.\} \tag{15.12.54}$$

注意当$p \in \Delta^{L-1}$, $x_i \in D_i(p,\theta,p\cdot y_{I+1},\dots,p\cdot y_N)$ $(i=1,\dots,I)$, $y_j \in S_j(p,e_j)$ $(j=I=1,\dots,N)$，并且资源配置(x,y)是平衡时,(p,x,y)是在经济环境e下的一个瓦尔拉斯均衡。

现在定义竞争市场机制$\langle M_c,\mu_c,h_c\rangle$。

令$M_c=\Delta^{L-1}\times Z$。

定义$\mu_c: E \rightarrow\rightarrow M_c$，

$$\mu_c(e)=\cap_{i=1}^{N}\mu_{ci}(e_i), \tag{15.12.55}$$

这里$\mu_{ci}: E_i \rightarrow\rightarrow M_c$被定义为

(1) 对$i=1,\dots,I, \mu_{ci}(e_i)=\{(p,x,y): p\in\Delta^{L-1}, x_i\in D_i(p,\theta,p\cdot y_{I+1},\dots,p\cdot y_N,e_i)$，及$\sum_{i=1}^{I}x_i=\sum_{j=I+1}^{N}y_j\}$。

(2) 对$i=I+1,\dots,N, \mu_{ci}(e_i)=\{(p,x,y): p\in\Delta^{L-1}, y_i\in S_i(p,e_i)$,及$\sum_{i=1}^{I}x_i=\sum_{j=I+1}^{n}y_j\}$。

这样，对所有的$e\in E$我们有$\mu_c(e)=\mathcal{W}_\theta(e)$。

最后，竞争机制的结果函数$h_c: M_c\rightarrow Z$由下式给出

$$h_c(p,x,y)=(x,y), \tag{15.12.56}$$

使得$(p,x,y)\in W_\theta(e)$。

注意，由于以上所定义的竞争市场机制的信息空间M_c的任何一个点$m=(p,x_1,\dots,x_I,y_{I+1},\dots,y_n)\in R^L_{++}\times R^{nL}$满足条件：$\sum_{l=1}^{L}p^l=1$, $\sum_{i=1}^{I}x_i=\sum_{j=I+1}^{n}y_j$, $p\cdot x_i=\sum_{j=I+1}^{n}\theta_{ij}p\cdot y_j$ $(i=1,\dots,I)$，并且由瓦尔拉斯定律，所有消费者预算方程式中的一个不独立，这样M是欧氏空间$(L+IL+JL)-(1+L+I)+1=(L-1)I+LJ$的一个子集，从而其维数的上界为$(L-1)I+LJ$。

为了证明市场机制的信息有效性和唯一性，我们考虑一个特别的生产经济环境类，记为$E^{cq}=\prod_{i=1}^{N}E_i^{cq}$，这里消费者的偏好关系是由Cobb-Douglas函数给出，有效生产技术是由二次型生产函数给出。

对$i=1,\dots,I$, 消费者i的经济特征的集合E_i^{cq}是由所有的$e_i=(X_i,w_i,R_i)$给出它使得$X_i=R^L_+, w_i>0, u(x_i+w_i,a_i)=\prod_{l=1}^{L}(x_i^l+w_i^l)^{a_i^l}$,这里$a_i\in\Delta^{L-1}$。

对$i=I+1,\dots,N$,生产者i的经济特征的集合是由所有的$e_i=\mathcal{Y}_i=\mathcal{Y}(b_i)$给出:

$$\begin{aligned}\mathcal{Y}(b_i) \quad = \quad & \{y_i\in R^L: b_i^1y_i^1+\sum_{l=2}^{L}(y^l+\frac{b_i^l}{2}(y^l)^2)\le 0\\ & -\frac{1}{b_i^l}\le y_i^l\le 0 \text{ 对所有的} l\ne 1\},\end{aligned} \tag{15.12.57}$$

这里，$b_i=(b_i^1,\dots,b_i^L), b_i^l>\frac{J}{w_i^l}$。

给定初始资源$\bar{w} \in R^{LI}_{++}$,定义子集合$\bar{E}^{cq} \subset E^{cq}$如下:

$$\bar{E}^{cq} = \{e \in E^{cd} : w_i = \bar{w}_i \ \forall i = 1, \ldots, I\}, \tag{15.12.58}$$

即初始资源在$\bar{E}^{cq}$中保持不变。令E^c为保证瓦尔拉斯均衡存在的所有生产经济环境的集合。

于是我们有下列定理。

定理 15.12.1 (信息有效定理) *假定$\langle M, \mu, h\rangle$是定义在生产经济环境上E^c的资源配置机制使得:*

(i) 它是信息分散化的;

(ii) 它导致了帕累托有效配置;

(iii) M是Hausdorff拓朴空间;

(iv) μ在某点$e \in \bar{E}^{cq}$有一个局部连续选择。

则,这个机制的信息空间M至少象竞争的市场机制的信息空间一样大,即我们有$M \geq_F M_c =_F R^{(L-1)I+LJ}$。

这个定理说明了对包括生产的一般新古典经济环境类,没有任何其他经济机制既能导致资源有效配置而又比私有制下的竞争市场机制用到了更少的信息。下面的定理2更进一步证明了定义在E^{cq}上的市场机制是唯一信息有效的机制。

定理 15.12.2 (唯一性定理) *假定$\langle M, \mu, h\rangle$是一个定义在经济环境集合E^{cq}的机制使得:*

(i) 它是信息分散化的;

(ii) 它导致了帕累托有效配置;

(iii) 它相对于的固定保证分享结构$\gamma_i(e;\theta)$是个人理性的;

(iv) M是一个$(L-1)I + LJ$维数的流型;

(v) μ在E^{cq}上是一个连续函数。

则,存在一个同丕映射从$\mu(E^{cq})$到M_c上的ϕ使得

(a) $\mu_c = \phi \cdot \mu$;

(b) $h_c \cdot \phi = h$。

这样,这个定理证明了任何定义在E^{cq}上,有相同维数且导致了帕累托有效配置的机制事实上是和竞争机制等价的。由于E^{cq}是新古典经济环境类的一个子集合,于是我们有

定理 15.12.3 *假定$\langle M, \mu, h\rangle$是定义在经济环境E^{cq}上的非竞争市场机制使得:*

(i) 它是信息分散化的;

(ii) 它导致了帕累托有效配置;

(iii) 它相对于的固定保证分享结构$\gamma_i(e;\theta)$是个人理性的;

(iv) μ在E^{cq}上是一个连续函数。

则,它的信息空间M一定会比竞争市场机制的信息空间大,即,$M >_F M_c =_F R^{(L-1)I+LJ}$。

对以上三个定理的证明,请参见Tian (2000d)。

这样,私有产权的竞争市场机制是唯一的利用最少信息并且产生了有效配置和个人理性配置的经济机制。对公共商品的情况,笔者也得到了类似的结果。在Tian (2000e)一文中,对具有公共商品的经济环境类,笔者证明了没有任何其他经济机制既能导致资源有效配置而又比林道机制用到了更少的信息,并且林道机制是唯一的利用最少信息并且产生了有效配置和个人理性配置的机制。[25]对具有副产品的公共商品的经济环境类,笔者在Tian (1994a)讨论了信息有效性机制设计的问题。由于篇幅有限,我们就不作详细讨论。

于是从以上的这些结果,我们可以得到一个重要的结论:无论是指令性计划经济机制,国有经济,集体经济,还是股份合作制,以及任何其他的非市场的经济制度,它为了实现资源有效配置所需要的信息一定要比竞争市场机制所需要的多,从而这些机制不是信息有效率的,即需要花更多的运行成本(或代价)来实现资源的最优配置。这个结果告诉人们,在竞争市场机制能够解决资源的最优配置的情况下,应让市场来解决。只有在竞争市场无能为力的情况下,才采用其他一些机制来补充市场机制的失灵。这个结果可能对中国为什么要让市场机制发挥基础性和决定性的作用,让民营经济而不是国有经济发挥主导作用,国有经济民营化提供了一个重要的理论基础。它也部分地回答了早期社会主义大论战所争论的信息效率问题,这个推论实际上是比较直观的。从以上对竞争市场机制定义为一个信息分散化经济机制可看出,市场机制的信息空间是由两个向量组成:一个是价格向量,另一个是资源配置向量(商品供给和需求所组成的向量)。而当人们运用指令性计划经济机制时,下面的企业必须向上面汇报、传递各种信息,其中包括生产函数(它反映了企业的技术条件和生产能力)。比如,即使假定生产函数是用多项式函数给出,它可能有任意高的次数。这样当一个企业向中央计划部门传递关于多项式生产函数的信息时,信息空间的维数可变得任意大。中央计划部门同时还可能需要得到消费者需求方面的情况。由于不同的人有不同的消费偏好,也就是具有不同的效用函数,这样计划机制的信息空间的维数可能会变得非常大,甚至是

[25]林道均衡配置是指:在具有公共商品的经济环境中,如果存在着一组私人商品价格及个人化公共商品价格(即公共商品的价格对不同的人也许是不同的)向量使得所导致的总需求等于总供给,这样的配置被称为林道均衡配置。我们在下面讨论公共商品经济环境下的激励机制设计时将会给出林道均衡的严格定义。

无穷维的空间，从而使得政府计划部门要作出生产和消费的决策所需要的信息就会变得巨大，使得机制的运行成本非常的大。

当然，对一个具有较少维数的经济机制，它的配置规则也许可能会变得非常复杂。这样运转这个机制总的代价也许比运转某个具有较大维数的机制的总代价还要大。不管怎样，对机制的最小信息空间的研究能够使人们知道运转一个机制至少需要多大的信息量或运行成本。当然对探索机制的其他方面(如机制的复杂性)也是重要的。

此外，对更一般的包括非新古典的经济环境类(比如，不可分的商品，非凸的偏好关系或生产可能性集)，是否存在着导致了最优资源配置的信息分散决策机制？如果存在的话，它和所需信息(交易成本)的大小之间的关系是什么？赫维兹等人对非常一般的经济环境证明了这种机制的存在。但是这样的机制是以非常高的信息成本作为代价的。Calsamiglia (1977)证明了对一类非古典的经济环境类，特别是对非凸的经济环境类，需要一个无限维的信息空间使得一个机制导致了帕累托最优的资源配置。

15.13 第十五章习题

习题 15.1 *（来自Jimmy Chan) 一个政府现邀请两个企业来投标一项政府工程。每一个企业可能是两种类型中的一种。一个高质量(h)类型的企业可以以成本C_h，为政府建设价值为υ_h的高质量工程；而一个低质量（l）类型的企业可以以成本C_l，为政府建设价值为υ_l的低质量工程。这里，$C_h > C_l$，$\upsilon_h > \upsilon_l$。假设$\upsilon_h - C_h > \upsilon_l - C_l > 0$。已知企业的类型是相互独立的且属于私人信息。每个企业有p的概率成为高质量的企业。这里我们考虑堆成的直接显示机制，当企业宣称其类型为t而另外一个企业宣称其类型为t'时，我们用$q(t,t')tt' \in h,l$来表示前一个企业中标的概率；类似的，我们用$\omega(tt')$表示政府对其支付额。给定政府和两个企业均是风险中性的，政府的目标是最大化其期望盈余$E(\upsilon - \omega)$。*
(a) *请给出所有的参与约束和激励相容约束；*
(b) *请找出政府最优的招标机制。*

习题 15.2 *考虑一个离散情形的Myerson-Satterthwaite 双边贸易模型，给定买着的价值υ以及卖者的成本c的分布均是在$1,2,3,4$上的一致分布。请证明有效性贸易是激励相容的。另外，关于Myerson-Satterthwaite 有效性结论，这个例子告诉我们些什么?*

习题 15.3 *考虑一个单一买者模型，假设卖者的成本为0，买着的价值是在$[0,1]$上的一致分布。如果存在价格上限P，请给出卖者最优的出售机制。*

习题 15.4 *(来自Banerjee Samiran) 考虑一个两人，两物品，纯交换经济环境。对于每一个$i=1,2$，$e^i \in E^i = u^i_c, u^i_l$。给定，*

$$u^i_c(x^i_1, x^i_2) = x^i_1 x^i_2$$
$$u^i_l(x^i_1, x^i_2) = 2x^i_1 + x^i_2.$$

因此，在这个环境下（$E = E^1 \times E^2$），有四种可能的经济形式。对于每种经济来说，禀赋是固定的，$\omega^1 = (\frac{1}{2}0)$，$\omega^2 = (\frac{1}{2}, 1)$。
请证明，对于这个经济环境，不存在激励相容的直接机制来同时实施个人理性和帕累托有效。

习题 15.5 *全支付拍卖类似于一价封标拍卖，但其要求投标人，无论输赢，均得向卖家支付其投标。假设这里有n 个投标者，每个投标人的价值分布均是在$[0,1]$上的独立同分布，且相互独立。请给出在全支付拍卖框架下的对称均衡投标函数；并分析该均衡投标函数与一价封标拍卖下，均衡投标函数的关系。*

习题 15.6 *(来自于Jimmy Chan)* *两个经济学家在一价餐馆就餐。每个人分别从菜单中点了一道菜，假定各自所点菜价是私人信息。但是两种菜价均是在$[0,1]$上的一致分布，且相互独立，这一点是两者之间的共同知识。二者商定：他们同时报价，出价高者向另一方支付其出价，而出价低者支付所有菜价。（例如，经济学家A出价0.5，而B出价0.4，如果所有菜价是1.2，那么A支付0.5，而B支付0.7。）*
(a)*已知这个模型有着线性均衡出价函数，υ表示一个经济学家所点菜的价格，以及令$b^*(\upsilon) = a + c\upsilon$表示均衡出价函数。在给定另一经济学家也采用该出价函数时，请给出当以经济学家所点菜价为υ，而出价为b时，其期望收益是多少?*
(b)*请解出a和c。*

习题 15.7 *(来自于Gibbons3.2.C)* *假定存在一个卖者和一个买者的经济环境。买者的价值为υ_b，卖者的价值为υ_s。已知υ_b 和υ_s均是在$[0,1]$上的一致分布，且二者相互独立。给定交易机制如下：买者和卖者分别同时报出买价p_b和卖价p_s，如果$p_b \geq p_s$，交易以价格$p = p_b + p_s/2$进行，且买者和卖者的收益分别为：*

$$\upsilon_b - p$$

$$p - \upsilon_s$$

如果$p_b < p_s$，无交易发生，双方收益分别为0 。已知在该种机制下，存在着多种均衡报价策略，例如存在着线性均衡报价策略：$p_i(\upsilon_i) = a_i + c_i\upsilon_i$，$i \in b, s$。
请给出买者和卖者的线性均衡策略，并说明其能否实施事后有效。

习题 15.8 *(来自于Holmstrom)* *考虑拟线性经济环境，令$k^*(\cdot)$表示事后有效的配置机制，同时定义$V^*(\theta) = \Sigma_i \upsilon_i(k^*(\theta), \theta_i)$.* (a)*请证明存在事后有效的社会选择函数可以被占优策略真实实施的充分必要条件是函数$V^*(\cdot) = \sum_i V_i(\theta_{-i})$，这里，对于所有i来说，$V_i(\cdot)$只是$\theta_{-i}$。*
(b)*利用（a）中的结论，证明当$I = 3, K = \Re\Theta_i = \Re_+$，以及对于所有的i，$\upsilon_i(k,\theta) = \theta_i k - \frac{1}{2}k^2$。存在一个可以被占优策略真实实施的事后有效的社会选择函数。*
(c)*现假设$\upsilon_i(k,\theta_i)$函数使得$V^*(\cdot)$是一个I-次连续可微的函数，论证时候有效的社会选择函数存在的充分必要条件是：对于任一θ，*

$$\frac{\partial^I}{\partial\theta_1 ... \partial_I} = 0$$

(d)*利用(c)中结论去验证，当I=2时，不存在事后有效的社会选择函数可以被占优策略真实实施。*

习题 15.9 *(来自于Myerson,1991)* *一个卖者和一个买者在为一个不可分物品的交易进行讨价还价。卖者的价值$\theta_b = 10$，买家的价值有两种可能，$\theta_s \in 0, 9$。令t表示交易发生的时期($t = 1, 2, ...$)，P表示商定的价格，给定买卖双方的折现因子均为δ。* (a)*在当前*

的设置的经济环境中，可选项的集合是什么?
(b)设想在该讨价还价过程的一个贝叶斯纳什均衡里，当卖家的价值是0时，交易会立即发生；而且当卖家的价值是θ_s时，商定的交易价格是$(10+\theta_s)/2$。请问当卖者的价值是9时，交易发生的最早的可能时期是?

习题 15.10 考虑一个双边交易经济，两个人起初分别拥有一单位某商品。每个人每消费一单位的商品所获价值是θ_i(i=1,2)。假定θ_i的分布均是在[0,1]上的一致分布，且相互独立。(a)刻画在一个事后有效的社会选择函数里的交易规则。
(b)考虑以下机制：每一个人给一个报价，报价高者获得另一人的单位商品，并支付其报价。请给出这个机制的一个对称贝叶斯纳什均衡。
(c)可以被这个机制实施的社会选择函数是什么？请验证它是激励相容的。请问它是否是时候有效的？满足个人理性吗？直觉上讲，为什么会与Myerson-Satterthwaite定理的结论存在差异?

习题 15.11 (来自于Dana 和Spier1994) 假定有两个企业，$j=1,2$，通过竞争亦获取给定市场的生产权。一个社会计划者通过设计一个最优的生产权拍卖机制，以最大化社会福利函数的期望值。这里，社会福利函数被定义为，

$$W=\Sigma_j\pi_j+S+(\lambda-1)\Sigma_j t_j,$$

这里，t_j表示企业j向计划者的转移，S是消费者的剩余，π_j是总的（转移前）企业j的利润，以及$\lambda>1$是公共基金的影子成本。该拍卖给定了每个企业的转移支付以及一种市场的结构。即，要么两个企业均无获得生产权，要么一个企业获得生产权，要么两者均获取生产权。
每一个企业j独自观察到其固定的生产成本θ_j。固定成本θ_1和θ_2服从在$[\theta^1,\theta^2]$上的独立同分布。其密度函数$\phi(\cdot)$ 和分布函数$\Phi(\cdot)$均是连续可微的。假定$\frac{\Phi(\cdot)}{\phi(\cdot)}$关于$\theta$是递增的。企业间有着共同的边际成本$c<1l$，以及生产同质产品，其市场的逆需求是$p(x)=1-x$。如果两个企业均获得了生产权，他们将成为古诺竞争者。
请刻画生产权的最优拍卖机制。

习题 15.12 一个垄断者欲卖一单一物品给一消费者，后者对这一物品的支付意愿是t_1或$t_2(>t_1)$。卖者知道买者受流动性所限，对该物品的最高支付是$b\in(t_1,t_2)$。买着的支付意愿是私人信息，卖者只知道其类型为t_i的概率$\mu(t_i)$。这件物品对卖者的来说，价值是$c<t$。假设买卖双方均是风险中性的。令q表示交易发生的概率，h表示对卖者的支付，t_i是买者的价值。买者的收益函数是:

$$qt_i-h$$

以及卖者的收益函数是：

$$h - qc$$

另外，无论哪种类型，买者的保留收益均为0。

(a)请给出直接机制所要求的参与约束，激励相容约束以及流动性约束。

(b)请找出最大化卖者期望收益的直接机制。

习题 15.13 （来自于哈佛经济系2005年资格考题）有一个卖者（i=0）拥有两个相同的不可分商品，同时，存在着两个买着（i=1,2)。对一单位的商品，买着和卖者每人均有一个属于私人信息的支付意愿θ_i。三者的支付意愿均服从在[0,1] 上的一致分布，且相互独立，这一点是共同知识。对于该商品超过一单位的部分，每一个人的支付意愿均为0。(a)请描述这两单位的商品的有效配置函数$f(\theta_0, \theta_1, \theta_2)$。

(b)对于一个可以实现有效配置这两单位商品的，激励相容机制，每个参与人的事中期望效用分别是多少?

(c)每一个参与人的事中参与约束分别是什么?

(d)在不存在外部转移时，是否存在同时满足（c）中的参与约束，以及激励相容约束，且能有效配置这两单位商品的机制?

习题 15.14 （来自于哈佛经济系2009年秋资格考题）考虑以下一种二价拍卖机制：存在一种单一不可分物品待售，n个竞拍者的价值分别由分布在同一区间上的独立随机变量υ_i给出，已知竞拍者的数量大于3。如果拍得了该商品，竞拍者i的效用是$\upsilon_i + t_i$；如果未拍得该商品，其效用为t_i。这里t_i指的是拍卖者向竞拍者的货币转移，如果$t_i < 0$，则意味着竞拍者向拍卖者支付货币。注意，拍卖者收集到的竞拍者向其支付的货币，将不再返还。

拍卖的规则是：1所有报价均不得为负；商品将被配置给出价最高者。货币的支付方式如下：出价最高者向拍卖者支付第二高的价格；同时，出价最高者和次高者将从拍卖者那里获得等于第三高出价的$\frac{1}{n}$的回扣，另外，出价最高者还需向拍卖者支付次高出价和第三高出价之间的差额；第三高出价以及更低出价者，将从拍卖者那里收到等于次高出价$\frac{1}{n}$的回扣。(a)证明每个竞拍者均存在一个占优策略；

(b)证明拍卖者不可能出现亏损；

(c)证明任何一个竞拍者均会参加该拍卖；

(d)请问，既然该拍卖似乎具备二价拍卖的所有良好性质，而且使得竞拍者获得更多的剩余，为什么大家更关注二价拍卖机制，而不是该机制?

习题 15.15 （来自于哈佛经济系2008年秋资格考题）考虑一个供给者与一个潜在消费者之间商品的双边交易问题。供给者每单位供给的成本由其成本类型决定，而成本类型是供给者的私人信息。当供给者是θ类型时，如果消费者的总支付是X，前者的利润为$x - \theta q$。同时，q单位的商品，对消费者的价值也决定于供给者的类型θ，其表达式

为$\pi(q|\theta) = (4+2\theta)\sqrt(q)$*。因此，消费者通过支付x，从类型为*$\theta$*的供给者那里获得q 单位商品，所得到的净剩余为，*$(4+2\theta)\sqrt(q) - x$*。*
任何一方均可拒绝参与交易，此时，q=0，且x=0。(a)*当供给者的类型*θ*是共同知识时，求出最大化供求双方剩余的商品数量的表达式，*$q^*(\theta)$*。*
(b)*假设供给者的类型可能是*$\theta_L = 2$*或*$\theta_H = 3$*，是低成本*θ_L*类型的概率是*P_L*，是高成本*θ_H*类型的概率是*$P_H = 1 - P_L$*。对于考虑到激励约束和事中参与约束的买者期望净回报最大化问题，寻找一个交易计划并列出有约束的最优化问题。（提示：*$\pi(q|\theta_L) = 8\sqrt{q}$*和*$\pi(q|\theta_H) = 10\sqrt{q}$*）。*
(c)*请给出计算买者最优的激励相容交易计划的公式。*
(d)*现考虑以下情形：买者相信供给者的成本类型服从在[2,3] 区间上的一致分布。请给出计算买者最优激励相容交易计划的公式，该公式在满足事中参与约束和信息激励约束的条件下，最大化买者的期望剩余。*
(e)*考虑另一情形：当供给者的成本类型是*$\theta_L = 2$ *或*$\theta_H = 3$*。在对于任一类型的供给者，买者的剩余均不为负的所有激励相容的计划里，找出对两种类型的供给者均是最优的交易计划。*
(f)*对于（e）部分的解，请证明，如果*P_L*足够靠近0，而*P_H*足够靠近1，那么存在能够带给买者非负期望剩余，而比（e)中交易计划更优的混同（pooling）计划。*

习题 15.16 *（来自于斯坦福经济系2008年资格考题）在第三价格拍卖中，牌照在这样的多轮拍卖程序中被同时出售。每一轮，拍卖商报出一个比上一轮高出一美分的价格。价格报出之后，竞拍人对每个牌照在当前价格下做出“跟进”或者“退出”的决定。（价格为零时，两个竞拍人都被认为会“跟进”。）如果某一轮中对某个牌照一个竞拍人表示他“跟进”，而另一个竞拍人表示“退出”，那么那个牌照在当前所报价格下被售给表明“跟进”的人，这个牌照价格不会再上涨。如果某个牌照的拍卖进行不到这一轮，那么这个牌照不会得到配置。*

请刻画扩展式颤抖手精炼均衡结果。
(a)*对于牌照A，在什么样的价格下竞拍人1首先会选择“退出”?*
(b)*在什么样的价格下竞拍人2都会对A和B首先选择“退出”?*
(c)*在什么样的价格下，竞拍人2对A和B都选择“跟进”时，竞拍人1首先对牌照A择“退出”?*
(d)*最后的分配结果是什么?*

习题 15.17 *（来自斯坦福经济系2007年资格考题）学生（工人）有L和H两种类型。至少有两个潜在的雇主。雇佣i类型工人获得的增加利润为*π_i*，且*$\pi_H > \pi_L$*。事情按照如下方式进行，（1），学生观察到自己的类型（雇主观测不到)；（2），学生选*

择非生产性的教育水平e,这是有成本并且可以被雇主观察到;(3),雇主为未来的工人(现在的学生)提出工资出价,即w,基于他所观察到的教育水平(伯川德竞争);(5),学生选择雇主并成为工人。接受w工资的i类型工人(学生)的效用方程为$U(w,e) = w - c_i(e)$。对应的付给i类型工人w工资的雇主的收益为$\pi_i - w$。假设$C'_H(e) > C'_L(e)$,对所有的$e > 0$。整个过程只考虑纯策略均衡。
(a)这个模型符合Spence-Mirrlees单交点性质吗?解释你的答案。
(b)在分离均衡中类型为L的工人获得的教育水平是多少?推导出分离均衡中类型H的工人最大和最小教育水平的表达式。
(c)推导出混同均衡中所有工人获得的最小和最大教育水平的表达式。
(d)哪种均衡结果比较占优势?解释你的答案。
(e)假定政府对教育水平收税t(即一个接受e年教育水平的人将递交te的税收)。并且政府持有所有的税收收益。该税收如何改变了你在(b)问(c)问中推导出的分离均衡和混同均衡条件?(重新推导这些条件)
(f)如果我们关注最有效的分离均衡。请基于(e)问分别推导出类型H和工人L效用函数对税收t的偏导,写出偏导的符号。该税收如何影响工人的福利?

习题 15.18 (来自于斯坦福经济系2007年资格考题)假定一个生产单一产品的厂商利润最大化,它可以雇佣一个由*m*个工人组成的集合的子集,则该厂的投入选择可描述为$z = (z_1, ..., z_m) \in \{0,1\}^m$,此处$z_i = 1$意味着厂商雇佣了工人*i*。厂商将工人的工资$w_1, ..., w_m \geq 0$和产出价格作为给定,标准化到1。工人一经雇佣,就会被指派到k种不同任务中的一个,或者不被指派任务。每个任务最多能指派一个工人去做,工人*i*被指派到任务*j*去时产量为$q_{ij} > 0$,不被指派任务时产量为0,厂商的总产出是所有工人的产出之和。厂商分配员工任务时总会选择能使利润最大化的配置。(a)基于你对价格理论的认识,给出工人互为替代品的定义。
(b)证明工人像*(a)*中一样是替代品。(你可以首先尝试k=1 个任务下的情况,然后k=2,最后对于任意数量*k*个任务。)
(c)若厂商的投入需求函数为给定的$z_1 = (w_1, ..., w_m), ..., z_m = (w_1, ..., w_m)$,已经雇佣工人集合S,能否再现一个给定的工人*i*对厂商产出的增量作用?
(d)再次假设厂商的投入需求函数已给定,能否再现厂商的生产函数?描述如何再现,或者给出反例。
(e)给出在投入上具有子模性的厂商的生产函数的定义。
(f)证明或否证厂商的生产函数是子模的。(提示:可能会用上*(b)*中已证明的部分和*(c)*中的思路部分。)

习题 15.19 (来自于斯坦福经济系2002年资格考题)已知某种耐用品的垄断厂商,其生产成本为0,且面临着连续统[0,1]的消费者。所有消费者中,该耐用品对一半人的价值是v_H,对另外一半的价值是v_L,$v_H > v_L$。该垄断者可以在时间t=1,2,分别以价

格p_1, p_2提供其产品。由于其产品是耐用品，任一消费者可以选择在第一期购买，也可以在第二期购买，甚至两期均不购买，但不会两期均买。用δ表示共同的折现因子。从而，垄断者的利润为$\pi_1 + \delta\pi_2$。价值为v消费者，如果第一期购买，其剩余为$v - p_1$，如果第二期购买，其剩余为$\delta(v - p_2)$，两期均未购买，则其剩余未0.

(a)假设企业可以设置一个单一价格，即$p_1 = p_2 = p$。最优的价格和相应的利润分别是什么?

(b)现假设该垄断者可以先固定一个价格序列，即（p_1,p_2），消费者可以根据该价格序列决定是否购买以及什么时候购买。请给出最优价格序列，以及相应的利润。

(c)从(b)中所得的最优价格是动态一致的? 即，是否当第二期到来时，垄断者有动机改变p_2。请解释。

(d)现假设在第一期，该垄断者设定一个价格p_1，在该点上，每一个消费者决定是否购买。在第二期，垄断者设定一个新的价格p_2，消费者接着决定是否进行购买。请解出子博弈完美均衡价格，以及相应的垄断利润。

(e)最后，假设在第一期之前，垄断者可以生产一个确定数量的该商品，并毁掉其产能。垄断者是否可以从该策略中获益? 解释之，并给出垄断者可获得的利润。

15.14 参考文献

Abreu, R. and A. Sen (1990), “Subgame Perfect Implementation: A Necessary and Almost Sufficient Condition,” *Journal of Economic Theory* 50, 285-299.

Abreu, R. and A. Sen (1991), “Virtual Implementation in Nash Equilibrium,” *Econometrica* 59, 997-1021.

Bolton, P. and M. Dewatripont (2005), *Contract Theory*, MIT Press.

Calsarniglia, X. (1977), “Decentralized Resource Allocation and Increasing Returns,” *Journal of Economic Theory* 14, 263-283.

Corchón, L. C., *Theory of Implementation of Socially Optimal Decisions in Economics*, Macmilian Press, Ltd., 1996.

Danilov, V. (1992), “Implementation via Nash Equilibrium,” *Econometrica*, 60, 43-56.

Dasgupta, P, P. Hammond and E. Maskin (1979), “The Implementation of Social Choice Rules: Some General Results on Incentive Compatibility,” *Review of Economic Studies* 46, 185-216.

Duggan, J. (1993), “Virtual Implementation in Bayesian Equilibrium with Infinite Types,” *Parts I and II*, Mimeo. rsity of Minnesota Press), 1987.

Groves, T. and M. Loeb, Incentives and public inputs, *Journal of Public Economics* 4 (1975), 211-226.

Groves, T. and Ledyard, J. (1977), "Optimal Allocation of Public Goods; A Solution to the Free Rider Problem," *Econometrica* 45(4), 783-811.

Groves, T and Ledyard, J. (1985), "Incentive Compatibility Since 1972," *Chapter 2: Information, Incentive, and Economic Mechanisms*, T. Groves, R. Radner, and S. Reiter, eds., (Unive

Hayek, F. A. von (1935), "The Present State of the Debate," in *Collectivist Economic Planning*, F. A. von Hayek, ed., (London), 201-243.

Hayek, F. A. von (1945), "The Use of Knowledge in Society," *American Economic Review* 35, 519-530.

Hurwicz, L. (1972), "On Informational Decentralized Systems," in *Decision and Organization*, Radner, R. and C. B. McGuire, eds., in Honor of J. Marschak, (North-Holland), 297-336.

Hurwicz, L. (1979a), "Outcome Function Yielding Walrasian and Lindahl Allocations at Nash Equilibrium Point," *Review of Economic Studies* XLVL (2), 397-419.

Hurwicz, L. (1979b), "On Allocations Attainable Through Nash Equilibria," Journal of Economic Theory 21(1), 140-165.

Hurwicz, L. (1979c), "Balanced Outcome Functions Yielding Walrasian and Lindahl Allocations at Nash Equilibrium Points for Two or More Agents," in *General Equilibrium, Growth, and Trade*, Jerry R. Green and Jose A. Scheinkman, eds., (Academic Press, New York).

Hurwicz, L. (1979d), "Socialism and Incentives: Developing a Framework," *Journal of Comparative Economics* 3, 207-216.

Hurwicz, L. 1986a), "Incentive Aspects of Decentralization," in *Handbook of Mathematical Economics*, K. J. Arrow and M. D. Intriligator, eds., Vol. III, (NorthHolland).

Hurwicz, L. (1986b), "On Informational Decentralization and Efficiency in Resource Allocation Mechanism," in *Studies in Mathematical Economics*, S. Reiter, ed., Mathematical Association of America.

Hurwicz, L. (1986c), "On the Implementation of Social Choice Rules in Irrational Societies," in *Social Choice and Public Decision Making Essays* in Honor of Kenneth J. Arrow, ed.,Vol. I, (Cambridge University Press).

Hurwicz, L. (1999), "Revisiting Externalities," Journal of Public Economic Theory, 1, 225-246.

Hurwicz, L., Maskin, E. and Postlewaite, A. (1984), "Feasible Implementation of Social Choice Correspondences by Nash Equilibria," *Mimeo*.

Hurwicz, L. and M. Walker (1990), "On the Generic Nonoptimality of Dominant-Strategy Allocation Mechanism: A General Theorem that Includes Pure Exchange Economies," *Econometrica* 58, 683-704.

Jackson, M..O. (1991), "Bayesian Implementation," *Econometrica* 59, 461-477.

Jordan, J. S. (1982), "The Competitive Allocation Process in Informationally Efficient Uniquely," *Journal of Economic Theory*, 28, 1-18.

Kreps, D. (1994), "Signalling," in *Handbook of Game Theory* , R. J. Aumann and S. Hart, eds., Vol. II, (North-Holland).

Laffont, J.J. and E. Maskin (1979), "A Differential Approach to Expected Maximizing Mechanisms," in *Aggregation and Revelation of Preferences*, J.J. Laffont, ed., (North Holland).

Laffont, J. J. and D. Martimort, *The Theory of Incentives: The Principal-Agent Model*, (Princeton University Press), 2002.

Lange, 0. (1936-37), "On the Economic Theory of Socialism," *Review of Economic Studies* 4.

Lange, 0. (1938), On the Economic Theory of Socialism, (Philadelphia: Lippincott).

Lange, 0. (1942), "The Foundations of Welfare Economics," *Econometrica* 10, 215-228.

Lange, 0. and F. M. Taylor (1938), *On the Economic Theory of Socialism*, B.E. Lippincott, ed., (New York).

Lerner, A. P. (1944), *Economics of Control*, (New York).

Li, Q., S. Nakmura and G. Tian, (1995), "Nash Implementation of the Lindahl Correspondence with Decreasing Returns to Scale Technology," *International Economic Review* 36, 34-50.

Liu, L., and G. Tian (1999), "A Characterization of Optimal Dominant Strategy Mechanisms," *Review of Economic Design* 4, 205-218.

Mas-Colell, A., M. D. Whinston, and J. Green, *Microeconomic*, Oxford University Press, 1995, Chapter 14.

E. Maskin (1999), "Nash Equilibrium and Welfare Optimality," *Review of Economic Studies* 66, 23-38.

Matsushima, H. (1988), "A New Approach to the Implementation Problem," *Journal of Economic Theory* 45, 128-144.

Matsushima, H. (1993), "Bayesian Monotonicity with Side Payments," *Journal of Economic Theory* 59, 107-121.

McKelvey, R. (1989), "Game Forms for Nash Implementation of General Social Correspondence," *Social Choice and Welfare*, 6, 139-156.

Mookherjee, D. and S. Reichelstein (1990), "Implementation via Augmented Revelation Mechanisms," *Review of Economic Studies* 57, 453-475.

Moore, J. and R. Repullo (1988), "Subgame Perfect Implementation," *Econometrica* 56, 1191-1220.

Moore, J. and R. Repullo (1990), "Nash Implementation: A Full Characterization," *Econometrica* 56, 1083-1099.

Mount, K., and S. Reiter (1974), "Informational Size of Message Spaces," *Journal of Economic Theory* 8, 161-191.

Palfrey, T. and S. Srivastava (1987), "On Bayesian Implementable Allocations," *Review of Economic Studies* 54, 193-208.

Palfrey, T. and S. Srivastava (1989), "Mechanism Design with Incomplete Information: A Solution to the Implementation Problem," *Journal of Political Economy* 97, 668-691.

Palfrey, T. and S. Srivastava (1989), "Implementation with Incomplete Information in Exchange Economies," *Econometrica* 57, 115-134.

Palfrey, T. and S. Srivastava (1991), "Nash Implementation Using Undominated S-trategy," *Econometrica* 59, 479-502.

Postlewaite, A. (1985), Implementation in Nash Equilibria in Economic Environments," in *Social Goal and Social Organization Essays* in Memory of Elisha Pazner, L. Hurwicz, D. Schmeidler, and H. Sonnenschein, eds.,(Cambridge University Press).

Postlewaite, A. and D. Schmeidler (1986), "Implementation in Differential Information Economies," *Journal of Economic Theory* 39, 14-33.

Postlewaite, A. and D. Wettstein (1989), "Continuous and Feasible Implementation," *Review of Economic Studies* 56, 603-611.

Repullo, R.(1986), "The Revelation Principle under Complete and Incomplete Information," in *Economic Organization as Games*, Binmore, K. and P. Dasgupta, eds., (Oxford, Basil Blackwell).

Repullo, R.(1987), "A Simple Proof of Maskin's Theorem on Nash Implementation," *Social Choice and Welfare*, 4, 39-42.

Schmeidler, D. (1980), "Walrasian Analysis via Strategic Outcome Functions," *Econometrica* 48, 1585-1593.

Segal, I. (2007), *Lecture Notes in Contract Theory,* Stanford University.

Tian, G. (1989), "Implementation of the Lindahl Correspondence by a Single-Valued, Feasible, and Continuous Mechanism," *Review of Economic Studies* 56, 613-621.

Tian, G. (1990), "Completely Feasible and Continuous Nash-Implementation of the Lindahl Correspondence with a Message Space of Minimal Dimension," *Journal of Economic Theory* 51, 443-452.

Tian, G. (1991), "Implementation of Lindahl Allocations with Nontotal-Nontransitive Preferences," *Journal of Public Economics* 46, 247-259.

Tian, G. (1992), "Implementation of the Walrasian Correspondence without Continuous, Convex, and Ordered Preferences," *Social Choice and Welfare* 9, 117-130.

Tian, G. (1993), "Implementing Lindahl Allocations by a Withholding Mechanism," *Journal of Mathematical Economics* 22, 169-179.

Tian, G. (1994), "Implementation of Linear Cost Share Equilibrium Allocations," *Journal of Economic Theory* 64, 568-584.

Tian G. (1994a), "On Informational Efficiency and Incentive Aspects of Generalized Ratio Equilibria," *Journal of Mathematical Economics* 23, 323-337.

Tian, G. (1994b), "Implementation of Linear Cost Share Equilibrium Allocations," *Journal of Economic Theory* 64, 568-584.

Tian, G. (1996a), "On the Existence of Optimal Truth-Dominant Mechanisms," *Economics Letters* 53, 17-24.

Tian, G. (1996b), "Continuous and Feasible Implementation of Rational Expectation Lindahl Allocations," *Games and Economic Behavior* 16, 135-151.

Tian, G. (1997), "Virtual Implementation in Incomplete Information Environments with General Sets of Alternatives and Types," *Journal of Mathematical Economics* 28, 313-339.

Tian, G. (1999a), "Double Implementation in Economies with Production Technologies Unknown to the Designer," *Economic Theory*, 13 (1999), 689-707.

Tian, G. (1999b), "Bayesian Implementation in Exchange Economies with State Dependent Preferences and Feasible Sets," *Social Choice and Welfare*, 16 (1999), 99-119.

Tian, G. (2000a), "Double Implementation of Lindahl Allocations by a Continuous and Feasible Mechanism," *Social Choice and Welfare*, 17 (2000), 125-141.

Tian, G. (2000b), "Incentive Mechanism Design for Production Economies with Both Private and Public Ownership," *Games and Economic Behavior*,33 (2000), 294-320.

Tian, G. (2000c), "Implementation of Balanced Linear Cost Share Equilibrium Solution in Nash and Strong Nash Equilibria," *Journal of Public Economics*, 76 (2000), 239-261.

Tian, G. (2000d), "Double Implementation of Linear Cost Share Equilibrium Allocations," *Mathematical Social Sciences*, 40 (2000), 175-189.

Tian, G. (2000e), "A Unique Informationally Efficient Allocation Mechanism in Economies with Public Goods," *Mimeo*.

Tian, G. (2004), "A Unique Informationally Efficient Allocation Mechanism in Economies with Consumption Externalities," *International Economic Review*, 45 (2004), 79-111.

Tian, G. (2005), "Implementation in Production Economies with Increasing Returns," *Mathematical Social Sciences*, forthcoming.

Tian, G. (2006), "The Unique Informational Efficiency of the Competitive Mechanism In Economies with Production," *Social Choice and Welfare*, 26 (2006), 155-182.

Tian, G. (2009a), "Implementation in Economies with Non-Convex Production Technologies Unknown to the Designer" *Games and Economic Behavior*, 66 (2009), 526-545.

Tian, G. (2009b), "Implementation of Pareto Efficient Allocations," *Journal of Mathematical Economics*, 45 (2009), 113-123.

Tian, G. (2009c) "Implementation of Marginal Cost Pricing Equilibrium Allocations with Transfers in Economies with Increasing Returns to Scale," *Review of Economic Design*, forthcoming.

Tian, G. and Q. Li (1991), "Completely Feasible and Continuous Implementation of the Lindahl Correspondence with Any Number of Goods," *Mathematical Social Sciences* 21, 67-79.

Tian, G. and Q. Li (1994), "An Implementable and Informational Efficient State-Ownership System with General Variable Returns," *Journal of Economic Theory* 64, 268-297.

Tian, G. and Q. Li (1995a), "On Nash-Implementation in the Presence of Withholding," *Games and Economic Behavior* 9, 222-233.

Tian, G. and Q. Li (1995b), "Ratio-Lindahl Equilibria and an Informationally Efficient and Implementable Mixed-Ownership System," *Journal of Economic Behavior and Organization* 26, 391-411.

Thomson, W. (1979) "Maximum Strategies and Elicitation of Preferences," in *Aggregation an Revelation of Preferences*, J. J. Laffont, ed., (North-Holland).

Varian, H.R. (1992), *Microeconomic Analysis*, (W.W. Norton and Company, Third Edition).

Walker, M. (1978), "A Note on the Characterization of Mechanisms for the Revelation of Preferences," *Econometrica* 46, 147-152.

Walker, M. (1980), "On the Nonexistence of a Dominant Strategy Mechanism for Making Optimal Public Decisions," *Econometrica* 48, 1521-1540.

Walker, M. (1981), "A Simple Incentive Compatible Scheme for Attaining Lindahl Allocations," *Econometric*a 49, 65-71.

Wolfstetter, E., *Topics in Microeconomics - Industrial Organization, Auctions, and Incentives,* Cambridge Press, 1999, Chapters 8-10.