社会最优的事后执行理论

田国强

上海财经大学经济学院

鞠岩

上海财经大学经济学院

地址：上海市杨浦区武川路111号

联系电话：18817580310

邮编：200433

Email：juyan255@126.com

内容提要：机制设计（mechanism design)理论是由赫维茨（Leonid Hurwicz）开创，并由马斯金（Eric S. Maskin)、迈尔森(Roger B. Myerson)和田国强等国内外学者进一步发展和倡导使用的通用的理论框架。本文采用这一通用理论框架，首先回顾满足拟线性偏好条件时，在私有信息独立价值（private information independent value）经济环境时，机制设计者采用货币激励的社会最优执行。接下来，文章将注意力集中于私有信息依赖价值（private value interdependent value)时的情况，重点介绍了本世纪国外学者的一些研究成果，并尝试指出这些研究文章的意义和可改进之处，并对接下来的研究可能性提出了作者的展望。在此过程中，事后执行（ex post implementation)作为私有信息依赖价值的最受关注的方式，文章给出了深刻的描述和连续情形下该类机制唯一性的证明。

关键词：机制设计，事后执行，占优策略执行，社会最优。

1. 一、理论背景简介

在一个由多个经济人组成的社会中,通常可以通过两种方式实现某个结果。第一种是直接的方式,即通过某个社会选择规则 (Social Choice Rule, SCR) 将该结果直接选出来。这种方式下中央计划者或设计者只需要根据不同的 “环境”指定符合某些社会福利标准的一个或多个备选方案即可。但当有关 “环境” 的信息分散掌握在每个个体手中时这种直接方式并不能奏效。因为中央计划者只能根据经济人所报的信息才能知道“环境”到底是什么。而在这个过程中每个个体由于逐利的原因都有可能谎报自己所掌握的信息。如，在中央计划者提供公共服务工程过程中，如需依赖个体从该工程的得益来进行融资时，当中央计划者不能区分经济人的私人信息的真伪从而导致谎报行为发生时，这就是由于激励不当而带来的问题，严重情况下会导致本来价值巨大的工程，由于经济人纷纷隐瞒自己从工程中的得益从而导致工程汇报上来的价值低于成本而导致工程取消。这时的撒谎者往往称为搭便车者(free rider)，他们可以通过隐瞒自身不可观测的特征来提高自身福利。

由2007年诺贝尔奖得主赫维茨提出的机制设计理论就是针对避免第一种方式的弊端而产生的,即通过一个激励性机制诱导出想要执行的某个结果。在这种方式下中央计划者首先设计出一套游戏规则,然后每个个体会根据这套规则作出自己的最优反应,即以其认为“最优”的方式发出某种信号,这些信号会成为选择最终结果的依据。机制设计理论研究的是在选择结果既定的前提下如何设计游戏规则诱导自愿选择、自主决策的经济个体的信号发出行为最终实现这个结果。在任何“环境”下通过某个社会选择规制选出的结果都与通过某个激励机制诱导出的结果完全相同,则称该社会选规则可以被这个机制“执行”。机制设计理论在考虑激励问题时也被称为“执行理论”(implementation theory)。本文主要就是探讨人们效用为拟线性情况下，使得社会总效用最大的社会选择规则，能否和如何在可以有货币转移的情况下得以执行的。

在具有多个经济人的一般性激励机制设计问题中,代理人之间会展开博弈，而他们之间的博弈会产生不同的均衡。而预期出现的均衡解不同，可以实现目标执行的“环境”要求也不同。在经济人存在信息不完全的情况下，最常见的均衡包括占优均衡，贝叶斯纳什均衡，和本文后半部分着重讨论的事后均衡。如果某一社会选择规则的结果和在设计适当的机制下的某一均衡解有交集（这里指某种程度的重合），则称这个选择可以被这个机制部分“执行”，也称该机制是在该均衡下激励兼容的。

机制设计文献所得出一个基本结论是就是求解导致了既定社会目标的个人激励相容机制是非常困难的。在考虑机制设计时,我们首先希望可执行的社会选择规制具有一些合意的性质,比如非独裁、帕累托最优等。其次,希望它被尽量强的博弈解执行。博弈中最强的解是占优均衡,从而每个经济人作决策时不需要他人信息,因而信息量要求最少。而在占优均衡中不论其他人采取何种行为,每个代理人都没有激励发生偏离。更重要的是,一个机制的占优均衡和诱导参与人说真话是等价的。最早由吉巴德(Gibbard,1973)提出的显示原理指出任何可以被占优执行的社会选择规制都可以被某个 “直接机制” 占优策略诚实执行。直接机制是指信号空间和个体的类型空间相同的机制。换言之,如果某个社会选择规制是可以被占优策略诚实执行的(或称占优策略激励相容、策略防范 stratege-proof 的),则存在一个要求每个代理人直接汇报自身类型的直接机制,该机制所执行的结果与通过该社会选择规制选出来的结果完全相同,并且在该机制的诱导下无论他人是否讲真话每个代理人都会如实申报自身类型。显示原理使我们可以只在占优策略诚实执行类中寻找合意的社会选择规则。遗憾的是,几个著名的否定命题使这种寻找工作不会有什么成效。当参与人个体多于两个时,如果其选择范围是无约束的 ,则著名的吉巴德(Gibbard,1967)和萨特维特(Satterthwaite,1974)的不可能定理告诉我们:唯一让人说真话的社会选择机制是独裁机制,也就是独裁者的最优决策也是社会选择规则,显然这是不合理的社会选择规则。赫维茨(Hurwicz,1972)进而对限制性很强的新古典经济环境类 4 得到了一个令人吃惊的结果。赫维茨证明,在至少含有两个经济人的新古典私人物品经济中不存在同时满足帕累托最优和个体理性约束的社会选择规制可以被占优策略诚实执行。利亚德和罗伯茨 (1974) 随后在含有公共品的经济环境中也证明了类似的结论。根据福利经济学第一基本定理,在一定条件下 5 ,瓦尔拉斯(林道)均衡是帕累托最优的。所以根据赫维茨(1972)的结论,瓦尔拉斯对应和林道对应都是不能被占优策略诚实执行的。吉巴德-赫维茨-萨特维特-利亚德-罗伯茨不可能定理的基本结论是我们必须在讲真话和帕累托效率(或一阶最优结果)之间进行取舍。

吉巴德-萨特维特不可能性定理的一个前提条件是定义域不受限制,如果将这点假设放松,在特定定义域内是否可以找到说真话的社会选择规制呢? 答案是肯定的,最著名的结果是在拟线性偏好环境中的VCG(Groves-Clark-Vickery)机制。该机制能够诱导代理人占优讲真话,并且能够执行帕累托有效的结果。拉丰和格林(1977)进一步证明了 VCG机制是拟线性环境下唯一能够诱导代理人占优讲真话并且执行帕累托最优配置的机制。

菲利普 耶歇（Philippe Jehiel)等人2006的Econometrica论文“事后执行的局限”（The limits of Ex post Implementation)证明了在一般的情况下事后执行的不可能性。然而，在满足特定条件的情况下，事后执行是可行的。我们详细的考查了在私有信息依赖价值经济环境下，一种可事后执行社会最优的情况。

新的机制设计层出不穷，本文的目标不是在其上再加一个新的机制，而是对已有的国外机制设计理论中的事后均衡执行机制这一块进行一个简单的介绍和思考。论语有曰“学而不思则罔，思而不学则殆”，这篇文章就是作者学思结合的产物。

我们首先从机制设计的通用框架入手，然后透彻分析了VCG机制对拟线性环境下私有信息独立价值环境下社会最优的执行，这一部分作为后面进一步探讨的问题在简单情形下的对照点，具有很强的理论价值。在文章后半部分，主要基于本世纪出现的对私有信息依赖价值环境下社会最优事后执行的研究论文，如马斯金和达斯古伯塔（Maskin, Dasgupta 2000)，刻画了事后执行社会最优选择的机制，并对机制的唯一性进行了研究。

1. 二、模型框架

在考虑激励兼容问题时,经济学家引进了一个基本理论分析框架来研究激励机制的设计。这个基本分析框架包括五个组成部份: (1) 经济环境(由经济人的基本特征和信息结构组成,是给定的制度环境);(2) 要达到的社会选择目标;(3) 确定结果的经济机制(即制度安排);(4) 个人自利行为博弈解概念的描述,以及(5) 社会最优目标的执行(均衡时个人利益和社会目标激励相容)。

* 1. 1.经济环境

在机制设计问题中包含两类个体:委托人(也称为设计者或中央计划者)和代理人(也称经济人、参与人、个体或称选民)。前者设计游戏规则,后者则提供信息及参与游戏。设计者可能是具体或抽象的人,如国会或人大这样的制定规则的机构,或参与人事前共同认可的规则。计划者不了解世界的真实状态(real state of the world),此类信息分散在代理人中。

N = {1, . . . , n}表示代理人的集合;

e i = (Z i , w i , < i , Y i ): 个体i的经济特征,它由备选方案或结果集合Z i 、个人

初始禀赋(如果存在的话)w i 、偏好关系< i 及生产集合(如果个体i同

时也是生产者)Y i 构成;

e = (e 1 , . . . , e n ): 经济,也称为经济环境,类型或状态(state);

E: 所有容许(事先可能)的经济环境构成的集合;

U = U 1 × . . . × U n : 所有可能的效用函数构成的集合。

注. 在上面的描述中,E是经济环境的一般表示。

机制设计者只知道经济环境的区域允许范围,即E,但并不知道具体的环境,即不知道个体的经济特征,但个体知道、部分知道或者不知道其它个体的经济特征,这三种关于知道经济特征的时序(timing)情况分别称为事后(ex post)、事中(interim)和事前(ex ante)。如果每个个体都知道其他个体的经济特征,则我们称这种情形为完全信息情形,否则成为不完全信息 情形。设计者不知道具体的经济环境具体特征, 只知其范围,即只知道属于E。

为讨论简单起见(但不失一般性),当个体的经济特征是私有信息时(不完全信息情形),我们假设偏好由依赖于某参数的效用函数表示。在这种情形下,其类型θ i ∈ Θ i 决定了对于结果的偏好。状态θ服从密度为φ(·) 的随机先验分布,其中φ(·)也可以是有限集Θ上的概率。每个个体在给定伯努利(Bernoulli)效用函数u i (y, θ i )的情况下最大化

其在结果上的冯·诺依曼-摩根斯坦(von Neumann-Morgenstern)期望效用。因此,除非说明,信息结构设定为

(1) θ i 为 只 有 个 体i才 能 观 察 到 的 私 人 信 息, 即 每 个 人 只 知 道 自 己 的 类型,不知道其他人的类型(但知道其分布),这样时机掌握属于事中(interim);

(2) {u i (·, ·)} ni=1 是公共知识(common knowledge);

(3) φ(·)是公共知识。

在本章中,我们先讨论完全信息情形,然后讨论不完全信息情形。

* 1. 2.社会目标

激励机制设计理论的另外一个重要组成部分是社会目标。给定经济环境,每个个

体都参与经济活动、作经济决策、获得收益以及为经济活动支付成本。设计者希望根

据某种准则来达到某种社会最优的目标。令

Z = Z 1 × . . . × Z n : 结果空间(例如,Z = X × Y );

A ⊆ Z: 可能性集合;

F : E →→ A: 社会目标,或称为社会选择对应(correspondence),社会选

择规则(social choice rule (SCR)),其中F (e)是就某种社会最优准则

而言设计者希望经济中出现的结果构成的集合。

这样,一个社会选择规则F 被定义为从环境(或状态)空间到结果空间的映射:如

果此对应是单值的,则称其为社会选择函数 (social choice function (SCF)),如允许做

出随机化选择则可将Z替代为其上的概率分布 △(Z)。

社会选择对应的例子 :

P (e): 帕累托有效配置集;

I(e): 个人理性配置集;

W (e): 瓦尔拉斯配置集;

L(e): 林达尔(Lindahl)配置集;

F A(e): 公平(fare)配置集。

社会选择函数的例子 :

所罗门的目标。

大多数投票原则。

* 1. 3.经济机制

由于机制设计者缺乏关于个人经济特征方面的信息,设计者需要制定恰当的激励机制(游戏规则)以此诱导尽管每个人主观动机上在追求自身利益,但其客观效果上正好实现的社会目标。如果计划者完全了解关于经济特征的信息,则他可以通过社会选择规则直接选出满意结果,但实际上他并不了解这些信息,故只能通过这种间接方式来实现,即他需要设计出恰当的过程和规则(激励机制)来诱导出所要的结果,以此达到调和个体利益和集体利益所可能发生的冲突。在这样的机制下,所有的个体在追求个人利益时都有激励选择导致社会最优的行动,使之个体逐利的理性与社会目标这一集体理性激励相容。但能否激励相容依赖于恰当激励机制的设计。比如,在文化大革命时,政府的目标是想将粮食搞上去,但最终农民自身都不能吃饱饭。但改革开放后采用生产责任制后,大大调动了农民发家致富的种粮积极性,政府希望将粮食搞上去目标就这么轻易地达到了。激励机制设计理论就是要解决个体理性和集体理性发生冲突的问题。为此,设计者可先告诉参与者他是如何搜集个体信息以及如何从这些信息中确定结果的,即他先告诉博弈规则。然后,根据游戏规则和参与者所传递的信息或行动, 确定参与人的结果。因此,一个机制由信息空间和结果函数构成。令

M i : 个体i的信息空间;

M = M 1 × . . . × M n : 所有个体的信息空间;

m i ∈ M i : 个体i报告的信息;

m = (m 1 , . . . , m n ) ∈ M : 一条信息;

h : M → Z: 将信息转化为结果的结果函数;

Γ =< M, h >: 机制。

即,机制由信息空间和结果函数构成。

这样,在给定的游戏规则下,每个代理人被要求基于他所知道的经济环境发出一

个信号m i : E → M i ,计划者捕捉到这些信号之后通过结果函数(outcome function)h : i∈I M i → Z 实现某种结果。如果状态空间E具有卡式积结构E = i∈N E i ,且每个人的偏好只受其个人经济特征E i (或U i , 或“类型”θ i )的影响,则其发出的信号为m i : E i → M i 。代理人的信号空间与其类型空间相同(即E i = M i )的机制被称为直接机制(direct mechanism)。

注. 传统的经济学的研究方法是将机制作为已知,研究它能导致什么样的资源配置。

例如,把市场机制作为给定,而把市场机制的运行结果作为未知,研究在什么样的经

济环境下,市场机制导致了资源的最优配置。 然而,对经济机制的设计者来说,他们

提出来的问题往往是相反的。他们把社会目标作为已知,(即设计者知道哪个社会目标

是好的,想要达到的),而想找到一套经济机制能实现既定的社会目标,也就是找到一

个机制使得人们自利行为的结果和想要达到的社会目标一致。 当然并不是所有的社会

表现都行得通(即并不是所有的社会目标是可达到的)。经济机制设计理论的一个目标就

是研究什么样的社会目标能实施,什么样的社会目标是不能实施的。 通过对这一问题

的研究,可以帮助解决经济理论中一些具有争论性的问题。

* 1. 4.博弈解概念

参与人在向计划者传递信号的时候会彼此产生策略互动,博弈便会发生。这样,

机制设计的第四个组成部分是博弈均衡解的确定,这需要恰当的博弈均衡解的概念。

当个体之间相互博弈时,人的行为假设特别重要。

经济学中的一个基本假设(也是最大的客观现实)是个体是自利的,在主观上都

追求个人利益,根据个人私利行事。他们一般不会刻意地追求集体或社会利益,除非

他们能从中获益。因此,每个人行事的策略(即所送出的信息)取决于他的自利行为及其

所处的游戏规则。这样,行事策略是经济环境和制度的函数。

于是,令b(e, Γ) 为描述个人自利行为的均衡策略集,它为个体策略空间的一个子

集。b(e, Γ)可以代表不同形式的均衡,如占优策略均衡、累次严优均衡、纳什均衡、子

博弈精炼均衡、贝叶斯(纳什)均衡、精炼贝叶斯(纳什)均衡等。与此均衡相对应的配置

结果为h(b(e, Γ))。

因此,给定E, M , h和b,均衡结果由博弈规则和均衡策略集的复合函数确定,

由h(b(e, Γ))给出。

* 1. 5.实施和激励兼容

机制设计第五个组成部分是社会目标的执行与激励相容,即在给定的博弈解

下,社会目标和个人利益达到一致,不会发生利益相冲突。我们称这样的问题为执

行(implementation) 问题。如果在个人自利行为下社会目标可以达到,则我们称社

会目标是可执行的(implementable)。设计激励机制的目标在于执行某种期待的社会

最优结果。给定机制Γ和均衡行为假设b(e, Γ),社会选择规则F 的实施问题研究如何求

解F (e)和h(b(e, Γ))的交集。其基本思想可由下图表示。

（待补）

在上图中,E为经济环境,Z是结果选择,社会选择对应为F 指定了社会想达到的目标,即某种意义上的社会最优结果。设计者需要设计一个机制来执行这个社会目标。在该机制下,个体相互博弈达到均衡策略集b(e, Γ),在结果函数下,均衡解对应到结果h(b(e, Γ))。一般来说,它不总是正好导致了社会最优结果。如果h(b(e, Γ))属

于F (e)中,导致了激励相容,则我们称社会目标F 是可执行或者可部分执行的。正式

的,我们有如下定义。

定 义 15.2.1 机制< M, h >称为

(i) 在E上按均衡策略b(e, Γ)完全执行(fully implements)了社会选择对应F ,

如果对所有的e ∈ E,有

(a) b(e, Γ)≠∅ (均衡解存在),

(b) h(b(e, Γ)) = F (e) (个人理性与社会理性完全一致);

(ii) 在E上按均衡策略b(e, Γ)执行(implements)了社会选择对应F ,如果对

所有的e ∈ E,有

(a) b(e, Γ) ≠ ∅,

(b) h(b(e, Γ)) ⊆ F (e)(个人理性与社会理性一致);

(iii) 在E上按均衡策略b(e, Γ)上弱执行(weakly implements)了社会选择对

应F ,如果对所有的e ∈ E,有

(a) b(e, Γ) ≠ ∅,

(b) h(b(e, Γ)) ∩ F (e)≠ ∅ (个人理性与社会理性有交集)。

定 义 15.2.2 称机制< M, h >与社会选择对应F 在b(e, Γ)是b(e, Γ)(完全或弱)激励相

容,如果它按b(e, Γ)(完全或弱)执行了F。

在定义可执行性和激励相容时,我们还没有给出具体的博弈解概念。社会选择对应是否可执行将取决于刻画了自利行为的博弈解概念。当信息完全时,解概念可能是占优策略均衡、纳什均衡、强纳什均衡、子博弈完美纳什均衡、非占优策略均衡等。当信息不完全时,均衡策略可能是贝叶斯纳什均衡、非占优贝叶斯纳什均衡，事后均衡等。

接下来的讨论我们集中于拟线性效用环境下，可以进行货币转移支付的情形下，社会最优的执行。

1. 三、私有信息独立价值执行——VCG机制详解

VCG机制，即Vickery-Clark-Groves机制是在私有信息独立价值经济环境下，由维克里，克拉克，到格拉夫斯逐渐进行一般化，为执行社会最优而设计的一系列机制。

维克里机制，也称密封二价拍卖机制，是维克里设计的机制。该机制的分配法则如下：在一件商品的拍卖活动中，各买家同时递交一个密封的报价（不能了解其他人的报价）， 最后由出价最高者赢得拍卖，支付出价第二高者的价格。这一机制的特点是，它以占优策略执行了社会最优。

克拉克机制，是维克里机制的推广。它可以运用到私有信息独立价值情形下的任意社会最优执行之中。该机制的分配法则如下：在一次社会最优的选择过程中，各参与人同时提交自己在各个可行选择下的效用，最后按照提交的效用函数，使得全体参与人总效用最高的选择被选中。每个人支付在他不参与的情况下算出的社会最高的总效用与当前选择对其他人的总效用之和。

格拉夫斯机制，与克拉克机制十分相近，在支付上对克拉克机制做了推广。它可以运用到私有信息独立价值情形下的任意社会最优执行之中。该机制的分配法则如下：在一次社会最优的选择过程中，各参与人同时提交自己在各个可行选择下的效用，最后按照提交的效用函数，使得全体参与人总效用最高的选择被选中。每个人支付在他不参与的情况下算出的社会最高的总效用与当前选择对其他人的总效用之和。

在绝大多数情况,机制设计者不知道真实的价值函数vi (·, ·)。设计激励机制的

目的是要选择最优的公共商品水平,并且每个参与者有激励真实地显示他的价值函

数。用直接显示机制⟨V, h⟩的语言来说,机制要求每个参与者报出他的价值函数,所

报的价值函数可以是真实或非真实的,然后设计者给出配置的决策规则(结果函数),

h(·) = (y(·), t1 (·), . . . , tn (·)) : V → R+ × Rn 。

在格罗夫机制中,每个个体要求报告其价值函数vi (y)。记其所报告的价值函数

为bi (y)。

为了有效地提供公共品,政府可以宣布所提供公共品水平为y ∗ = y(·),由下述问

题的最优解所决定:

n

∑

max

bi (y)

y

i=1

格罗夫机制具有如下形式:

Γ = (V, h),

其中V = V1 × . . . × Vn 为信息空间,它由所有可能的元素为bi (y) ∈ Vi 的价值函数构成,

h(b) = (y(b), t1 (b), t2 (b), . . . , tn (b))为结果函数。格罗夫机制由如下步骤确定:

(1) 设计者让每个个体i报告其价值函数bi (y),该价值函数可能等于也可能

不等于其真实的价值函数vi (y)。

(2) 求解下述问题确定公共品提供水平y ∗ = y(b):

max

n

∑

y

(15.7.22)

bi (y).

i=1

(3) 确定个体i的转移支付ti ,由下式决定:

ti (b) =

∑

bj (y ∗ ).

(15.7.23)

j̸=i

个体i的收益为:

φi (b(y ∗ )) = vi (y ∗ ) + ti (b) = vi (y ∗ ) +

∑

bj (y ∗ ).

(15.7.24)

j̸=i

社会计划者的目标是达到最优的公共品提供水平y ∗ ,在何种情形下,每个个体的

利益与社会计划者的利益相容呢? 在上述机制下,由于每个个体i希望最大化自己的收

益:

∑

vi (y) +

bj (y),

j̸=i

每个个体如实报告其真实的价值函数bi (y) = vi (y)对他来说是最优的。通过报告bi (y) =

vi (y),个体i能确信政府将选择y ∗ ,其中y ∗ 能最大化其收益和社会福利。这即是说,在林

达尔-萨缪尔森条件下,个人利益与社会利益相一致。因此,讲真话策略bi (y) = vi (y)是

占优策略均衡。

∑

一般来说, n ti (b(y)) ̸= 0。这意味着即使格罗夫机制满足林达尔-萨缪尔森条

i=1

件,也并不一定会导致帕累托有效结果。

类似离散公共品情形,上述机制的转移支付总额也很大。它也可以通过恰当的税

收减少。我们可以通过如下方式修改Groves机制:

ti (b) =

∑

bj (y) − di (b−i ).

j̸=i

格罗夫机制的一般形式为Γ =< V, t, y(b) >,它满足

∑

∑n

(1) n bi (y(b))

i=1

i=1 bi (y), ∀y ∈ Y ;

∑

(2) ti (b) = j̸=i bj (y) − di (b−i ).

* 1. Clark首 先 给 出 了Groves机 制 的 一 种 特 殊 情 形, 因 而 这 一 特 殊 情 形 的 机 制 称
  2. 为Clark机制(也叫关键人机制),其中di (b−i (y))为
  3. di (b−i ) = max
  4. y
  5. ∑
  6. (15.7.25)
  7. bj (y).
  8. j̸=i
  9. 即在关键人机制Γ =< V, t, y(b) >中,机制设计者选择(y ∗ , t∗ ),使得
  10. i
  11. ∑n
  12. ∗)
  13. ∑n
  14. ∀y ∈ Y ;
  15. ∑
  16. ∑
  17. (2) ti (b) = j̸=i bj (y ∗ ) − maxy j̸=i bj (y).
  18. (1)
  19. i=1 bi (y
  20. i=1 bi (y),
  21. 有趣的是,克拉克机制包括了著名的威科瑞拍卖机制(也称为第二价格拍卖机制)作
  22. 为特殊情况。在威科瑞拍卖机制下,报价最高者获得拍卖品,但成交价等于第二高报
  23. 价。为了看出威科瑞拍卖机制是克拉克机制的特殊情况,让我们回到前面例9.3.5关
  24. 于某种不可分物品的配置问题。在这种情况下,配置结果空间为Z = {y ∈ {0, 1}n :
  25. ∑n
  26. i=1 yi = 1}。yi = 1表示第i人得到这个物品,yi = 0表示这个人没有得到物品。第i人
  27. 的价值函数可表示为:
  28. vi (y) = vi yi .
  29. 由于我们将y视为n维公共品向量,由上述Clark机制,我们有:
  30. y ∗ = g(b) = {y ∈ Z : max
  31. n
  32. ∑
  33. i=1
  34. bi yi } = {y ∈ Z : max bi },
  35. i∈N
  36. ∑
  37. ∑
  38. ∗
  39. 且讲真话是占优策略。因此,若gi (v) = 1, 则ti (v) = j̸=i vj yj − maxy j̸=i vj yj =
  40. − maxj̸=i vj 。若gi (b) = 0, 则ti (v) = 0。这意味着物品配置给出价最高的人,其支付的
  41. 价格为出价第二高的个人对物品的报价。这恰是维克雷机制所蕴含的结果。

1. 四、私有信息依赖价值执行

在具有共同价值(common value)的拟线性环境中,个体i的收益v i (x, θ) + t i 取决

于θ −i 。

在这种情形,类型相关问题仍然存在。我们可以设定一系列相互独立的共同价

∑

值,例如,在”Wallet博弈”中,所有个体的收益都与 i θ i 有关。但一个更自然的模型

是“采掘权(mineral rights)”模型,其中个体的类型是在未知真实状态条件下的独立

同分布信号,因而个体类型在都与某个先验分布相关。大多数有关共同价值拍卖的文

献都是实证性的――求解若干机制的均衡并对其进行比较,而非寻找最优机制。这方面

的研究可追溯到Milgrom和Weber。最近,一些最优机制设计的研究将注意力转向了

“事后执行”,其角度比较新颖,其基本思想是引入“事后激励相容”约束:

v i (x(θ), θ) + t i (θ i , θ −i ) ≥ v i (x( θ ˆ i , θ −i ), θ) + t i ( θ ˆ i , θ −i ), ∀θ i , θ ˆ i ∈ Θ i , ∀θ −i ∈ Θ −i .

这意味着,无论其他个体的类型是什么,只要其他们遵从他们的均衡策略(即

′ 但其如实报告),个体i说真话是最优的。若不作这一假设,则其他个体可能报告θ −i

′ ), θ , θ ) + t ( θ

ˆ

真实的类型则为θ −i ,从而个体i的效用为v i (x( θ ˆ i , θ −i

i −i

i i , θ −i )。这样,对个

体i说,真实显示不可能是最优的。在私人价值情形,事后激励相容”约束假设并不需

要,因为那种情况下事后激励相容约束同占优策略激励相容一致。此外,事后执行还可考虑施加事后个人理性约束。

马斯金和达斯古伯塔（Dasgupta 和Maskin (QJE 2000)）2000年的QJE（The Quarterly Journal of Economics)论文Efficient Auctions首次在发表的论文中，在拍卖的框架下，对这个问题进行了深入而富有成果的研究。奥苏贝尔（Ausubel)在他1999年的mimeo文稿A Generalized Vickery Auction中仔细的考察了扩展维克里机制解决私有信息依赖价值环境下执行拍卖中将商品卖给最高评价买家这个问题。

在德克 伯吉曼dirk Birgemann和扎索 瓦里马基Juuso Välimäki （ econometrica, 2002)的论文information acquisition and efficient mechanism design中, 他们考虑了一个不同的设定，即代理人在参与机制前可以以获取私有信息，但是要付出相应的成本。这时实际上有两阶段一是获取信息阶段，一是在机制下参与人信息汇报阶段。感兴趣的读者可细读他们的论文。

本文接下来给出的单物品拍卖的最优执行理论主要基于马斯金和达斯古伯塔2000年的论文Efficient Auction，和奥苏贝尔1999 的未发表文稿A Generalized Vickery Auction。市场中有n个风险中性的拍卖品的买家，每个买家i收到一维信号 si，这里为了方便解释每个人的效用函数都依赖于所有的si，我们把记号 θ i改为si,即把私人信息解释为信号而非类型，在数理推演中这没有任何影响。si属于一定的范围Si。vi(s1,…,sn)代表买方从拍卖品中得到的效用，这个效用可以是在信号i1,…,in下的期望效用，其中v1,…,vn是公共知识。这种效用函数形式就体现了依赖价值，即一个人的效用不仅依赖于自有信息，也可以依赖其他人的信息。如果买家i赢得物品，付出价格p，那么他的效用是vi(s1,…,sn)-p，而其他人的效用为0。为了执行社会最优选择，我们作出三个假设：（a）vi随si单调变化。即在每一(s1,…,sn)处，;或者在每一（s1,…,sn)处， 。

(b)当时，对于

。

（c）存在使得。

定理：在上面的经济环境和两条假设下， 我们可以事后均衡执行拍卖的社会最优，即把拍卖品分配给效用最高者。

证明：我们首先构造一个机制，然后证明它可以事后执行满足条件的社会最优。

步骤1, 让每个人汇报公共知识部分的v1,…,vn，如果有人不一样就终止拍卖，无人获得拍卖品，并且如果只有一个人不一样就对他罚说谎费。

步骤2,如果每个代理人汇报的v1,…,vn相互一致，选出使得vi(s1,…,sn)最大的i（如果有多人，随机选一人）。将拍卖品卖给他，价格是其中满足

该机制可以事后执行社会最优：

首先，步骤1保证了每个人汇报真实的公共知识是纳什均衡。在所有其他人都说真话时，没有人有动机偏离均衡。

其次，步骤2保证了每个人汇报真实的私有信息是事后均衡。我们分情况讨论一下，

（1）当时，假定其他人真实的报告了私有信息，则代理人i希望赢得拍卖。这时真实报已经可以使得他赢得拍卖，因为根据机制中确定的最小化问题的约束条件，报已经可以使得vi并列第1, 而根据假设条件（b），报真实的可以保证vi单独第1,从而赢得拍卖。

（2）当时，假定其他人真实的报告了私有信息，则代理人i希望不要赢得拍卖。 这时真实报也可以使得他输掉拍卖，因为根据机制中确定的最小化问题的约束条件，报会使得vi并列第1，而根据假设条件（b），报真实的可以保证vi不再第一,从而输掉拍卖，符合此刻的个人最优化。

（3）当时，由单调性假设(a)，可知,这时是否赢得拍卖，所得都为0,因此真实报告个人信息也是最优。

综上，真实报告私有信息在定理中的经济环境和假设下是事后均衡，因此该机制事后执行了社会最优。

在定理1的环境下，我们可以证明，是下面最小化问题的解

s.t..

因此证明中构造出来的i赢得拍卖所需支付的价格是拍卖买家i可以赢得拍卖品的最低。正如奥苏贝尔在1999的mimo文稿a generalized Vickery Auction中所指出的，“The payment rule is the following extension of Vickrey auction pricing: a bidder is charged for a given unit that she wins according to valuations evaluated at the minimum signal that she could have reported and still won that unit.”事实上，该事后执行机制包含了维克里机制作为特例，而私有信息独立价值环境下，事后执行等价于占优策略执行。马斯金和达斯古伯塔的论文中对函数vi， i=1到n的获取采用了间接的形式，利用了不动点定理，好处在于减少了机制设计者的计算负担，但却增加了买家的理性化分析的复杂性，同时增加了假设条件使得某些在本文中介绍的方法可以解决的问题，在他那种方法下不能被涵盖。我们文章介绍的论文只要求部分执行，即事后均衡和机制目标有交集即可，要求两者不是完全的互斥。由于本文关注的是部分事后执行，如果对于完全事后执行的研究感兴趣，可见德克·伯吉曼和斯蒂芬·莫里斯在Games and Economic Behavior上2008年的论文ex post implementation（事后执行）（关于完全执行和部分执行的概念，参见第一部分理论框架中的第5部分内容）。

对于非一维信号或不满足定理假设条件的信号，如果存在它和满足定理假设的信号之间的一一映射，则问题立即就转化为了定理中的情形而得到解决。对于其他非一维信号情况，参见马斯金和达斯古伯塔2000年的论文Efficient Auction，他们给出来了auction框架下的一种解决办法。

我们只考虑了直接显示机制，这是根据显示原理做出的选择。

私有信息依赖价值环境下的显示原理 设机制 < M, h > 按事后均衡策略执行了社会选择规则 F ，则存在直接显示机制 < E, g >按事后均衡策略真实执行了 F 。

证明：因为F可以由机制< M, h > 按事后均衡执行，故存在策略组合（）构成由< M, h > 所引出的博弈的事后均衡，而且对于任意的 ，我们有

另外，事后可执行性也意味着对于

考虑如下直接显示机制

现在只需要证明由< E, g >引出的博弈中，每个私有信号为si的代理人真实报告si是事后激励相容的。运用反证法，假设不是这样。

导出矛盾。故原命题得证。

除了拍卖，对于其他离散型的社会最优决策，在满足一定假设条件的前提下，也都会找得到事后执行的机制。我们接下来研究一个工程是否建设的离散选择问题，

扩展到连续最优的决策

1. 5事后执行的唯一性

在任意一个可以事后执行的经济环境中，各种事后执行机制中的参与人i的税收函数在适当去除掉一个跟i无关的函数后，是唯一的。

命 题 15.7.2 (拉

拉 丰 和 马 斯 金 , Econometrica, 1980) 假设 Y = , Θ = [θ, θ]

Θ i → , ∀i ∈ N ,为可微函数。则任意按占优策略执行有效决策规则 y(·) 的机制

是 Vickrey-Clark-Groves 机制,即:如社会选择规则 f (θ) = {y(θ), t 1 (θ), · · · , t n (θ)} 可以

被占优策略诚实执行,且

y(θ) = arg max

y∈Y

则必有 t i (θ) =

∑

j̸ = i v j (y(θ), θ j )

n

∑

v i (y, θ i ),

i=1

+ d i (θ −i ), 其中 d i (θ −i ) 代表与 θ i 无关的某个函数。

证明: 我们只需证明d i (θ i , θ −i )不依赖θ i 即可。由于

y(θ) = arg max

y∈Y

我们有

n

∑

∂v i

i=1

∂y

n

∑

v i (y, θ i ),

i=1

(y(θ), θ i ) = 0。

(15.7.26)

占优策略诚实执行要求,

v i (y(θ i , θ −i ), θ i ) + t i (θ i , θ −i ) > v i (y( θ ˆ i , θ −i ), θ i ) + t i ( θ ˆ i , θ −i ), ∀θ i , θ ˆ −i , θ −i 。

从而,

∂v i

∂d

∂t i

(y(θ), θ i )

(θ) +

(θ i , θ −i ) = 0, ∀(θ i , θ −i ) ∈ Θ。

∂y

∂θ i

∂θ i

∑

设d i (θ) , t i (θ) − j̸ = i v j (y(θ), θ j )。则

(15.7.27)

∑ ∂v i

∂d i ∂t i

∂y

=

(θ i , θ −i ) −

(y(θ), θ j )

(θ i , θ −i )

∂θ i ∂θ i

∂y

∂θ i

j̸ = i

∑ ∂v j

∂t i

∂v i

∂y

∂y

(15.7.28)

(θ i , θ −i ) +

(y(θ), θ j )

(θ i , θ −i ) −

(y(θ), θ j )

(θ i , θ −i )

∂θ i

∂y

∂θ i

∂y

∂θ i

n

=

j=1

=0

2

所以d i (θ) = d i (θ −i )。

上述证明背后的直觉是,当每个个体i都是总盈余的剩余索取者时,其唯一的激励

∑

是讲真话,即U i (θ) = ni=1 v i (y(θ), θ i ) + d i (θ −i ),这即是VCG机制的结果。拉丰和格

林(1979)在更弱的条件下证明了同样的结果:如果消费者对公共物品的偏好域不受

限制(即随着θ i 的变化每个效用函数v i : D → 都可能出现)则VCG机制是唯一能够

诱导代理人占优讲真话并实现公共物品有效供给的机制。其证明(参考:Mas-Colell,

Whinston, Green, 1995)中并未要求v i 具有可微性等解析性质。

对于连续可微的函数，我们下面给出事后执行的条件，并证明其税收函数的唯一性，即参与人i的任意税收函数之间只差一个平移量，该平移量不依赖于个体i的私有信息报告。这一结论显然包含了私有信息独立价值下的VCG的唯一性，可看作是对该结论的扩展。

6结语

纵观国外这些经典论文，他们很多都将解决私有信息依赖价值社会选择问题的机制设计解概念设为事后均衡。这是因为，首先，在依赖价值情况下，占有策略执行的机制可能不存在，故适当放松解概念已成为必须。其次，流行的贝叶斯纳什均衡解，存在诸多弊端。贝叶斯均衡存在后悔，即存在参与人事后得知别人信息时，发现当初不该报自己真实信息的情况。这就造成了两种问题：第一，参与人报告各自信息给中央计划者，中央计划者制定了社会最优计划后，如果还要由参与人执行，这时参与人在难以监督的情况下就会选择非指定行动，这是道德风险问题；第二，在事前参与者也会极力搜索其他参与人的私有信息，这会带来大量不必要的成本。事后执行具有不后悔的特点，这就避免了上诉问题。但事后执行也有缺点，其中最重要的一点就是，本文讨论的事后执行是部分执行，因而可能存在一些非有效均衡，而这些均衡可能对参与人很有利，从而参与人有动机合谋寻求这些均衡的发生。为避免这一问题，德克·伯吉曼和斯蒂芬·莫里斯在Games and Economic Behavior上2008年的论文ex post implementation（事后执行）中探讨了一种与我们的不一样执行概念，在他们那篇文章中，事后执行强调的是完全执行，即机制下博弈的事后均衡和机制目标集合完全重合。然而，即使是占有策略均衡，如果结果不是合作均衡解，机制设计者也要通过努力才能促成其顺利实现，如囚徒困境中，警方必须瓦解囚犯的同盟关系，单独讯问。因此，对于事后均衡即使存在说谎的非社会最优均衡，机制设计者也可能设法使这些不利均衡难以发生，关于这个问题，值得另外的文章专门研究。（关于完全执行和部分执行的概念，参见第一部分理论框架中的第5部分内容）。

国外机制设计的论文走的都是数学路线，以精确的数学符号来表达作者设计的机制，这在证明机制的有效性和合理性上具有理论的优势和严密性，但在细节上就有时会过于复杂，让读者抓不住重点。在保持理论的严谨和符号表达的精确的同时，本文本着理论简洁易懂的原则，从简单的 ＶＣＧ 机制的占优均衡执行入手，一步一步介绍到扩展ＶＣＧ机制的事后均衡执行，并得出了事后均衡执行机制的唯一性这一结论。就如物理学中的自由落体定律和不受外力的匀速直线运动定律，所有的经济学理论结论也都是在特定简化的假设下得出，如何应用还要求机制使用者懂得机制本身的来龙去脉及适用条件，在此基础上使用合适的机制并创造适宜机制优点发挥的条件，本文希望能对打算使用事后均衡执行的社会计划者提供理论上的直觉，并对想深入研究此类问题的中国理论经济研究者提供理论的介绍和文献的参考。