Universiteit van Groningen

Gevorderde Algoritmen en Datastructuren door

Jos van der Til & Rene Zuidhof

DECEMBER 17, 2010

Contents

1	Intr	Verwachting	3
2	Bin	aire zoekboom	5
	2.1	Introductie	5
	2.2	Zoeken	5
	2.3	Toevoegen	6
3	Gel	palanceerde bomen	7
	3.1	Ongebalanceerd	7
	3.2	Gebalanceerd	7
4	AV	L-boom	8
	4.1	Introductie	8
	4.2	Zoeken	8
	4.3	Toevoegen	9
5	(2,4)-boom	10
	$\hat{5}.\hat{1}$	Introductie	10
	5.2	Balanceren	11
	5.3	Zoeken	11
	5.4	Toevoegen	11
6	Skij	List	12
	6.1	Introductie	12
	6.2	Zoeken	12
	6.3	Toevoegen	13
	6.4	Verwijderen	13
7	Ana	dyse	14
	7.1	Tekstbestand 1	14
	7.2	Tekstbestand 2	16
	7.3	Tekstbestand 2	18
	7.4	Tekstbestand 2	19
	7.5	Tekstbestand 2	20
8	Cor	nclusie	21

List of Figures	22
A Main classes	23
B Util classes	26
C BinaryTree classes	29
D AVL-Tree classes	32
E (2,4)-Tree classes	39
F Skip List classes	44

Introductie

Een deel van de cursus Gevorderde Algoritmen en Datastructuren is een praticum, deze bestaat uit twee opdrachten. De eerste opdracht staat in dit document beschreven. Het doel van deze opdracht luidt: "Ervaring opdoen met het analyseren en vergelijken van zoekalgoritmen. De opdracht sluit aan bij Chapter 3 van het leerboek Algorithm Design van Goodrich en Tamassia. Het is de bedoeling om twee programma's te ontwikkelen, waarmee je kunt bepalen welke datastructuur beter is om een doorzoekbaar geordend lexicon (searchable ordered dictionary) te implementeren: een conventionele binaire zoekboom, of een van de volgende alternatieve datastructuren: AVL-boom, (2,4)-boom, splay tree, skip list. De programma's dienen een tekstbestand woord voor woord te lezen, waarbij elk nieuw woord wordt toegevoegd aan de datastructuur. Elk woord komt dus slechts eenmaal voor in de datastructuur."

Een aantal van deze datastructuren staat beschreven in dit document, naast de beschrijving van de datastructuur is ook de uitkomst van de analyses die zijn uitgevoerd beschreven. In deze analyses is gekeken naar het aantal stringvergelijkingen, het aantal toekenningen in de code en de tijd die nodig is bij bepaalde handelingen.

Als eerste zal in hoofdstuk 2 de conventionele binaire zoekboom behandeld worden. Hierna wordt gekeken naar gebalanceerde bomen, namelijk de AVL-boom (hoofdstuk 4) en de (2,4)-boom (hoofdstuk 5). Als laatste wordt in hoofdstuk 6 een alternatieve datastructuur behandeld, de skip list.

In hoofdstuk 7 zal de analyse van al deze structuren behandeld worden.

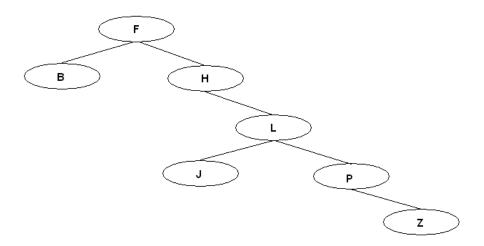
1.1 Verwachting

Wij verwachten dat de datastructuren die niet afhankelijk zijn van een random waarde, zoals de AVL-tree, het meest betrouwbaar zijn qua response tijd voor de zoek en toevoeg functies. Ook verwachten wij dat bij geordende invoer, de ongebalanceerde binaire boom het slechtst presteert, dit omdat de hele boom dan naar 1 kant 'leunt'. Bij willekeurige invoer zal dit minder sterk naar voren

komen.

Wij verwachten dat van alle datastructeren die AVL boom het beste presteert qua zoek en opbouw tijd, dit omdat deze heel strikt in balans gehouden wordt. Ook verwachten wij dat de AVL boom de meeste assignments gebruikt, omdat er bij het balanceren tree rotations gebruikt worden. Het aantal string vergelijkingen zou significant lager moeten zijn dan bij andere structuren, omdat door de balancering de hoogte gelimiteerd is rond log(n) waarin n het aantal interne nodes is

Binaire zoekboom



2.1 Introductie

Een van de simpelste zoekbomen is de binaire zoekboom. Elke interne knoop heeft twee kinderen waarvan de linkerkant lager is en de rechterkant hoger is dan de waarde in de interne knoop.

2.2 Zoeken

Bij het zoeken naar een waarde k in een binaire boom wordt begonnen in de root knoop. Als k kleiner is dan de waarde in de knoop p wordt verder gezocht in het linkerkind van p. Wanneer k groter is dan de waarde in p wordt verder gezocht in het rechterkind van p. Dit wordt gedaan tot een externe knoop is bereikt of wanneer k gevonden is.

2.3 Toevoegen

Met behulp van bovenstaande zoek methode wordt gezocht naar de toe te voegen waarde k. Wanneer de gevonden waarde p een interne knoop is wordt er direct gestopt met toevoegen, k zit namelijk al in de boom. Wanneer p een externe knoop is wordt deze vervangen door k en worden twee externe kinderen toegevoegd aan k.

Gebalanceerde bomen

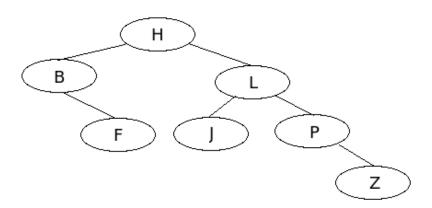
3.1 Ongebalanceerd

De in hoofdstuk 2 behandelde binaire boom is ongebalanceerd. Dit houdt in dat de boom aan een kant erg veel waardes kan hebben en aan de andere kant niks (in het slechtste geval). Hierdoor zal de zoektijd aanzienlijk toenemen.

3.2 Gebalanceerd

Om de problemen van een ongebalanceerde boom te voorkomen zijn een aantal bomen bedacht die er voor zorgen dat een boom altijd gebalanceerd is. Een aanal van deze bomen zijn de AVL-boom, de (2,4)-boom en de Splay-boom. De eerste twee van deze bomen zullen in hoofdstuk 4 en 5 behandeld worden.

AVL-boom



4.1 Introductie

De AVL-boom is de eerste gebalanceerde boom die we gaan behandelen. Deze boom lijkt erg veel op de binary boom, alleen heeft de AVL-boom een extra eigenschap, namelijk dat voor elke interne knoop geldt dat de hoogte van de kinderen verschilt met maximaal 1.

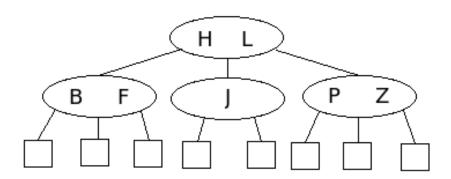
4.2 Zoeken

Het zoeken gaat op dezelfde manier als bij de binaire boom die behandeld is in hoofdstuk 2.

4.3 Toevoegen

Het toevoegen van nodes aan de AVL boom, werkt hetzelfde als bij een normale binaire boom. Maar nadat de node aan de boom is toegevoegd zal er gecontroleerd worden of de boom nog steeds aan zijn eigenschappen voldoet. Is dit niet het geval, dan zal er door middel van zo genaamde rotations de balans weer hersteld worden. Omdat dit na elke toevoeg actie gedaan wordt, zijn er maximaal twee rotations nodig om de hele boom weer in balans te krijgen.

(2,4)-boom



5.1 Introductie

De tweede gebalanceerde boom die behanded wordt is de (2,4)-boom. Alle interne knopen van deze boom hebben één tot drie keys, het aantal kinderen van een knoop is het aantal keys + 1. Dit betekent dus dat elke knoop 2, 3 of 4 kinderen heeft, vandaar de naam (2,4)-boom (soms ook (2,3,4)-boom genoemd). Een andere eigenschap van deze boom is dat de diepte van alle externe knopen gelijk is. Deze eigenschappen zorgen ervoor dat de hoogte van een (2,4)-boom met n items $\Theta(logn)$ is. Deze eigenschappen worden bewaard door na elke toevoeging of verwijdering te kijken of de boom gebalanceerd moet worden. De boom moet gebalanceerd worden wanneer een knoop in de boom geen keys (woorden) meer bevat of wanneer een knoop meer dan drie keys bevat.

5.2 Balanceren

Omdat bij deze analyse alleen gekeken wordt naar het toevoegen van keys zal de boom alleen gebalanceerd worden wanneer een knoop meer dan drie keys bevat. Wanneer een knoop meer dan drie keys bevat (overflow), zal de boom gebalanceerd moeten worden. Dit wordt gedaan door de derde waarde van de knoop met meer dan drie keys toe te voegen aan zijn parent. De eerste twee keys worden dan het kind aan de linkerkant van toegevoegde key in de parent en de vierde waarde het kind aan de rechterkant.

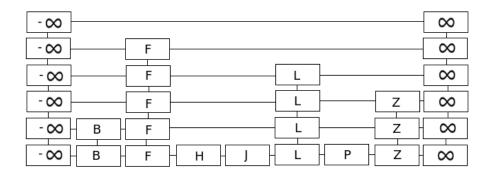
5.3 Zoeken

Bij het zoeken van een key zal begonnen worden bij de root knoop. Als de knoop niet de gezochte key bevat zal gekeken worden in het kind aan de linkerkant van de key die lager is dan de invoer. Dit wordt gedaan tot een externe knoop is bereikt of tot een knoop is bereikt die de invoer bevat.

5.4 Toevoegen

Bij het toevoegen zal eerst gezocht worden op de bovenstaande manier. Wanneer een knoop wordt gevonden die de key al bevat zal gestopt worden met toevoegen. Als dit niet het geval is, we hebben dan dus een externe knoop, zal de waarde toegevoegd worden aan de parent. Hierna zal de balance methode aangeroepen worden om te kijken of de boom ongebalanceerd is en balanceren wanneer dit het geval is.

Skip List



6.1 Introductie

Naast bomen zijn er ook andere manieren om zoekalgoritmen te implementeren. In dit hoofdsuk zal een van deze structuren behandeld worden, namelijk de skip list. Een skip list bestaat uit een aantal lijsten waarvan elke lijst een subset van de lijst onder hem bevat. De onderste lijst bevat alles waardes van de boom. Elke lijst bevat in ieder geval de waardes $-\infty$ en ∞ . Hierdoor zullen alle waardes in de lijst tussen deze twee waardes in zitten.

6.2 Zoeken

Bij het zoeken naar een waarde k in een skiplist wordt begonnen in de meest linkse waarde in de bovenste lijst, deze waarde noemen we p. Hierna zal gekeken worden in de waarde onder p, als deze niet leeg is wordt dit de nieuwe waarde van p. Vervolgens wordt gekeken naar de waardes aan de rechterkant van p. Er wordt naar rechts gezocht tot er een waarde gevonden wordt hoger dan k, p wordt nu de waarde voor de laatst gevonde waarde. Dit wordt gedaan tot de

gezochte waarde wordt gevonden. Wanneer k niet in de skip list zit wordt de hoogst mogelijke waarde voor k gereturned.

6.3 Toevoegen

Bij het toevoegen van waarde k wordt eerst gezocht naar k op de manier zoals hierboven beschreven is. Als de gevonden waarde p gelijk is aan k zal direct gestopt worden, de waarde zit namelijk al in de skip list. Wanneer deze niet gelijk is zal de waarde toegevoegd worden na p. Hierna zal k toegevoegd worden zolang een random getal tussen de 0 en 1 lager is dan 0.5.

6.4 Verwijderen

Bij het verwijderen van een waarde k zal eerst gezocht worden op deze waarde. Als de gevonden waarde p niet gelijk is aan k zal direct gestopt worden, k zit niet in de skip list. Wanneer k en p wel gelijk zijn zal p verwijderd worden samen met alle waardes boven p.

Analyse

In dit hoofdstuk zullen de verschillende datastructuren vergeleken worden. Dit zal gebeuren aan de hand van de aangeleverde tekst bestanden.

Deze benchmarks zijn genomen van een systeem eigendom van de Rijksuniversiteit Groningen. De specificaties waren:

- 1. Intel Core 2 Duo CPU (E6550 @ 2.33 GHz)
- 2. 2 Gigabyte RAM geheugen
- 3. GNU/Linux besturingssysteem kernel 2.6.32 (i686)

7.1 Tekstbestand 1

Dit bestaat uit 18.336 woorden, die in alfabetische volgorde gesorteerd staan. De verwachting is dat de normale ongebalanceerde binaire boom hier erg slecht presteert, dit omdat een 'worst case' binaire boom oplevert. Alle nodes zullen aan een kant van de boom zitten.

Het gemiddelde van 10 epochs (aantal tests) van het opbouwen van de structuren is opgenomen in tabel ??, de resultaten voor het opzoeken staan in tabel ??

De waarden voor de datastructuren (met uitzondering van de binaire boom) zijn geplot in figuur 7.2 en ??.

Structuur	Toekenningen	String vergelijkin-	Run time
		gen	
Binaire Boom	336.190.560	672.491.133	4729 ms.
AVL Boom	242.273	1.304.131	12,5 ms
Skip List	515.116,5	1.084.854,2	19,1 ms
(2,4)-Boom	647.141	1.169.220	48,4 ms

Table 7.1: Opbouwen van text 1

Structuur	Toekenningen	String vergelijkin-	Run time
		gen	
Binaire Boom	168.113.616	336.227.232	2282,3 ms.
AVL Boom	242.288	818.544	7,4 ms
Skip List	512.749,2	531.085,2	11 ms
(2,4)-Boom	574.193	429.481	22,2 ms

Table 7.2: Doorzoeken van text $\boldsymbol{1}$

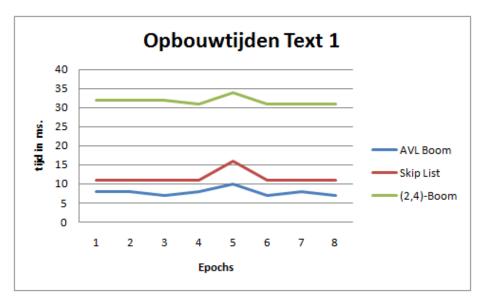


Figure 7.1: De opbouwtijden van bestand text1.

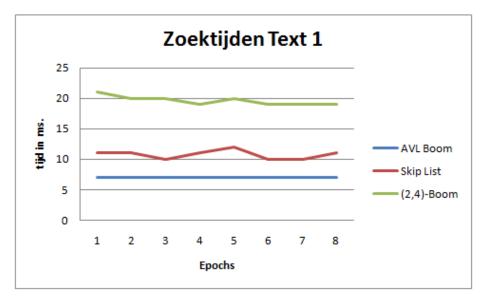


Figure 7.2: De doorzoek tijden van bestand text1.

Structuur	Toekenningen	String vergelijkin-	Run time
		gen	
Binaire Boom			ms.
AVL Boom			ms
Skip List			ms
(2,4)-Boom			ms

Table 7.3: caption

Structuur	Toekenningen	String vergelijkin-	Run time
		gen	
Binaire Boom			ms.
AVL Boom			ms
Skip List			ms
(2,4)-Boom			ms

Table 7.4: caption

7.2 Tekstbestand 2

De gemiddelde tijden van de datastructuren zijn geplot in figuur 7.3 en 7.4.

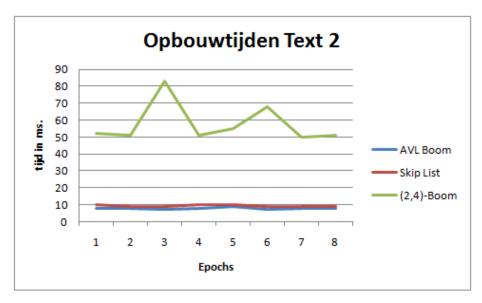


Figure 7.3: De opbouwtijden van bestand text2.

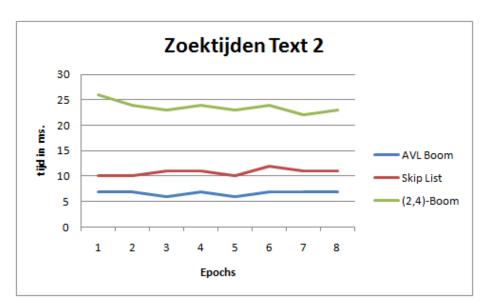


Figure 7.4: De opbouwtijden van bestand text2.

Structuur	Toekenningen	String vergelijkin-	Run time
		gen	
Binaire Boom			ms.
AVL Boom			ms
Skip List			ms
(2,4)-Boom			ms

Table 7.5: caption

Structuur	Toekenningen	String vergelijkin-	Run time
		gen	
Binaire Boom			ms.
AVL Boom			ms
Skip List			ms
(2,4)-Boom			ms

Table 7.6: caption

7.3 Tekstbestand 2

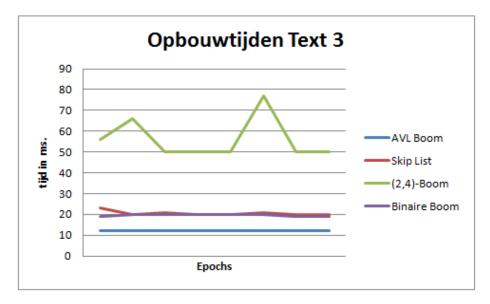


Figure 7.5: De opbouwtijden van bestand text3.

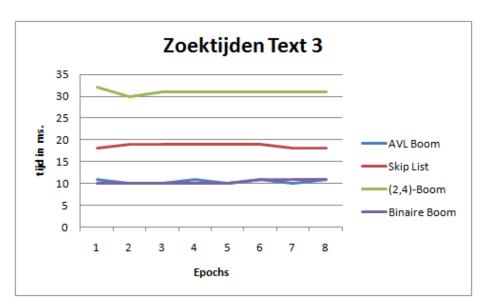


Figure 7.6: De opbouwtijden van bestand text3.

Structuur	Toekenningen	String vergelijkin-	Run time
		gen	
Binaire Boom			ms.
AVL Boom			ms
Skip List			ms
(2,4)-Boom			ms

Table 7.7: caption

Structuur	Toekenningen	String vergelijkin-	Run time
		gen	
Binaire Boom			ms.
AVL Boom			ms
Skip List			ms
(2,4)-Boom			ms

Table 7.8: caption

7.4 Tekstbestand 2

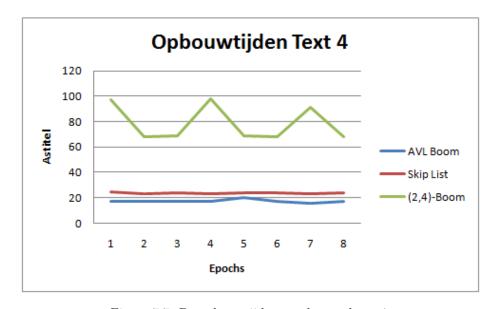


Figure 7.7: De opbouwtijden van bestand text4.

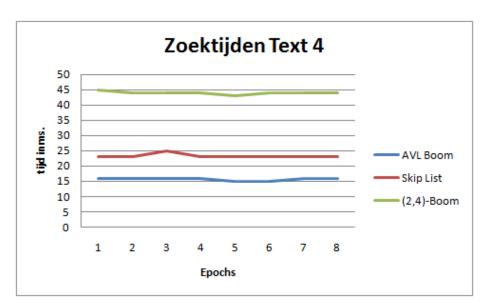


Figure 7.8: De opbouwtijden van bestand text4.

Structuur	Toekenningen	String vergelijkin-	Run time
		gen	
Binaire Boom			ms.
AVL Boom			ms
Skip List			ms
(2,4)-Boom			ms

Table 7.9: caption

Structuur	Toekenningen	String vergelijkin-	Run time
		gen	
Binaire Boom			ms.
AVL Boom			ms
Skip List			ms
(2,4)-Boom			ms

Table 7.10: caption

7.5 Tekstbestand 2

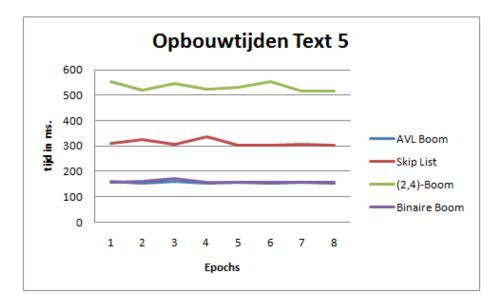


Figure 7.9: De opbouwtijden van bestand text
5.

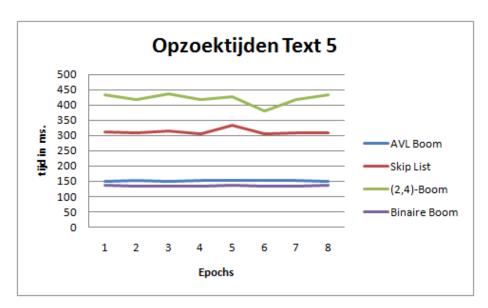


Figure 7.10: De opbouwtijden van bestand text
5.

Conclusie

List of Figures

7.1	De opbouwtijden van bestand text1	15
7.2	De doorzoek tijden van bestand text1	15
7.3	De opbouwtijden van bestand text2	16
7.4	De opbouwtijden van bestand text2	17
7.5	De opbouwtijden van bestand text3	18
7.6	De opbouwtijden van bestand text4	19
7.7	De opbouwtijden van bestand text5	20

Appendix A

Main classes

Listing A.1: Main classes Source code - Main

```
public class Main {
   * @param args
  public static void main(String[] args) {
    String[] textFiles = new String[] { "text1", "text2", "text3", "
        text4",
        "text5" };
    TextSource tx = new TextSource();
    tx.preloadAll();
    try {
     PrintStream output = new PrintStream(new FileOutputStream(
          "bench_results.txt"));
     System.setOut(output);
    } catch (IOException ioe) {
     ioe.printStackTrace();
      System.exit(-1);
    for (int i = 0; i < 10; i++) {</pre>
     System.out.printf("Start of run %d....\n", i);
     Profiler p = new Profiler();
     ITree tree;
      System.out.println("\nBinaryTree");
      for (String s : textFiles) {
       tree = new TreeImpl(p);
       test(tree, p, tx, s);
        p.reset(true);
      System.out.println("AVLTree");
      for (String s : textFiles) {
       tree = new AVLTree(p);
        test(tree, p, tx, s);
        p.reset(true);
```

```
System.out.println("\nSkipList");
      for (String s : textFiles) {
       tree = new SkipList(p);
       test(tree, p, tx, s);
       p.reset(true);
      System.out.println("\n2-4 Tree");
      for (String s : textFiles) {
       tree = new TwoFourTree(p);
       test(tree, p, tx, s);
       p.reset(true);
      System.out.println("End of run");
    }
    System.out.flush();
   System.out.close();
  private static void test(ITree tree, Profiler p, TextSource tx,
     String textFile) {
    StopWatch st = new StopWatch();
    String insertionTimerName = String.format("Insertion %s",
       textFile);
    st.start(insertionTimerName);
    for (String s : tx.getTextFile(textFile)) {
     tree.insert(s);
   st.stop(insertionTimerName);
   System.out.println("Insertion");
   p.printInfo();
   p.reset(true);
    String searchTimerName = String.format("Search %s", textFile);
    st.start(searchTimerName);
    for (String s : tx.getTextFile(textFile)) {
     tree.getNode(s);
    st.stop(searchTimerName);
   System.out.println("Search");
   p.printInfo();
    st.printTimers();
 }
}
```

Listing A.2: Main classes Source code -ITree

```
/*
  * Interface for all structures used in this project
  */
public interface ITree {
    /*
```

Listing A.3: Main classes Source code - ITreeNode

```
public interface ITreeNode {
    /*
    * Returns the value of this node
    */
    public String getKey();
}
```

Appendix B

Util classes

Listing B.1: Util classes Source code - Profiler

```
public class Profiler {
  public static final Profiler NULL = new NullProfiler();
  private static final class NullProfiler extends Profiler {
   public Profiler incAssignments() { return this;}
   public Profiler addAssignments(long assignments) { return this;}
   public Profiler incComparisons() {return this; }
   public Profiler addComparisons(long comparisons) {return this; }
  private long comparisons;
  private long assignments;
  public Profiler incAssignments() {
   ++assignments;
    return this;
  public Profiler addAssignments(long assignments) {
   this.assignments += assignments;
    return this;
  public Profiler incComparisons() {
   ++comparisons;
   return this;
  public Profiler addComparisons(long comparisons) {
   this.comparisons += comparisons;
    return this;
  public void reset(boolean reset) {
   if(reset) {
     comparisons = 0;
```

Listing B.2: Util classes Source code - StopWatch

```
public class StopWatch {
 private Map<String, StopWatchInfo> stopWatchMap;
 public StopWatch() {
   stopWatchMap = new HashMap<String, StopWatchInfo>();
 public void start(String name) {
   StopWatchInfo info = new StopWatchInfo();
   stopWatchMap.put(name, info);
   info.startTime = System.currentTimeMillis();
 public void stop(String name) {
    long stop = System.currentTimeMillis();
   StopWatchInfo info = stopWatchMap.get(name);
   info.stopTime = stop;
 public void printTimers() {
   for(Entry<String, StopWatchInfo> entry : stopWatchMap.entrySet()
       ) {
      System.out.printf("-----%s-----\n", entry.getKey());
     System.out.printf("-- Run time: %d ms.\n", getTimeMillis(entry
          .getKey()));
    }
 public long getTimeMillis(String name) {
   StopWatchInfo info = stopWatchMap.get(name);
    if(info.stopTime == 0)
     return System.currentTimeMillis() - info.startTime;
   return info.stopTime - info.startTime;
 private class StopWatchInfo {
   public long startTime;
   public long stopTime;
}
```

Listing B.3: Util classes Source code - TextSource

```
public class TextSource {
  private Map<String, List<String>> textFiles;
  public TextSource() {
   textFiles = new HashMap<String, List<String>>();
  public List<String> getTextFile(String name) {
    if(!textFiles.containsKey(name)) {
     BufferedReader reader = null;
      try {
        reader = new BufferedReader(new FileReader(name));
        List<String> list = new LinkedList<String>();
        String line;
        while((line = reader.readLine()) != null) {
          String[] split = line.split(" ");
         Collections.addAll(list, split);
       textFiles.put(name, list);
      } catch(IOException ioe) {
        ioe.printStackTrace();
       System.exit(-1);
      } finally {
       try {
          reader.close();
        } catch(Exception e) {/* Ignored, we are destroying anyway
     }
    }
   return textFiles.get(name);
  public void preloadAll() {
   getTextFile("text1");
    getTextFile("text2");
   getTextFile("text3");
   getTextFile("text4");
   getTextFile("text5");
}
```

Appendix C

BinaryTree classes

Listing C.1: BinaryTree classes Source code - TreeImpl

```
public class TreeImpl implements ITree {
 private TreeNode root;
  private Profiler profiler;
  public TreeImpl() {
   this(Profiler.NULL);
  public TreeImpl(Profiler p) {
   this.profiler = p;
  @Override
  public TreeNode getNode(String key) {
   TreeNode next = root;
    profiler.incAssignments();
    int comp;
    while (next != null) {
      comp = key.compareTo(next.key);
     profiler.incComparisons()
          .incAssignments();
     if (comp == 0)
       return next;
      else if (comp < 0) {</pre>
       next = next.left;
        profiler.incAssignments();
      else {
       next = next.right;
       profiler.incAssignments();
    return null;
```

```
@Override
  public TreeNode insert(String key) {
    TreeNode node = getNode(key);
    profiler.incAssignments();
    if (node != null)
     return node;
    if (root == null) {
     root = new TreeNode(key);
     profiler.incAssignments();
    } else {
     boolean inserted = false;
     TreeNode current = root;
     profiler.addAssignments(2);
     int compRes;
     while (!inserted) {
        compRes = key.compareTo(current.key);
        profiler.incComparisons().incAssignments();
        if (compRes < 0 && current.left == null) {</pre>
          // Smaller, and left child is free. Insert
          current.left = new TreeNode(key);
          current.left.parent = current;
          inserted = true;
          profiler.addAssignments(3);
        } else if (compRes < 0 && current.left != null) {</pre>
          // Smaller, but left child is not free. Continue.
          current = current.left;
          profiler.incAssignments();
        } else if (compRes > 0 && current.right == null) {
          // Bigger, and right child is free. Insert
          current.right = new TreeNode(key);
          current.right.parent = current;
          inserted = true;
          profiler.addAssignments(3);
        } else {
          // Bigger, and right child is not free. Continue
          current = current.right;
         profiler.incAssignments();
     }
    return null;
 }
}
```

Listing C.2: BinaryTree classes Source code - TreeNode

```
public class TreeNode implements Comparable<TreeNode>, ITreeNode {
   public String key;
   public TreeNode parent;
```

```
public TreeNode left;
public TreeNode right;
public TreeNode(String key) {
this.key = key;
}
@Override
public int compareTo(TreeNode t) {
 return this.key.compareTo(t.key);
return childCount() == 0;
}
public boolean isLeaf() {
public int childCount() {
 int count = 0;
 if(left != null)
   count++;
 if(right != null)
   count++;
 return count;
@Override
public String getKey() {
 return key;
}
```

Appendix D

AVL-Tree classes

Listing D.1: AVL-Tree classes Source code - AVLTree

```
public class AVLTree implements ITree {
  private AVLNode root;
  private AVLNode first; /* Left most node */
 private AVLNode last; /* Right most node */
 private int height;
 private Profiler profiler;
  public AVLTree() {
   this(Profiler.NULL);
 public AVLTree(Profiler p) {
   profiler = p;
  @Override
  public AVLNode getNode(String key) {
   return findInsertionPoint(key).node;
  private class InsertionInfo {
   public AVLNode node;
   public AVLNode parent;
   public AVLNode unbalanced;
   public boolean isLeft;
  private InsertionInfo findInsertionPoint(String key) {
   AVLNode node = root;
   int cmpRes = 0;
   profiler.addAssignments(2);
   InsertionInfo result = new InsertionInfo();
   result.node = null;
   result.unbalanced = node;
    result.isLeft = false;
    result.parent = null;
```

```
profiler.addAssignments(4);
  while (node != null) {
   if(node.getBalance() != 0)
     result.unbalanced = node;
   cmpRes = node.getKey().compareTo(key);
   profiler.incComparisons();
   profiler.incAssignments();
   if(cmpRes == 0) { /* Node key is equal to key */
      result.node = node;
      profiler.incAssignments();
      return result;
   profiler.incAssignments();
   result.parent = node; /*
                 * Assignment done here. This is because if the
                    key is found at the first iteration, the key
                     is in the root node.
                 * Root nodes don't have parents. Saves an
                    assignment.
   if((result.isLeft = cmpRes > 0)) { /* Node is smaller then key
       , go left. Save this */
      node = node.getLeft();
    } else {
     node = node.getRight();
   profiler.incAssignments();
  }
  return result;
/* Balancing functions */
private void rotateLeft(AVLNode node) {
 /*
  * Let Q be P's right child.
  * Set Q to be the new root.
   * Set P's right child to be Q's left child.
   * Set Q's left child to be P.
  */
  AVLNode p = node; /* Pivot node */
  AVLNode q = node.getRight();
 AVLNode parent = node.getParent();
  profiler.addAssignments(3);
 if(!p.isRoot()) {
   if(parent.getLeft() == p)
     parent.setLeft(q);
   else
     parent.setRight(q);
  } else {
   root = q;
```

```
profiler.incAssignments();
  q.setParent(parent);
  p.setParent(q);
 p.setRight(q.getLeft());
  profiler.addAssignments(3);
  if(p.hasRight()) {
   p.getRight().setParent(p);
   profiler.incAssignments();
 q.setLeft(p);
 profiler.incAssignments();
private void rotateRight(AVLNode node) {
  * Let P be Q's left child.
   * Set P to be the new root.
   * Set Q's left child to be P's right child.
   * Set P's right child to be Q.
  AVLNode q = node; /* Pivot node */
 AVLNode p = node.getLeft();
 AVLNode parent = q.getParent();
 profiler.addAssignments(3);
  if(!q.isRoot()) {
   if(parent.getLeft() == q)
     parent.setLeft(p);
   else
     parent.setRight(p);
  } else {
   root = p;
 profiler.incAssignments();
 p.setParent(parent);
  q.setParent(p);
  q.setLeft(p.getRight());
  profiler.addAssignments(3);
 if(q.hasLeft()) {
   q.getLeft().setParent(q);
   profiler.incAssignments();
 p.setRight(q);
 profiler.incAssignments();
@Override
public AVLNode insert(String key) {
  InsertionInfo info = findInsertionPoint(key);
```

```
profiler.incAssignments();
if(info.node != null) /* Key already in tree. Return node. */
  return info.node;
AVLNode node = new AVLNode(key);
profiler.incAssignments();
if(info.parent == null) { /* No root */
 root = node;
  first = last = node;
 height++;
 profiler.addAssignments(4);
 return null;
AVLNode parent = info.parent;
profiler.incAssignments();
if(info.isLeft) {
 if(parent == first) {
   first = node;
   profiler.incAssignments();
} else {
 if(parent == last) {
   last = node;
   profiler.incAssignments();
node.setParent(parent);
if(info.isLeft) {
 parent.setLeft(node);
} else {
 parent.setRight(node);
AVLNode unbalanced = info.unbalanced;
profiler.addAssignments(3);
for(;;) { /* Update balance values. */
  if(parent.getLeft() == node)
   parent.decBalance();
  else
   parent.incBalance();
  profiler.incAssignments();
  if(parent == unbalanced)
   break;
  node = parent;
  parent = parent.getParent();
  profiler.addAssignments(2);
```

```
switch(unbalanced.getBalance()) {
case 1:
 /* fall through */
case -1:
 height++; /* Update tree height */
 profiler.incAssignments();
  /* fall through */
case 0:
 break;
case 2: /* Tree unbalanced to the right. */
 AVLNode right = unbalanced.getRight();
 profiler.incAssignments();
 if(right.getBalance() == 1) {
   unbalanced.setBalance(0);
    right.setBalance(0);
   profiler.addAssignments(2);
  } else {
    switch(right.getLeft().getBalance()) {
   case 1:
     unbalanced.setBalance(-1);
     right.setBalance(0);
     profiler.addAssignments(2);
     break;
   case 0:
     unbalanced.setBalance(0);
     right.setBalance(0);
     profiler.addAssignments(2);
     break;
    case -1:
     unbalanced.setBalance(0);
     right.setBalance(1);
     profiler.addAssignments(2);
     break;
    right.getLeft().setBalance(0);
   profiler.incAssignments();
   rotateRight(right);
 rotateLeft(unbalanced);
 break;
case -2: /* Tree unbalanced to the left. */
 AVLNode left = unbalanced.getLeft();
 profiler.incAssignments();
 if(left.getBalance() == -1) {
   unbalanced.setBalance(0);
   left.setBalance(0);
   profiler.addAssignments(2);
  } else {
   switch(left.getRight().getBalance()) {
```

```
case 1:
        unbalanced.setBalance(0);
        left.setBalance(-1);
        profiler.addAssignments(2);
      case 0:
        unbalanced.setBalance(0);
        left.setBalance(0);
        profiler.addAssignments(2);
      case -1:
        unbalanced.setBalance(1);
        left.setBalance(0);
        profiler.addAssignments(2);
        break;
      left.getRight().setBalance(0);
      profiler.incAssignments();
     rotateLeft(left);
    rotateRight(unbalanced);
    break;
  return null;
}
```

Listing D.2: AVLTree classes Source code - AVLNode

```
public class AVLNode implements ITreeNode {
  private AVLNode parent;
  private AVLNode left;
  private AVLNode right;
  private String key;
  private int balance; /* Range: -2 -> +2 */
  public AVLNode(String key) {
   this.key = key;
   parent = null;
    left = null;
    right = null;
  /* Start balance methods */
  public int getBalance() {
    return balance;
  public void setBalance(int balance) {
    this.balance = balance;
  public void incBalance() {
    ++this.balance;
```

```
public void decBalance() {
   --this.balance;
  /* End balance methods */
  /* Node methods */
  public AVLNode getParent() {
   return parent;
  public void setParent(AVLNode parent) {
  this.parent = parent;
  public boolean isRoot() {
  return parent == null;
  public AVLNode getLeft() {
   return left;
 public void setLeft(AVLNode left) {
 this.left = left;
 public AVLNode getRight() {
  return right;
  public void setRight(AVLNode right) {
  this.right = right;
}
 public boolean hasLeft() {
   return left != null;
  public boolean hasRight() {
   return right != null;
 /* Key methods */
 public String getKey() {
   return key;
 public void setKey(String key) {
  this.key = key;
}
```

Appendix E

(2,4)-Tree classes

Listing E.1: TwoFourTree classes Source code - TwoFourTree

```
public class TwoFourTree implements ITree {
  private TwoFourNode root;
  private Profiler profiler;
  public TwoFourTree(Profiler p) {
    root = new TwoFourNode(p);
    TwoFourNode external = new TwoFourNode(p);
    external.setExternal(true);
    external.setParent(root);
    root.addChild(external, 0, false);
    profiler = p;
  public TwoFourTree() {
    this(Profiler.NULL);
  public TwoFourNode insert(String text) {
    TwoFourNode node = getNode(text);
    profiler.incAssignments();
    if (node.contains(text)) {
     return node;
    if(node.isExternal()){
      node = node.getParent();
      int index = node.addValue(text);
      TwoFourNode external = new TwoFourNode(profiler);
      external.setExternal(true);
      external.setParent(node);
      profiler.addAssignments(3);
      node.addChild(external, index + 1, false);
      rebalance(node);
```

```
return null;
private void rebalance(TwoFourNode node) {
  if(node.getValueCount() > 3){
   TwoFourNode u;
    if(node.equals(root)){
      root = new TwoFourNode(profiler);
      u = root;
     profiler.addAssignments(2);
    } else {
      u = node.getParent();
     profiler.incAssignments();
    TwoFourNode node1 = new TwoFourNode(profiler);
   profiler.incAssignments();
   node1.addValue(node.getValues().get(0));
   node1.addValue(node.getValues().get(1));
    if(node.getChildrenCount() == 0){
      TwoFourNode external1 = new TwoFourNode(profiler);
      profiler.incAssignments();
      external1.setExternal(true);
      external1.setParent(node1);
      node1.addChild(external1, 0, false);
      node1.addChild(external1, 1, false);
     node1.addChild(external1, 2, false);
    } else {
      node1.addChild(node.getChild(0), 0, false);
      node1.addChild(node.getChild(1), 1, false);
      node1.addChild(node.getChild(2), 2, false);
      node.getChild(0).setParent(node1);
      node.getChild(1).setParent(node1);
      node.getChild(2).setParent(node1);
    TwoFourNode node2 = new TwoFourNode(profiler);
   profiler.incAssignments();
    node2.addValue(node.getValues().get(3));
   if(node.getChildrenCount() == 0){
      TwoFourNode external2 = new TwoFourNode(profiler);
      external2.setExternal(true);
      external2.setParent(node2);
      node2.addChild(external2, 0, false);
      node2.addChild(external2, 1, false);
    } else {
      node2.addChild(node.getChild(3), 0, false);
      node2.addChild(node.getChild(4), 1, false);
      node.getChild(3).setParent(node2);
      node.getChild(4).setParent(node2);
    int index = u.addValue(node.getValues().get(2));
```

```
profiler.incAssignments();
      u.addChild(node1, index, true);
      node1.setParent(u);
      u.addChild(node2, index + 1, false);
     node2.setParent(u);
      rebalance(u);
 }
 public TwoFourNode getNode(String text) {
    TwoFourNode node = root;
   profiler.incAssignments();
    while(!node.contains(text) && !node.isExternal()){
      int i = 0;
      profiler.incAssignments();
      for(String s : node.getValues()){
        if(s != null) {
          if(s.compareTo(text) < 0){</pre>
            i++;
            profiler.incAssignments();
          profiler.incComparisons();
      node = node.getChild(i);
      profiler.incAssignments();
    return node;
 }
}
```

Listing E.2: TwoFourTree classes Source code - TwoFourNode

```
public class TwoFourNode implements ITreeNode {
 private LinkedList<String> valuesList = new LinkedList<String>();
 private LinkedList<TwoFourNode> childrenList = new LinkedList<</pre>
      TwoFourNode>();
 private TwoFourNode parent = null;
 private Profiler profiler;
 private boolean external = false;
 public TwoFourNode(Profiler p) {
   profiler = p;
 }
 public String getKey() {
    throw new IllegalAccessError("Use cast & getValues, damn 2-4
        trees...");
 public int addValue(String text) {
   int index = 0;
   profiler.incAssignments();
```

```
for(String s : valuesList){
   if(s != null) {
      profiler.incComparisons();
     if(s.compareTo(text) <= 0) {</pre>
       index++;
       profiler.incAssignments();
     }
   }
  valuesList.add(index, text); //Counted as 1 assignment.
 profiler.incAssignments();
 return index;
public List<String> getValues() {
 return valuesList;
public int getValueCount(){
  int count = 0;
  for(String s : valuesList){
   if(s != null){
     profiler.incAssignments();
      count++;
   }
  return count;
public void removeValue(String text) {
 valuesList.remove(text); //Counted as 1 assignment.
 profiler.incAssignments();
public int getChildrenCount(){
 return childrenList.size();
public boolean contains(String text){
 for(String s : valuesList) {
   profiler.incComparisons();
   if(s.equals(text))
     return true;
 return false;
 * if replace is true the child will will be replaced by the new
    child
 * else the other childs will shift one to the right
public void addChild(TwoFourNode child, int number, boolean
    replace){
  if(replace && childrenList.size() > 0){
   childrenList.remove(number); //Counted as 1 assignment.
```

```
profiler.incAssignments();
  childrenList.add(number, child); //Counted as 1 assignment.
 profiler.incAssignments();
public TwoFourNode getChild(int number) {
return childrenList.get(number);
public List<TwoFourNode> getChildren() {
 return childrenList;
public void setParent(TwoFourNode parent) {
  this.parent = parent;
 profiler.incAssignments();
public TwoFourNode getParent() {
 return parent;
public void setExternal(boolean external) {
  this.external = external;
 profiler.incAssignments();
public boolean isExternal() {
 return external;
```

Appendix F

Skip List classes

Listing F.1: Skip List classes Source code - SkipList

```
public class SkipList implements ITree {
  private SkipNode first = new SkipNode("");
 private SkipNode last = new SkipNode("");
  private Profiler profiler;
 public SkipList(Profiler p) {
    first.setIsFirst();
   last.setIsLast();
    first.setAfter(last);
    last.setBefore(last);
   profiler = p;
  public SkipList() {
    this(Profiler.NULL);
  public ITreeNode insert(String text) {
    SkipNode p = getNode(text);
    profiler.incComparisons();
    if (p.compareTo(text) == 0) {
     return p;
    SkipNode q = insertAfterAbove(p, SkipNode.NullNode, text);
    while (Math.random() < 0.5) {</pre>
      while (p.above() == SkipNode.NullNode) {
       p = p.before();
        profiler.incAssignments();
     p = p.above();
     q = insertAfterAbove(p, q, text);
     profiler.addAssignments(2);
```

```
return null;
public void remove(String text) {
  SkipNode node = getNode(text);
  profiler.incAssignments();
  if (node.compareTo(text) == 0) {
   profiler.incComparisons();
   while (!(node == SkipNode.NullNode)) {
     node.before().setAfter(node.after());
      node.after().setBefore(node.before());
     node = node.above();
     profiler.addAssignments(3);
 }
 * set new node after p and above q
public SkipNode insertAfterAbove(SkipNode p, SkipNode q, String
   text) {
  SkipNode newNode = new SkipNode(text);
  SkipNode pAfter = p.after();
  profiler.addAssignments(7);
 pAfter.setBefore(newNode);
  newNode.setAfter(pAfter);
 newNode.setBefore(p);
 p.setAfter(newNode);
  q.setAbove(newNode);
  newNode.setBelow(q);
 newNode.setAbove(SkipNode.NullNode);
  profiler.addAssignments(7);
  // Create new empty list on top if there is none (two infinite
      nodes
  // (min and max))
  if (newNode.before().isFirst()
      && newNode.before().above() == SkipNode.NullNode) {
    SkipNode newFirstNode = new SkipNode("");
   newFirstNode.setIsFirst();
   profiler.addAssignments(3);
   SkipNode newLastNode = new SkipNode("");
   newLastNode.setIsLast();
   profiler.addAssignments(3);
   newFirstNode.setAfter(newLastNode);
   newLastNode.setBefore(newFirstNode);
   newFirstNode.setBelow(newNode.before());
   newNode.before().setAbove(newFirstNode);
   profiler.addAssignments(4);
```

```
SkipNode iterator = newNode;
      profiler.incAssignments();
      while (iterator.after() != SkipNode.NullNode) {
        iterator = iterator.after();
        profiler.incAssignments();
     newLastNode.setBelow(iterator);
      first = newFirstNode;
     last = newLastNode;
     profiler.addAssignments(3);
    return newNode;
  public SkipNode getNode(String text) {
    SkipNode p = first;
    profiler.incAssignments();
    while (p.below() != SkipNode.NullNode) {
     p = p.below();
     profiler.incAssignments();
      profiler.incComparisons();
      while (p.after().compareTo(text) <= 0) {</pre>
       p = p.after();
        profiler.incComparisons()
            .incAssignments();
     }
    return p;
}
```

Listing F.2: Skip List classes Source code - SkipNode

```
public class SkipNode implements ITreeNode {
   private SkipNode before, after, above, below;
   private String text;

   private boolean isFirst = false, isLast = false;

   public static final SkipNode NullNode = new SkipNode("");

   public SkipNode(String text) {
      setText(text);
      setBefore(NullNode);
      setAfter(NullNode);
      setAbove(NullNode);
      setBelow(NullNode);
   }

   public int compareTo(String text) {
```

```
if(isFirst) return Integer.MIN_VALUE;
  if(isLast) return Integer.MAX_VALUE;
 return getText().compareTo(text);
public void setText(String text) {
 this.text = text;
public String getText(){
 return text;
public void setIsFirst(){
 isFirst = true;
 text = "first";
public boolean isFirst(){
 return isFirst;
public void setIsLast() {
 isLast = true;
 text = "last";
public boolean isLast() {
 return isLast;
public void setAfter(SkipNode node) {
 after = node;
public SkipNode after() {
return after;
public void setBefore(SkipNode node) {
 before = node;
public SkipNode before(){
 return before;
public void setBelow(SkipNode node) {
 below = node;
public SkipNode below() {
 return below;
public void setAbove(SkipNode node) {
 above = node;
public SkipNode above() {
 return above;
```

```
@Override
public String getKey() {
   return text;
}
```