

## Test de comparaison de moyennes

Détection des protéines dont l'abondance diffère entre foie et hépatocarcinome

## Choix d'un test de comparaison de moyennes

---

# Test d'égalité de moyenne

- Modalités
  - Bilatéral :  $H_0: m_1 = m_2$        $H_1: m_1 \neq m_2$
  - Unilatéral :
    - A gauche :  $H_0: m_1 \geq m_2$        $H_1: m_1 < m_2$
    - A droite :  $H_0: m_1 \leq m_2$        $H_1: m_1 > m_2$
- Principe du test
  - Estimer la différence  $d$  entre les moyennes des deux population  $m_1$  and  $m_2$
  - Comparer cette différence avec la distribution théorique
- Les variances des deux populations sont généralement inconnues → il faut également les estimer
  - La variance d'une différence est la somme des variances :  
$$\sigma_{m_1-m_2}^2 = \sigma_{m_1}^2 + \sigma_{m_2}^2$$
  - La formule pour l'estimation est différente selon qu'on considère que les deux variances sont égales (**hypothèse d'homoscédasticité**) ou pas (**hypothèse d'hétéroscédisticité**)
- La distribution théorique est celle de **Student (t)**
  - $k=n_1+n_2-2$  degrés de liberté
  - Test bilatéral : risque  $\alpha$  partagé entre les deux queues de distribution  
→ on utilise le seuil  $t_{1-\alpha/2}$  dans la table de Student
  - Test unilatéral : risque  $\alpha$  sur une seule des queues de la distribution  $t$

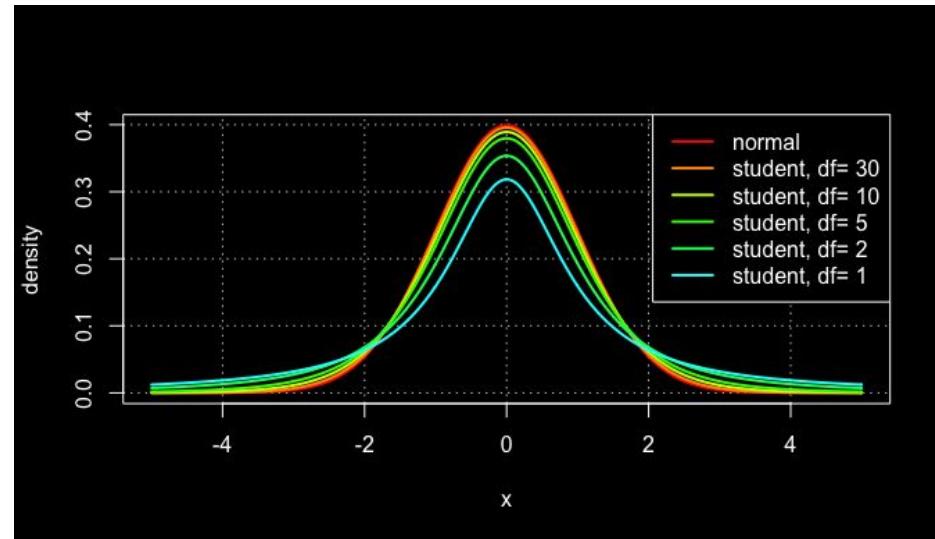
$$t_{obs} = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\hat{\sigma}_{m_1-m_2}}$$

Bilatéral :  $R(H_0)$  if  $t_{obs} \geq t_{(1-\alpha)/2}$

Unilatéral :  $R(H_0)$  if  $t_{obs} \geq t_{(1-\alpha)}$

# Distribution de Student

- Une famille de courbes caractérisées par 1 paramètre : le nombre de **degrés de liberté** (df)
- La forme varie selon df
- Converge vers une normale quand  $df \rightarrow \infty$



# Symboles et formules

Symboles et formules	Description
$\mu_1, \mu_2$	Moyennes respectives des populations 1 et 2.
$\sigma_1, \sigma_2$	Ecarts-types respectifs des populations 1 and 2.
$N_1, N_2$	Tailles (nombre d'individus) des populations 1 et 2.
$n_1, n_2$	Effectifs (nombre d'individus) des échantillons prélevés sur les populations 1 et 2.
$\bar{x}_1, \bar{x}_2$	Moyennes d'échantillons.
$\delta = \mu_2 - \mu_1$	Différence entre les moyennes des populations.
$d = \hat{\delta} = \hat{\mu}_2 - \hat{\mu}_1 = \bar{x}_2 - \bar{x}_1$	$d$ = Taille d'effet: dans un test de comparaison de moyennes, il s'agit de la différence entre les moyennes d'échantillons, utilisée comme estimateur de $\delta$ .
$s_1^2, s_2^2$	Variances mesurées sur les échantillons.
$\hat{\sigma}_p = \sqrt{\frac{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$	Ecart-type groupé ( <i>pooled standard deviation</i> ), utilisé comme estimateur de l'écart-type commun des deux populations, en supposant leurs variances égales (hypothèse de travail d'homoscédasticité).
$\hat{\sigma}_{\delta} = \hat{\sigma}_p \sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$	Erreur standard sur la différence entre moyennes, en supposant que les populations ont la même variance (test de Student).
$t_S = \frac{\hat{\delta}}{\hat{\sigma}_{\delta}} = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{\sqrt{\frac{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$	statistique $t$ de Student
$t_W = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$	statistique $t$ de Welch