

TÍTULO

João Victor Almeida Davim

Projeto de Graduação apresentado ao curso de Engenharia de Computação e Informação da Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro de Computação e Informação.

Orientadores: Priscila Machado Vieira Lima Leopoldo André Dutra Lusquino Filho

Rio de Janeiro Agosto de 2021

TÍTULO

João Victor Almeida Davim

PROJETO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO CURSO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO E INFORMAÇÃO DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO DE COMPUTAÇÃO E INFORMAÇÃO.

Examinadores:

Prof. Nome do Primeiro Examinador Sobrenome, D.Sc.
Prof. Nome do Segundo Examinador Sobrenome, Ph.D.
Prof. Nome do Terceiro Examinador Sobrenome, D.Sc.
Prof. Nome do Quarto Examinador Sobrenome, Ph.D.
Prof Nome do Quinto Evaminador Sobrenome Ph D

Almeida Davim, João Victor

Título/João Victor Almeida Davim. – Rio de Janeiro: UFRJ/POLI – COPPE, 2021.

XI, 19 p.: il.; 29,7cm.

Orientadores: Priscila Machado Vieira Lima

Leopoldo André Dutra Lusquino Filho

Projeto (graduação) – UFRJ/ Escola Politécnica/ Curso de Engenharia de Computação e Informação, 2021.

Referências Bibliográficas: p. 17 – 18.

- 1. Primeira palavra-chave. 2. Segunda palavra-chave.
- 3. Terceira palavra-chave. I. Machado Vieira Lima, Priscila *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica/ Curso de Engenharia de Computação e Informação. III. Título.

A alguém cujo valor é digno desta dedicatória.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer a todos.

Resumo do Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica/DEL/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro de Computação e Informação.

TÍTULO

João Victor Almeida Davim

Agosto/2021

Orientadores: Priscila Machado Vieira Lima Leopoldo André Dutra Lusquino Filho

Curso: Engenharia de Computação e Informação

Apresenta-se, nesta tese, ...

Palavras-Chave: Primeira palavra-chave, Segunda palavra-chave, Terceira palavra-chave.

Abstract of the Undergraduate Project presented to Poli/DEL/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Computer and Information Engineer.

TITLE

João Victor Almeida Davim

August/2021

Advisors: Priscila Machado Vieira Lima Leopoldo André Dutra Lusquino Filho

Course: Computer and Information Engineering

In this work, we present ...

Keywords: .

Sumário

Li	sta c	le Figuras	X
Li	sta d	le Tabelas	xi
1	Intr	rodução	1
	1.1	Objetivos e contribuição original	1
	1.2	Estrutura do texto	1
2	Pre	visão de Séries Temporais	2
	2.1	Definição do problema	2
	2.2	Modelos autoregressivos	3
		2.2.1 ARMA	3
		2.2.2 ARIMA	4
		2.2.3 Biblioteca statsmodels	4
	2.3	Modelo de previsão Prophet	5
		2.3.1 Modelo de tendência	5
		2.3.2 Sazonalidade	5
		2.3.3 Feriados e eventos	5
		2.3.4 Biblioteca fbprophet	5
3	Rec	les Neurais sem Peso	6
	3.1	WiSARD	7
	3.2	Regression WiSARD	9
	3.3	Representação da entrada	11
	3.4	Biblioteca wisardpkg	12
4	\mathbf{Pre}	visão de séries temporais com Regression WiSARD	13
	4.1	Janelas deslizantes	13
	4.2	Média móvel	13
	4.3	Regression WiSARD	13

5	Ava	liação Experimental	14
	5.1	Ambiente computacional	14
	5.2	Coleções de dados	14
	5.3	Métricas de avaliação utilizadas	14
	5.4	Resultados	14
		5.4.1 Avaliação por métricas	14
		5.4.2 Tempos de execução \dots	14
		5.4.3 Uso de memória	15
		5.4.4 Discussão	15
6	Cor	clusão	16
	6.1	Sumário	16
	6.2	Trabalhos futuros	16
Re	eferê	acias Bibliográficas	17
\mathbf{A}	Títı	lo do Apêndice	19

Lista de Figuras

3.1	WiSARD e Discriminador. Em caso de empate, o operador máximo	
	seleciona aleatoriamente um dos máximos encontrados	7
3.2	Treinamento de um exemplo da classe I no seu respectivo discriminador.	8
3.3	Classificação de um exemplo da classe I no seu respectivo discrimina-	
	dor já treinado	8
3.4	Exemplo de bleaching em um discriminador	9
3.5	RAM da WiSARD na esquerda e RAM da Regression WiSARD na	
	direita	10
3.6	Discriminador na etapa de inferência da Regression WiSARD trans-	
	formando a entrada com a função T e agregando o valor de inferência	
	com a função média simples	10
3.7	Exemplo de transformação termômetro do número 210	11

Lista de Tabelas

5.1	Tempo de ajuste dos modelos											14
5.2	Tempo de inferencia dos modelos											15

Introdução

- 1.1 Objetivos e contribuição original
- 1.2 Estrutura do texto

Previsão de Séries Temporais

2.1 Definição do problema

Previsão de séries temporais é uma solução adotada para muitos problemas da vida real com o objetivo de, a partir de dados observados, realizar extrapolações para o futuro. Esse tipo de abordagem é muito eficaz quando há poucos dados disponíveis dentro do escopo do problema, pois permite realizar inferências que utilizam dados históricos da própria variável, e podem ser essenciais para o auxílio à tomada de decisão.

Toda previsão de série temporal possui um horizonte de previsão, ou seja, o número de instantes à frente que serão previstos. Esse valor faz parte da caracterização do problema, portanto, é fundamental que todos os ajustes sejam avaliados de acordo com esse horizonte.

Os modelos de previsão podem ser classificados em univariados ou multivariados. Modelos univariados utilizam apenas a própria variável como entrada para a previsão, enquanto modelos multivariados, podem utilizar multiplas variáveis para a previsão de uma variável alvo. Quando utilizada a própria variável para a inferência, esta é chamada de endógena, enquanto as restantes são chamadas exógenas.

Existem muitos modelos univariados que são frequentemente utilizados para tarefas de predição de séries temporais. Dentre estes, podem-se citar desde modelos estatísticos como ARMA [1] e suas variações [2] até métodos com modelos aditivos como o Prophet [3]. Além destes, existem muitos estudos que fazem adaptações de Redes Neurais para esta tarefa como em [4] e até mesmo modelos misturados de Redes Neurais com ARIMA como apresentado em [5].

2.2 Modelos autoregressivos

Os modelos utilizados para os experimentos deste trabalho foram escolhidos com base em estudos paralelos realizados com os dados do Covid-19, e serão descritos nas subseções seguintes com suas respectivas formalizações.

2.2.1 ARMA

O modelo ARMA é uma combinação dos modelos auto-regressivo (AR) e de médias móveis (MA). O modelo auto regressivo puro de ordem p, ou seja, AR(p), pode ser formalizado como:

$$X_t = c + \sum_{i=1}^{p} \rho_i X_{t-i} + \varepsilon_t$$

onde $\rho_1 \dots \rho_p$ são os parâmetros, c é uma constante e ε_t representa um ruído branco.

O ajuste de parâmetros a ser realizado na etapa de treinamento do modelo pode ser feito utilizando o método dos mínimos quadrados ou método dos momentos através das equações de Yule-Walker.

O modelo de médias móveis (MA) é utilizado junto com o modelo auto regressivo, e é uma abordagem comum para modelagem de séries temporais univariadas. Este modelo estabelece uma dependência linear entre os valores atuais da série temporal e os valores passados, e pode ser formalizado como:

$$X_t = \mu + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

onde μ é a média da série, $\theta_1, ..., \theta_q$ são os parâmetros e $\varepsilon_t, ..., \varepsilon_{t-q}$ são os termos do ruído branco.

Cada modelo pode ser utilizado de forma independente, ou em conjunto formando o modelo ARMA. A construção desse modelo se dá pela soma do modelo auto-regressivo com o modelo de médias móveis, e pode ser formalizado como:

$$X_{t} = c + \varepsilon_{t} + \sum_{i=1}^{p} \varphi_{i} X_{t-i} + \sum_{i=1}^{q} \theta_{i} \varepsilon_{t-i}$$

Existem diversas técnicas para a otimização dos hiperparâmetros p e q para que o modelo seja melhor ajustado aos dados. Uma das formas mais aceitas para encontrar esses valores é o critério de Akaike, conforme recomendado por Peter J. Brockwell e Richard A. Davis em [6].

2.2.2 ARIMA

Alguns problemas de previsão de séries temporais são ligeiramente mais complexos, pois representam uma série temporal não estacionária. Nesse caso específico, o ajuste do modelo ARMA acaba não sendo bom, pois não acompanha a não estacionaridade dos dados. O modelo auto-regressivo integrado de médias móveis (ARIMA) se propõe a resolver o problema da estacionaridade, e pode ser estudado como uma generalização do modelo ARMA.

De forma análoga ao ARMA, os modelos ARIMA são geralmente denotados como ARIMA(p,d,q), onde os parâmetros p, d e q são inteiros não negativos que representam a ordem do modelo auto-regressivo (AR), o grau de diferenciação da parte integrada (I) e a ordem do modelo de médias móveis (MA) respectivamente.

A parte integrada do modelo consiste na computação da diferença dos valores atuais da série temporal com os valores subsequentes da mesma. Esse procedimento é realizado d vezes, e este é o parâmetro da parte integrada do modelo.

Pode-se formalizar o moldeo ARIMA como:

$$\left(1 - \sum_{i=1}^{p} \phi_i L^i\right) (1 - L)^d X_t = \left(1 + \sum_{i=1}^{q} \theta_i L^i\right) \varepsilon_t$$

em que X_t é a série temporal de dados, t é um índice representado por um inteiro, L é o operador de defasagem, p é o hiperparâmetro do modelo auto-regressivo, q é o hiperparâmetro do modelo de médias móveis, d é o número de diferenças da parte integrada, ϕ_i são os parâmetros do modelo auto-regressivo, θ_i são os parâmetros do modelo de médias móveis e ϵ_t é o ruído branco ou erro aleatório.

A estimação de modelos ARIMA é realizada, geralmente, através do método de Box-Jenkins [1], que é um processo iterativo para encontrar os parâmetros que melhor ajusta o modelo aos dados observados.

2.2.3 Biblioteca statsmodels

Os modelos autoregressivos apresentados, são implementados pela biblioteca statsmodels [7], que é uma biblioteca para análise estatística e econométrica em Python. A biblioteca disponibiliza classes e funções para estimar diferentes modelos estatísticos, como ARMA e suas generalizações, além de testes estatísticos e análise estatística de dados.

O pacote possui a licensa de código aberto *Modified BSD (3-clause)*, e sua documentação oficial fica hospedada em statsmodels.org.

2.3 Modelo de previsão Prophet

O modelo de previsão Prophet [3] foi uma solução criada e adotada pelo Facebook para solução de problemas de previsão no nicho de negócios. A ideia era criar um modelo capaz de utilizar características comuns na maioria dos problemas de previsão para tentar melhorar a acertividade em relação à modelos considerados automáticos como o ARIMA. Então, para facilitar a utilização do modelo por analistas, que na maior parte dos casos, não possui conhecimento detalhado sobre a série temporal que está sendo analisada, o Prophet propõe um modelo que tenha hiperparâmetros intuitivos para alcançar maior escalabilidade no momento da otimização feita pelos analistas.

- 2.3.1 Modelo de tendência
- 2.3.2 Sazonalidade
- 2.3.3 Feriados e eventos
- 2.3.4 Biblioteca fbprophet

Redes Neurais sem Peso

O cérebro humano faz parte do sistema nervoso e é considerado o núcleo de inteligência e aprendizado de um indivíduo. Composto por células nervosas chamadas de neurônios, permite atividades como o controle da ações motoras, integração dos estímulos sensoriais e atividades neurológicas como a memória e reconhecimento de padrões.

As Redes Neurais Artificiais são baseadas em modelos matemáticos e técnicas computacionais inspiradas na estrutura neural dos organismos vivos. Geralmente são compostas por neurônios artificiais interconectados, que aplicam funções no sinal de entrada e alimentam a entrada do próximo neurônio formando uma rede, onde cada neurônio é responsável por parte do processamento da informação. Para cada conexão é atribuído um peso multiplicativo, que é um parâmetro a ser ajustado pelo algoritmo de otimização responsável pelo treinamento.

As Redes Neurais sem Peso possuem neurônios que, ao invés de aplicar funções no sinal de entrada, participam do aprendizado de forma semelhante às memórias de acesso aleatório (RAM). A analogia biológica de tal neurônio é feita com o comportamento excitatório ou inibitório do sinal de entrada da árvore dendrítica. A "força" de um sinal de entrada da árvore dendrítica depende da altura que a conexão sináptica é posicionada, assim como as RAMs decodificam um sinal de entrada binário (excitatório/inibitório) em endereços de memória [8].

As redes neurais sem peso foram inspiradas no classificador *n-tuples* [9], que também aplica a decodificação do sinal de entrada para o reconhecimento de padrões. Uma grande aplicação para esse método é o reconhecimento de caracteres. Fotomosaicos com caracteres manuscritos eram representados através de fotocélulas, que por sua vez eram utilizadas como sinal de entrada binário, ou seja, cada fotocélula podia ser estar preenchida ou não formando um padrão binário que representa o caractere e é utilizado para o treinamento do modelo.

A próxima seção explica detalhadamente o processo de codificação tal como descrito pelo parágrafo anterior e a arquitetura de Rede Neural sem Peso utilizada

neste trabalho como ponto de partida para o entendimento do modelo de RNSP para previsão de séries temporais.

3.1 WiSARD

A arquitetura do modelo WiSARD (Wilkie, Stonhan and Aleksander Recognition Device) é composta por discriminadores, que são componentes responsáveis pela identidade de uma classe em um problema de classificação supervisionado. Cada discriminador é formado por um conjunto específico de memórias de acesso aleatório (RAMs), que são responsáveis por armazenar o padrão reconhecido no exemplo de entrada. A Figura 3.1 representa a estrutura da WiSARD seguida abaixo de um de seus Discriminadores.

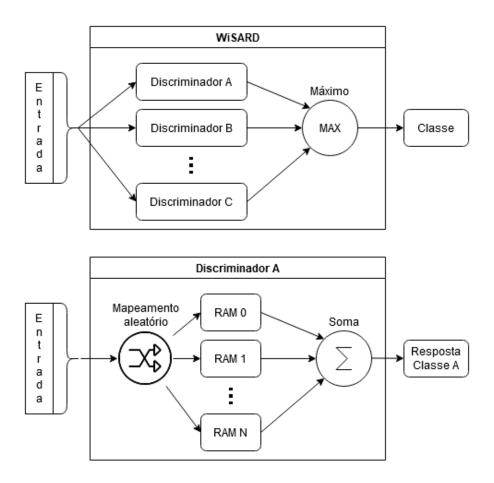


Figura 3.1: WiSARD e Discriminador. Em caso de empate, o operador máximo seleciona aleatoriamente um dos máximos encontrados.

O treinamento de um modelo WiSARD é dado pela escrita nas RAMs de cada discriminador, enquanto a classificação é dada pela leitura dessas posições de memória. A escrita se dá através de um mapeamento aleatório dos bits de entrada em um conjunto de endereços, que serão utilizados para apontar as posições de memória que devem ser escritas. Portanto, se faz necessária a utilização de uma entrada binária para a rede.

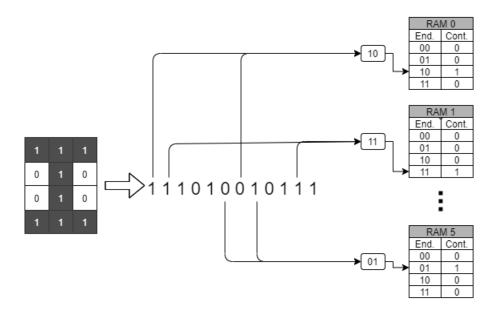


Figura 3.2: Treinamento de um exemplo da classe I no seu respectivo discriminador.

A classificação é realizada lendo-se o conteúdo das RAMs de cada discriminador e comparando a entrada a ser classificada com o conteúdo das RAMs de cada discriminador a fim de descobrir à qual discriminador (ou classe) o exemplo pertence.

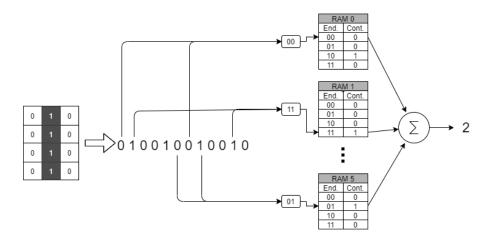


Figura 3.3: Classificação de um exemplo da classe I no seu respectivo discriminador já treinado.

Como o modelo requer uma entrada binária tanto para a etapa de treinamento quanto para a entrada de classificação, há uma dependência forte do préprocessamento dos dados a fim de obter uma representação razoável no formato binário, ou seja, transformar os dados de entrada em binário mantendo a capaci-

dade de generalização do modelo. Algumas técnicas de pré-processamento serão apresentadas na Seção 3.3.

Um problema evidente no modelo WiSARD é a possibilidade de empate entre dois ou mais discriminadores, ou seja, mais de um discriminador com a mesma quantidade (máxima) de RAMs que acessaram posições escritas no momento da classificação. Portanto, para contornar tal problema, é utilizada a técnica bleaching, introduzida em [10] e primeiramente utilizada como bleaching em [11]. A técnica consiste em utilizar as posições de RAM como contadores ao invés de bits, e aplicar um valor limite na saída de cada RAM, de forma que a resposta do discriminador seja a soma do número de RAMs que apresentam o valor acessado superior ao valor limite escolhido como hiperparâmetro.

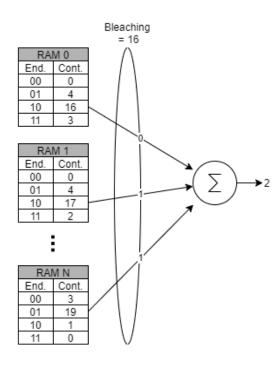


Figura 3.4: Exemplo de bleaching em um discriminador.

3.2 Regression WiSARD

A tarefa regressão, assim como a de classificação, é uma das tarefas mais abrangentes e divulgadas na área de aprendizado de máquina. Como descrito no capítulo anterior, o modelo WiSARD é utilizado para a resolução de problemas de classificação, mas, como alguns outros modelos de aprendizado de máquina, também pode ser utilizado para problemas de regressão, necessitando apenas de algumas modificações em sua arquitetura. A principal modificação necessária para utilização da WiSARD para a tarefa de regressão está na estrutura da RAM. Essa adaptação é um aumento

de dimensionalidade dos valores armazenados em cada posição de memória, ou seja, enquanto na WiSARD cada posição de memória armazena um número inteiro (contador), na Regression WiSARD cada posição de memória armazena 2 valores: o número de acessos e o somatório do valor alvo dos exemplos que acessaram esta posição. A Figura 3.2 ilustra a diferença entre as duas arquiteturas.

RAM W	/iSARD		R	AM R	eW
End.	Cont.	\ /	End.	Cont.	y parcial
00	0		00	0	0
01	0	\wedge	01	0	0
10	1		10	0	0
11	0		11	0	0

Figura 3.5: RAM da WiSARD na esquerda e RAM da Regression WiSARD na direita.

Para a etapa de treinamento essa é a única mudança necessária. Cada endereço, quando acessado, tem seu contador incrementado em 1 e seu valor incrementado do valor alvo do exemplo que acessou a posição. Já a etapa de inferência, após as RAMs já estiverem preenchidas, o acesso às posições continua sendo feito da mesma forma, porém a resposta do discriminador se torna uma função do contador e do valor das posições de memória acessadas.

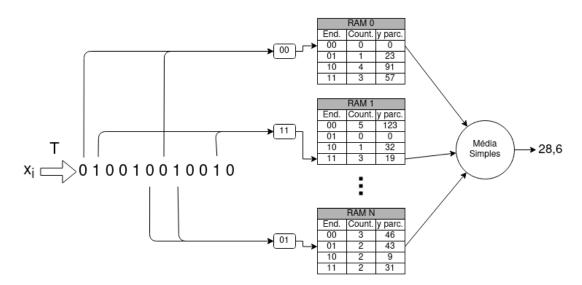


Figura 3.6: Discriminador na etapa de inferência da Regression WiSARD transformando a entrada com a função T e agregando o valor de inferência com a função média simples.

O exemplo da Figura 3.2 mostra o discriminador utilizando uma média simples como função dos valores da posição de memória acessada. É bem intuitivo e coerente

pensar que essa função pode variar de acordo com o problema e ser tratada como um hiperparâmetro do modelo. Alguns exemplos de funções utilizadas são a média simples, mediana, média harmônica e média geométrica [12].

Além da função de agregação, é fato a permanência da necessidade de transformação da entrada para valores binários na Regression WiSARD. Para tal, existem diferentes técnicas de binarização que serão apresentadas na Seção 3.3.

3.3 Representação da entrada

Tanto a WiSARD quanto a Regression WiSARD possuem como requisito a representação binária da entrada. Como grande parte dos problemas do mundo real não são representados de forma binária, então é imprescindível a utilização de uma técnica de binarização que minimize a perda de informação para o modelo. Existem diversas técnicas já desenvolvidas que possuem vantagens e desvantagens quando utilizadas como preprocessamento para o treinamento de RNSPs, como o Limiar, a Transformação Termômetro, Filtro de Marr-Hildreth, Filtro Laplaciano, entre outros. Um estudo comparativo de tais métodos pode ser encontrado em [13].

Para o escopo desse trabalho, será utilizada a transformação Termômetro, que possui as características necessárias para garantir um bom desempenho da rede. A transformação recebe 3 parâmetros: tamanho (sz), valor mínimo (min) e valor máximo (max). O tamanho é a quantidade de bits que é utilizada para representar 1 número real, enquanto o valor mínimo e máximo representam o menor e o maior valor real possível assumido respectivamente. O algoritmo da transformação termômetro consiste na divisão do espaço entre o mínimo e o máximo em sz pedações de mesmo tamanho, atribuindo um valor limite para cada uma das divisões. Em seguida, cada pedaço é preenchido por um bit 1 ou 0 dependendo se o valor que está sendo transformado está acima ou abaixo do valor limite. A Figura 3.3 ilustra um número inteiro antes e após a transformação termômetro.

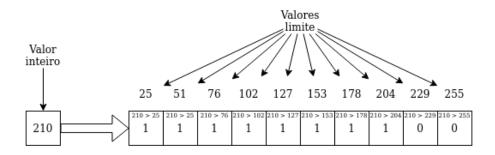


Figura 3.7: Exemplo de transformação termômetro do número 210

É importante evidenciar que as técnicas utilizadas acima são fundamentais. A

transformação dos números em binário modificando sua base de 10 para 2 tem um problema crucial. Ao mudar a base, os números perdem a propriedade de proximidade na representação, o que dificulta o processo de aprendizado da rede. Por exemplo, os números 11 e 12 possuem uma representação bem diferente quanto transformados da base 10 para 2, quando na verdade, deveriam ter representações próximas, pois são números próximos. A transformação termômetro garante essa propriedade.

3.4 Biblioteca wisardpkg

Quase todos os métodos descritos nas seções anteriores, incluindo as RNSPs Wi-SARD e Regression WiSARD, são implementados na biblioteca wisardpkg [14].

A documentação da biblioteca fica hospedada no GitHub em https://iazero.github.io/wisardpkg, e o repositório pode ser acessado em https://github.com/IAZero/wisardpkg. Os modelos são implementados em C++, mas também podem ser utilizados em Python através da dependência pybind11.

A biblioteca é multiplataforma, podendo ser utilizada nos sistemas operacionais Windows, Mac OSX ou Linux. Para Python é distribuída através do repositório de pacotes Pypi, e em C++ deve ter o código fonte e cabecalho inclusos no projeto.

Os dois principais módulos da biblioteca são os de Modelos (models) e Binarização (binarization), dando suporte para o treinamento dos modelos WiSARD e para o pré-processamento necessário para transformar o input em binário, como o método termômetro descrito na seção.

Previsão de séries temporais com Regression WiSARD

Como previsto no capítulo de redes neurais sem peso, o modelo Regression WiSARD é utilizado para resolver problemas de regressão, porém não é possível realizar previsão de séries temporais por depender de características que não são função do tempo. É possível, entretanto, tratar um problema de previsão de séries temporais como um problema de regressão aplicando técnicas como a janela deslizante e médias móveis conforme detalhado nas seções seguintes.

4.1 Janelas deslizantes

O método de janelas deslizantes é essencial para a Regression WiSARD ser capaz de realizar previsões de séries temporais. Isso ocorre porque é a técnica que permite transformar o problema temporal em um problema de regressão supervisionado.

4.2 Média móvel

4.3 Regression WiSARD

Avaliação Experimental

- 5.1 Ambiente computacional
- 5.2 Coleções de dados
- 5.3 Métricas de avaliação utilizadas
- 5.4 Resultados
- 5.4.1 Avaliação por métricas
- 5.4.2 Tempos de execução

Tabela 5.1: Tempo de ajuste dos modelos

Modelo	Métrica	Dataset							
Modelo	141001100	Covid	Temperatura	Sintético					
ARIMA	RMSE	$779 \text{ ms} \pm 2.4 \text{ ms}$	$3.61 \text{ s} \pm 5.34 \text{ ms}$	$38.4 \text{ ms} \pm 383 \text{ µs}$					
	MAPE	$1.34 \text{ s} \pm 2.11 \text{ms}$	$3.61 \text{ s} \pm 4.68 \text{ ms}$	$38.3 \text{ ms} \pm 184 \text{ µs}$					
	MAE	$779 \text{ ms} \pm 1.2 \text{ ms}$	$3.61 \text{ s} \pm 8.5 \text{ ms}$	$38.4 \text{ ms} \pm 225 \text{ µs}$					
	MPE	$1.61 \text{ s} \pm 1.33 \text{ ms}$	$6.36 \text{ s} \pm 9.48 \text{ ms}$	$566 \text{ ms} \pm 705 \text{ µs}$					
ReW	RMSE	$4.41 \text{ ms} \pm 151 \text{ µs}$	$31.2 \text{ ms} \pm 526 \text{ µs}$	$9.97 \text{ ms} \pm 143 \text{ µs}$					
	MAPE	$4.46 \text{ ms} \pm 75.1 \text{ µs}$	$19.5 \text{ ms} \pm 409 \text{ µs}$	$10.1 \text{ ms} \pm 166 \text{ µs}$					
	MAE	$8.65 \text{ ms} \pm 126 \text{ µs}$	$19.3 \text{ ms} \pm 149 \text{ µs}$	$10.5 \text{ ms} \pm 116 \text{ µs}$					
	MPE	$4.41 \text{ ms} \pm 151 \text{ µs}$	$64.7 \text{ ms} \pm 549 \text{ µs}$	$8.86 \text{ ms} \pm 123 \text{ µs}$					
Prophet	RMSE	$56.5 \text{ ms} \pm 17.9 \text{ ms}$	$205 \text{ ms} \pm 176 \text{ µs}$	$60.7 \text{ ms} \pm 87 \text{ µs}$					
	MAPE	$46 \text{ ms} \pm 63.1 \text{ µs}$	$179 \text{ ms} \pm 514 \text{ µs}$	$60.9 \text{ ms} \pm 174 \text{ µs}$					
	MAE	$44.6 \text{ ms} \pm 109 \text{ µs}$	$180 \text{ ms} \pm 396 \text{ µs}$	$61.1 \text{ ms} \pm 177 \text{ µs}$					
	MPE	$46 \text{ ms} \pm 72.1 \text{ µs}$	$203 \text{ ms} \pm 200 \text{ µs}$	$68.1 \text{ ms} \pm 178 \text{ µs}$					

Tabela 5.2: Tempo de inferencia dos modelos

Modelo	Métrica	Dataset							
1110 4010	1,10,110,0	Covid	Temperatura	Sintético					
	RMSE	960 $\mu s \pm 2.51 \ \mu s$	951 μs ± 14.4 μs	$1.92 \text{ ms} \pm 28.5 \text{ µs}$					
ARIMA	MAPE MAE	970 $\mu s \pm 1.83 \mu s$ 958 $\mu s \pm 2.81 \mu s$	942 $\mu s \pm 4.96 \ \mu s$ 972 $\mu s \pm 8.09 \ \mu s$	$1.93 \text{ ms} \pm 33.3 \text{ µs}$ $1.92 \text{ ms} \pm 24.8 \text{ µs}$					
	MPE	959 $\mu s \pm 5.72 \ \mu s$	$956~\mu s \pm 7.02~\mu s$	$953 ext{ μs} ext{ ± 27.8 μs}$					
	RMSE	$142~\mu s \pm 2.8~\mu s$	$149~\mu s \pm 349~ns$	$330~\mu s \pm 4.67$					
ReW	MAPE	$87.6~\mu s \pm 1.22~\mu s$	$106~\mu s \pm 339~ns$	$494~\mu s \pm 12.8~\mu s$					
100 00	MAE	$145~\mu s \pm 2.3~\mu s$	$107~\mu s \pm 1.45~\mu s$	$512~\mu s \pm 7.91~\mu s$					
	MPE	$91 \text{ µs} \pm 638 \text{ ns}$	$232 \ \mu s \pm 6.43 \ \mu s$	$422 ext{ μs} \pm 8.16 ext{ μs}$					
	RMSE	$1.26~\mathrm{s}\pm10.7~\mathrm{ms}$	$1.88 \text{ s} \pm 3.79 \text{ ms}$	$898~\mathrm{ms}\pm768~\mathrm{\mu s}$					
Drombot	MAPE	$1.25~\mathrm{s}\pm1.59~\mathrm{ms}$	$2.13~\mathrm{s}\pm711~\mathrm{\mu s}$	906 ms \pm 600 μs					
Prophet	MAE	$1.25~\mathrm{s}\pm1.29~\mathrm{ms}$	$2.13~\mathrm{s}\pm940~\mu\mathrm{s}$	$898~\mathrm{ms}\pm753~\mathrm{\mu s}$					
	MPE	$1.25 \text{ s} \pm 1.26 \text{ ms}$	$1.88 \text{ s} \pm 530 \text{ µs}$	$899 \text{ ms} \pm 1.24 \text{ ms}$					

5.4.3 Uso de memória

5.4.4 Discussão

Conclusão

- 6.1 Sumário
- 6.2 Trabalhos futuros

Referências Bibliográficas

- BOX, G. E. P., JENKINS, G. M. Time Series Analysis: Forecasting and Control.
 3rd ed. USA, Prentice Hall PTR, 1994. ISBN: 0130607746.
- [2] ALZAHRANI, S. I., ALJAMAAN, I. A., AL-FAKIH, E. A. "Forecasting the spread of the COVID-19 pandemic in Saudi Arabia using ARIMA prediction model under current public health interventions", Journal of Infection and Public Health, v. 13, n. 7, pp. 914-919, 2020. ISSN: 1876-0341. doi: https://doi.org/10.1016/j.jiph.2020.06.001. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1876034120304937.
- [3] TAYLOR, S. J., LETHAM, B. "Forecasting at scale", *PeerJ Preprints*, v. 5, pp. e3190v2, set. 2017. ISSN: 2167-9843. doi: 10.7287/peerj. preprints.3190v2. Disponível em: https://doi.org/10.7287/peerj.preprints.3190v2.
- [4] ZHANG, G., QI, M. "Neural network forecasting for seasonal and trend time series", European Journal of Operational Research, v. 160, n. 2, pp. 501– 514, 2005. ISSN: 0377-2217. doi: https://doi.org/10.1016/j.ejor.2003. 08.037. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221703005484. Decision Support Systems in the Internet Age.
- [5] ZHANG, G. "Time series forecasting using a hybrid ARIMA and neural network model", Neurocomputing, v. 50, pp. 159–175, 2003. ISSN: 0925-2312. doi: https://doi.org/10.1016/S0925-2312(01)00702-0. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925231201007020.
- [6] BROCKWELL, P. J., DAVIS, R. A. Time Series: Theory and Methods. Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag, 1986. ISBN: 0387964061.
- [7] SEABOLD, S., PERKTOLD, J. "statsmodels: Econometric and statistical modeling with python". In: 9th Python in Science Conference, 2010.

- [8] ALEKSANDER, I., DE GREGORIO, M., FRANÇA, F., et al. "A brief introduction to Weightless Neural Systems". 01 2009.
- [9] BLEDSOE, W. W., BROWNING, I. "Pattern Recognition and Reading by Machine". In: Papers Presented at the December 1-3, 1959, Eastern Joint IRE-AIEE-ACM Computer Conference, IRE-AIEE-ACM '59 (Eastern), p. 225–232, New York, NY, USA, 1959. Association for Computing Machinery. ISBN: 9781450378680. doi: 10.1145/1460299.1460326. Disponível em: https://doi.org/10.1145/1460299.1460326.
- [10] GRIECO, B., LIMA, P., DE GREGORIO, M., et al. "Producing pattern examples from "mental" images", Neurocomputing, v. 73, pp. 1057–1064, 03 2010. doi: 10.1016/j.neucom.2009.11.015.
- [11] FRANÇA, F., DE GREGORIO, M., LIMA, P., et al. "Advances in Weightless Neural Systems". 04 2014. doi: 10.13140/2.1.2688.6403.
- [12] LUSQUINO FILHO, L., DE OLIVEIRA, L. F., FILHO, A., et al. "Extending the Weightless WiSARD Classifier for Regression", Neurocomputing, 03 2020. doi: 10.1016/j.neucom.2019.12.134.
- [13] KAPPAUN, A., CAMARGO, K., RANGEL, F., et al. "Evaluating Binary Encoding Techniques for WiSARD". pp. 103–108, 10 2016. doi: 10.1109/ BRACIS.2016.029.
- [14] FILHO, A. S. L., GUARISA, G. P., FILHO, L. A. D. L., et al. "wisardpkg A library for WiSARD-based models". 2020.

Apêndice A Título do Apêndice