Estadística Aplicada III

Introducción a los temas del curso Análisis exploratorio de datos

Jorge de la Vega Góngora

Departamento de Estadística, Instituto Tecnológico Autónomo de México

Semana 1

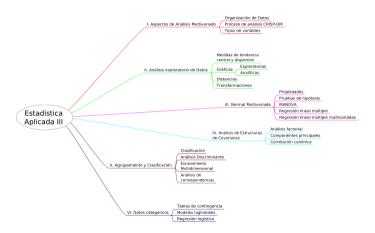




Introducción al curso

Temas del curso

El principal tema de este curso es el análisis estadístico de vectores aleatorios, su manejo y organización y los modelos de análisis multivariado. Algunos temas que se consideran en esta materia se consideran como métodos básicos de la Ciencia de Datos.



¿Qué es la Ciencia de Datos?

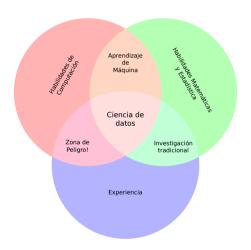


Diagrama de Venn de Conway

¿Qué es la Ciencia de datos? I

- Lo que queremos es información, pero lo que tenemos son datos. Queremos entonces aplicar técnicas que conviertan los datos en información.
- La Ciencia de Datos se puede pensar como la ciencia que permite extraer información relevante de los datos.
 - Es una ciencia, porque es una disciplina rigurosa que combina elementos de estadística y de ciencias de la computación, con fuertes raíces en la matemática.
- Aprendizaje de Máquina (ML): Se enfoca en el diseño y evaluación de algoritmos para la extracción de patrones de los datos.
- Minería de Datos (DM): Análisis de datos estructurados con énfasis en las aplicaciones comerciales.
- Ciencias de la computación (CC): Es la creación de abstracciones apropiadas para expresar estructuras computacionales y el desarrollo de algoritmos que operan en esas abstracciones.
- Estadística (S): Es la interrelación de las nociones de muestreo, modelos, distribuciones y la toma de decisiones.
- Visualización de datos (DV): Como presentar los datos de manera que se resalten los aspectos importante de una manera ágil y fácil. Como contar una historia.

¿Qué es la Ciencia de datos? II

- Limpieza y manipulación de datos (DW): Incluye la captura, limpieza, transformación de datos, tanto estructurados como no estructurados.
- Ámbito de aplicación (AA)

La ciencia de datos se basa en la idea de que estos estilos de pensamiento se soportan entre sí:

Ciencia de datos =
$$\alpha_1 ML + \alpha_2 DM + \alpha_3 CC + \alpha_4 S + \alpha_5 DV + \alpha_6 DW + \alpha_7 AA$$

con
$$\sum_{i=1}^{7} \alpha_i = 1$$
 y $\alpha_i > 0$.

Habilidades de los científicos de datos



- Data Wrangling: capacidad para pelearse o lidiar o domesticar a los datos: consiste en preparar los datos para visualización o para su interpretación estadística.
- Métodos y técnicas estadísticas para estudiar y analizar datos multivariados y con diferentes estructuras.
- Métodos analíticos, cuantitativos, geométricos y computacionales en la mayor parte de los casos:
 - Conocimiento de Estadística (univariada, multivariada, paramétrica, no paramétrica, clásica, bayesiana...)
 - Álgebra lineal y cálculo matricial
 - Optimización
 - Geometría analítica
 - Conocimientos de uno o varias herramientas computacionales (R, python, Julia, Java,...)

Cronología histórica I

- 1961 John Tukey escribe el artículo: **"The future of Data Analysis"**, sentando las bases para la conexión entre la estadística y el análisis de datos, que evolvería a ciencia de datos.
- 1976 John Chambers inicia el desarrollo del ambiente estadístico de programación s, y se publica el libro *Exploratory Data Analysis* de Tukey.
- 1991 Nace R en la University de Auckland, creado por Robert Gentleman y Ross Ihaka, basádo en el lenguaje S. También Guido van Rossum liberó Python.
- 1994-95 John Mashey, Chief Scientist de Silicon Graphics, acuña el término "Big Data" para refererirse al manejo y análisis de datos masivos. Nadie lo considera en ese momento.
 - 1997 El Profesor Jeff Wu, en una clase pública titulada **"Statistics = Data Science?"** sugirió renombrar a la Estadística la **Ciencia de los Datos** y a los estadísticos como **Científicos de Datos**.
 - 2001 William S. Cleveland publicó un plan de acción para crear un Departamento de Ciencia de Datos en la Universidad.
 - 2001 Leo Breiman publica un artículo que se llama "Statistical Modeling: The two cultures". Breiman hace una distinción entre:

Cronología histórica II

- el foco estadístico en los modelos que explican los datos, versus
- un enfoque algorítmico en los modelos que predicen adecuadamente los datos (ML).
- 2003 Publicación de Moneyball: uso del análisis estadístico para manejar el equipo de baseball Athletics de Oakland. Detonó una revolución en la forma en la que se gestionan los equipos profesionales.
- 2006 Se publica un artículo en Harvard Business Review en donde D. J. Patil y Davenporth, trabajando en Linkeln y Facebook, hablan del "Sexiest Job of the 21st Century".
- 2011 Comienza un interés global por Big Data
- 2013 Mackinsey Report (2013): Data Science será el catalizador número 1 para crecimiento económico. 40 % de crecimiento proyectado de datos globales generados por año.

Requerimientos I

- Este es un curso para aprender varios métodos y técnicas estadísticas para estudiar y analizar datos multivariados y con cierta estructura particular.
- Estas técnicas se basan en métodos analíticos, cuantitativos y geométricos en la mayor parte de los casos. Los requisitos incluyen:
 - Estadística univariada
 - Álgebra lineal y cálculo matricial (determinantes, análisis espectral)
 - Geometría analítica
 - Conocimientos básicos de algún software estadístico (en la clase se utilizará principalmente R)
- Este NO es un curso de R. Se utilizara como principal herramienta en los laboratorios y repasaremos algunas de sus estructuras y su uso, pero el curso es sobre métodos estadísticos, su fundamento y su aplicación. R es el medio, no el fin.

Ejemplos de Modelos

- Creación de índices e indicadores: Cómo combinar varias variables en una sola cantidad o número que mida adecuadamente una característica de interés. (Análisis de componentes principales).
- Análisis de factores: describe las relaciones de covarianza entre varias variables en términos de otras cuantas variables aleatorias subyacentes llamadas factores, que no pueden ser observadas directamente. Por ejemplo, correlaciones de resultados en materias como inglés, música, matemáticas, sugieren un factor subyacente: inteligencia.
- **Análisis de correlación canónica**: busca identificar y cuantificar las asociaciones entre 2 conjuntos de variables. E.g. la relación entre variables de política gubernamental con las variables de objetivos económicos.
- Discriminación: cómo separar diferentes conjuntos de objetos u observaciones; con qué
 criterios se pueden separar. Por ejemplo, ¿Cómo separa un banco a los buenos pagadores de
 los que no lo son o de los que tienen riesgos mayores?
- Clasificación: Cómo distribuir objetos o datos entre grupos previamente definidos.
- Ordenamiento: Cómo ordenar objetos usando como criterios varios atributos que pueden ser de carácter objetivo y/o subjetivo, eg el "ranking" de universidades.

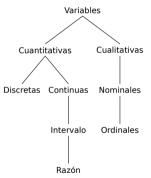
Aplicaciones de la Estadística multivariada I



Organización de datos

Datos multivariados I

• Un vector aleatorio usualmente corresponde a características observadas de una unidad experimental i: $\mathbf{x}_i = (X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{ip})$, donde cada X_{ij} es una variable aleatoria asociada a una característica j de la unidad experimental i. Cada una de estas variables aleatorias puede ser numérica o categórica, de acuerdo a la siguiente clasificación:



 La escala de medición en la que una variable es medida, determina qué métodos estadísticos son apropiados para su análisis.

Datos multivariados II

- Los métodos que se aplican a las variables que están en una jerarquía más alta son los más generales. Un método aplicado a una escala superior sirve en la inferior, pero no al revés.
- Una variable categórica con m distintos valores, se puede representar como un vector $f=(a_1,\ldots,a_{m-1})$ de unos y ceros, llamado factor, donde cada componente corresponde a una de las posibles etiquetas de la variable (menos una) y toma el valor 1 para la a_i asociada a la etiqueta del valor de la variable. El caso en que todos los valores sean 0 corresponde a la categoría dejada fuera. Se necesitan m-1 variables dummies para una variable categórica con m valores.

Datos multivariados III

Ejemplo

Si X= religión con posibles valores en {católica, musulmán, judía, budista, agnóstico, ateo, otra}.

• Si se tiene un grupo de 10 personas con las siguientes religiones:

{ judía, musulmana, otra, budista, otra, agnóstica, católica, atea, atea, católica }, entonces la representación con factores queda de la siguiente manera:

Persona i	católica	musulmán	judía	budista	agnóstica	ateo	
1	0	0	1	0	0	0	
2	0	1	0	0	0	0	
3	0	0	0	0	0	0	
4	0	0	0	1	0	0	
5	0	0	0	0	0	0	
6	0	0	0	0	1	0	
7	1	0	0	0	0	0	
8	0	0	0	0	0	1	
9	0	0	0	0	0	1	
10	1	0	0	0	0	0	

- Las variables categóricas son comunes en encuestas o en otras fuentes de datos.
- Usualmente los vectores de valores de las variables, incluyendo a los factores, para las unidades experimentales, se conjuntan en una **matriz de datos X** $_{n\times p}$ con entradas X_{ij} , donde:
 - i. los renglones corresponden a casos, individuos, unidades experimentales

Datos multivariados IV

- ii. columnas corresponden a atributos, variables o dimensiones.
- iii. Los factores asociados a variables categóricas se pueden incorporar en las columnas de la matriz, pero deben estar vinculados a una sola variable.
- Las variables categóricas (nominales y ordinales) en un análisis multivariado deben convertirse a factores para poder trabajar con ellos.

Ejemplo

Estructuras de datos como la siguiente son comunes, este es un tipo de datos estructurado:

Autos	Calidad	km/hr	2puertas?	Años_garantía	Costo	Procedencia
Centra	Buena	20	1	2	120	USA
Vectra	Mala	18	1	3	93	USA
Megane	Excelente	24	0	2	150	Francia
Tsuru	Excelente	36	1	4	110	Japón
Lincoln	Mala	15	0	7	500	USA
•				•	•	•
:	:	:	:	:	:	

Calidad es una variable de tipo ordinal, 2Puertas? es binaria o categórica con dos niveles, Procedencia es una variable de tipo nominal.

En relación al manejo de datos I

- En el análisis multivariado la recopilación de datos tiene dos problemas:
 - Usualmente se requiere un gran esfuerzo para recabar la información relevante y hacer la preparación de los datos.
 - En otros casos, el problema es el almacenamiento de datos y su extracción (data warehousing)
- Los datos multivariados tienden a ser masivos en la actualidad. En este contexto, la gestión de datos se vuelve un elemento relevante.
- En este curso no veremos muchos elementos de la gestión de datos, pero es importante tener en cuenta este componente en la experiencia laboral y contextos de explotación de datos.

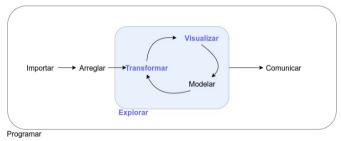
Marco de gestión de datos de DAMA: Consultar DAMA-DMBOK2

En relación al manejo de datos II



Tidyverse

- Tidyverse es un conjunto de herramientas (principalmente para R) desarrolladas por Hadley Wickham para aplicar la ciencia de datos.
- Ayudan principalmente a la manipulación de datos, su limpieza y su análisis exploratorio.
- Lo importante es que permite generar un esquema coherente y lógico para limpiar y ordenar datos, para facilitar su análisis.



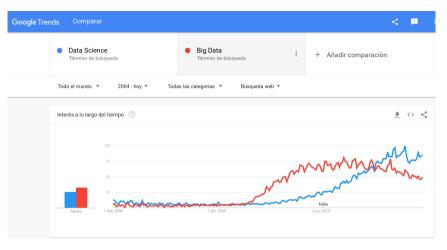
Revisar los siguientes papers y libro en línea:

- The Split-Apply-Combine Strategy for Data Analysis
- Tidy Data
- R for Data Science. Garret Grolemund, Hadley Wickham
- dplyr Tutorial

Fuentes de datos I

- Las fuentes de datos actuales incluyen, pero no se limitan a fuentes como:
 - Web scrapping
 - Redes sociales (twitter, facebook, Google)
 - Servicios en línea (Uber, Netflix, Amazon)
 - Registros de ventas en comercios (Wallmart, Costco)
 - Kaggle
 - Minería de texto
 - Datos abiertos del Gobierno, INEGI, Banco de México, IMSS, CONEVAL, etc.
 - Datos abiertos NASA
 - Consultas de Ley de Transparencia a las entidades Gubernamentales

Google Trends Big Data I

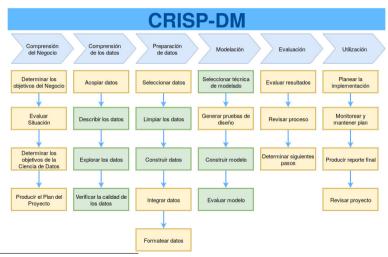


Fuente: Google Trends. Consultado el 11/09/21

Proceso de análisis de información

Proceso CRISP-DM

El Cross Industry Standard Process for Data Mining (CRISP-DM)¹ es un buen referente como proceso para el análisis de datos.



¹Fuente: Chapman, Clinton y Kerber, Khabaza, Reinartz, Shearer y Wirth, 1999 CRISP-DM 1.0: Step-by-step Data Mining Guide

Análisis exploratorio de datos

Análisis exploratorio de datos (EDA)

Pasos comunes del EDA

- Conoce lo datos a través de estadísticas descriptivas. Identifica datos faltantes, atípicos
- Generar preguntas de investigación, genera hipótesis a validar
- Buscar respuestas ya sea por visualización, transformación y modelación de los datos
- Explora relaciones entre variables
- Usar lo que se aprendió en el paso anterior para refinar las preguntas y/o generar nuevas preguntas.

Análisis exploratorio de datos: gráficas I

- ¿Cómo se usan las gráficas en el análisis de datos?
 - Comprender propiedades de los datos
 - Encontrar patrones y relaciones en las variables
 - Sugerir estrategias de modelado
 - Validar el análisis
 - Comunicar resultados
- Tres tipos de gráficas: exploratorias, analíticas y de comunicación.

Principios de gráficas exploratorias

- Se hacen de manera rápida y/o interactiva
- Se tiende a hacer muchas para comprender diversos aspectos de los datos.
- El objetivo es lograr un entendimiento personal de la información: cuáles son los datos, cómo se ven, qué problemas pueden tener, que tipo de relaciones hay. Aquí conviene tener preguntas para guiar el análisis.
- Diferir el uso de leyendas ni títulos (no son para presentación)
- El color y el tamaño, así como otros atributos, se usan para incorporar información y no estética.

Análisis exploratorio de datos: gráficas II

Principios de gráficas analíticas (Roger Peng/Edward Tufte)

- Mostrar comparaciones entre grupos
 - Evidencia para una hipótesis es siempre relativa a otra hipótesis competitiva.
 - Siempre hay que preguntar ¿comparado a qué?
- Mostrar causalidad, mecanismo, explicación, estructura sistemática. ¿Cuál es el marco causal para pensar acerca del problema?
- Mostrar datos multivariados: tratar de incorporar varias dimensiones al problema.
- Integrar múltiples modos de evidencia
- Describir y documentar la evidencia. Una gráfica debe decir una historia lo más completa posible y que sea creíble.
- El contenido es rey: ¿Cuál es la historia que se quiere contar? Si no hay historia, la gráfica no sirve.
 - Las presentaciones analíticas dependen de su calidad, relevancia e integridad del contenido.

Análisis exploratorio de datos: estadísticas y gráficas sumarias I

Los datos se pueden resumir de múltiples maneras:

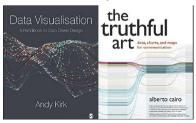
- En una dimensión
 - estadísticas sumarias univariadas: media, mediana, moda, desviación estándar, percentiles, varianza, rango, rango intercuartil, sesgo, kurtosis, coeficiente de variación, etc.
 - gráficas de caja o boxplots
 - histogramas
 - gráficas de densidad,
 - gráficas de barras (datos categóricos), gráficas de puntos, etc.
- En más dimensiones
 - Gráficas univariadas en retículas (lattice)
 - Gráficas o matrices de dispersión de puntos
 - Gráficas tridimensionales, etc.

Recursos en temas de visualización y gráficas estadísticas I

Curso gratuito de Alberto Cairo en Journalismcourses.org



• Libros de Alberto Cairo y Andy Kirk sobre datos y visualización:



Recursos en temas de visualización y gráficas estadísticas II

Libros sobre gráficas estadísticas



- Videos de Hans Roling en TED
- Gapminder.org
- Portal BID: Números para el desarrollo
- Portal Interactivo de Información Financiera (PIIF), Banco de México
- The R Graph Gallery
- Matplotlib: Visualization with Python
- seaborn: statistical data visualization

Métodos gráficos

Consultar: Guía gráfica del FT



ft.com/vocabulary



Books IT on Business of the test input books aftergraph with only

The second of th

4

A Seein

Ejemplos de análisis exploratorio y datos I

Ejemplo 1: Medidas físicas de estudiantes

Los datos corresponden a 8 medidas físicas de 27 estudiantes. Las variables son: sex sexo (0 para mujer), est estatura en cm, pes peso en kg, 1pie, longitud del pie en cm, 1bra longitud del brazo en cm, aes anchura de la espalda en cm, der diámetro del cráneo en cm, y 1rt longitud entre la rodilla y el tobillo, en cm. Los datos se organizan en una matriz $\mathbf{X}_{27\times8}$:

^alos datos se pueden obtener del archivo: mefidis.dat, fuente original: Daniel Peña

Algunas preguntas relevantes sobre los datos

Todo análisis comienza intentando responder algunas preguntas básicas que podamos responder obteniendo algunas estadísticas descriptivas de la información. Por ejemplo:

- ¿Qué distribución siguen las variables?
- ¿Hay diferencias significativas en las variables entre mujeres y hombres?
- ¿Hay valores extremos en las variables de hombres y mujeres?
- ¿Cuál es la correlación entre la longitud del pie y la longitud del brazo en las mujeres?
- ¿Las personas más altas tienen el cráneo más grande?
- ¿Podríamos calcular un índice que separe a las personas en las características medidas?

En las siguientes láminas se responderán a algunas de estas preguntas, utilizando algunas de las herramientas de EDA.

Características generales de los datos I

Podemos simplemente analizar la distribución a través de las 5 estadísticas usuales:

```
summary(X)
     sex
                     est
                                   pes
                                                  lpie
 Min. :0.0000
                Min. :152.0
                               Min. :43.00
                                             Min. :34.00
 1st On.:0.0000
               1st Qu.:160.0
                               1st On.:52.00
                                             1st On.:36.00
                               Median :65.00 Median :39.00
 Median : 0.0000 Median : 168.0
 Mean :0.4444 Mean :168.8
                               Mean :63.89 Mean :38.98
                               3rd Qu.:73.50
 3rd Qu.:1.0000 3rd Qu.:177.0
                                             3rd On.:41.00
 Max. :1.0000 Max. :189.0
                               Max. :91.00 Max. :45.00
     1bra
                    aes
                                  der
                                                 1rt
 Min. :66.00
               Min. :36.00
                              Min. :54.00
                                             Min. :38.00
 1st On.:69.50
               1st On.:43.50
                              1st Qu.:56.00
                                            1st On.:41.00
               Median :46.00
                              Median :57.00
 Median :73.00
                                             Median :43.00
               Mean :45.85
                                             Mean :43.09
       :73.46
                              Mean :57.24
 3rd On.: 76.50
               3rd On.:48.00
                              3rd On.:58.50
                                            3rd On.:44.75
 Max. :83.00
               Max. :53.00
                              Max. :61.00
                                            Max. :52.00
```

Al conjunto anterior también habría que agregar otras medidas relevantes para obtener información de la distribución univariada marginal:

- sesgo o asimetría: $sk(x)=\frac{\sum{(X_i-\bar{x})^3}}{s^3}$ (0 para variables simétricas, en valor absoluto geq1 para asimétricas.
- homogeneidad o curtosis: $k = \frac{\sum (X_i \bar{x})^4}{s^4}$ (con datos atípicos serán altos 7, u 8; si hay dos poblaciones mezcladas pero separadas, ≈ 2 y mientras más se separen las poblaciones tenderá a 1).

Características generales de los datos II

ullet coeficiente de variación $cv=rac{s}{ar{x}}.$ Mide variabilidad relativa.

```
library(moments)
sapply(X, function(x){c(media = mean(x, na.rm = T),
                       var = var(x, na.rm = T).
                        sesgo = skewness(x. na.rm = T).
                        curtosis = kurtosis(x, na.rm = T),
                        cv = sd(x, na.rm = T)/mean(x, na.rm = T))
               sex
                            est
                                                   Inie
                                                               1bra
                                                                            aes
         0.4444444 168.77777778
media
                                63.8888889 38.98148148 73.46296296 45.85185185
var
         0.2564103 103.94871795 163.8717949 8.20156695 24.57549858 16.16951567
         0.2236068
                    0.16006185
                                 0.1764735 0.28613403 0.39602759 -0.23513254
sesgo
curtosis 1.0500000
                    1.95130781
                                  2.2436490 2.08078793 2.27472053 2.84718675
         1.1393318
                    0.06040798
                                 0.2003673 0.07346662 0.06748119 0.08769839
                 der
                            1rt
media
         57.24074074 43.09259259
         3.39173789 9.96225071
var
sesgo
          0.16821658 0.59632146
curtosis 2.17557298 3.64593359
          0.03217406 0.07324468
```

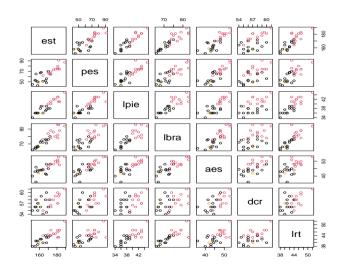
Otras opciones

```
library(skimr) # Estadísticas sumarias más completo.
kbl(skim(X), booktabs = T) %>%
kable_styling(latex_options = c("scale_down"))
```

skim_type	skim_variable	n_missing	complete_rate	numeric.mean	numeric.sd	numeric.p0	numeric.p25	numeric.p50	numeric.p75	numeric.p100	numeric.hist
numeric	sex	0	1	0.444444	0.5063697	0	0.0	0	1.00	1	10.0
numeric	est	0	1	168.7777778	10.1955244	152	160.0	168	177.00	189	
numeric	pes	0	1	63.8888889	12.8012419	43	52.0	65	73.50	91	
numeric	lpie	0	1	38.9814815	2.8638378	34	36.0	39	41.00	45	
numeric	Ibra	0	1	73.4629630	4.9573681	66	69.5	73	76.50	83	
numeric	aes	0	1	45.8518519	4.0211336	36	43.5	46	48.00	53	-1111-
numeric	dcr	0	1	57.2407407	1.8416672	54	56.0	57	58.50	61	
numeric	Irt	0	1	43.0925926	3.1563033	38	41.0	43	44.75	52	

Gráficas de dispersión

pairs(X[,-1], col = c("orange", X\$sex[-1]+1)) #primera obs es una mujer.

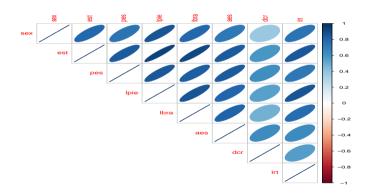


Visualización de la correlación

```
library(corrplot) #Gráfica de la matriz de correlaciones.

corrplot 0.92 loaded

corrplot(cor(X, method = "pearson"), type = "upper", method = "ellipse")
```



Recordar que correlación no es causalidad.

Distribución de variables y comparación entre sexos I

```
library(ggplot2)
library(gridExtra)
                   # varias gráficas en una página
X <- data.frame(X)
                   # aaplot necesita dataframe
p1 <- lapply(2:8.
function(,x){ggplot(X, aes(X[,,x], fill = as.factor(sex))) +
                      geom density(alpha = 0.3) + xlab(names(X)[.x]) +
                      theme(legend.position = "bottom")})
grid.arrange(grobs = p1, layout matrix = rbind(1:3.4:6.7:9))
       0.06
                                                       0.04
   0.04
                                                       0.02
                                                                                                       0.0
                             120
                                     180
                                                                         eio.
                                                                                      a'o
                                                                                             a'o
                                                                                                                   a'e
                                                                                                                            a'o
                                                                                                                                     40
                    160
                                              190
                                                                  sio.
                             ---
                                                                             nes
                                                                                                                            Inie
            as.factor(sex)
                                                            as.factor(sex)
                                                                                                            as.factor(sex)
                                                                                                       0.20
       0.100
                                                       0.15
                                                       0.10
                                                       0.05
       0.000
                                                       0.00
                                                                                                       0.00
                      z'o
                                                                                        sio.
                                        eio.
                                                                     aio.
                                                                               is.
                                                                                                                       s'e
                                                                                                                                60
                                                                                                                                         eio.
                             Ibra
                                                                             200
                                                                                                                             der
             as.factor(sex)
                                                            as.factor(sex)
                                                                                                            as.factor(sex)
       0.15
       0.10
       0.05
                                    48
                  40
                           aia
            as.factor(sex)
```

Medidas multivariadas I

De manera multivariada podemos calcular el vector de medias y la matriz de varianzas y covarianzas con las siguientes fórmulas:

Vector de medias:

$$\bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{n} \mathbf{X}' \mathbf{1}$$

donde $\mathbf{1}$ es un vector de n unos.

• Matriz de varianzas y covarianzas:

$$\mathbf{S}_n = rac{1}{n} \mathbf{X}' \mathbf{H} \mathbf{X}$$

y la versión insesgada: $\mathbf{S} = \frac{n}{n-1}\mathbf{S}_n$, donde la matriz $\mathbf{H} = \mathbf{I} - \frac{1}{n}\mathbf{1}\mathbf{1}'$ se conoce como la *matriz de centrado*.

- La matriz de centrado de $n \times n$ tiene las siguientes propiedades:
 - **H** es simétrica: $\mathbf{H} = \mathbf{H}'$
 - **H** es idempotente: $\mathbf{H}^2 = \mathbf{H}$
 - **H** tiene rango n-1 (ya que $\mathbf{H1} = \mathbf{0}$)
- Matriz de correlaciones:

$$R = D^{-1/2}SD^{-1/2}$$

donde $\mathbf{D} = diag(s_i^2)$.

Entonces, para los datos que tenemos, $\bar{\mathbf{x}}$, \mathbf{S} y \mathbf{R} son respectivamente:

```
#Equivalente a var(X)

H < diag(n) - uno %*% t(uno)/n

S <- round(t(X) %*% H %*% X/(n-1),2)

S[1:7,1:3]

sex est pes

sex 0.26 4.06 4.78

est 4.06 103.95 108.36

pes 4.78 108.36 163.87

lpie 1.24 27.09 31.15

lbra 1.98 45.86 52.05

aes 1.45 34.43 43.21

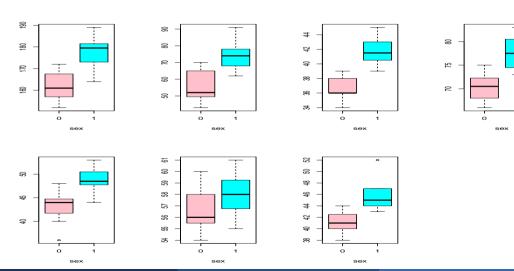
dcr 0.35 11.04 14.60
```

Podemos obtener más información sobre el peso:

 Podemos obtener la distribución de la variable peso a través de un histograma y la distribución del peso por género.

Boxplots

```
par(mfrow = c(2,4))
for(i in 2:8) boxplot(X[,i] ~ sex, data = X, col = c("pink", "cyan"), ylab=names(X)[i])
```



Histogramas

```
X <- data.frame(X)</pre>
p1 <- lapply(2:8, function(.x){ggplot(X, aes(X[,.x], fill = as.factor(sex))) +
                                          geom histogram(alpha = 0.4, binwidth = 5) + xlab(names(X)[.x]) +
                                         theme(legend.position = "bottom")})
grid.arrange(grobs = p1, layout_matrix = rbind(1:3,4:6,7:9))
                                                                         6 -
                                                                                                          10 -
                                                                      count
                                     3 - 2 -
                                                                                                        count
                                                                                                           5.
                                                                         0 -
                                                                                                            0 -
                                                                                                                   36
                                                                                                                                44
                                          150
                                                160
                                                     170
                                                           180 190
                                                                          40
                                                                               50
                                                                                        70
                                                                                             80
                                                                                                             32
                                                                                                                         40
                                                      est
                                                                                                                         lpie
                                                                                       pes
                                         as.factor(sex)
                                                                           as.factor(sex)
                                                                                                             as.factor(sex) 0
                                                                                                           15 -
                                       75-
                                                                                                        10 -
                                     5.0 -
                                                                      count
                                       2.5
                                                                         3 -
                                       0.0 -
                                                                         0 -
                                                                                                            0 -
                                                  70
                                                                                                                   55.0
                                                                                                                        57.5
                                                                                                                              60.0 62.5
                                                           80
                                                                                   40
                                                                                            50
                                                                                                             52.5
                                                      Ibra
                                                                                       aes
                                          as.factor(sex)
                                                                           as.factor(sex)
                                                                                                             as.factor(sex) 0
                                       15 -
                                     conut
                                        0 -
                                              40
                                                      45
                                                              50
```

Irt

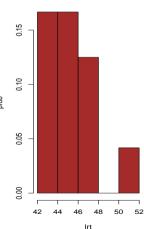
Histogramas múltiples

```
par(mfrow=c(1,2))
hist(subset(X, sex == 0)$irt, prob = T, main = "Histograma de lrt para mujeres", ylab = "prob", col = "red", xlab = "lrt")
hist(subset(X, sex == 1)$irt, prob = T, main = "Histograma de lrt para hombres", ylab = "prob", col = "brown", xlab = "lrt")
```



Irt

Histograma de Irt para hombres

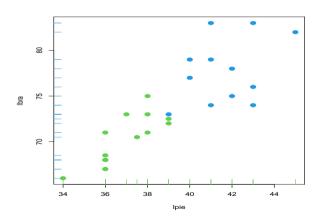


0.05

0.00

Relación longitud de pie y brazo (scatterplot)

```
par(pty = "s")
with(X, plot(lpie, lbra, col = sex+3, cex = 1.5, pch = 19))
rug(X$lpie, side = 1, col = 3)
rug(X$lbra, side = 2, col = 4)
```



Caras de Chernoff I

```
    suppressMessages(library(aplpack))
    suppressMessages(library(aplpack))

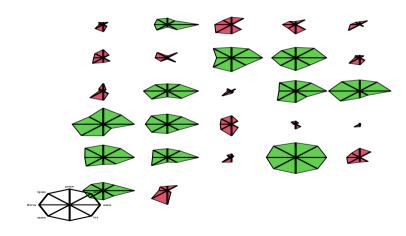
    par(mar = c(1,1,1,1))
    par(mar = c(1,1,1,1))

    faces(X, face.type = 1)
    faces(X, face.type = 2)
```

```
effect of variables:
                                                                                      effect of variables:
modified item
                                                                                        modified item
                     Var
                                                                                                            Var
"height of face
                   " "sex"
                                                                                        "height of face
                                                                                                          " "sex"
 "width of face
                   " "aet"
                                                                                        "width of face
                                                                                                          " "est"
"structure of face" "pes"
                                                                                        "structure of face" "pes"
 "height of mouth
                  " "lpie"
                                                                                        "height of mouth
                                                                                                          " "lpie"
"width of mouth
                                                                                        "width of mouth
                   " "lbra"
                                                                                                          " "lbra"
                                                                                                          " "aes"
"smiling
                   " "aes"
                                                                                        "smiling
"height of eyes
                   " "dcr"
                                                                                        "height of eyes
                                                                                                          " "dcr"
"width of eves
                   " "1rt"
                                                                                        "width of eves
                                                                                                          " "1rt"
"height of hair
                   " "sex"
                                                                                        "height of hair
                                                                                                          " "sex"
"width of hair
                  " "est"
                                                                                        "width of hair
                                                                                                         " "est"
"style of hair
                  " "pes"
                                                                                        "style of hair
                                                                                                         " "pes"
```

Gráficas de estrellas

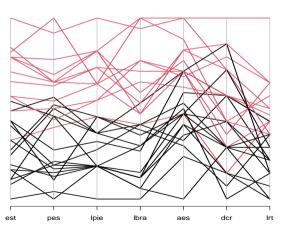
stars(X, key.loc = c(1,1.2), lwd = 3, col.stars = X[,1]+2, cex = 0.5)



Gráfica de coordenadas paralelas

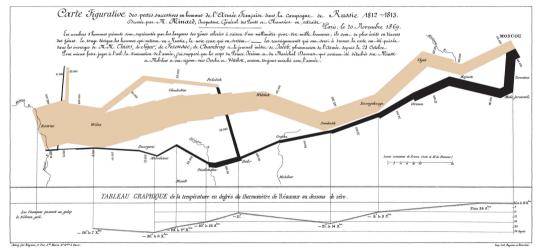
```
library(MASS)
parcoord(X[,-1], col = X$sex+1, lwd =2, main = "Mediciones de sujetos")
```

Mediciones de sujetos



Gráficas para comunicación I

Una gráfica puede contar una historia.



Otros Recursos

- Effective tables and graphs in official statistics
- Australian Bureau of Statistics, National Statistical Services. (2010) A guide to using evidence based policy. Canberra
- UNECE: Cómo hacer comprensibles los datos
- Exploratory Data Analysis, en R for data Science