

# Simulación

- 0.1 Presentación del Curso
- 0.2 Sistemas, modelos y simulación
- 0.3 Ejemplos de simulación

Jorge de la Vega Góngora

Departamento de Estadística  
Instituto Tecnológico Autónomo de México

Clase 1



# Presentación del Curso

# Requerimientos del curso

- Históricamente, los requerimientos de este curso no son claros *en el programa de estudios*. Para Actuaría, el único requerimiento que se pide es Cálculo de Probabilidades II (quinto semestre). Para Matemáticas Aplicadas, la materia se puede llevar como optativa a partir del séptimo semestre.
- El curso pretende ser autocontenido, por lo que se ve un repaso general, pero no profundo, de los temas necesarios. Idealmente, el curso requiere:
  - Conocimiento general pero sólido, de conceptos estadísticos y probabilísticos: Distribuciones de variables aleatorias y sus momentos, Cálculo (integración, diferenciación y convergencia). Como parte de las aplicaciones, bases de procesos estocásticos: cadenas de Markov, procesos de Wiener, procesos Poisson, series de tiempo. Inferencia, Estimación de parámetros.
- Principios generales de programación y Conocimiento de algún lenguaje de alto nivel: R, Julia, Matlab, Python, etc. Programar no es fundamental, pero *muy* conveniente. Para los que no saben programar pueden adaptar los códigos que se verán en clase.
- En el contexto de algunas aplicaciones: no requerido pero conveniente: inferencia Bayesiana, Derivados financieros, redes, regresión, etc.

# Requerimientos del curso

- Históricamente, los requerimientos de este curso no son claros *en el programa de estudios*. Para Actuaría, el único requerimiento que se pide es Cálculo de Probabilidades II (quinto semestre). Para Matemáticas Aplicadas, la materia se puede llevar como optativa a partir del séptimo semestre.
- El curso pretende ser autocontenido, por lo que se ve un repaso general, pero no profundo, de los temas necesarios. Idealmente, el curso requiere:
  - Conocimiento general pero sólido, de conceptos estadísticos y probabilísticos: Distribuciones de variables aleatorias y sus momentos. Cálculo (integración, diferenciación y convergencia). Como parte de las aplicaciones, bases de procesos estocásticos: cadenas de Markov, procesos de Wiener, procesos Poisson, series de tiempo. Inferencia, Estimación de parámetros.
  - Principios generales de programación y Conocimiento de algún lenguaje de alto nivel: R, Julia, Matlab, Python, etc. Programar no es fundamental, pero *muy* conveniente. Para los que no saben programar pueden adaptar los códigos que se verán en clase.
  - En el contexto de algunas aplicaciones: no requerido pero conveniente: inferencia Bayesiana, Derivados financieros, redes, regresión, etc.

# Requerimientos del curso

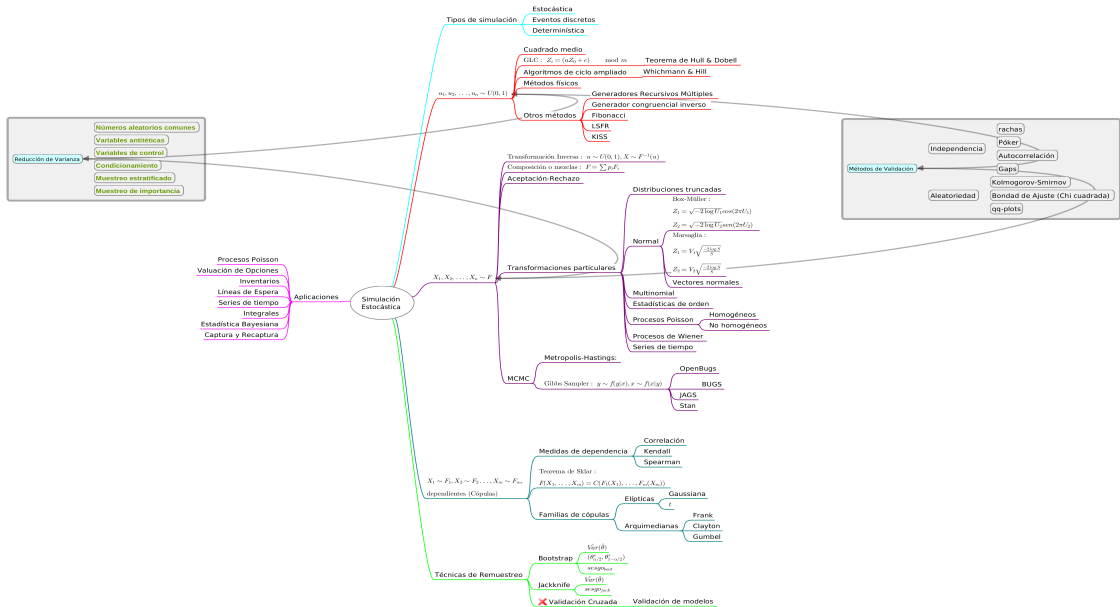
- Históricamente, los requerimientos de este curso no son claros *en el programa de estudios*. Para Actuaría, el único requerimiento que se pide es Cálculo de Probabilidades II (quinto semestre). Para Matemáticas Aplicadas, la materia se puede llevar como optativa a partir del séptimo semestre.
- El curso pretende ser autocontenido, por lo que se ve un repaso general, pero no profundo, de los temas necesarios. Idealmente, el curso requiere:
  - Conocimiento general pero sólido, de conceptos estadísticos y probabilísticos: Distribuciones de variables aleatorias y sus momentos. Cálculo (integración, diferenciación y convergencia). Como parte de las aplicaciones, bases de procesos estocásticos: cadenas de Markov, procesos de Wiener, procesos Poisson, series de tiempo. Inferencia, Estimación de parámetros.
- Principios generales de programación y Conocimiento de algún lenguaje de alto nivel: R, Julia, Matlab, Python, etc. Programar no es fundamental, pero *muy* conveniente. Para los que no saben programar pueden adaptar los códigos que se verán en clase.
- En el contexto de algunas aplicaciones: no requerido pero conveniente: inferencia Bayesiana, Derivados financieros, redes, regresión, etc.

# Requerimientos del curso

- Históricamente, los requerimientos de este curso no son claros *en el programa de estudios*. Para Actuaría, el único requerimiento que se pide es Cálculo de Probabilidades II (quinto semestre). Para Matemáticas Aplicadas, la materia se puede llevar como optativa a partir del séptimo semestre.
- El curso pretende ser autocontenido, por lo que se ve un repaso general, pero no profundo, de los temas necesarios. Idealmente, el curso requiere:
  - Conocimiento general pero sólido, de conceptos estadísticos y probabilísticos: Distribuciones de variables aleatorias y sus momentos. Cálculo (integración, diferenciación y convergencia). Como parte de las aplicaciones, bases de procesos estocásticos: cadenas de Markov, procesos de Wiener, procesos Poisson, series de tiempo. Inferencia, Estimación de parámetros.
- Principios generales de programación y Conocimiento de algún lenguaje de alto nivel: R, Julia, Matlab, Python, etc. Programar no es fundamental, pero *muy* conveniente. Para los que no saben programar pueden adaptar los códigos que se verán en clase.
- En el contexto de algunas aplicaciones: no requerido pero conveniente: inferencia Bayesiana, Derivados financieros, redes, regresión, etc.

# Requerimientos del curso

- Históricamente, los requerimientos de este curso no son claros *en el programa de estudios*. Para Actuaría, el único requerimiento que se pide es Cálculo de Probabilidades II (quinto semestre). Para Matemáticas Aplicadas, la materia se puede llevar como optativa a partir del séptimo semestre.
- El curso pretende ser autocontenido, por lo que se ve un repaso general, pero no profundo, de los temas necesarios. Idealmente, el curso requiere:
  - Conocimiento general pero sólido, de conceptos estadísticos y probabilísticos: Distribuciones de variables aleatorias y sus momentos. Cálculo (integración, diferenciación y convergencia). Como parte de las aplicaciones, bases de procesos estocásticos: cadenas de Markov, procesos de Wiener, procesos Poisson, series de tiempo. Inferencia, Estimación de parámetros.
- Principios generales de programación y Conocimiento de algún lenguaje de alto nivel: R, Julia, Matlab, Python, etc. Programar no es fundamental, pero *muy* conveniente. Para los que no saben programar pueden adaptar los códigos que se verán en clase.
- En el contexto de algunas aplicaciones: no requerido pero conveniente: inferencia Bayesiana, Derivados financieros, redes, regresión, etc.





# Plataforma para el curso

- La plataforma para toda la documentación del curso será [Piazza](#). Ahí encontrarán:
  - Temario, calendario y *syllabus* del curso
  - Presentaciones, artículos para proyectos, referencias
  - Lecturas complementarias
  - Tareas y sus soluciones
- La evaluación considera:
  - dos exámenes parciales: 30 %
  - tareas: 30 %
  - asistencia y participación en clase: 10 %
  - proyecto final (documento y evaluación de la exposición por equipos) 30 %
  - La fecha de la presentación del proyecto es la fecha del examen final, y deberán asistir **todos** obligatoriamente.
  - El proyecto será evaluado por el grupo y por el profesor (40 % y 60 % respectivamente), pero...
- **A mi criterio, dependiendo del desempeño del grupo y de los resultados parciales, el proyecto final puede sustituirse por un examen final.**

# Plataforma para el curso

- La plataforma para toda la documentación del curso será [Piazza](#). Ahí encontrarán:
  - Temario, calendario y *syllabus* del curso
  - Presentaciones, artículos para proyectos, referencias
  - Lecturas complementarias
  - Tareas y sus soluciones
- La evaluación considera:
  - dos exámenes parciales: 30 %
  - tareas: 30 %
  - asistencia y participación en clase: 10 %
  - proyecto final (documento y evaluación de la exposición por equipos) 30 %
  - La fecha de la presentación del proyecto es la fecha del examen final, y deberán asistir **todos** obligatoriamente.
  - El proyecto será evaluado por el grupo y por el profesor (40 % y 60 % respectivamente), pero...
- **A mi criterio, dependiendo del desempeño del grupo y de los resultados parciales, el proyecto final puede sustituirse por un examen final.**

# Plataforma para el curso

- La plataforma para toda la documentación del curso será [Piazza](#). Ahí encontrarán:
  - Temario, calendario y *syllabus* del curso
  - Presentaciones, artículos para proyectos, referencias
  - Lecturas complementarias
  - Tareas y sus soluciones
- La evaluación considera:
  - dos exámenes parciales: 30 %
  - tareas: 30 %
  - asistencia y participación en clase: 10 %
  - proyecto final (documento y evaluación de la exposición por equipos) 30 %
  - La fecha de la presentación del proyecto es la fecha del examen final, y deberán asistir **todos** obligatoriamente.
  - El proyecto será evaluado por el grupo y por el profesor (40 % y 60 % respectivamente), pero...
- **A mi criterio, dependiendo del desempeño del grupo y de los resultados parciales, el proyecto final puede sustituirse por un examen final.**

# Mis objetivos de enseñanza

- Reforzar los conceptos estadísticos básicos para ser aplicados correctamente en un análisis de simulación.
- Desarrollar competencias para la adecuada modelación matemática de fenómenos empíricos.
- Interpretar y reportar adecuadamente los resultados y las conclusiones de una investigación, análisis, mediante el uso de tablas y gráficas apropiadas, de tal manera que las investigaciones sean *reproducibles*.
- Sembrar en ustedes la curiosidad de conocer y aprender más acerca de las técnicas de simulación y que desarrollen habilidades para aplicar los métodos y las técnicas en sus vidas profesionales y personales.

*Don't just teach your students to read. Teach them to question what they read, what they study. Teach them to doubt. Teach them to think.*  
*Richard Feynman*

# Mis objetivos de enseñanza

- Reforzar los conceptos estadísticos básicos para ser aplicados correctamente en un análisis de simulación.
- Desarrollar competencias para la adecuada modelación matemática de fenómenos empíricos.
- Interpretar y reportar adecuadamente los resultados y las conclusiones de una investigación, análisis, mediante el uso de tablas y gráficas apropiadas, de tal manera que las investigaciones sean *reproducibles*.
- Sembrar en ustedes la curiosidad de conocer y aprender más acerca de las técnicas de simulación y que desarrollen habilidades para aplicar los métodos y las técnicas en sus vidas profesionales y personales.

*Don't just teach your students to read. Teach them to question what they read, what they study. Teach them to doubt. Teach them to think.*

*Richard Feynman*

# Mis objetivos de enseñanza

- Reforzar los conceptos estadísticos básicos para ser aplicados correctamente en un análisis de simulación.
- Desarrollar competencias para la adecuada modelación matemática de fenómenos empíricos.
- Interpretar y reportar adecuadamente los resultados y las conclusiones de una investigación, análisis, mediante el uso de tablas y gráficas apropiadas, de tal manera que las investigaciones sean *reproducibles*.
- Sembrar en ustedes la curiosidad de conocer y aprender más acerca de las técnicas de simulación y que desarrollen habilidades para aplicar los métodos y las técnicas en sus vidas profesionales y personales.

*Don't just teach your students to read. Teach them to question what they read, what they study. Teach them to doubt. Teach them to think.*  
*Richard Feynman*

# Mis objetivos de enseñanza

- Reforzar los conceptos estadísticos básicos para ser aplicados correctamente en un análisis de simulación.
- Desarrollar competencias para la adecuada modelación matemática de fenómenos empíricos.
- Interpretar y reportar adecuadamente los resultados y las conclusiones de una investigación, análisis, mediante el uso de tablas y gráficas apropiadas, de tal manera que las investigaciones sean *reproducibles*.
- Sembrar en ustedes la curiosidad de conocer y aprender más acerca de las técnicas de simulación y que desarrollen habilidades para aplicar los métodos y las técnicas en sus vidas profesionales y personales.

*Don't just teach your students to read. Teach them to question what they read, what they study. Teach them to doubt. Teach them to think.*  
*Richard Feynman*

# Mis objetivos de enseñanza

- Reforzar los conceptos estadísticos básicos para ser aplicados correctamente en un análisis de simulación.
- Desarrollar competencias para la adecuada modelación matemática de fenómenos empíricos.
- Interpretar y reportar adecuadamente los resultados y las conclusiones de una investigación, análisis, mediante el uso de tablas y gráficas apropiadas, de tal manera que las investigaciones sean *reproducibles*.
- Sembrar en ustedes la curiosidad de conocer y aprender más acerca de las técnicas de simulación y que desarrollen habilidades para aplicar los métodos y las técnicas en sus vidas profesionales y personales.

*Don't just teach your students to read. Teach them to question what they read, what they study. Teach them to doubt. Teach them to think.*

*Richard Feynman*



# Mis objetivos de enseñanza

- Reforzar los conceptos estadísticos básicos para ser aplicados correctamente en un análisis de simulación.
- Desarrollar competencias para la adecuada modelación matemática de fenómenos empíricos.
- Interpretar y reportar adecuadamente los resultados y las conclusiones de una investigación, análisis, mediante el uso de tablas y gráficas apropiadas, de tal manera que las investigaciones sean *reproducibles*.
- Sembrar en ustedes la curiosidad de conocer y aprender más acerca de las técnicas de simulación y que desarrollen habilidades para aplicar los métodos y las técnicas en sus vidas profesionales y personales.

*Don't just teach your students to read. Teach them to question what they read, what they study. Teach them to doubt. Teach them to think.*

*Richard Feynman*

# Naturaleza de la simulación

# ¿Qué vamos a estudiar en este curso?

## Simulación

- La *simulación* es la *imitación* del comportamiento de un proceso, sistema o fenómeno del mundo real en el tiempo o en el espacio, *usualmente bajo condiciones controladas*.
- En términos generales, la simulación se utiliza para analizar algunos aspectos de un sistema, típicamente para predecir estados futuros de ese sistema.

De manera más específica, los propósitos de la simulación pueden ser:

- Apoyar decisiones operacionales en la gestión de un sistema: tomar una decisión estratégica, organizar los componentes de un sistema, etc. Ejemplos: ¿se debería agregar una caja adicional para reducir tiempos de espera en un banco? ¿qué es mejor, unifila o varias filas?
- Diseñar o construir un sistema. [Ejemplo](#).
- Evaluar y verificar: se usa para evaluar una teoría particular, modelo, hipótesis o comparar dos o más de los anteriores.
- Comprender o ganar conocimiento más profundo de un cierto dominio. Ejemplo: formación de grupos en conducta animal. [Ejemplo](#)

# Tipos de simulación I

Hay muchas posibles tipologías de simulación. Una relevante para nosotros aquí es la que divide los tipos de simulación en los siguientes:

- **Simulación Monte Carlo** o estocástica: modela fenómenos sujetos a incertidumbre. El modelo probabilístico puede ser parametrizado o ajustado usando datos reales.
- **Simulación de Eventos Discretos**: modela la operación de un sistema como una sucesión de eventos en el tiempo. Cada evento ocurre en un instante particular del tiempo y marca un cambio de estado en el sistema.

Otras clasificaciones:

- *física, analógica o icónica*: objetos físicos mas pequeños o baratos sustituyen a la realidad. Ejemplos: maquetas, objetos a escala.
- *simbólica*: a través de ecuaciones
- *computacional*: la creación y ejecución de un modelo formal del comportamiento e interacción de los componentes de un sistema.
- *simulación basada en agentes*: simula las acciones e interacciones de agentes autónomos (individuales y colectivamente como organizaciones o grupos) para evaluar sus efectos en un sistema como un todo. Ejemplo: *simuPOP*

# Ventajas y desventajas de la simulación

## ● Ventajas

- Sustituye el desarrollo de modelos analíticos muy complicados o incluso imposibles, a veces con muchos supuestos difíciles de cumplir.
- Un modelo de simulación puede ser mucho más detallado y realista.
- Permite visualizar el comportamiento de un sistema.
- Usualmente los costos de la simulación son menores a los ahorros que genera.
- A process cannot be understood by stopping it. Understanding must move with the flow of the process, must join it and flow with it (Frank Herbert, *Dune*)

## ● Desventajas

- La simulación se utiliza como sustituto del pensamiento analítico.
- Aplica el principio de "garbage in, garbage out": requiere datos confiables.
- Puede aplicarse como sustituto de ejercicios estadísticos basados en la experiencia, así como de experimentos, para obtener los resultados correctos.
- Falta de un adecuado nivel de detalle en el modelo la veces es menor, a veces superior.

# Ventajas y desventajas de la simulación

## ● Ventajas

- Sustituye el desarrollo de modelos analíticos muy complicados o incluso imposibles, a veces con muchos supuestos difíciles de cumplir.
- Un modelo de simulación puede ser mucho más detallado y realista.
- Permite visualizar el comportamiento de un sistema.
- Usualmente los costos de la simulación son menores a los ahorros que genera.
- A process cannot be understood by stopping it. Understanding must move with the flow of the process, must join it and flow with it (Frank Herbert, *Dune*)

## ● Desventajas

- La simulación se utiliza como sustituto del pensamiento analítico.
- Depende en gran medida de la calidad de los datos de entrada.
- El modelo se utiliza como sustituto de un sistema real, pero el modelo no puede ser tan bueno como el sistema real.
- El costo de un experimento puede ser alto en el mundo real, a veces imposible.

# Ventajas y desventajas de la simulación

## ● Ventajas

- Sustituye el desarrollo de modelos analíticos muy complicados o incluso imposibles, a veces con muchos supuestos difíciles de cumplir.
- Un modelo de simulación puede ser mucho más detallado y realista.
- Permite visualizar el comportamiento de un sistema.
- Usualmente los costos de la simulación son menores a los ahorros que genera.
- A process cannot be understood by stopping it. Understanding must move with the flow of the process, must join it and flow with it (Frank Herbert, *Dune*)

## ● Desventajas

- La simulación no indica como construir el comportamiento analítico.
- Requiere un tiempo por generar los datos y para interpretar los resultados.
- Requiere aplicar conocimientos avanzados estadísticos (como el caso de simulación, así como el uso de Excel, o R, Python, etc.)
- A veces de un comportamiento de estado en el modelo la simulación muestra, a veces después.

# Ventajas y desventajas de la simulación

## ● Ventajas

- Sustituye el desarrollo de modelos analíticos muy complicados o incluso imposibles, a veces con muchos supuestos difíciles de cumplir.
- Un modelo de simulación puede ser mucho más detallado y realista.
- Permite visualizar el comportamiento de un sistema.
- Usualmente los costos de la simulación son menores a los ahorros que genera.
- A process cannot be understood by stopping it. Understanding must move with the flow of the process, must join it and flow with it (Frank Herbert, *Dune*)

## ● Desventajas

- La simulación es un tipo de modelo del comportamiento realista.
- Requiere un gran poder computacional para ser ejecutado.
- Requiere un gran conocimiento del sistema que se está simulando.
- Requiere un gran cantidad de datos para ser ejecutado.
- Requiere un gran tiempo para ser ejecutado.
- Requiere un gran costo para ser ejecutado.
- Requiere un gran espacio para ser ejecutado.
- Requiere un gran número de recursos para ser ejecutado.
- Requiere un gran número de personas para ser ejecutado.
- Requiere un gran número de cosas para ser ejecutado.



# Ventajas y desventajas de la simulación

## ● Ventajas

- Sustituye el desarrollo de modelos analíticos muy complicados o incluso imposibles, a veces con muchos supuestos difíciles de cumplir.
- Un modelo de simulación puede ser mucho más detallado y realista.
- Permite visualizar el comportamiento de un sistema.
- Usualmente los costos de la simulación son menores a los ahorros que genera.
- A process cannot be understood by stopping it. Understanding must move with the flow of the process, must join it and flow with it (Frank Herbert, *Dune*)

## ● Desventajas

- Los resultados de una simulación pueden ser muy engañosos si no se sabe interpretar.
- Los modelos de simulación pueden ser muy complejos y costosos de desarrollar.
- Los modelos de simulación pueden ser muy difíciles de validar y verificar.
- Los modelos de simulación pueden ser muy difíciles de mantener y actualizar.
- Los modelos de simulación pueden ser muy difíciles de comunicar a otros.

# Ventajas y desventajas de la simulación

## ● Ventajas

- Sustituye el desarrollo de modelos analíticos muy complicados o incluso imposibles, a veces con muchos supuestos difíciles de cumplir.
- Un modelo de simulación puede ser mucho más detallado y realista.
- Permite visualizar el comportamiento de un sistema.
- Usualmente los costos de la simulación son menores a los ahorros que genera.
- **A process cannot be understood by stopping it. Understanding must move with the flow of the process, must join it and flow with it** (Frank Herbert, *Dune*)

## ● Desventajas

- En ocasiones se utiliza como sustituto del pensamiento analítico.
- El uso de simulación puede ser costoso.
- El uso de simulación puede ser lento.
- El uso de simulación puede ser poco preciso.

# Ventajas y desventajas de la simulación

## ● Ventajas

- Sustituye el desarrollo de modelos analíticos muy complicados o incluso imposibles, a veces con muchos supuestos difíciles de cumplir.
- Un modelo de simulación puede ser mucho más detallado y realista.
- Permite visualizar el comportamiento de un sistema.
- Usualmente los costos de la simulación son menores a los ahorros que genera.
- **A process cannot be understood by stopping it. Understanding must move with the flow of the process, must join it and flow with it** (Frank Herbert, *Dune*)

## ● Desventajas

- En ocasiones se utiliza como sustituto del pensamiento analítico.
- Aplica el principio: “garbish in, garbish out”: requiere datos confiables.
- Necesita aplicar correctamente conceptos estadísticos (como diseño de experimentos), así como de experiencia, para obtener las conclusiones correctas.
- Falta de un adecuado nivel de detalle en el modelo (a veces es mucho, a veces es poco).

# Ventajas y desventajas de la simulación

## ● Ventajas

- Sustituye el desarrollo de modelos analíticos muy complicados o incluso imposibles, a veces con muchos supuestos difíciles de cumplir.
- Un modelo de simulación puede ser mucho más detallado y realista.
- Permite visualizar el comportamiento de un sistema.
- Usualmente los costos de la simulación son menores a los ahorros que genera.
- **A process cannot be understood by stopping it. Understanding must move with the flow of the process, must join it and flow with it** (Frank Herbert, *Dune*)

## ● Desventajas

- En ocasiones se utiliza como sustituto del pensamiento analítico.
- Aplica el principio: “garbish in, garbish out”: requiere datos confiables.
- Necesita aplicar correctamente conceptos estadísticos (como diseño de experimentos), así como de experiencia, para obtener las conclusiones correctas.
- Falta de un adecuado nivel de detalle en el modelo (a veces es mucho, a veces es poco).

# Ventajas y desventajas de la simulación

## ● Ventajas

- Sustituye el desarrollo de modelos analíticos muy complicados o incluso imposibles, a veces con muchos supuestos difíciles de cumplir.
- Un modelo de simulación puede ser mucho más detallado y realista.
- Permite visualizar el comportamiento de un sistema.
- Usualmente los costos de la simulación son menores a los ahorros que genera.
- **A process cannot be understood by stopping it. Understanding must move with the flow of the process, must join it and flow with it** (Frank Herbert, *Dune*)

## ● Desventajas

- En ocasiones se utiliza como sustituto del pensamiento analítico.
- Aplica el principio: “garbish in, garbish out”: requiere datos confiables.
- Necesita aplicar correctamente conceptos estadísticos (como diseño de experimentos), así como de experiencia, para obtener las conclusiones correctas.
- Falta de un adecuado nivel de detalle en el modelo (a veces es mucho, a veces es poco).

# Ventajas y desventajas de la simulación

## ● Ventajas

- Sustituye el desarrollo de modelos analíticos muy complicados o incluso imposibles, a veces con muchos supuestos difíciles de cumplir.
- Un modelo de simulación puede ser mucho más detallado y realista.
- Permite visualizar el comportamiento de un sistema.
- Usualmente los costos de la simulación son menores a los ahorros que genera.
- **A process cannot be understood by stopping it. Understanding must move with the flow of the process, must join it and flow with it** (Frank Herbert, *Dune*)

## ● Desventajas

- En ocasiones se utiliza como sustituto del pensamiento analítico.
- Aplica el principio: “garbish in, garbish out”: requiere datos confiables.
- Necesita aplicar correctamente conceptos estadísticos (como diseño de experimentos), así como de experiencia, para obtener las conclusiones correctas.
- Falta de un adecuado nivel de detalle en el modelo (a veces es mucho, a veces es poco).

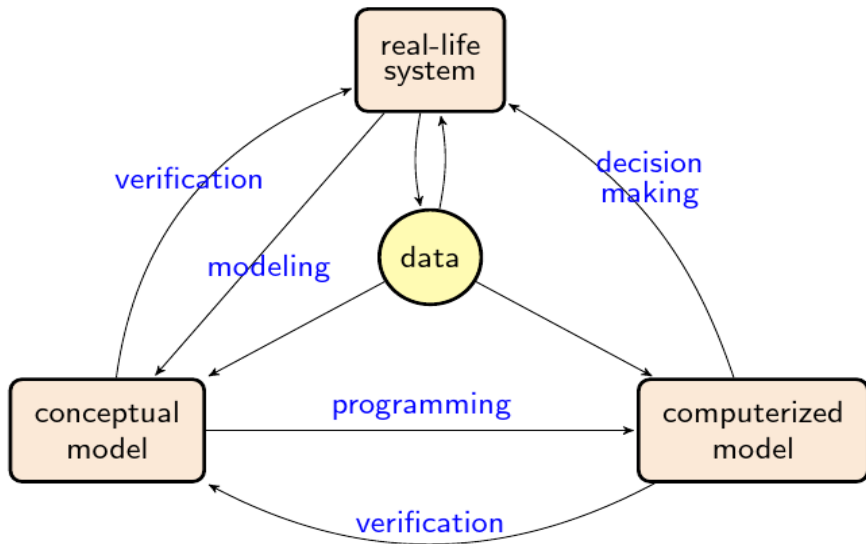
# Ventajas y desventajas de la simulación

## ● Ventajas

- Sustituye el desarrollo de modelos analíticos muy complicados o incluso imposibles, a veces con muchos supuestos difíciles de cumplir.
- Un modelo de simulación puede ser mucho más detallado y realista.
- Permite visualizar el comportamiento de un sistema.
- Usualmente los costos de la simulación son menores a los ahorros que genera.
- **A process cannot be understood by stopping it. Understanding must move with the flow of the process, must join it and flow with it** (Frank Herbert, *Dune*)

## ● Desventajas

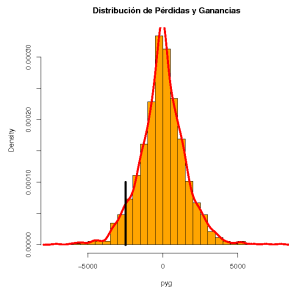
- En ocasiones se utiliza como sustituto del pensamiento analítico.
- Aplica el principio: “garbish in, garbish out”: requiere datos confiables.
- Necesita aplicar correctamente conceptos estadísticos (como diseño de experimentos), así como de experiencia, para obtener las conclusiones correctas.
- Falta de un adecuado nivel de detalle en el modelo (a veces es mucho, a veces es poco).





# Ejemplos de aplicaciones de la simulación I

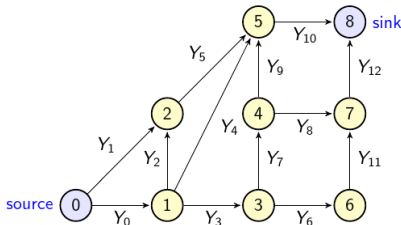
- Aplicaciones típicas de la simulación estocástica en Finanzas y economía:
  - Valuación de portafolios financieros bajo escenarios económicos inciertos.
  - Modelos econométricos de Pruebas de estrés.
  - Cálculo del valor en riesgo (VaR) de los activos de una institución.



- Aplicaciones de la teoría de valores extremos (EVT):
  - Estimación de la reserva mínima y máxima para una compañía de seguros.

# Ejemplos de aplicaciones de la simulación II

- Cálculo de la distribución de probabilidad de un evento catastrófico (como huracanes, terremotos, etc).
- Aplicaciones a los Negocios:
  - Diseño de procesos de Negocio, Comparación de configuraciones de procesos (costo, eficacia)
  - Medición de la eficiencia de un proceso
  - Modelos de líneas de espera, inventarios
  - Estimar la duración de un proyecto. Una red puede dar las relaciones de precedencia entre actividades. La actividad  $k$  tiene una duración aleatoria  $Y_k$  con cierta distribución de probabilidad. ¿Cuál es la duración del proyecto  $T$ ?



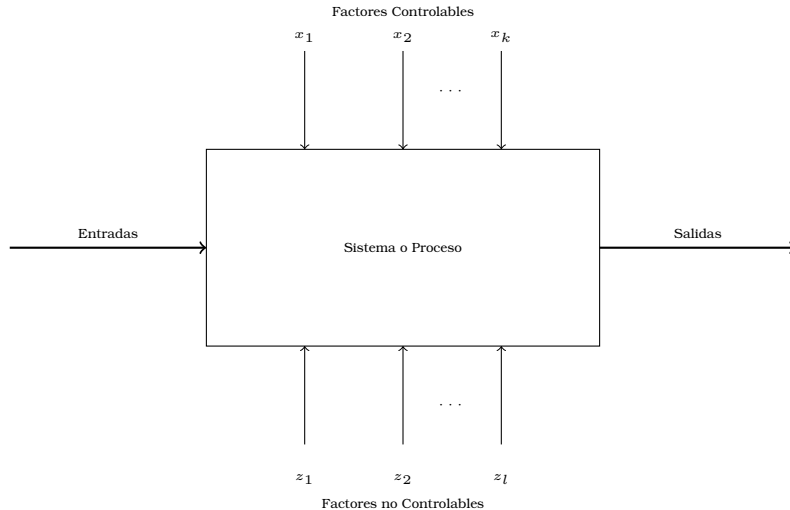
- Aplicaciones relevantes a la estadística:
  - Cálculo de integrales (probabilidades, valores esperados, etc.)
  - Valores extremos
  - Pruebas de hipótesis e intervalos de confianza
  - Estadística Bayesiana
  - Optimización

# Sistemas, modelos y simulación.

## Sistema

Es un conjunto de objetos que interaccionan de manera conjunta para alcanzar un fin. Un sistema se compone de:

- **Entidades:** los objetos de interés en el sistema
- **Atributos:** las propiedades o características de una entidad
- **Actividades:** acciones que ocupan un periodo de tiempo de longitud específica
- **Estados:** una colección de variables que describen el sistema en cualquier momento
- **Eventos:** ocurrencias instantáneas que puede cambiar el estado del sistema. Pueden ser endógenos o exógenos



## Ejemplo de Sistema: Bolsa de Valores

- Entidades: Agentes que participan en la Bolsa: compradores, vendedores y sus acciones.
- Atributos: Comprador, vendedor, posición corta, posición larga, tipo de instrumento, etc.
- Actividad: Un día de operación ordinario (compra-venta de valores).
- Estado: Valor del Índice, posiciones cerradas, abiertas, cortas y largas a las 10:00am.
- Evento: Compra de acciones de Bimbo al doble de precio.
- Evento endógeno: Compras, ventas.
- Evento exógeno: Entrada de Wonder Bread al mercado mexicano.

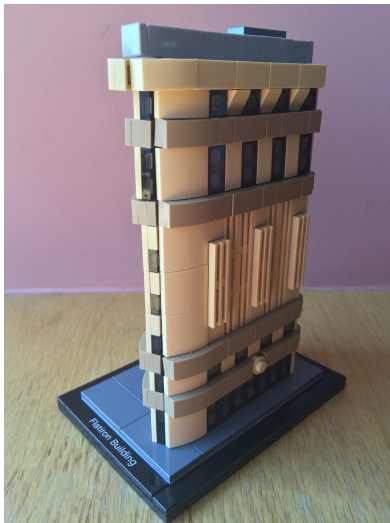
# ¿Qué es un modelo?



# ¿Qué es un modelo?



# ¿Qué es un modelo?

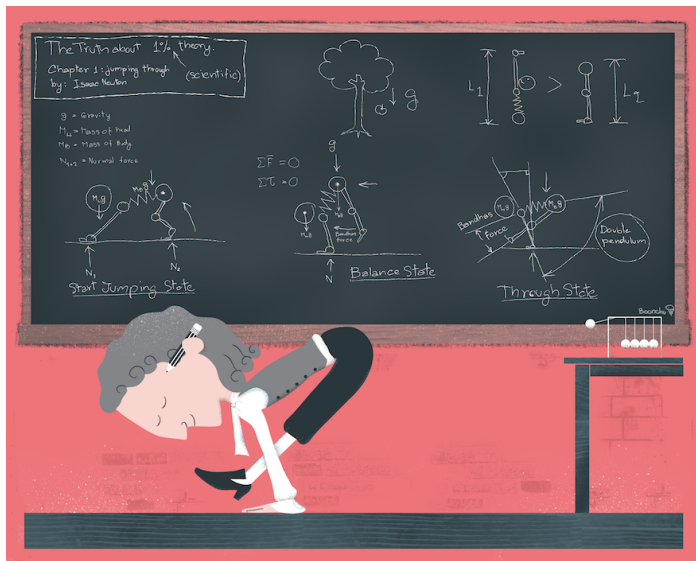


# ¿Qué es un modelo?



$$y=mx+b$$

# ¿Qué es un modelo?



# ¿Qué es un modelo?

- Un **modelo** se puede considerar como una teoría que representa de manera abstracta la realidad.
- El proceso de modelación consta de:
  - Proceso de abstracción: proponer una representación de la realidad, basado en **experiencia** y en la **observación**.



Pablo Picasso: Guernica, 1937

- Deducción a partir del modelo.
  - Verificación, predicción y aplicaciones.
- Los modelos no son únicos
- No hay modelo perfecto

# Relevancia de los modelos

Un modelo de simulación busca reproducir lo más fielmente posible las condiciones reales de un fenómeno. Pero siempre hay un intercambio entre complejidad y fidelidad.

“All models are wrong, but some of them are useful”

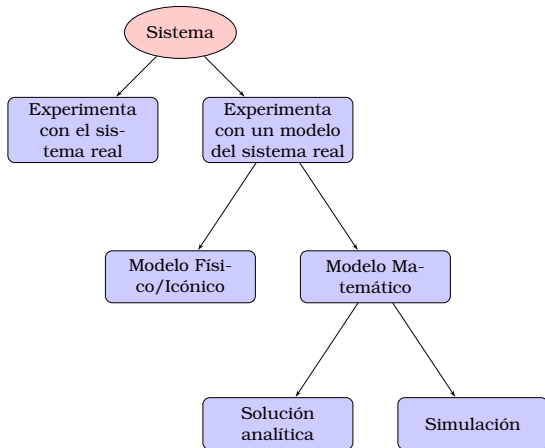
— George Box

# Modelo

## Modelos

Un Modelo es una construcción conceptual que describe un sistema.

El siguiente esquema describe maneras de estudiar un sistema.





# Tipos de simulación

De acuerdo a ciertas características de un modelo, el tipo de simulación puede ser diferente.

- **Determinístico o estocástico**

- ¿El modelo contiene componentes estocásticos?
- Modelos determinísticos: flujo de pagos de una hipoteca o un crédito a tasa fija (bajo un escenario fijo).
- Modelos estocásticos: Línea de espera.

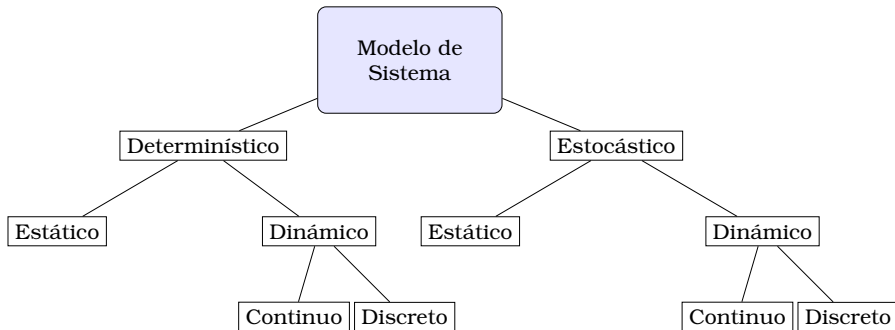
- **¿Estático o dinámico?**

- ¿Es el tiempo una variable significativa?
- Modelos Estáticos: juegos de azar, integración Monte Carlo.
- Modelos Dinámicos: Modelos de inventario.

- **¿Continuo o discreto?**

- ¿El sistema cambia de manera continua o sólo en puntos discretos del tiempo?
- Ejemplos de modelos discretos: modelos de inventarios, colas.
- Ejemplos de modelos continuos: crecimiento de poblaciones, precios de mercado.

# Clasificación de modelos/simulación



# Simulación de eventos discretos

# Simulación de eventos discretos I

## Simulación de eventos discretos

Este tipo de simulación describe cómo evoluciona en el tiempo un sistema con eventos que ocurren de manera discreta. Las variables de estado cambian debido a la ocurrencia de estos eventos.

Ejemplos comunes de simulación de eventos discretos incluyen:

- Cadenas de Markov
  - Líneas de espera
  - Modelos de inventario
- Flujo en procesos organizacionales
- Toma de decisiones bajo condiciones de incertidumbre
- Evaluación de robustez de políticas públicas.

Una simulación de eventos discretos requiere:

- Un reloj de simulación
- Una lista de eventos futuros planeados, en orden cronológico
- Un 'procedimiento' o 'método' para ejecutar por cada tipo de evento.

# Ejemplo 1: Línea de espera

- Consideren una unidad de servicio con un sólo servidor (cajero, taquilla, etc.)
- Los clientes se forman para recibir el servicio

Se desea estimar el tiempo promedio de permanencia en la fila, medido como el tiempo que transcurre desde que llega a la fila hasta que comienza a recibir el servicio.

Las variables de estado del sistema son:

- Estado del servidor (libre, ocupado)
- El número de clientes esperando en la fila  $\{0, 1, 2, \dots\}$
- El tiempo de llegada de cada persona a la fila
- El tiempo de servicio a cada persona

En este sistema hay dos tipos de eventos relevantes:

- Llegada de un cliente
- Completar el servicio (Partida de un cliente)

Ejemplo de linea de espera

# Ejemplo 1: Línea de espera

Definiciones:

$t_i$  = Tiempo de llegada del  $i$ -ésimo cliente.

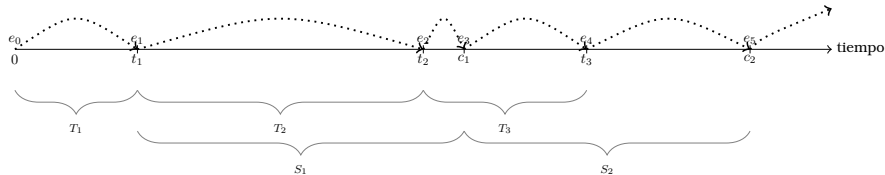
$T_i = t_i - t_{i-1}$  = tiempo de interarribo entre las llegadas del  $i - 1$  e  $i$  cliente.

$S_i$  = tiempo de servicio del cliente  $i$

$D_i$  = espera en cola del cliente  $i$

$c_i = t_i + D_i + S_i$  = tiempo en que el cliente  $i$  completa su servicio y se va.

$e_i$  = tiempo de ocurrencia del  $i$ -ésimo evento de cualquier tipo.



Más adelante

continuaremos con este modelo.

## Ejemplo 2. Cálculo de áreas

Tenemos un mapa de México con cierta escala 1:N en una hoja de papel con área  $A_{rec}$ . ¿Cómo determinamos el área de la superficie de México?

$$A_{Mx} = R \times A_{Rec} \times e_{Mapa} = R \times A_{rec} \times N$$

donde

$$R = \text{razón entre áreas} = \frac{A_{Mx}}{A_{rec}}$$

$$e_{Mapa} = \text{escala del mapa}$$

$$A_{rec} = \text{Área de rectángulo (conocida)}$$

Al menos dos posibles alternativas:

- Solución destructiva

- Corta el mapa en  $m$  pequeñas piezas al azar. De acuerdo al color dominante del trozo, se clasifica en blanco o en gris.
- Mezcla las piezas
- Extrae una muestra al azar con reemplazo y registra el número de piezas grises ( $m_{Mx}$ ) Con probabilidad 1, cuando  $m \rightarrow \infty$

$$\frac{m_{Mx}}{m} \rightarrow R = \frac{A_{Mx}}{A_{rec}}$$

- Solución no destructiva: ...

## Ejemplo 2. Cálculo de áreas

Tenemos un mapa de México con cierta escala 1:N en una hoja de papel con área  $A_{rec}$ . ¿Cómo determinamos el área de la superficie de México?

$$A_{Mx} = R \times A_{Rec} \times e_{Mapa} = R \times A_{rec} \times N$$

donde

$$R = \text{razón entre áreas} = \frac{A_{Mx}}{A_{rec}}$$

$$e_{Mapa} = \text{escala del mapa}$$

$$A_{rec} = \text{Área de rectángulo (conocida)}$$

Al menos dos posibles alternativas:

- Solución destructiva

- Corta el mapa en  $m$  pequeñas piezas al azar. De acuerdo al color dominante del trozo, se clasifica en blanco o en gris.
- Mezcla las piezas
- Extrae una muestra al azar con reemplazo y registra el número de piezas grises ( $m_{Mx}$ ) Con probabilidad 1, cuando  $m \rightarrow \infty$

$$\frac{m_{Mx}}{m} \rightarrow R = \frac{A_{Mx}}{A_{rec}}$$

- Solución no destructiva: ...



## Ejemplo 2. Cálculo de áreas

Tenemos un mapa de México con cierta escala 1:N en una hoja de papel con área  $A_{rec}$ . ¿Cómo determinamos el área de la superficie de México?

$$A_{Mx} = R \times A_{Rec} \times e_{Mapa} = R \times A_{rec} \times N$$

donde

$$R = \text{razón entre áreas} = \frac{A_{Mx}}{A_{rec}}$$

$$e_{Mapa} = \text{escala del mapa}$$

$$A_{rec} = \text{Área de rectángulo (conocida)}$$

Al menos dos posibles alternativas:

- Solución destructiva

- Corta el mapa en  $m$  pequeñas piezas al azar. De acuerdo al color dominante del trozo, se clasifica en blanco o en gris.
- Mezcla las piezas
- Extrae una muestra al azar con reemplazo y registra el número de piezas grises ( $m_{Mx}$ ) Con probabilidad 1, cuando  $m \rightarrow \infty$

$$\frac{m_{Mx}}{m} \rightarrow R = \frac{A_{Mx}}{A_{rec}}$$

- Solución no destructiva: ...

## Ejemplo 2. Cálculo de áreas

Tenemos un mapa de México con cierta escala 1:N en una hoja de papel con área  $A_{rec}$ . ¿Cómo determinamos el área de la superficie de México?

$$A_{Mx} = R \times A_{Rec} \times e_{Mapa} = R \times A_{rec} \times N$$

donde

$$R = \text{razón entre áreas} = \frac{A_{Mx}}{A_{rec}}$$

$$e_{Mapa} = \text{escala del mapa}$$

$$A_{rec} = \text{Área de rectángulo (conocida)}$$

Al menos dos posibles alternativas:

- Solución destructiva

- Corta el mapa en  $m$  pequeñas piezas al azar. De acuerdo al color dominante del trozo, se clasifica en blanco o en gris.
- Mezcla las piezas
- Extrae una muestra al azar con reemplazo y registra el número de piezas grises ( $m_{Mx}$ ) Con probabilidad 1, cuando  $m \rightarrow \infty$

$$\frac{m_{Mx}}{m} \rightarrow R = \frac{A_{Mx}}{A_{rec}}$$

- Solución no destructiva: ...

## Ejemplo 2. Cálculo de áreas

Tenemos un mapa de México con cierta escala 1:N en una hoja de papel con área  $A_{rec}$ . ¿Cómo determinamos el área de la superficie de México?

$$A_{Mx} = R \times A_{Rec} \times e_{Mapa} = R \times A_{rec} \times N$$

donde

$$R = \text{razón entre áreas} = \frac{A_{Mx}}{A_{rec}}$$

$$e_{Mapa} = \text{escala del mapa}$$

$$A_{rec} = \text{Área de rectángulo (conocida)}$$

Al menos dos posibles alternativas:

- Solución destructiva

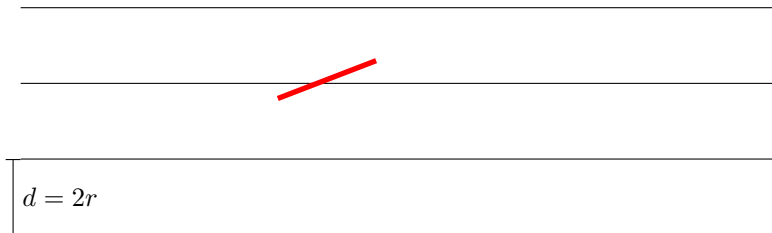
- Corta el mapa en  $m$  pequeñas piezas al azar. De acuerdo al color dominante del trozo, se clasifica en blanco o en gris.
- Mezcla las piezas
- Extrae una muestra al azar con reemplazo y registra el número de piezas grises ( $m_{Mx}$ ) Con probabilidad 1, cuando  $m \rightarrow \infty$

$$\frac{m_{Mx}}{m} \rightarrow R = \frac{A_{Mx}}{A_{rec}}$$

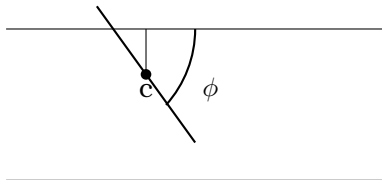
- Solución no destructiva: ...

## Ejemplo 3. Estimación de $\pi$ : Problema de la aguja de Buffon (1733)

Una aguja de longitud  $r$  se lanza en un piso con duelas, que son de ancho  $d$  ( $r \leq d$ ). ¿Cuál es la probabilidad de que la aguja “lanzada al azar” intersecte una orilla de la duela?



## Ejemplo 3. Buffon



- Sea  $c$  la distancia del centro de la aguja a la orilla de la duela más cercana.
- Noten que con largo de aguja  $r$ ,  $0 \leq c \leq d/2$  y  $0 \leq \phi \leq \pi/2$ . Podemos suponer que ambas son variables aleatorias uniformes e independientes.
- $\text{sen}\phi = \frac{c}{r/2} \implies c = \frac{r}{2}\text{sen}\phi$
- La aguja cruza si y sólo si  $c \leq \frac{r}{2}\text{sen}\phi$
- Entonces

$$\begin{aligned} P[\text{cruce}] &= P[0 \leq c \leq d/2, 0 \leq \phi \leq \pi/2] \\ &= \int_0^{\pi/2} \int_0^{\frac{r}{2}\text{sen}\phi} \frac{4}{d\pi} dc d\phi \\ &= \frac{2r}{\pi d} = \frac{1}{\pi} \end{aligned}$$

## Ejemplo 3. Buffon

El problema de las agujas de Buffon puede ser utilizado como un mecanismo para estimar el valor de  $\pi$ . **Un posible mecanismo de estimación:**

- Lanza una aguja “aleatoriamente”  $N$  veces.
- Sea  $X$  = No. de cruces. Entonces  $\hat{p}_N = \frac{X}{N}$ , y por lo tanto  $\hat{\pi} = \frac{1}{\hat{p}_N}$ .

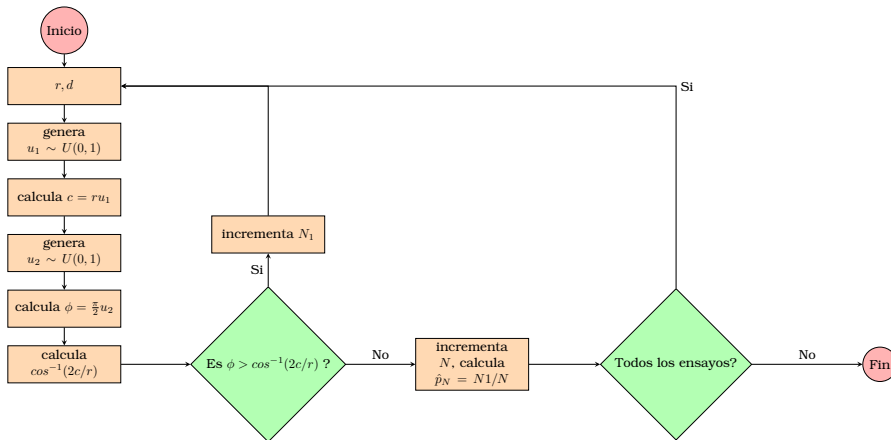
Además, sabemos que  $X|N \sim \text{Bin}(N, p)$ , así que  $\text{Var}(\hat{p}_N|N) = \frac{p(1-p)}{N}$ . Para  $N$  grande, por el teorema del límite central:

$$\sqrt{N}(\hat{p}_N - p) \xrightarrow{N \rightarrow \infty} \mathcal{N}(0, p(1-p))$$

Un estimador de la varianza de  $\hat{p}_N$  es  $\frac{\hat{p}_N(1-\hat{p}_N)}{N}$  y un intervalo de confianza para  $p$  es:

$$\hat{p}_N \pm z_{1-\alpha/2} \left( \frac{\hat{p}_N(1-\hat{p}_N)}{N} \right)^{1/2}$$

# Ejemplo 3. Aguja de Buffon: simulación



# Ejemplo 3. Aguja de Buffon: simulación

```
#Este programa estima la probabilidad de que una aguja intersekte una linea en un piso de duela
```

```
#Definición de parámetros
```

```
N <- 2000 #Número de simulaciones
```

```
alfa <- 0.05 #nivel de significancia
```

```
z <- qnorm(1-alfa/2) #cuantil de la distribución normal
```

```
NI <- rep(1,N) #indicadora para las agujas que tocan el límite de la duela
```

```
r <- 10 #longitud de la aguja
```

```
d <- 15 #ancho de la duela
```

```
#Inicio de la simulación
```

```
u1 <- runif(N, min = 0, max = d/2)
```

```
u2 <- runif(N, min = 0, max = pi/ 2)
```

```
prob <- ifelse(r/2*cos(u2) >= u1,1,0)
```

```
prob <- cumsum(prob)/1:N
```

```
lim.inf <- prob - z*sqrt(prob*(1-prob)/1:N)
```

```
lim.sup <- prob + z*sqrt(prob*(1-prob)/1:N)
```

```
#Gráfica
```

```
plot(1:N, prob, type = "l", ylim = c(0,1), xlab = "No. de simulaciones",
```

```
main = "Cálculo de probabilidad con N=2000 lanzamientos")
```

```
lines(1:N, lim.inf, col = "red", lty = 2)
```

```
lines(1:N, lim.sup, col = "red",lty = 2)
```

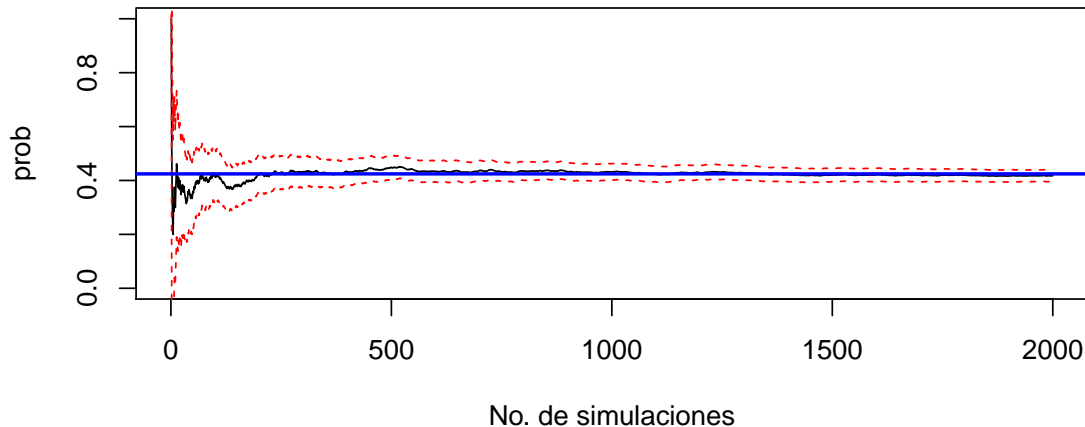
```
abline(h = 2*r/(pi*d), col = "blue", lwd = 2)
```

```
text(100,2*r/(pi*d)+1,as.character(2*r/(pi*d)))
```



## Ejemplo 3. Aguja de Buffon: simulación

### Cálculo de probabilidad con $N=2000$ lanzamientos



## Ejemplo 4. Dados de Galileo

Calculen las probabilidades solicitadas vía simulación:

- Si se lanzan tres dados, ¿qué suma es más probable, un 9 o un 10?