Exercícios de avaliação

Exercício 1.1 Especifique em alto nível e nível binário o sistema digital cuja entrada é um número inteiro de 0 a 9 e e cuja saída informa o número presente na entrada adicionado de 4 unidades.

Solução:

Especificação em alto nível - O sistema consiste de uma entrada x, uma saída z (como mostrado na Fig. 1.10) e relação entrada-saída dada por:

$$z = x + 4.$$

Os valores de entrada permitidos foram definidos no enunciado:

$$x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}.$$

Por conseguinte, tem-se:

$$z \in \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}.$$

Especificação em nível binário - Para fazer a especificação em nível binário é necessário especificar as entradas, saídas e a função de transferência em nível binário, ou seja, especificar os blocos C (codificador), D (decodificador) e $\underline{F_b}(\cdot)$ mostrados na Fig. 1.13. Será feita a descrição desses blocos usando tabelas.

O bloco C recebe como entrada um número inteiro x ($x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$) e deve fornecer como saída um vetor binário. Para representar números de 0 a 9 são necessários pelo menos 4 *bits*. Para implementar o bloco C pode ser usada a tabela:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\underline{x_b}$	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001

O bloco D recebe como entrada um número binário $\underline{z_b}$ de 4 bits e como saída um número inteiro z. Como definido na especificação de alto nível $z \in \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$. São necessários novamente pelo menos 4 bits para codificar todos os valores permitidos a z. A tabela mostra a implementação do bloco D:

$\underline{z_b}$	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101
z	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

O bloco $\underline{F_b}(\cdot)$ recebe como entrada um número binário $\underline{x_b}$ de 4 *bits* e como saída o número binário $\underline{z_b}$ de 4 *bits*. A tabela para implementar O bloco $\underline{F_b}(\cdot)$:

$\underline{x_b}$	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001
$\underline{z_b}$	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101

■

Exercícios de avaliação

Exercício 2.1 Usando apenas os postulados da álgebra de Boole mostre que $a+a=a$.
Solução:
A demonstração para $a+a=a$ parte do lado esquerdo da igualdade $(a+a)$:

$$\begin{aligned}
a+a &= 1\cdot(a+a) && \text{(usando postulado 2.3)}\\
&= (a+a')\cdot(a+a) && \text{(usando postulado 2.4)}\\
&= a+(a\cdot a') && \text{(usando postulado 2.2)}\\
&= a+0 && \text{(usando postulado 2.4)}\\
&= a && \text{(usando postulado 2.3).}
\end{aligned}$$

■

Exercício 2.2 Fazendo uso apenas dos postulados da álgebra de Boole e, possivelmente, de um dos teoremas demonstrados no capítulo mostre que: $(a\cdot b)'=a'+b'$.
Solução:
Será feita a demonstração para $(a\cdot b)'=a'+b'$. Se $a\cdot b$ é complemento de $a'+b'$ como prega o enunciado então, necessariamente, as seguintes identidades devem ser válidas pelo postulado 2.4:

$$\begin{aligned}
(a\cdot b)+(a'+b') &= 1 \quad \text{e}\\
(a\cdot b)\cdot(a'+b') &= 0.
\end{aligned} \tag{2.21}$$

Fazendo o desenvolvimento de $(a\cdot b)+(a'+b')$:

$$\begin{aligned}
(a\cdot b)+(a'+b') &= (a'+b')+(a\cdot b) && \text{(usando postulado 2.1)}\\
&= [(a'+b')+a]\cdot[(a'+b')+b] && \text{(usando postulado 2.2)}\\
&= [b'+a'+a]\cdot[a'+b'+b] && \text{(usando postulado 2.1)}\\
&= [b'+1]\cdot[a'+1] && \text{(usando postulado 2.4)}\\
&= 1\cdot 1 && \text{(usando teorema 2.2.3)}\\
&= 1 && \text{(usando postulado 2.3),}
\end{aligned} \tag{2.22}$$

verifica-se que, de fato, $(a+b)+(a'\cdot b')=1$.

Fazendo o desenvolvimento de $(a\cdot b)\cdot(a'+b')$:

$$\begin{aligned}
(a\cdot b)\cdot(a'+b') &= (a\cdot b\cdot a')+(a\cdot b\cdot b') && \text{(usando postulado 2.2)}\\
&= (a\cdot a'\cdot b)+(a\cdot b\cdot b') && \text{(usando postulado 2.1)}\\
&= (0\cdot b)+(a\cdot 0) && \text{(usando postulado 2.4)}\\
&= 0+0 && \text{(usando teorema 2.2.3)}\\
&= 0 && \text{(usando postulado 2.3),}
\end{aligned} \tag{2.23}$$

verifica-se de fato que $(a+b)\cdot(a'\cdot b')=0$. Assim, (2.22) e (2.23) mostram que a condição de (2.21) é satisfeita. Em conjunto com a unicidade do complemento (teorema 2.2.2) fica demonstrado o a identidade solicitada.

■