

- A parte vermelha é feita  
 1ª e a azul fica em  
 standby

1) 1ª metade 2ª metade

| 0  | 1   | 2  | 3  | 4  | 5  |
|----|-----|----|----|----|----|
| -4 | -84 | 85 | 88 | 36 | 12 |

1ª etapa

I- 

|    |     |    |
|----|-----|----|
| -4 | -84 | 85 |
|----|-----|----|

2ª etapa

|    |    |    |
|----|----|----|
| 88 | 36 | 12 |
|----|----|----|

II- 

|    |     |
|----|-----|
| -4 | -84 |
|----|-----|

|    |
|----|
| 85 |
|----|

|    |    |
|----|----|
| 88 | 36 |
|----|----|

|    |
|----|
| 12 |
|----|

III- 

|    |
|----|
| -4 |
|----|

|     |
|-----|
| -84 |
|-----|

*caso base*  
*\* início = fim em ambos*  
*\* compara-os e volta da recursão ordenando*

|    |
|----|
| 88 |
|----|

|    |
|----|
| 36 |
|----|

*caso base*  
*\* início = fim em ambos*  
*\* compara-os e volta da recursão ordenando*

II- 

|     |    |
|-----|----|
| -84 | -4 |
|-----|----|

|    |
|----|
| 85 |
|----|

*\* início = fim*  
*\* compara com o outro array e volta ordenando*

|    |    |
|----|----|
| 36 | 88 |
|----|----|

|    |
|----|
| 12 |
|----|

*\* início = fim*  
*\* compara com o outro array e volta ordenando*

I- 

|     |    |    |
|-----|----|----|
| -84 | -4 | 85 |
|-----|----|----|

  
*\* o 1º array ficou vazio, adiciona o restante do outro*

|    |    |    |
|----|----|----|
| 12 | 36 | 88 |
|----|----|----|

  
*\* o 2º array ficou vazio, adiciona o restante do outro*

3ª etapa

I- 

|     |    |    |  |  |  |  |  |    |    |    |
|-----|----|----|--|--|--|--|--|----|----|----|
| -84 | -4 | 85 |  |  |  |  |  | 12 | 36 | 88 |
|-----|----|----|--|--|--|--|--|----|----|----|

*\* seguiremos comparando os destacados e adicionaremos o menor voltando na recursão*

II- 

|    |    |  |  |  |  |  |  |    |    |    |
|----|----|--|--|--|--|--|--|----|----|----|
| -4 | 85 |  |  |  |  |  |  | 12 | 36 | 88 |
|----|----|--|--|--|--|--|--|----|----|----|

III- 

|    |  |  |  |  |  |  |  |    |    |    |
|----|--|--|--|--|--|--|--|----|----|----|
| 85 |  |  |  |  |  |  |  | 12 | 36 | 88 |
|----|--|--|--|--|--|--|--|----|----|----|

IV- 

|    |  |  |  |  |  |  |  |    |    |  |
|----|--|--|--|--|--|--|--|----|----|--|
| 85 |  |  |  |  |  |  |  | 36 | 88 |  |
|----|--|--|--|--|--|--|--|----|----|--|

V- 

|    |  |  |  |  |  |  |  |    |  |  |
|----|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|
| 85 |  |  |  |  |  |  |  | 88 |  |  |
|----|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|

|     |    |    |    |    |    |
|-----|----|----|----|----|----|
| -84 | -4 | 12 | 36 | 85 |    |
| -84 | -4 | 12 | 36 | 85 | 88 |
| 0   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  |

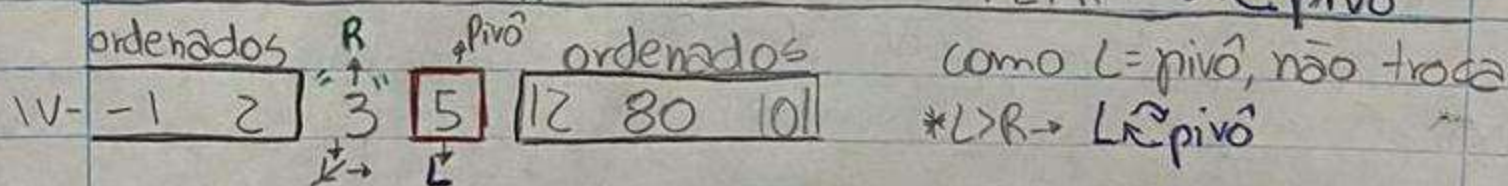
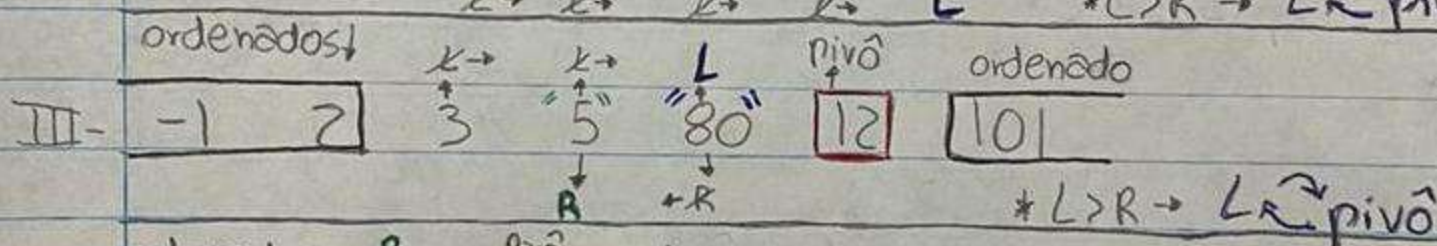
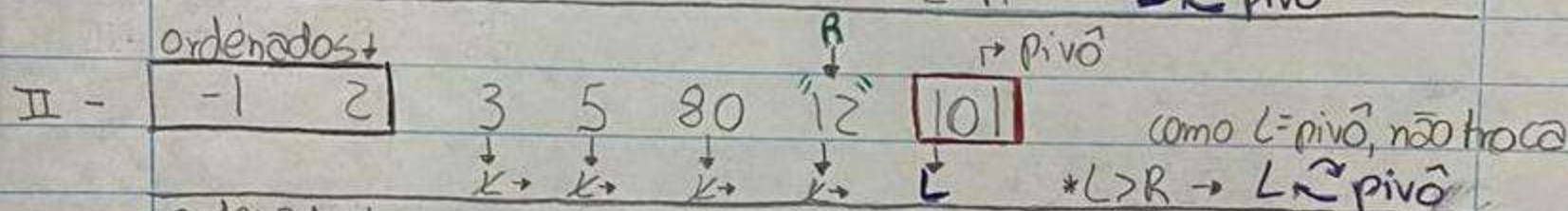
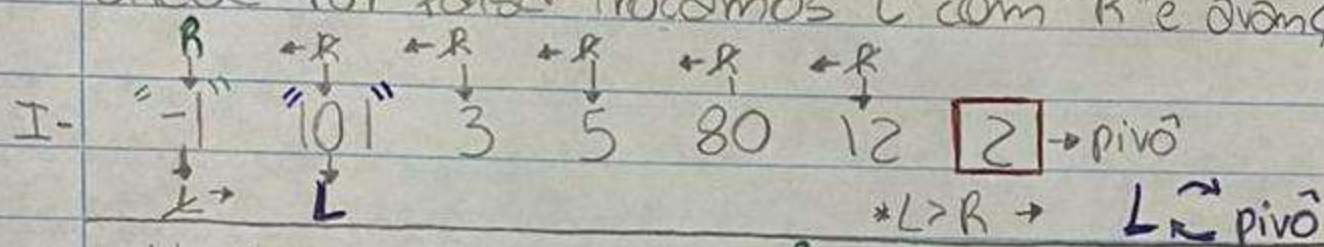
*\* Após a última comparação o 1º vetor ficará vazio e adicionamos o resto do 2º*



1) O merge sort usa a abordagem dividir para conquistar seguindo as etapas: 1º) dividir o problema em sub-problemas; 2º) resolver recursivamente as novas instâncias; 3º) intercalar os resultados dos sub-problemas para solucionar o problema principal. A etapa onde comparamos os elementos para intercalá-los é da ordem de  $O(n)$  só que isso será feito " $\log n$ " vezes. Dando ao algoritmo a complexidade  $O(n \log n)$  no melhor e no pior caso.



2) Usaremos o ponteiro "pivô" começando na direita. O ponteiro "L" (left) avançará da esquerda para direita até encontrar um elemento maior que o pivô. O "R" (right) irá da direita para esquerda até encontrar um menor que o pivô. Quando  $L \geq R$  saímos do laço e trocamos quem está na posição "L" com quem está como pivô, pois quem estiver à esquerda de "L" é menor que o pivô e quem estiver à direita maior. Caso a condição citada for falsa trocamos "L" com "R" e avançamos.



vetor ordenado: 

|    |   |   |   |    |    |     |
|----|---|---|---|----|----|-----|
| -1 | 2 | 3 | 5 | 12 | 80 | 101 |
|----|---|---|---|----|----|-----|

Com o auxílio do pivô ao "dividir" o vetor já ordenamos parcialmente os dados e isso o torna bastante eficiente pois evitará comparações desnecessárias, tendo uma complexidade  $O(n \log n)$  no melhor caso. Porém, numa sequência ordenada inversamente haverá o pior caso, pois o pivô será comparado com os demais e o "left" e o "right" trocarão de lugar todas as vezes tendo complexidade  $O(n^2)$ , porém trata-se de um cenário difícil de ocorrer.



3) a) A abordagem recursiva é geralmente mais lenta e usa mais memória do que a iterativa pelo fato de que o método faz muitas chamadas a si. Porém, essa abordagem pode simplificar problemas em que a versão iterativa seria mais complexa.

A recursividade é bem vinda em algoritmos de busca visto que ao dividir o problema em problemas menores, obtendo assim complexidade  $O(\log n)$  na busca binária e em contrapartida na busca sequencial, que é iterativa, por ter que percorrer o vetor acaba tendo complexidade  $O(n)$ . Obs: Apesar da busca binária ser naturalmente recursiva, é possível obter a mesma complexidade com a busca binária iterativa, que seguirá a mesma lógica do dividir para conquistar.

A recursividade traz vantagens em algoritmos de ordenação também. Métodos como bubble sort, selection sort e insertion sort, que não são recursivos acabam sendo de ordem quadrática; enquanto isso os métodos recursivos Quicksort e Merge Sort, por usar a abordagem dividir para conquistar têm uma complexidade  $O(n \log n)$  o que é mais eficiente em tempo de execução. Obs: é importante analisar se existem saídas para quando for trabalhar com vetores muito grandes, pois o alto número de chamadas dos métodos recursivos pode causar estouro de pilha, trazendo um grande consumo de memória.



3) b) Ambos os algoritmos são recursivos e utilizam a abordagem dividir para conquistar que segue a lógica "se tenho um problema grande, quebro ele em pedaços menores. Resolvendo-os e unindo-os resolvo o maior". No Merge sort se "divide" o vetor recursivamente e a 2ª metade é congelada enquanto a 1ª é resolvida. O resultado dos sub-problemas é intercalado resolvendo o principal. Já o Quicksort, com o auxílio de um ponteiro (pivô), ao fazer a divisão ordena parcialmente os dados e isso o torna mais eficiente que o Merge sort na maioria dos casos, pois evitará mais comparações. Porém, para uma sequência inversamente ordenada o Quicksort demora mais. Esse é o pior caso do Quicksort, pois o pivô será comparado com todos os outros e o "left" e "right" trocarão de lugar todas as vezes. Apesar do Merge sort ter complexidade  $O(n \log n)$  todas as vezes e o Quicksort  $O(n \log n)$  no melhor e  $O(n^2)$  no pior, na maioria das vezes o segundo é preferível pois uma sequência inversamente ordenada é difícil de ocorrer e em geral se faz menos comparações com ele.



### 3) c) ArrayList:

\* **Pro:** Acesso a qualquer elemento através do índice, fazendo com que o acesso tenha tempo constante " $O(1)$ ". Então é interessante usá-lo quando estiver trabalhando com os índices (como no método get).

\* **Contra:** Por ter alocação estática ao criá-lo ele começa com um tamanho fixo, que pode crescer se preciso, mas demandaria um custo computacional por precisar criar uma cópia para um novo array maior. Porém seu ponto fraco é que, por ser sequencial, no método remove haveria casos em que seria preciso remanejar os demais elementos, tendo complexidade linear " $O(n)$ ".

#### LinkedList:

\* **Pro:** Por ter elementos organizados de forma dispersa, não tem tamanho fixo. Outra vantagem é em inserir ou remover no início da lista: só precisa mudar a referência dos ponteiros em vez de remanejar elementos. Complexidade  $O(1)$  nesses métodos.

\* **Contra:** Precisa percorrer a lista para acessar os elementos, tendo complexidade  $O(n)$  nesses casos.

Ou seja, seria mais interessante o LinkedList em casos com muitas adições e remoções (principalmente no início da lista). E, apesar disso, o ArrayList é mais usado pois acessar os elementos pelo índice o faz ganhar em tempo de execução na maioria dos casos.