

Universidade de Pernambuco - UPE  
Escola Politécnica de Pernambuco - POLI  
Disciplina: Teoria da Informação - Prof<sup>a</sup> Verusca Severo - 2020.2  
Primeiro Exercício Escolar

*-Só serão aceitas as respostas com as devidas justificativas e/ou cálculos-*

1. Considere um sistema descrito por duas variáveis aleatórias binárias,  $X$  e  $Y$ , tais que  $X = \{0, 1\}$  e  $Y = \{0, 1\}$  com distribuição de probabilidade condicional  $P(Y = 0|X = 1) = \frac{1}{4}$  e  $P(Y = 1|X = 0) = \frac{1}{2}$ . Se  $P(X = 0) = \frac{2}{5}$ , faça o que se pede:

- (a) Calcule  $H(X)$ ;
- (b) Calcule  $H(Y)$ ;
- (c) Calcule  $H(Y|X)$ ;
- (d) Calcule  $H(X, Y)$ ;
- (e) Calcule  $H(X|Y)$ ;
- (f) Calcule  $I(X; Y)$  e  $I(Y; X)$ .
- (g) Desenhe o diagrama de Venn com as quantidades obtidas.

2. Seja uma fonte discreta sem memória que apresenta um alfabeto composto por seis símbolos em que  $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}$ . Responda o que se pede:

- (a) Qual será a entropia desta fonte se a mesma apresentar uma distribuição de probabilidade equiprovável?
- (b) Qual será a entropia desta fonte se a sua distribuição de probabilidade for a seguinte:  $P(s_0) = P(s_1) = P(s_2) = 0,1$ ,  $P(s_3) = P(s_4) = 0,2$  e  $P(s_5) = 0,3$ ?
- (c) Refaça a letra (a) para o caso de uma extensão de ordem  $n = 5$  da fonte  $S$ .
- (d) Refaça a letra (b) para o caso de uma extensão de ordem  $n = 5$  da fonte  $S$ .

3. Considere a fonte de Markov de segunda ordem ( $m = 2$ ), com alfabeto binário ( $K = 2$ ) e as probabilidades condicionais dos símbolos (probabilidades de transição) dadas abaixo (Obs.: utilize nos seus cálculos quatro casas decimais):

$$P(0|00) = 0,1; \quad P(1|11) = 0; \quad P(0|01) = 0,6; \quad P(1|10) = 0,7$$

- (a) Construa o diagrama de estados para esta fonte.
- (b) Calcule a distribuição de probabilidade estacionária dos estados.
- (c) Calcule a entropia desta fonte.
- (d) Calcule a probabilidade de ocorrência do bit 1.

4. Uma fonte de informação emite símbolos de um alfabeto  $S$  de tamanho  $K = 4$ ,  $S = \{s_i, \text{ com } i = 1, \dots, K\}$ . As probabilidades de ocorrência de cada símbolo são mostradas na tabela abaixo, assim como sete códigos (Cod. A, Cod. B, Cod. C, Cod. D, Cod. E, Cod. F, Cod. G) propostos para essa fonte. Analise a utilização dos códigos propostos na tabela abaixo e responda:

- (a) Quais códigos são univocamente decodificáveis? Justifique.
- (b) Quais códigos são instantâneos? Justifique.
- (c) Determine o comprimido médio de cada um dos códigos.
- (d) Calcule a desigualdade de Kraft para cada um dos códigos. O que cada um desses valores obtidos garante para cada um dos códigos?
- (e) Qual dos códigos propostos pode ser considerado o melhor entre todos? Por quê?

$S$	$P(S = s_i)$	Cod. A	Cod. B	Cod. C	Cod. D	Cod. E	Cod. F	Cod. G
$s_1$	0,5	00	0	0	1	0	10	0
$s_2$	0,25	01	10	10	10	10	00	01
$s_3$	0,125	10	01	110	110	110	11	011
$s_4$	0,125	11	010	111	111	11	10	0110

5. Seja  $U$  uma fonte discreta com alfabeto  $U = \{u_0, u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8, u_9, u_{10}\}$  e com distribuição de probabilidade:

$$P(u_0) = 4/24$$

$$P(u_1) = 3/24$$

$$P(u_2) = 3/24$$

$$P(u_3) = 3/24$$

$$P(u_4) = 3/24$$

$$P(u_5) = 2/24$$

$$P(u_6) = 2/24$$

$$P(u_7) = 1/24$$

$$P(u_8) = 1/24$$

$$P(u_9) = 1/24$$

$$P(u_{10}) = 1/24$$

Faça o que se pede:

(a) calcule a entropia da fonte  $U$ .

(b) Caso seja possível, construa um código prefixo binário com comprimentos de palavras-código  $l_0 = 2$ ,  $l_1 = l_2 = l_3 = l_4 = 3$ ,  $l_5 = l_6 = 4$  e  $l_7 = l_8 = l_9 = l_{10} = 5$ . Apresente a árvore enraizada deste código.

(c) Caso seja possível construir um código prefixo, determine o comprimento médio do código obtido na letra (b).

*Boa Prova!!! =)*