Exemplo: Código Shannon-Fano

Passo 1: Monte uma lista com os símbolos em ordem decrescente de probabilidade. Essa lista é associada à raiz da árvore.

S_1	0,4
S_2	0,2
S_3	0,2
S_4	0,1
S_5	0,1

Passo 2: Divida a lista em duas sublistas de tal maneira que as somas das probabilidades de cada uma delas seja mínima, isto é, a soma de uma delas deve ser aproximadamente igual à soma da outra.

S_1	0,4

S_2	0,2
S_3	0,2
S_4	0,1
S_5	0,1

OPÇÃO 1

S_1	0,4
S_2	0,2

S_3	0,2
S_4	0,1
S_5	0,1

OPÇÃO 2

Passo 3: Atribua o bit "0" como 1º dígito das palavras código associadas às mensagens na 1ª sublista e atribua o bit "1" à segunda sublista.

s_1	0,4	0	} Sublista 1
s_2	0,2	1	} Sublista 2
s_3	0,2	1	
s_4	0,1	1	
s_5	0,1	1	

Passo 4: Repetir **Passo 2** e **Passo 3** até que as sublistas sejam unitárias, ou seja, cada sublista carregue uma única mensagem (símbolo).

∘ Sublista 1 não pode mais ser dividida.

s_1	0,4	0		} Sublista 1
s_2	0,2	1	0	} Sublista 2
s_3	0,2	1	1	} Sublista 3
s_4	0,1	1	1	
s_5	0,1	1	1	

∘ Só a Sublista 3 pode ser dividida.

s_1	0,4	0			
s_2	0,2	1	0		
s_3	0,2	1	1	0	
s_4	0,1	1	1	1	} Sublista 4
s_5	0,1	1	1	1	

∘ Só a Sublista 4 pode ser dividida

s_1	0,4	0				→ $v_1 = 0$
s_2	0,2	1	0			→ $v_2 = 10$
s_3	0,2	1	1	0		→ $v_3 = 110$
s_4	0,2	1	1	1	0	→ $v_4 = 1110$
s_5	0,1	1	1	1	1	→ $v_5 = 1111$

Como todas as sublistas são unitárias, o processo é concluído com o código:

$v_1 = 0$

$v_2 = 10$

$v_3 = 110$

$v_4 = 1110$

$v_5 = 1111$

* Cálculo da Eficiência (η):

$$H(S) = 0,4 \times \log_2 \frac{1}{0,4} + 2 \times \left[0,2 \times \log_2 \frac{1}{0,2} \right] + 2 \times \left[0,1 \times \log_2 \frac{1}{0,1} \right] = \underline{\underline{2,12}}$$

$$L = 1 \times 0,4 + 2 \times 0,2 + 3 \times 0,2 + 4 \times 0,1 + 4 \times 0,1 = \underline{\underline{2,2}}$$

logo:

$$\eta = \frac{H(S)}{L} = \frac{2,12}{2,2} = 0,9636 \times 100\% = \underline{\underline{96,36\%}}$$

Vamos verificar se com a <u>OPÇÃO 2</u> a eficiência do código mudará:

• Partindo do Passo 2:

S_1	0,4	0	Sublista 1
S_2	0,2		
S_3	0,2	1	Sublista 2
S_4	0,1		
S_5	0,1		

• Dividindo as Sublistas:

S_1	0,4	0	0	
S_2	0,2		1	
S_3	0,2	1	0	
S_4	0,1		1	Sublista 4
S_5	0,1			

• Dividindo Sublista 4:

S_1	0,4	0	0		→ v_1
S_2	0,2		1		→ v_2
S_3	0,2	1	0		→ v_3
S_4	0,1		1	0	→ v_4
S_5	0,1			1	→ v_5

• Como todas as sublistas são unitárias, temos:

$v_1 = 00$ $\quad$ $v_4 = 110$

$v_2 = 01$ $\quad$ $v_5 = 111$

$v_3 = 10$

• Cálculo da Eficiência:

$$L = 2 \times 0,4 + 2 \times 0,2 + 2 \times 0,2 + 3 \times 0,1 + 3 \times 0,1 = 2,2$$

$$H(S) = 2,12$$

Logo: $\eta = \dfrac{2,12}{2,2} = 96,36\%$

Portanto:

* OPÇÃO 1:

v_1	0
v_2	10
v_3	110
v_4	1110
v_5	1111

$L = 2,2$

$H(S) = 2,12$

$\eta = 96,36\%$

* OPÇÃO 2:

v_1	00
v_2	01
v_3	10
v_4	110
v_5	111

$L = 2,2$

$\eta = 96,36\%$