

Introdução à Teoria da Informação

Teoria da Informação - AULA 01 (Parte 2)
Profª. Verusca Severo

Universidade de Pernambuco
Escola Politécnica de Pernambuco

16 de junho de 2021

Exercício 1

- Considere uma variável aleatória discreta X que pode assumir dois valores distintos, $X = a$ e $X = b$. Considere que $P(X = a) = p$ e, naturalmente, $P(X = b) = 1 - p$. Calcule a entropia $H(X)$ quando:
 - 1 $p = 0$
 - 2 $p = 0,2$
 - 3 $p = 0,4$
 - 4 $p = 0,5$
 - 5 $p = 0,6$
 - 6 $p = 0,8$
 - 7 $p = 1$

Exercício 1 - SOLUÇÃO:

- Temos que:

$$H(X) = -P(X = a) \log_2 P(X = a) - P(X = b) \log_2 P(X = b)$$

Exercício 1 - SOLUÇÃO:

- Temos que:

$$H(X) = -P(X = a) \log_2 P(X = a) - P(X = b) \log_2 P(X = b)$$

- ① $p = 0$, logo $P(X = a) = 0$ e $P(X = b) = 1$

$$H(X) = -0 \log_2(0) - 1 \log_2(1) = 0$$

Exercício 1 - SOLUÇÃO:

- Temos que:

$$H(X) = -P(X = a) \log_2 P(X = a) - P(X = b) \log_2 P(X = b)$$

- ① $p = 0$, logo $P(X = a) = 0$ e $P(X = b) = 1$

$$H(X) = -0 \log_2(0) - 1 \log_2(1) = 0$$

- ② $p = 0,2$, logo $P(X = a) = 0,2$ e $P(X = b) = 0,8$

$$H(X) = -0,2 \log_2(0,2) - 0,8 \log_2(0,8) = 0,7216$$

Exercício 1 - SOLUÇÃO:

- Temos que:

$$H(X) = -P(X = a) \log_2 P(X = a) - P(X = b) \log_2 P(X = b)$$

- ① $p = 0$, logo $P(X = a) = 0$ e $P(X = b) = 1$

$$H(X) = -0 \log_2(0) - 1 \log_2(1) = 0$$

- ② $p = 0,2$, logo $P(X = a) = 0,2$ e $P(X = b) = 0,8$

$$H(X) = -0,2 \log_2(0,2) - 0,8 \log_2(0,8) = 0,7216$$

- ③ $p = 0,4$, logo $P(X = a) = 0,4$ e $P(X = b) = 0,6$

$$H(X) = -0,4 \log_2(0,4) - 0,6 \log_2(0,6) = 0,971$$

Exercício 1 - SOLUÇÃO:

④ $p = 0,5$, logo $P(X = a) = 0,5$ e $P(X = b) = 0,5$

$$H(X) = -0,5 \log_2(0,5) - 0,5 \log_2(0,5) = 1$$

Exercício 1 - SOLUÇÃO:

④ $p = 0,5$, logo $P(X = a) = 0,5$ e $P(X = b) = 0,5$

$$H(X) = -0,5 \log_2(0,5) - 0,5 \log_2(0,5) = 1$$

⑤ $p = 0,6$, logo $P(X = a) = 0,6$ e $P(X = b) = 0,4$

$$H(X) = -0,6 \log_2(0,6) - 0,4 \log_2(0,4) = 0,971$$

Exercício 1 - SOLUÇÃO:

④ $p = 0,5$, logo $P(X = a) = 0,5$ e $P(X = b) = 0,5$

$$H(X) = -0,5 \log_2(0,5) - 0,5 \log_2(0,5) = 1$$

⑤ $p = 0,6$, logo $P(X = a) = 0,6$ e $P(X = b) = 0,4$

$$H(X) = -0,6 \log_2(0,6) - 0,4 \log_2(0,4) = 0,971$$

⑥ $p = 0,8$, logo $P(X = a) = 0,8$ e $P(X = b) = 0,2$

$$H(X) = -0,8 \log_2(0,8) - 0,2 \log_2(0,2) = 0,7216$$

Exercício 1 - SOLUÇÃO:

7 $p = 1$, logo $P(X = a) = 1$ e $P(X = b) = 0$

$$H(X) = -1 \log_2(1) - 0 \log_2(0) = 0$$

Exercício 1 - SOLUÇÃO:

7 $p = 1$, logo $P(X = a) = 1$ e $P(X = b) = 0$

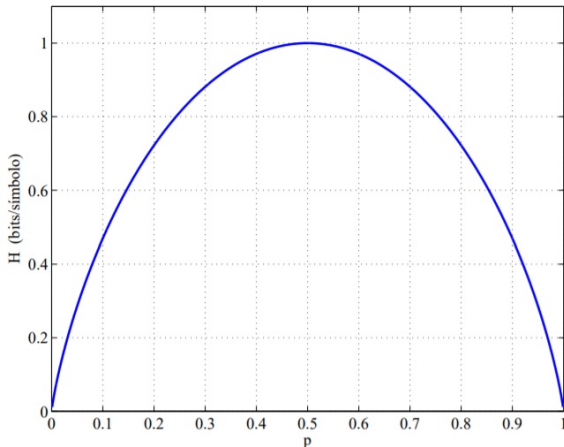
$$H(X) = -1 \log_2(1) - 0 \log_2(0) = 0$$

- Logo:

$P(X = a)$	$H(X)$
0	0
0,2	0,7216
0,4	0,971
0,5	1
0,6	0,971
0,8	0,7216
1	0

Exercício 1 - SOLUÇÃO:

- Graficamente, a entropia de X em função da probabilidade p :



- Do exercício anterior, temos que:

- 1 A entropia tende a zero nos extremos, nos quais não há incerteza

$$H(X) \rightarrow 0, \text{ quando } p \rightarrow 0 \text{ ou } p \rightarrow 1$$

- 2 A entropia é máxima no caso equiprovável (considere X com m valores)

$$H(X) = H(X)_{\max}, \text{ quando } p = \frac{1}{m}$$

- 3 O valores de entropia são SEMPRE maiores ou iguais a zero

$$H(X) \geq 0$$