



Universidad de Chile  
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas  
Departamento de Física  
FI3104-1: Métodos Numéricos para la Ciencia e Ingeniería.

## Tarea N°3

# Interpolación de Polinomios.

José Ignacio Vines.  
Profesor: Valentino González.  
Auxiliares: Mario Aguilar.  
Ignacio Armijo.  
María Constanza Flores.  
Fecha: 19 de octubre de 2016



## Índice

1. Introducción	2
2. Desarrollo	2
2.1. Procedimiento . . . . .	2
2.2. Resultados . . . . .	3
3. Resultados	3
4. Conclusiones	8

## Índice de figuras

1. Distintas interpolaciones utilizando polinomios de Lagrange. . . . .	4
2. Distintas interpolaciones utilizando Spline. . . . .	5
3. Diferencia entre la función original y las aproximaciones de Lagrange y Spline para 50 puntos en el intervalo $[-1, 1]$ . . . . .	6
4. Imagen arreglada de la galaxia. . . . .	7

## 1. Introducción

La fotometría es el área de la ciencia donde se mide la luz, es decir, la cantidad de fotones que llegan a partir de una fuente. En particular, en astronomía se cuantifican los fotones que llegan por estrella. Una de las razones por las que esto se estudia es para buscar exoplanetas: al tomar la luz que proviene de una estrella y medirla periódicamente por un tiempo, uno forma una curva de luz: si en esa curva hay decrecimientos notorios (y periódicos, en teoría), puede ser porque hay un planeta orbitando que tapa la luz proveniente de la estrella.

Hay varias técnicas de fotometría; para este trabajo, se utiliza una llamada Fotometría de Apertura. Ésta consiste en tomar la imagen de la estrella y elegir un radio de apertura, el cual define un círculo dentro del cual debiese estar todo el flujo de la estrella, para integrar el brillo proveniente de ese círculo (es decir, sumar la información de los electrones excitados en ese pixel del CCD). Con esto, se obtiene el flujo de la luz proveniente de toda la estrella. Además del radio de apertura, se elige un anillo alrededor de la estrella (caracterizado por dos radios) el cual se usa como corrección, ya que el cielo alrededor de la estrella no es completamente negro en la imagen captada.

El objetivo de este trabajo es armar desde cero las herramientas computacionales que se utilizan para hacer fotometría de apertura. Se debe armar el programa que, teniendo los datos, puedan leerlos y realizar una lectura de la cantidad de luz (cantidad de electrones excitados en la placa CCD). El programa se hace en lenguaje Python 2.7, usando el paquete `astropy.io` para el manejo de los archivos que se entregan (de extensión `.fits`), `matplotlib` para todos los gráficos e imágenes resultantes y `scipy` para las funciones matemáticas necesarias.

## 2. Desarrollo

### 2.1. Procedimiento

Para cumplir el objetivo de este trabajo, se divide en cuatro pasos:

- Creación de los master Bias y Flats: dentro de los archivos se encuentran archivos de tipo Bias (que muestran una foto en negro, de la cual se saca cómo es la imagen para ausencia de luz) y Flats (fotos de un domo de color parejo, para encontrar los defectos propios de la cámara CCD ocupada). Se necesita un promedio de ambos para corregir las imágenes obtenidas.
- Detección del centro de masa de la estrella observada: para integrar el brillo de la estrella se necesita saber dónde se ubica su centro. Se estima a través del centro de masa, que en este caso es el centro de donde llega más brillo.
- Creación del perfil radial de la estrella: da la información del flujo a cierto radio desde el centro de la estrella. De esta forma se puede determinar el radio de la estrella y lo que es cielo.
- Fotometría de apertura: teniendo lo anterior, se puede integrar para obtener el flujo de la estrella.

Cada uno de estos pasos representa una función (o dos) que deben implementarse en el programa.



## 2.2. Resultados

## 3. Resultados

La figura 1 muestra la interpolación con polinomios de Lagrange. De la figura se aprecia que ésta aproximación es más fiel a la función original a medida se aumenta la cantidad de puntos utilizados para la interpolación, sin embargo a los extremos se observa un comportamiento oscilatorio de la aproximación, conocido como el Fenómeno de Runge<sup>1</sup>.

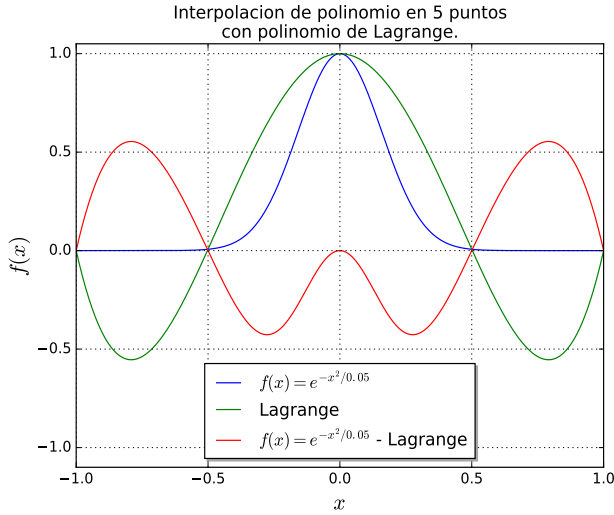
La figura 2 muestra la interpolación con Spline. A mayor cantidad de puntos la interpolación con Spline es mejor aproximación que la interpolación con Lagrange. La interpolación con Spline no presenta el Fenómeno de Runge cuando se usa una cantidad grande de puntos.

La figura 3 muestra la diferencia entre ambos métodos de interpolación y la función original. Se puede apreciar de ella que la aproximación Spline es mejor que la aproximación con Lagrange.

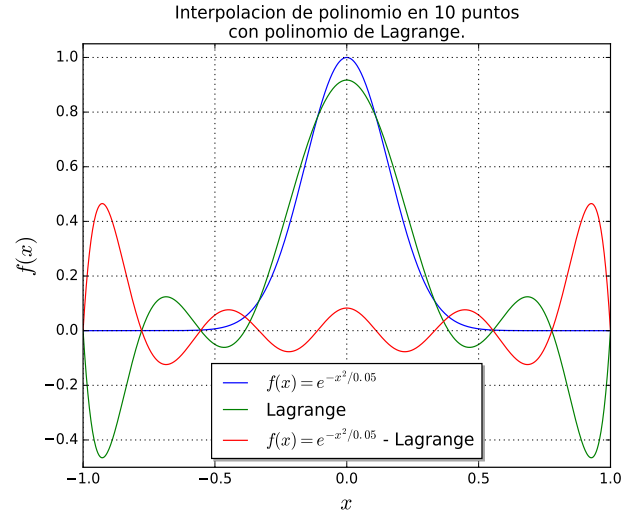
La figura 4 muestra la imagen de la galaxia reconstruida.

---

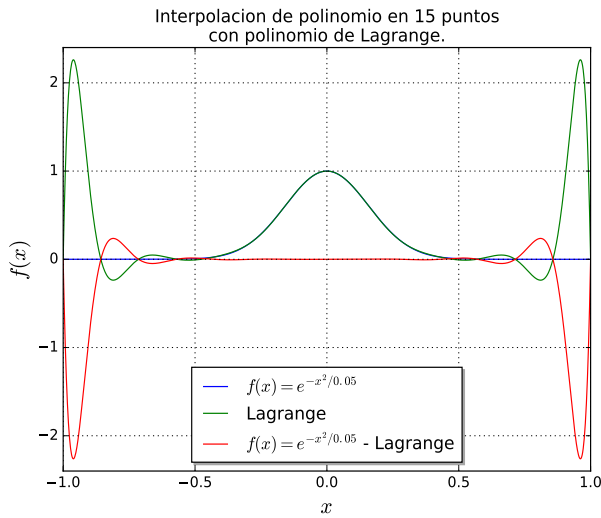
<sup>1</sup>[https://en.wikipedia.org/wiki/Runge%27s\\_phenomenon](https://en.wikipedia.org/wiki/Runge%27s_phenomenon)



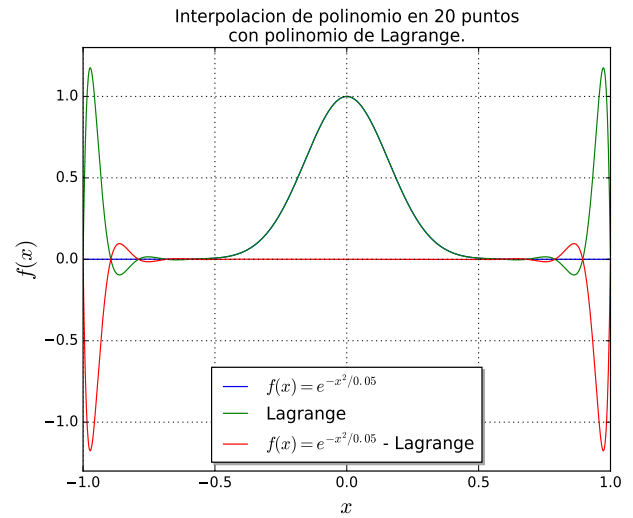
(a) Interpolación con Lagrange para un intervalo  $[-1, 1]$  equiespaciado con 5 puntos.



(b) Interpolación con Lagrange para un intervalo  $[-1, 1]$  equiespaciado con 10 puntos.

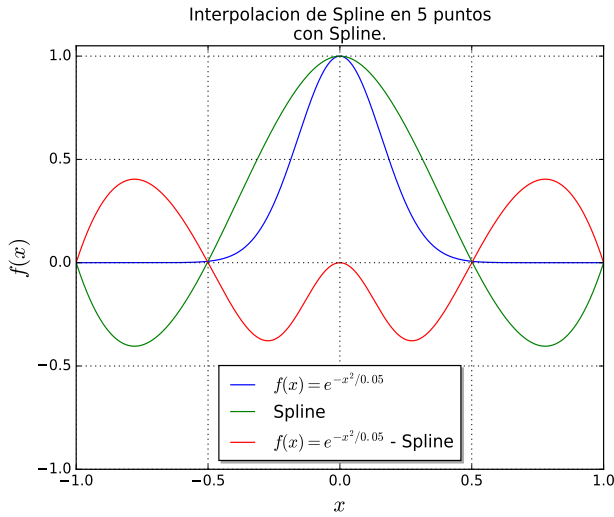


(c) Interpolación con Lagrange para un intervalo  $[-1, 1]$  equiespaciado con 15 puntos.

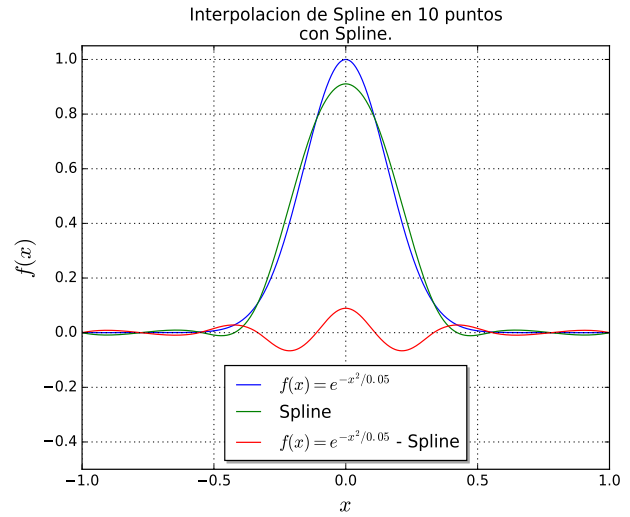


(d) Interpolación con Lagrange para un intervalo  $[-1, 1]$  equiespaciado con 20 puntos.

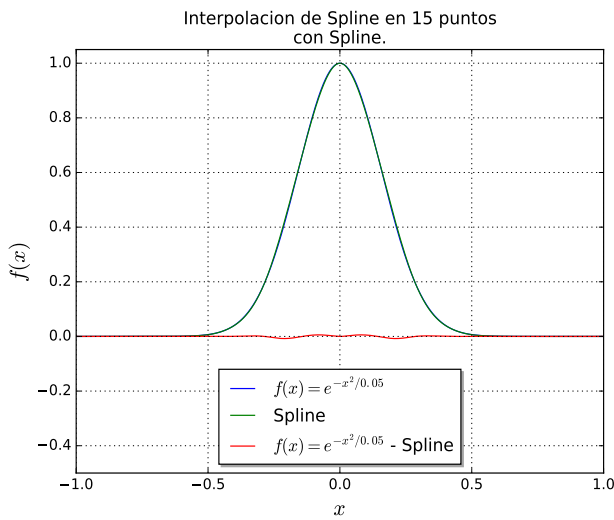
Figura 1: Distintas interpolaciones utilizando polinomios de Lagrange.



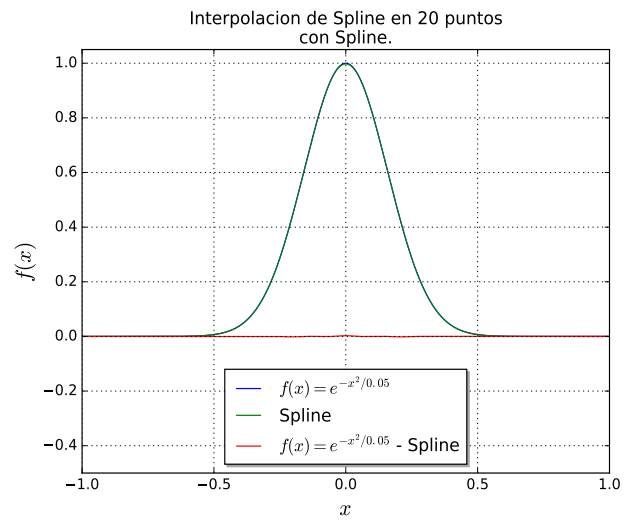
(a) Interpolación con Spline para un intervalo  $[-1, 1]$  equiespaciado con 5 puntos.



(b) Interpolación con Spline para un intervalo  $[-1, 1]$  equiespaciado con 10 puntos.



(c) Interpolación con Spline para un intervalo  $[-1, 1]$  equiespaciado con 15 puntos.



(d) Interpolación con Spline para un intervalo  $[-1, 1]$  equiespaciado con 20 puntos.

Figura 2: Distintas interpolaciones utilizando Spline.

Interpolación de polinomio en 50 puntos con metodo de Spline y Lagrange.

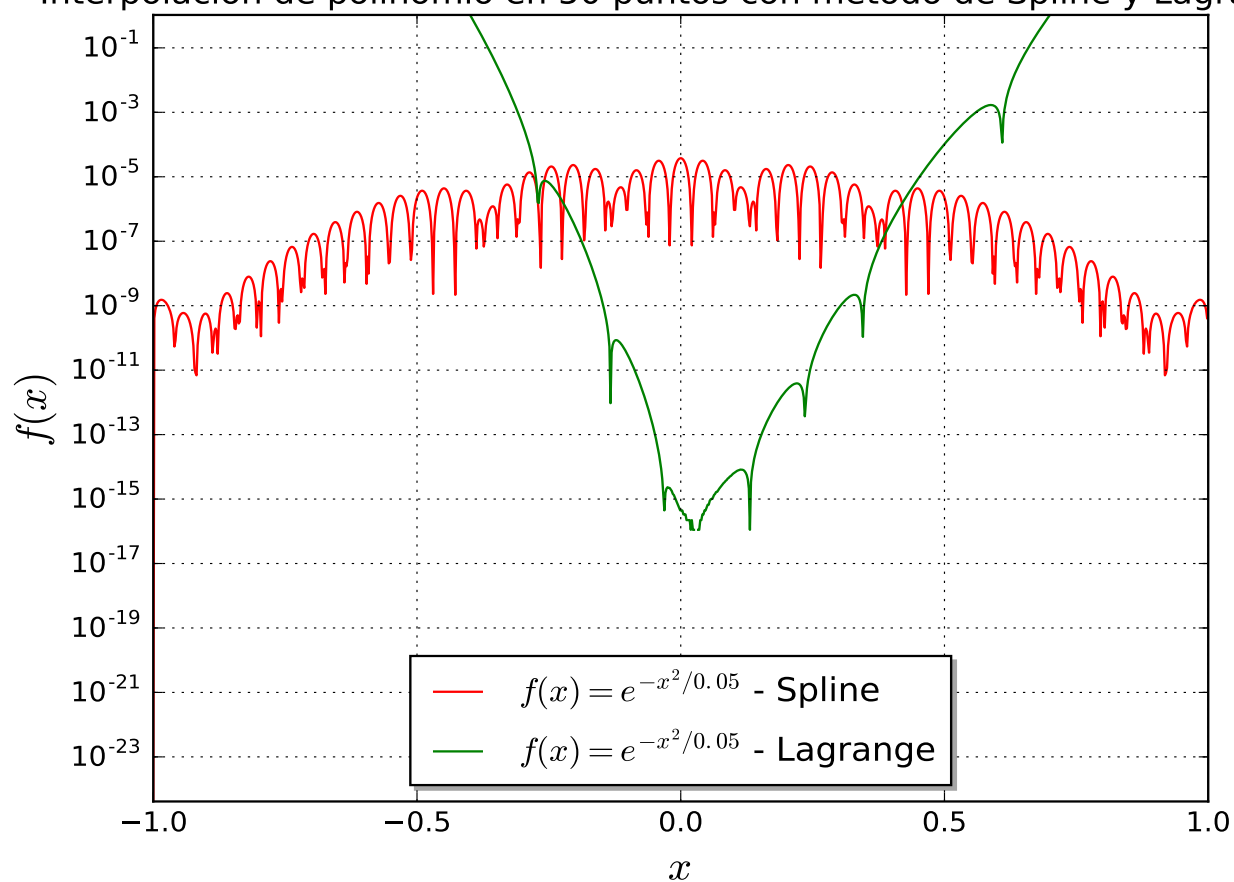


Figura 3: Diferencia entre la función original y las aproximaciones de Lagrange y Spline para 50 puntos en el intervalo  $[-1, 1]$ .

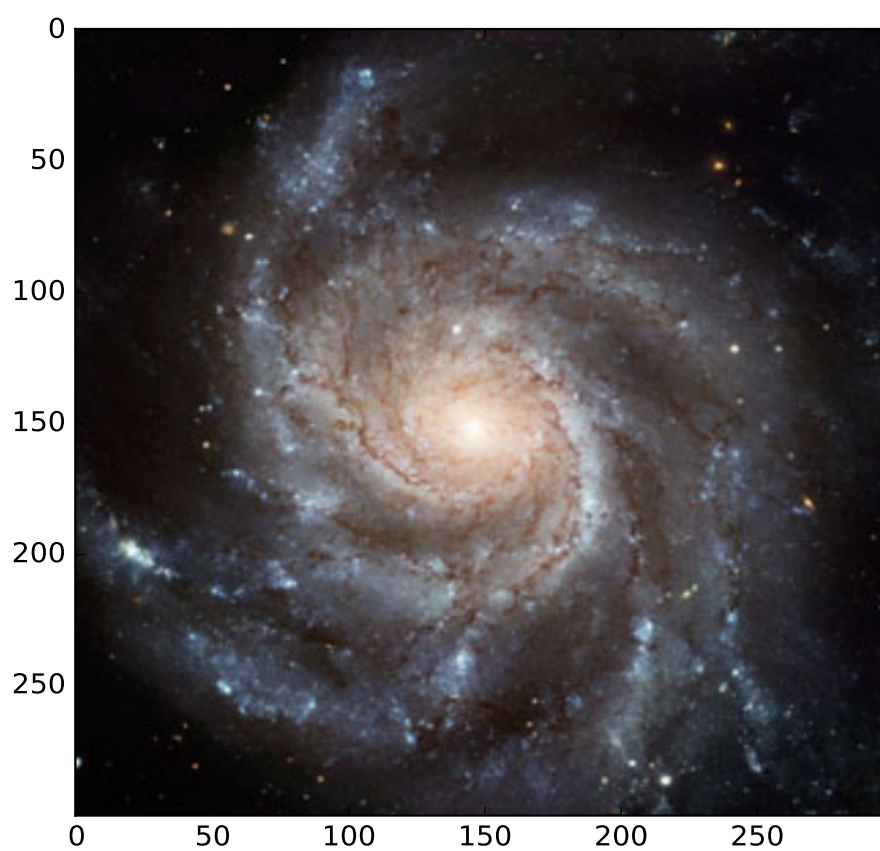


Figura 4: Imagen arreglada de la galaxia.





## 4. Conclusiones

Se concluye que una interpolación con Spline cúbico es una mejor aproximación a mayor cantidad de puntos que una interpolación con un polinomio de Lagrange, o si es de interés analizar los extremos de la función a interpolar ya que, a diferencia de ésta, Spline no presenta el Fenómeno de Runge.

Se concluye que la interpolación es una herramienta útil en el análisis de imágenes, en particular si se busca reparar una imagen dañada.