ÁLGEBRA LINEAR ALGORÍTMICA – UFRJ – 2021.1

ESTUDO DIRIGIDO 2

Lembre-se que:

1. **não serão aceitas respostas sem justificativa**;
2. o estudo dirigido deve ser submetido como um único arquivo **PDF** com o nome no formato `seu nome_seu DRE_ED02.pdf`;
3. seu nome completo e DRE devem encabeçar a primeira página do PDF;
4. o código de conduta apresentado junto com o programa do curso deve ser integralmente respeitado.

Questões sobre os temas da Semana 3

Questão 1. *Calcule os autovalores e autovetores dos operadores autoadjuntos cujas matrizes na base canônica são dadas abaixo. Suas justificativas devem explicitar os cálculos realizados para obter o polinômio característico, os autovalores e os autovetores de cada operador.*

$$A = \frac{1}{13}\begin{bmatrix} -5 & -12 \\ -12 & 5 \end{bmatrix}, \quad e \quad B = \begin{bmatrix} -\frac{17}{29} & \frac{30}{29} \\ \frac{30}{29} & \frac{46}{29} \end{bmatrix} \quad e \quad C = \begin{bmatrix} \frac{23}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{17}{5} \end{bmatrix}$$

Questão 2. *Determine a matriz na base canônica do operador autoadjunto T de $\mathbb{R}^2$ que tem -1 e 3 como autovalores e $(3, -4)$ como autovetor associado ao autovalor*

Questão 3. *Determine um triângulo retângulo que seja levado em um triângulo isósceles de perímetro $6 + 3\sqrt{2}$ pelo operador T cuja matriz na base canônica é*

$$\begin{bmatrix} \frac{6}{5} & -\frac{12}{5} \\ -\frac{12}{5} & -\frac{1}{5} \end{bmatrix}.$$

Questão 4. *Determine quais das afirmações abaixo são verdadeiras e quais são falsas. Você deve dar um contra-exemplo para as afirmações falsas e provar as verdadeiras.*

(a) se a matriz de um operador do plano tem determinante igual a um, então este operador é uma rotação;

(b) quaisquer dois números reais podem ser autovalores de um operador autoadjunto;

(c) se um operador autoadjunto do plano tem um autovalor zero, então é uma projeção.

Questões sobre os temas da Semana 4

Questão 5. *Resolva cada um dos sistemas abaixo usando eliminação gaussian. Você deve indicar claramente a matriz aumentada do sistema, as etapas do cálculo de sua forma escada e a solução do sistema triangular por substituição.*

$$(a)\quad \begin{cases} -3x_1 - 12x_2 + 4x_3 - 6x_4 & = -46 \\ 2x_1 + 6x_2 - 3x_3 + 2x_4 & = 24 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 & = 9 \\ x_1 + 4x_3 + x_4 & = 3 \end{cases}$$

$$(b)\quad \begin{cases} 16x_1 + 146x_2 - 36x_3 + 12x_4 & = 9 \\ x_1 + 9x_2 - x_3 + x_4 & = 1 \\ 3x_1 + 27x_2 - 5x_3 + 3x_4 & = 2 \\ 7x_1 + 64x_2 - 16x_3 + 5x_4 & = 4 \end{cases}$$

$$(c)\quad \begin{cases} 7x_1 - x_3 - 2x_4 & = 0 \\ 35x_1 - 9x_3 - 4x_4 & = -7 \\ 91x_1 + 6x_2 - 18x_3 - 21x_4 & = -4 \\ 42x_1 + 6x_2 - 7x_3 - 13x_4 & = 4 \end{cases}$$

Questão 6. *Determine os valores de k para os quais os sistemas abaixo são determinados, indeterminados ou impossíveis.*

$$(a)\quad \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 & = 0 \\ x_1 - x_2 + kx_3 & = 2 \\ kx_1 + 2x_2 + x_3 & = 0 \end{cases} \qquad (b)\quad \begin{cases} x_1 + x_2 + kx_3 & = 2 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 & = k \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 & = 1. \end{cases}$$

Questão 7. *A caixa de um cereal para o café da manhã apresenta o número de calorias e as quatidades de proteínas, carboidratos e gordura contidos em uma porção do cereal. As quatidades para dois cereais conhecidos são dadas a seguir: uma porção do cereal 1 contém 50 calorias, 20g de carboidratos e 2g de gordura e uma porção do cereal 2 contém 100 calorias, 15g de carboidratos e 1g de gordura.*

(a) *É possível preparar uma mistura desses dois cereais que contenha exatamente 350 calorias, 65g de carboidratos e 5g de gordura?*
(b) *É possível preparar uma mistura desses dois cereais que contenha exatamente 350 calorias, 65g de carboidratos e 8g de gordura?*