ÁLGEBRA LINEAR ALGORÍTMICA – UFRJ – 2020.2

ESTUDO DIRIGIDO 3: SEMANAS 5 E 6

Não serão aceitas respostas sem justificativa.

Ainda neste estudo dirigido você deve incluir o passo a passo da eliminação gaussiana como parte de sua resposta, mas nada impede que você use as funções `rowop` e `rowswap` do Maxima para não cometer erros de cálculo.

Questões sobre os temas da Semana 5

Questão 1. *Escreva o vetor v como combinação linear dos vetores do conjunto G, para cada um dos exemplos abaixo.*

(a) $v = (88, 76, 44, 64)$ *e* $G = \{(4, 4, 2, 4), (12, 8, 2, 8), (12, 12, 9, 9)\}$;

(b) $v = (-16, 28, -12, 0)$ *e* $G = \{(-4, 4, -4, -3), (-8, 5, -9, -9), (12, -12, 12, 9)\}$.

Questão 2. *Para que valores de c o vetor $(4, 3, 1) \in \mathbb{R}^3$ é combinação linear dos vetores $(3, 1, c)$ e $(-1, 2, 1)$*

Questão 3. *Determine um conjunto finito de geradores para cada um dos seguintes subespaços do $\mathbb{R}^4$:*

(a) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 8x_1 + 36x_2 - 22x_3 - 8x_4 = -2x_1 - 10x_2 + 7x_3 + 4x_4 = -29x_1 - 136x_2 + 88x_3 + 40x_4 = 0\}$;

(b) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid -6x_1 + 4x_2 - 4x_3 + 6x_4 = 6x_1 - 4x_2 + 4x_3 - 6x_4 = 12x_1 - 8x_2 + 8x_3 - 12x_4 = 3x_1 - 2x_2 + 2\ x_3 - 3x_4 = 0\}$.

Questão 4. *Simplifique os conjuntos de geradores de cada um dos seguintes subespaços do $\mathbb{R}^4$:*

Date: 10 de agosto de 2021.

(a) $\langle(-34,-22,76,0),(8,5,-18,0),(24,15,-58,0),(2,2,-4,0)\rangle$*;*
(b) $\langle(2,0,-6,-23),(-2,0,7,9),(0,0,0,-5),(1,0,-3,-4),(-3,0,10,38)\rangle$.

Questões sobre os temas da Semana 6

Questão 5. *Use eliminação gaussiana para determinar quais dos subconjuntos abaixo são linearmente dependentes e quais são linearmente independentes.*

(a) $\{(2,-3,3,-2),(0,0,-2,0),(0,0,7,3)\}$ *em* $\mathbb{R}^4$.
(b) $\{(1,1,-1,2),(-4,-1,2,-10),(-8,-2,4,-20)\}$ *em* $\mathbb{R}^4$*;*

Questão 6. *Determine uma base e a dimensão de cada um dos dos subespaços da questão 3.*

Questão 7. *Determine uma base e a dimensão de cada um dos dos subespaços da questão 4.*

Questão 8. *Complete, quando possível, os conjuntos do exercício 5 para uma base do* $\mathbb{R}^4$*. Lembre-se que* completar *um conjunto linearmente independente* $C \subset \mathbb{R}^n$ *para uma base do* $\mathbb{R}^n$ *significa: acrescentar vetores a* C *de modo que o conjunto resultante seja uma base do* $\mathbb{R}^n$*.*

Questão 9. *Sejam* v_0 *e* w_0 *vetores não nulos do* $\mathbb{R}^n$ *e considere o conjunto:*

$$C = \{(1-a)v_0 + aw_0 \mid a \in \mathbb{R}\}.$$

(a) Mostre que C *não é um subespaço do* $\mathbb{R}^n$*.*
(b) Prove que existe um vetor u_0 *tal que o conjunto* $S = \{u_0 + u \mid u \in C\}$ *é um subespaço do* $\mathbb{R}^n$*.*
(c) Determine a dimensão de S*.*

Você deve provar que estes resultados são corretos qualquer que seja o inteiro $n \geq 2$ *e quaisquer que sejam os vetores não nulos* v_0 *e* w_0 *escolhidos no* $\mathbb{R}^n$*.*
Dica: faça um desenho no $\mathbb{R}^2$ *para entender como é* C*.*