

# Álgebra Linear Algorítmica - MAB115 (2021-1)

## Severino Collier Coutinho e João Vitor de Oliveira Silva

### ESTUDO DIRIGIDO 2

Leia as instruções abaixo antes de começar o estudo dirigido:

1. não serão aceitas respostas sem justificativa;
2. o estudo dirigido deve ser submetido como um único arquivo **PDF** com o nome no formato `seu_nome_seu_DRE_ED02.pdf`;
3. seu nome completo e DRE devem encabeçar a primeira página do PDF;
4. o código de conduta apresentado junto com o programa do curso deve ser integralmente respeitado.

### Questões sobre os temas da Semana 3

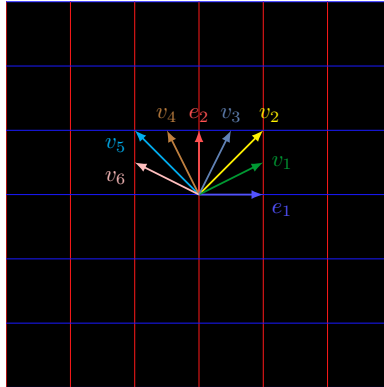
1. Calcule os autovalores e autovetores dos operadores autoadjuntos cujas matrizes na base canônica são dadas abaixo. Suas justificativas devem explicitar os cálculos realizados para obter o polinômio característico, os autovalores e os autovetores de cada operador.

$$A = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} -5 & -12 \\ -12 & 5 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \frac{1}{29} \begin{bmatrix} -17 & 30 \\ 30 & 46 \end{bmatrix}$$

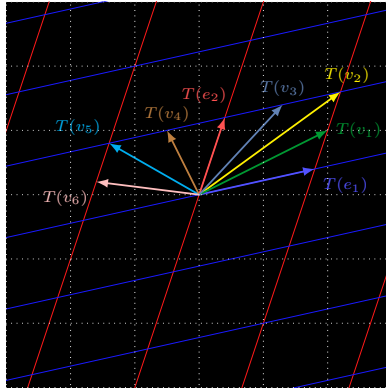
2. Determine a matriz na base canônica do operador autoadjunto  $T$  de  $\mathbb{R}^2$  que tem  $-1$  e  $3$  como autovalores e  $(3, -4)$  como autovetor associado ao autovalor  $-1$ .
3. Determine um triângulo retângulo que seja levado em um triângulo isósceles de perímetro  $6 + 3\sqrt{2}$  pelo operador  $T$  cuja matriz na base canônica é

$$\frac{1}{5} \begin{bmatrix} 6 & -12 \\ -12 & -1 \end{bmatrix}.$$

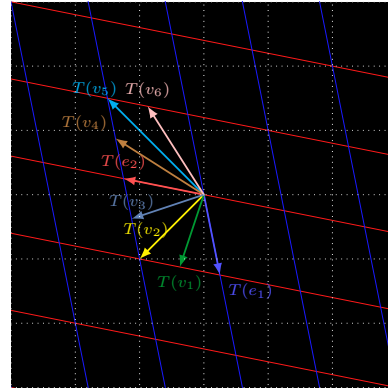
4. Considere os vetores a seguir:



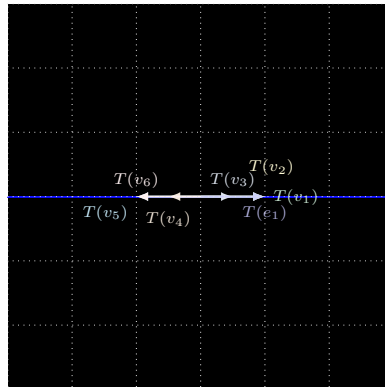
Foram aplicados diferentes operadores autoadjuntos sobre os vetores acima. Identifique, usando argumentos geométricos, quais são os autovalores e autovetores do operador aplicado nas situações a seguir:



(a)



(b)



(c)

5. Determine quais das afirmações abaixo são verdadeiras e quais são falsas. Você deve dar um contra-exemplo para as afirmações falsas e provar as verdadeiras.
- (a) se a matriz de um operador do plano tem determinante igual a um, então este operador é uma rotação;
  - (b) quaisquer dois números reais podem ser autovalores de um operador autoadjunto;
  - (c) se um operador autoadjunto do plano tem um autovalor zero, então é uma projeção.

#### Questões sobre os temas da Semana 4

6. Resolva cada um dos sistemas abaixo usando eliminação gaussiana. Você deve indicar claramente a matriz aumentada do sistema, as etapas do cálculo de sua forma escada e a solução do sistema triangular por substituição.

$$(a) \quad \begin{cases} -3x_1 - 12x_2 + 4x_3 - 6x_4 = -46 \\ 2x_1 + 6x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 24 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 9 \\ x_1 + 4x_3 + x_4 = 3 \end{cases}$$

$$(b) \quad \begin{cases} 16x_1 + 146x_2 - 36x_3 + 12x_4 = 9 \\ x_1 + 9x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ 3x_1 + 27x_2 - 5x_3 + 3x_4 = 2 \\ 7x_1 + 64x_2 - 16x_3 + 5x_4 = 4 \end{cases}$$

7. Determine os valores de  $k$  para os quais os sistemas abaixo são determinados, indeterminados ou impossíveis.

$$(a) \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + kx_3 = 2 \\ kx_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + kx_3 = 2 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = k \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

8. A caixa de um cereal para o café da manhã apresenta o número de calorias e as quantidades de proteínas, carboidratos e gordura contidos em uma porção do cereal. As quantidades para três cereais conhecidos são dadas a seguir: uma porção do cereal 1 contém 50 calorias, 20g de carboidratos e 2g de gordura; uma porção do cereal 2 contém 100 calorias, 15g de carboidratos e 1g de gordura e uma porção do cereal 3 contém 150 calorias, 35g de carboidratos e 3g de gordura.

- a) Modele este problema como um sistema linear.
- b) É possível preparar uma mistura desses três cereais que contenha exatamente 350 calorias, 65g de carboidratos e 5g de gordura? Justifique sua resposta.
- c) É possível preparar uma mistura desses três cereais que contenha exatamente 350 calorias, 65g de carboidratos e 8g de gordura? Justifique sua resposta.