Análise de Complexidade de Tempo do Método Merge Sort

Eduardo Costa de Paiva eduardocspv@gmail.com Frederico Franco Calhau fredericoffc@gmail.com Gabriel Augusto Marson gabrielmarson@live.com

Faculdade de Computação Universidade Federal de Uberlândia

16 de dezembro de 2015

Lista de Figuras

2.1	Complexidade de custo do método Merge Sort (Vetor Aleatório)	11
2.2	Complexidade de tempo do método Merge Sort (Vetor Aleatório)	12
2.3	Complexidade de tempo do método Merge Sort com mínimos quadrados (Ve-	
	tor Aleatório)	12
2.4	Complexidade de custo do método Merge Sort (Vetor Ordenado Crescente) .	13
2.5	Complexidade de tempo do método Merge Sort (Vetor Ordenado Crescente)	13
2.6	Complexidade de tempo do método Merge Sort com mínimos quadrados (Ve-	
	tor Ordenado Crescente)	14
2.7	Complexidade de custo do método Merge Sort (Vetor Ordenado Decrescente)	14
2.8	Complexidade de tempo do método Merge Sort (Vetor Ordenado Decrescente)	15
2.9	Complexidade de tempo do método Merge Sort com mínimos quadrados (Ve-	
	tor Ordenado Decrescente)	15
2.10	Complexidade de custo do método Merge Sort (Vetor Parcialmente Ordenado	
	Crescente)	16
2.11		
	Crescente)	16
2.12	Complexidade de tempo do método Merge Sort com mínimos quadrados (Ve-	
	tor Parcialmente Ordenado Crescente)	17
2.13	Complexidade de custo do método Merge Sort (Vetor Parcialmente Ordenado	
	Decrescente)	17
2.14	Complexidade de tempo do método Merge Sort (Vetor Parcialmente Ordenado	
	Decrescente)	18
2.15	Complexidade de tempo do método Merge Sort com mínimos quadrados (Ve-	
	tor Parcialmente Ordenado Decrescente)	18

Lista de Tabelas

3.1	Vetor Aleatorio	19
3.2	Vetor Ordenado Crescente	20
3.3	Vetor Ordenado Decrescente	20
3.4	Vetor Parcialmente Ordenado Crescente	21
3.5	Vetor Parcialmente Ordenado Decrescente	21

Lista de Listagens

1.1	MergeSort.py	7
1.2	testeGeneric.py	8
1.3	monitor.py	Ć
A.1	testdriver.py	24

Sumário

Li	Lista de Figuras	
Li	sta de Tabelas	3
1	Introdução 1.1 Diretório	6 6 7
2	Gráficos	11
3	Tabelas	19
4	Análise	22
5	Citações e referências bibliográficas	23
\mathbf{A}	pêndice	24
\mathbf{A}	Códigos extensos A.1 testdriver.py	24 24

Introdução

Este documento foi feito com o intuito de exibir uma análise do algoritmo Merge Sort com relação a tempo. Além disso, será feita uma comparação da curva de tempo do que se espera do algoritmo, ou seja, $O(n^2)$ com o caso prático.

1.1 Diretório

Dada a seguinte organização das pastas, utilizamos o arquivo testdriver.py, executando, uma função conveniente por vez. Para mais informações vá até ao apêndice.

OBS.: É necessário instalar o programa tree pelo terminal. Isso pode ser feito da seguinte maneira.

```
> sudo apt-get install tree
```

A seguir é mostrada a organização das pastas sendo que os diretórios significativas para o projeto são Codigos e Relatorio além do raíz:

```
tree --charset=ASCII -d
|-- Codigos
  |-- Bubble
       `-- __pycache__
   |-- Bucket
       `-- __pycache__
   |-- Counting
       `-- __pycache__
   |-- Heap
       `-- __pycache__
  |-- Insertion
  | `-- ___pycache___
   |-- Merge
      `-- <u>__</u>pycache__
   |-- Quick
   | `-- __pycache__
    `-- Selection
    `-- __pycache__
|-- Other
```

```
|-- Plot
|-- __pycache__
`-- relatorio
    |-- imagens
        |-- Bubble
        |-- Bucket
       |-- Counting
       |-- Heap
        |-- Insertion
        |-- Merge
        |-- Quick
        |-- Radix
        `-- Selection
    |-- Relatorio_Bubble
    |-- Relatorio_Bucket
    |-- Relatorio_Counting
    |-- Relatorio Heap
    |-- Relatorio_Insertion
    |-- Relatorio_Merge
    |-- Relatorio_Selection
    `-- Resultados
        |-- Bubble
        |-- Bucket
        |-- Counting
        |-- Heap
        |-- Insertion
        |-- Merge
        |-- Quick
        `-- Selection
47 directories
```

1.2 Códigos de programas

Seguem os códigos utilizados na análise de tempo do algoritmo Merge Sort.

1. MergeSort.py: Disponível na Listagem 1.1.

Listagem 1.1: MergeSort.py

```
1 import math
3 @profile
4 def intercala(A,p,q,r):
    B = [0] *len(A)
    for i in range(p, (q+1)):
6
     B[i] = A[i]
   for j in range(q+1, (r+1)):
     B[r+q+1-j] = A[j]
9
10
    i = p
11
12
13
   for k in range (p, (r+1)):
14
    if(B[i] <= B[j]):
```

```
A[k] = B[i]
         i = i+1
17
18
       else:
         A[k] = B[j]
19
         j = j-1
21
22 @profile
23 def merge(A):
    mergeSort (A, 0, len(A) - 1)
    return A
25
26
27
28 @profile
29 def mergeSort (A, esquerda, direita):
    if (esquerda<direita):</pre>
      meio = math.floor((esquerda+direita)/2)
      mergeSort (A, esquerda, meio)
32
      mergeSort(A, meio+1, direita)
33
34
       intercala (A, esquerda, meio, direita)
36
_{37} \#A = [3,20,52,2,54,23,17,18,1,4]
38
40 #Para criar uma lista preenchida com 0's e que possua tamanho de A
      basta
41 #print (mergeSort (A))
```

2. testeGeneric.py Disponível na Listagem 1.2

Listagem 1.2: testeGeneric.py

```
1 ##adicionei - Serve para importar arquivos em outro diretório
2 ### A CADA NOVO MÉTODO MUDAR O IMPORT, A CHAMADA DA FUNÇÃO E O SYS.
     PATH
4 import sys
5 sys.path.append('/home/gmarson/Git/AnaliseDeAlgoritmos/Trabalho_Final
     /Codigos/Merge')
6 sys.path.append('/home/gmarson/Git/AnaliseDeAlgoritmos/Trabalho_Final
     ')
8 from monitor import *
9 from memoria import *
11 from MergeSort import *
12 import argparse
14 parser = argparse.ArgumentParser()
15 parser.add_argument("n", type=int, help="número de elementos no vetor
      de teste")
16 args = parser.parse_args()
18 v = criavet(args.n)
19 merge(v)
21
23 ## A EXECUÇÃO DESSE ARQUIVO EH ASSIM
```

```
24 ## NA LINHA DE COMANDO VC MANDA O NOME DO ARQUIVO E O TAMANHO DO
ELEMNTO DO vetor
25 ##EXEMPLO testeBubble.py 10
26 ##ele gera um vetor aleatório (criavet) e manda pro bubble_sort
```

3. monitor.py Disponível na Listagem 1.3

Listagem 1.3: monitor.py

```
1 # Para instalar o Python 3 no Ubuntu 14 ou 15
2 #
3 # sudo apt-get install python3 python3-numpy python3-matplotlib
      ipython3 python3-psutil
5
6 from math import *
7 import gc
8 import random
9 import numpy as np
10
11
12 from tempo import *
13
14 # Vetores de teste
15 def troca(m, v, n): ## seleciona o nível de embaralhamento do vetor
      m = trunc(m)
16
      mi = (n-m)//2
17
      mf = (n+m)//2
18
19
      for num in range(mi, mf):
           i = np.random.randint(mi, mf)
20
           j = np.random.randint(mi, mf)
21
           #print("i= ", i, " j= ", j)
22
23
           t = v[i]
           v[i] = v[j]
24
           v[j] = t
25
      return v
26
27
28
29 def criavet(n, grau=-0.5, inf=-1000, sup=1000):
      passo = (sup - inf)/n
30
      if grau < 0.0:
31
           v = np.arange(sup, inf, -passo)
32
           if grau <= -1.0:
33
34
               return v
           else:
35
               return troca(-grau*n, v, n)
36
      elif grau > 0.0:
37
           v = np.arange(inf, sup, passo)
38
           if grau >= 1.0:
39
               return v
40
           else:
41
42
               return troca(grau*n, v, n)
      else:
43
           return np.random.randint(inf, sup, size=n)
44
           #return [random.random() for i in range(n)] # for bucket sort
^{45}
46
47
48
49 #print(criavet(20))
```

```
grau
51 #Tipo
52 #aleatorio
                                                 0
                                                 1
53 #ordenado crescente
54 #ordenado decresente
                                                 -1
55 #parcialmente ordenado crescente
                                                 0.5
56 #parcialmente ordenado descrescente
                                                 -0.5
59 def executa(fn, v):
    gc.disable()
      with Tempo(True) as tempo:
          fn(v)
      gc.enable()
63
```

4. testdriver.py Referenciado no apêndice A.

Gráficos

Seguem os Gráficos utilizadas no processo de análise do método Merge Sort:

1. Para um vetor aleatório

(a) Complexidade de custo do método Merge Sort disponível na lista de imagens 2.1.

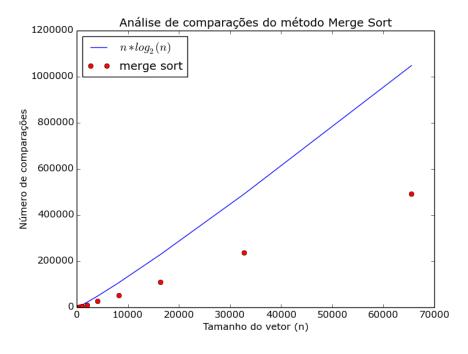


Figura 2.1: Complexidade de custo do método Merge Sort (Vetor Aleatório)

- (b) Complexidade de tempo do método Merge Sort disponível na lista de imagens 2.2.
- (c) Complexidade de tempo do método Merge Sort com mínimos quadrados disponível na lista de imagens 2.3.

2. Para um vetor ordenado crescente

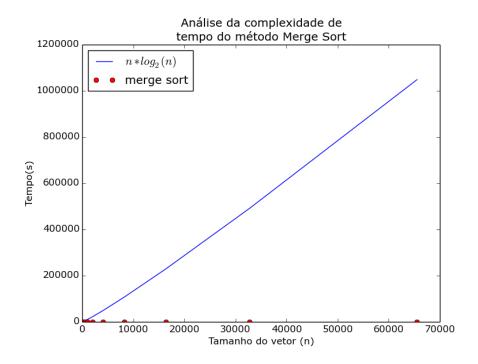


Figura 2.2: Complexidade de tempo do método Merge Sort (Vetor Aleatório)

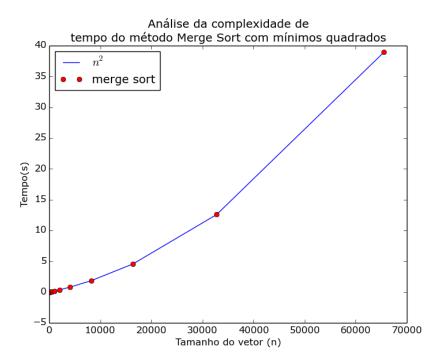


Figura 2.3: Complexidade de tempo do método Merge Sort com mínimos quadrados (Vetor Aleatório)

- (a) Complexidade de custo do método Merge Sort disponível na lista de imagens 2.4.
- (b) Complexidade de tempo do método Merge Sort disponível na lista de imagens 2.5.
- (c) Complexidade de tempo do método Merge Sort com mínimos quadrados disponível na lista de imagens 2.6.

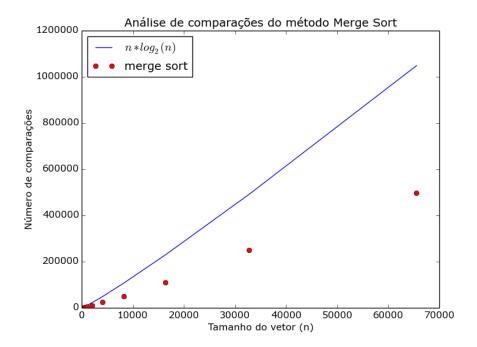


Figura 2.4: Complexidade de custo do método Merge Sort (Vetor Ordenado Crescente)

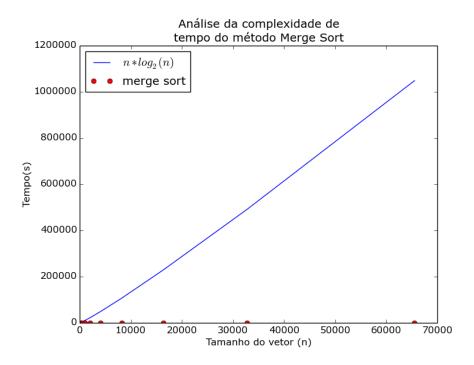


Figura 2.5: Complexidade de tempo do método Merge Sort (Vetor Ordenado Crescente)

3. Para um vetor ordenado decrescente

- (a) Complexidade de custo do método Merge Sort disponível na lista de imagens 2.7.
- (b) Complexidade de tempo do método Merge Sort disponível na lista de imagens 2.8.
- (c) Complexidade de tempo do método Merge Sort com mínimos quadrados disponível na lista de imagens 2.9.

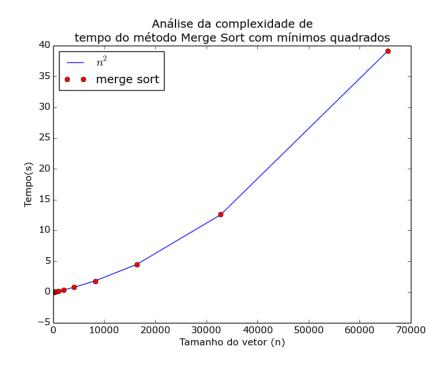


Figura 2.6: Complexidade de tempo do método Merge Sort com mínimos quadrados (Vetor Ordenado Crescente)

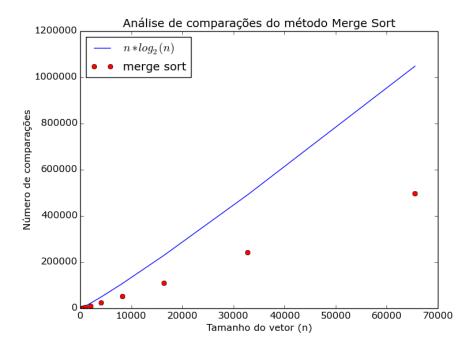


Figura 2.7: Complexidade de custo do método Merge Sort (Vetor Ordenado Decrescente)

4. Para um vetor parcialmente ordenado crescente

- (a) Complexidade de custo do método Merge Sort disponível na lista de imagens 2.10.
- (b) Complexidade de tempo do método Merge Sort disponível na lista de imagens 2.11.
- (c) Complexidade de tempo do método Merge Sort com mínimos quadrados dispo-

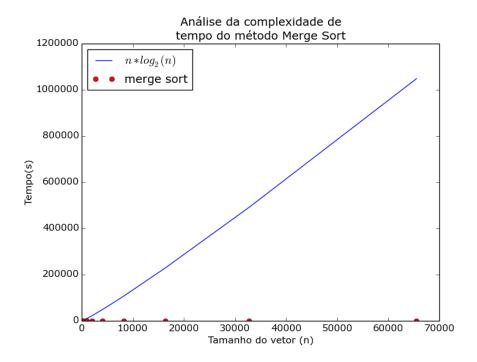


Figura 2.8: Complexidade de tempo do método Merge Sort (Vetor Ordenado Decrescente)

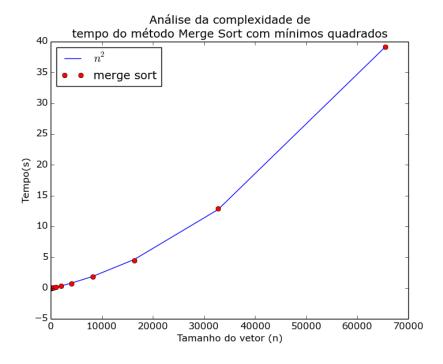


Figura 2.9: Complexidade de tempo do método Merge Sort com mínimos quadrados (Vetor Ordenado Decrescente)

nível na lista de imagens 2.12.

- 5. Para um vetor parcialmente ordenado decrescente
 - (a) Complexidade de custo do método Merge Sort disponível na lista de imagens 2.13.
 - (b) Complexidade de tempo do método Merge Sort disponível na lista de imagens

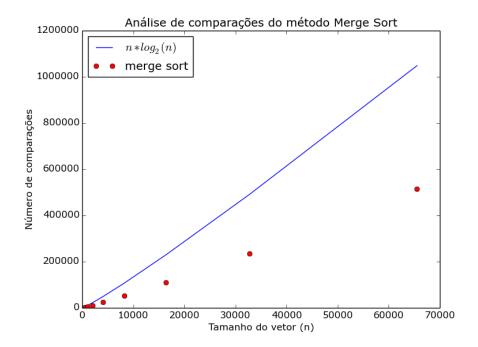


Figura 2.10: Complexidade de custo do método Merge Sort (Vetor Parcialmente Ordenado Crescente)

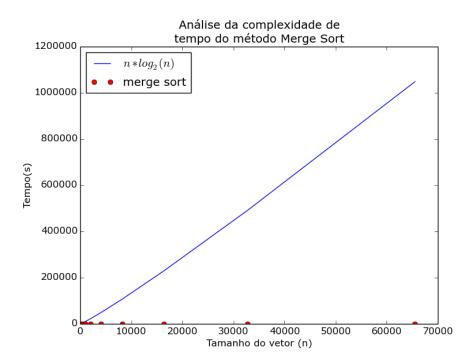


Figura 2.11: Complexidade de tempo do método Merge Sort (Vetor Parcialmente Ordenado Crescente)

2.14.

(c) Complexidade de tempo do método Merge Sort com mínimos quadrados disponível na lista de imagens 2.15.

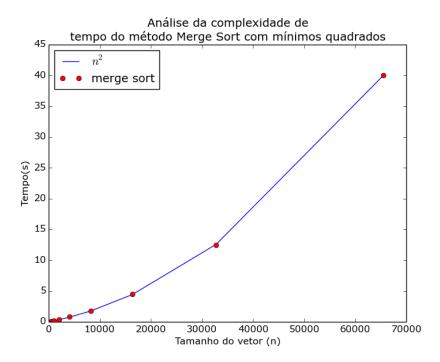


Figura 2.12: Complexidade de tempo do método Merge Sort com mínimos quadrados (Vetor Parcialmente Ordenado Crescente)

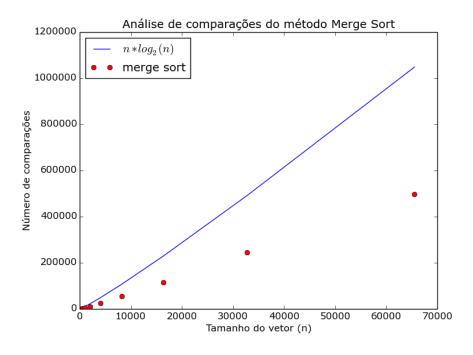


Figura 2.13: Complexidade de custo do método Merge Sort (Vetor Parcialmente Ordenado Decrescente)

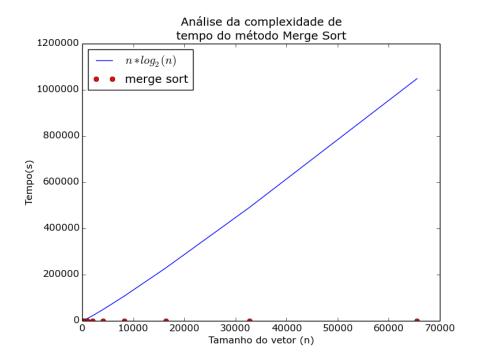


Figura 2.14: Complexidade de tempo do método Merge Sort (Vetor Parcialmente Ordenado Decrescente)

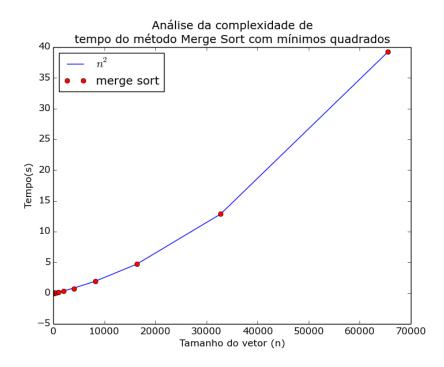


Figura 2.15: Complexidade de tempo do método Merge Sort com mínimos quadrados (Vetor Parcialmente Ordenado Decrescente)

Tabelas

Seguem as tabelas utilizadas para a análise do método Merge Sort.

Tabela 3.1: Vetor Aleatorio

Tamanho do Vetor	Comparações	$\overline{\text{Tempo}(s)}$
32	95	0.002739
64	219	0.006053
128	475	0.013715
256	1203	0.033465
512	2334	0.067288
1024	5539	0.162378
2048	11118	0.331024
4096	26759	0.837335
8192	51853	1.817348
16384	110392	4.521457
32768	237663	12.608580
65536	491980	39.949010

Tabela 3.2: Vetor Ordenado Crescente

Tamanho do Vetor	Comparações	Tempo(s)
32	94	0.002563
64	239	0.006553
128	476	0.013587
256	1039	0.030059
512	2293	0.066084
1024	5084	0.147069
2048	11228	0.331113
4096	24201	0.766142
8192	51017	1.773804
16384	108998	4.481584
32768	251194	12.579250
65536	497903	39.168110

Tabela 3.3: Vetor Ordenado Decrescente

Tamanho do Vetor	Comparações	$\overline{\text{Tempo}(s)}$
32	95	0.002664
64	231	0.006120
128	500	0.013601
256	1112	0.031692
512	2386	0.069012
1024	5132	0.149191
2048	10950	0.327610
4096	23895	0.753161
8192	52772	1.847495
16384	109071	4.501062
32768	242107	12.890980
65536	497543	39.163110

Tabela 3.4: Vetor Parcialmente Ordenado Crescente

Tamanho do Vetor	Comparações	Tempo(s)
32	92	0.002681
64	188	0.006145
128	485	0.013650
256	1086	0.031333
512	2314	0.067024
1024	5056	0.150097
2048	11063	0.329353
4096	24663	0.797015
8192	52275	1.806541
16384	110549	4.538953
32768	234740	12.476440
65536	514762	40.043390

Tabela 3.5: Vetor Parcialmente Ordenado Decrescente

Tamanho do Vetor	Comparações	$\overline{\text{Tempo(s)}}$
32	87	0.002646
64	221	0.006141
128	597	0.016766
256	1058	0.030065
512	2316	0.066540
1024	5330	0.157471
2048	10864	0.329800
4096	23856	0.752486
8192	54738	1.895006
16384	114088	4.755551
32768	245564	12.874460
65536	496850	39.231150

Análise

Podemos observar que todas as curvas de todos os gráficos, exceto os de complexidade de tempo sem a interpolação dos mínimos quadrados (Gráficos 2.2,2.5,2.8,2.11,2.14), apresentaram uma correspondência forte com a curva da função $F(x)=x^2$, o que nos permite concluir que, dada a complexidade de tempo do algoritmo Merge Sort por G(x) então F(x)=c*G(x) sendo que c é uma constante maior que zero e $x>x_0$. Portanto, o Merge Sort é $O(n^2)$.

Citações e referências bibliográficas

Apêndice A

Códigos extensos

A.1 testdriver.py

Listagem A.1: testdriver.py

```
1 # coding = utf-8
2 import subprocess
3 import numpy as np
4 import matplotlib.pyplot as plt
5 import sys , shutil
8 ##PRA CADA NOVO METODO TEM QUE MUDAR
9 #Sys.path()
11 ## PARA CADA VETOR NOVO OU NOVO METODO TEM QUE MUDAR
12 #Para o executa_teste a chamada das funções e o shutil.move()
13 #para os plots
                        a chamada das funções e o savefig
15 sys.path.append('/home/gmarson/Git/AnaliseDeAlgoritmos/Trabalho_Final/
     Codigos/Merge') ## adicionei o código de ordenação
16 sys.path.append('/home/gmarson/Git/AnaliseDeAlgoritmos/Trabalho_Final/
     relatorio/Resultados/Merge') ## adicionei o resultado do executa_teste
18
19 def executa_teste(arqteste, arqsaida,
                                          intervalo, nlin=21, nlin2=47, tempo
     =[3,28,39]:
      """Executa uma sequência de testes contidos em arqteste, com:
20
         arqsaida: nome do arquivo de saída, ex: tBolha.dat
21
         nlin: número da linha no arquivo gerado pelo line_profiler contendo
22
               os dados de interesse. Ex:
23
         intervalo: tamanhos dos vetores: Ex: 2 ** np.arange(5,10)
24
25
      f = open(arqsaida, mode='w', encoding='utf-8')
26
      f.write('#
                     n
                           comparações
27
28
      for n in intervalo:
29
          cmd = ' '.join(["kernprof -l -v", "testeGeneric.py", str(n)])
30
          str_saida = subprocess.check_output(cmd, shell=True).decode('utf-8)
31
              ')
          linhas = str_saida.split('\n')
32
```

```
#for i in linhas:
33
                print(i)
34
           #print (linhas)
35
36
           #print(linhas[tempo[0]].split()[2])
38
39
          tempo_total = float(linhas[tempo[0]].split()[2]) + float(linhas[
40
              tempo[1]].split()[2]) + float(linhas[tempo[2]].split()[2])
          unidade_tempo = float(linhas[3].split()[2])
41
          lcomp = int(linhas[nlin].split()[2]) + int(linhas[nlin2].split()
42
              [2])
43
           #print(linhas[nlin].split()[2])
44
45
           #print(linhas[nlin2].split()[2])
           #print(linhas[nlin3].split()[2])
47
48
           #print ("unidade tempo: ",unidade_tempo )
49
           #print("lcomp: ",lcomp)
50
           #print("tempo total",tempo_total)
51
52
          #num_comps = int(lcomp[1])
53
          str_res = '{:>8} {:>13} {:13.6f}'.format(n, lcomp ,tempo_total)
          print(str res)
55
          f.write(str_res + '\n')
56
          lcomp = 0
57
      f.close()
58
      shutil.move("tMerge_vetor_parcialmente_ordenado_decrescente.dat", "/
59
          home/gmarson/Git/AnaliseDeAlgoritmos/Trabalho_Final/relatorio/
          Resultados/Merge/tMerge_vetor_parcialmente_ordenado_decrescente.dat
          ")
60
61 executa_teste("testeGeneric.py", "
     tMerge_vetor_parcialmente_ordenado_decrescente.dat", 2 ** np.arange
      (5, 17))
62
  def executa_teste_memoria(arqteste, arqsaida, nlin, intervalo):
63
      """Executa uma sequência de testes contidos em arqteste, com:
64
65
         arqsaida: nome do arquivo de saída, ex: tBolha.dat
         nlin: número da linha no arquivo gerado pelo line_profiler contendo
66
                os dados de interesse. Ex: 14
67
         intervalo: tamanhos dos vetores: Ex: 2 ** np.arange(5,10)
68
      11 11 11
69
      f = open(arqsaida, mode='w', encoding='utf-8')
70
      f.write('#
                           comparações
                                              tempo(s) \n')
71
                      n
      for n in intervalo:
73
          cmd = ' '.join(["kernprof -l -v ", "testeGeneric.py", str(n)])
74
75
76
           str_saida = subprocess.check_output(cmd, shell=True).decode('utf-8)
              ')
77
          linhas = str_saida.split('\n')
78
          for i in linhas:
79
              print(i)
80
81
          print ("Linhas:", linhas[1])
82
83
```

```
unidade_tempo = float(linhas[1].split()[2])
84
85
           str res = '{:>8} {:>13} {:13.6f}'.format(n, n, n)
86
           print (str_res)
87
           f.write(str_res + '\n')
       f.close()
89
       #shutil.move("tMerge_memoria.dat", "/home/gmarson/Git/
90
          AnaliseDeAlgoritmos/Trabalho_Final/relatorio/Resultados/Merge/
          tMerge_memoria.dat")
91
92 #executa_teste_memoria("testeGeneric.py", "tMerge_memoria.dat", 14, 2 **
      np.arange(5,15))
93
94 def plota_teste1(argsaida):
       n, c, t = np.loadtxt(arqsaida, unpack=True)
95
       #print("n: ",n,"\nc: ",c,"\nt: ",t)
       #n eh o tamanho da entrada , c eh o tanto de comparações e t eh o
97
          tempo gasto
       plt.plot(n, n * np.log2(n), label='$n * log_2(n)$') ## custo esperado
98
           bubble Sort
       plt.plot(n, c, 'ro', label='merge sort')
99
       # Posiciona a legenda
100
       plt.legend(loc='upper left')
101
102
       # Posiciona o título
103
       plt.title('Análise de comparações do método Merge Sort')
104
105
       # Rotula os eixos
106
       plt.xlabel('Tamanho do vetor (n)')
107
       plt.ylabel('Número de comparações')
108
109
       plt.savefig('relatorio/imagens/Merge/
110
          merge_plot_1_parcialmente_ordenado_decrescente.png')
       plt.show()
111
112
113
114
115 def plota_teste2(arqsaida):
       n, c, t = np.loadtxt(arqsaida, unpack=True)
116
117
       plt.plot(n, n * np.log2(n), label='n * log_2(n)')
       plt.plot(n, t, 'ro', label='merge sort')
118
119
       # Posiciona a legenda
120
       plt.legend(loc='upper left')
121
122
       # Posiciona o título
123
       plt.title('Análise da complexidade de \ntempo do método Merge Sort')
124
125
       # Rotula os eixos
126
127
       plt.xlabel('Tamanho do vetor (n)')
128
       plt.ylabel('Tempo(s)')
129
       plt.savefig('relatorio/imagens/Merge/
130
          merge_plot_2_parcialmente_ordenado_decrescente.png')
       plt.show()
131
132
133
134
```

```
136 def plota_teste3(arqsaida):
       n, c, t = np.loadtxt(argsaida, unpack=True)
137
138
       # Calcula os coeficientes de um ajuste a um polinômio de grau 2 usando
139
       # o método dos mínimos quadrados
140
       coefs = np.polyfit(n, t, 2)
141
       p = np.poly1d(coefs)
142
143
144
       plt.plot(n, p(n), label='n^2')
       plt.plot(n, t, 'ro', label='merge sort')
145
146
       # Posiciona a legenda
147
       plt.legend(loc='upper left')
148
149
       # Posiciona o título
150
       plt.title('Análise da complexidade de \ntempo do método Merge Sort com
151
           mínimos quadrados')
152
153
       # Rotula os eixos
       plt.xlabel('Tamanho do vetor (n)')
154
       plt.ylabel('Tempo(s)')
155
156
       plt.savefig('relatorio/imagens/Merge/
157
          merge_plot_3_parcialmente_ordenado_decrescente.png')
       plt.show()
158
159
160 plota_teste1("/home/gmarson/Git/AnaliseDeAlgoritmos/Trabalho_Final/
      relatorio/Resultados/Merge/
      tMerge_vetor_parcialmente_ordenado_decrescente.dat")
161 plota_teste2("/home/gmarson/Git/AnaliseDeAlgoritmos/Trabalho_Final/
      relatorio/Resultados/Merge/
      tMerge_vetor_parcialmente_ordenado_decrescente.dat")
162 plota_teste3("/home/qmarson/Git/AnaliseDeAlgoritmos/Trabalho_Final/
      relatorio/Resultados/Merge/
      tMerge_vetor_parcialmente_ordenado_decrescente.dat")
163
164
  def plota_teste4(arqsaida):
165
       n, c, t = np.loadtxt(arqsaida, unpack=True)
166
167
       # Calcula os coeficientes de um ajuste a um polinômio de grau 2 usando
168
       # o método dos mínimos quadrados
169
       coefs = np.polyfit(n, c, 2)
170
       p = np.poly1d(coefs)
171
172
       plt.plot(n, p(n), label='n^2')
173
       plt.plot(n, c, 'ro', label='bubble sort')
174
175
       # Posiciona a legenda
176
       plt.legend(loc='upper left')
177
178
       # Posiciona o título
179
       plt.title('Análise da complexidade de \ntempo do método da bolha')
180
181
       # Rotula os eixos
182
       plt.xlabel('Tamanho do vetor (n)')
183
       plt.ylabel('Número de comparações')
184
185
       plt.savefig('bubble4.png')
186
```

```
plt.show()
187
188
189 def plota_teste5(arqsaida):
       n, c, t = np.loadtxt(arqsaida, unpack=True)
190
191
       # Calcula os coeficientes de um ajuste a um polinômio de grau 2 usando
192
       # o método dos mínimos quadrados
193
       coefs = np.polyfit(n, c, 2)
194
195
       p = np.poly1d(coefs)
196
       # set_yscale('log')
197
       # set_yscale('log')
198
       plt.semilogy(n, p(n), label='n^2')
199
       plt.semilogy(n, c, 'ro', label='bubble sort')
200
201
       # Posiciona a legenda
202
       plt.legend(loc='upper left')
203
204
       # Posiciona o título
205
206
       plt.title('Análise da complexidade de \ntempo do método da bolha')
207
       # Rotula os eixos
208
       plt.xlabel('Tamanho do vetor (n)')
209
       plt.ylabel('Número de comparações')
210
211
       plt.savefig('bubble5.png')
212
       plt.show()
213
```