### Análise de Complexidade de Tempo do Método Bucket Sort

Eduardo Costa de Paiva eduardocspv@gmail.com Frederico Franco Calhau fredericoffc@gmail.com Gabriel Augusto Marson gabrielmarson@live.com

Faculdade de Computação Universidade Federal de Uberlândia

18 de dezembro de 2015

# Lista de Figuras

2.1	Complexidade de tempo do método Bucket Sort (Vetor Aleatório)	10
2.2	Complexidade de tempo do método Bucket Sort com mínimos quadrados	
	(Vetor Aleatório)	11
2.3	Complexidade de tempo do método Bucket Sort (Vetor Ordenado Crescente)	11
2.4	Complexidade de tempo do método Bucket Sort com mínimos quadrados	
	(Vetor Ordenado Crescente)	12
2.5	Complexidade de tempo do método Bucket Sort (Vetor Ordenado Decres-	
	cente)	12
2.6	Complexidade de tempo do método Bucket Sort com mínimos quadrados	
	(Vetor Ordenado Decrescente)	13
2.7	Complexidade de tempo do método Bucket Sort (Vetor Parcialmente Orde-	
	nado Crescente)	13
2.8	Complexidade de tempo do método Bucket Sort com mínimos quadrados	
	(Vetor Parcialmente Ordenado Crescente)	14
2.9	Complexidade de tempo do método Bucket Sort (Vetor Parcialmente Orde-	
	nado Decrescente)	14
2.10	Complexidade de tempo do método Bucket Sort com mínimos quadrados	
	(Vetor Parcialmente Ordenado Decrescente)	15

## Lista de Tabelas

3.1	Vetor Aleatório	16
3.2	Vetor Ordenado Crescente	16
3.3	Vetor Ordenado Decrescente	17
3.4	Vetor Parcialmente Ordenado Decrescente	17
3.5	Vetor Parcialmente Ordenado Crescente	17

# Lista de Listagens

1.1	BucketSort.py																	7
	testeGeneric.py																	
1.3	monitor.py																	8
A.1	testdriver.py																	20

## Sumário

Li	sta de Figuras	2
Li	sta de Tabelas	3
1	Introdução           1.1 Diretório	<b>6</b> 6 7
2	Gráficos	10
3	Tabelas	16
4	Análise	18
5	Citações e referências bibliográficas	19
$\mathbf{A}$	pêndice	20
A	Códigos extensos A.1 testdriver.py	<b>20</b> 20

## Introdução

Este documento foi feito com o intuito de exibir uma análise do algoritmo Bucket Sort com relação a tempo. Além disso, será feita uma comparação da curva de tempo do que se espera do algoritmo, ou seja, O(n) com o caso prático.

#### 1.1 Diretório

Dada a seguinte organização das pastas, utilizamos o arquivo testdriver.py, executando, uma função conveniente por vez. Para mais informações vá até ao apêndice.

OBS.: É necessário instalar o programa tree pelo terminal. Isso pode ser feito da seguinte maneira.

```
> sudo apt-get install tree
```

A seguir é mostrada a organização das pastas sendo que os diretórios significativas para o projeto são Codigos e Relatorio além do raíz:

```
tree --charset=ASCII -d
|-- Codigos
  |-- Bubble
       `-- <u>__</u>pycache__
    |-- Bucket
       `-- __pycache__
    |-- Heap
    |-- Insertion
        `-- __pycache__
  |-- Merge
  | `-- __pycache__
  |-- Quick
      `-- <u>p</u>ycache__
    `-- Selection
       `-- ___pycache___
|-- Other
|-- __pycache__
```

```
`-- relatorio
    |-- imagens
        |-- Bubble
        |-- Bucket
        |-- Insertion
        |-- Merge
        `-- Selection
    |-- Relatorio_Bubble
    |-- Relatorio_Bucket
    |-- Relatorio_Insertion
    |-- Relatorio_Merge
    |-- Relatorio_Selection
    `-- Resultados
        |-- Bubble
        |-- Bucket
        |-- Insertion
        |-- Merge
        |-- Quick
        `-- Selection
36 directories
```

### 1.2 Códigos de programas

Seguem os códigos utilizados na análise de tempo do algoritmo Bucket Sort.

1. BucketSort.py: Disponível na Listagem 1.1.

Listagem 1.1: BucketSort.py

20 def \_insertion\_sort(lista):

chave = lista[j]

i = j

for j in range(1,len(lista)):

while (i>0 and lista[i-1]>chave):

1

21

22

23

```
2 @profile
3 def bucket_sort(floats):
      buckets = [ [] for _ in range(len(floats)) ]
      for num in floats:
5
          i = int(len(floats) * num)
          #print (buckets)
          buckets[i].append(num)
8
9
10
      result = []
      for bucket in buckets:
11
          _insertion_sort(bucket)# INSERTION_SORT(bucket)
12
          result += bucket
13
      return result
14
15
16
17 # colocamos a mesma versão do Insertion Sort, que já havíamos feito,
     aqui apenas
18 # para facilitar a análise de complexidade do Bucket Sort
19
```

2. testeGeneric.py Disponível na Listagem 1.2

#### Listagem 1.2: testeGeneric.py

```
1 ##adicionei - Serve para importar arquivos em outro diretório
2 ### A CADA NOVO MÉTODO MUDAR O IMPORT, A CHAMADA DA FUNÇÃO E O SYS.
     PATH
4 import sys
5 sys.path.append('/home/gmarson/Git/AnaliseDeAlgoritmos/Trabalho_Final
     /Codigos/Radix')
6 sys.path.append('/home/gmarson/Git/AnaliseDeAlgoritmos/Trabalho_Final
8 sys.setrecursionlimit(200000)
10 from monitor import *
11 from memoria import *
13 from RadixSort import *
14 import argparse
16 parser = argparse.ArgumentParser()
17 parser.add_argument("n", type=int, help="número de elementos no vetor
      de teste")
18 args = parser.parse_args()
20 v = criavet(args.n)
21 radix(v)
22
25 ## A EXECUÇÃO DESSE ARQUIVO EH ASSIM
26 ## NA LINHA DE COMANDO VC MANDA O NOME DO ARQUIVO E O TAMANHO DO
     ELEMNTO DO vetor
27 ##EXEMPLO testeBubble.py 10
28 ##ele gera um vetor aleatório (criavet) e manda pro bubble_sort
```

3. monitor.py Disponível na Listagem 1.3

#### Listagem 1.3: monitor.py

```
10
11
12 from tempo import *
13
14 # Vetores de teste
15 def troca(m, v, n): ## seleciona o nível de embaralhamento do vetor
      m = trunc(m)
16
17
      mi = (n-m)//2
18
      mf = (n+m)//2
      for num in range(mi, mf):
19
           i = np.random.randint(mi, mf)
20
           j = np.random.randint(mi, mf)
21
           #print("i= ", i, " j= ", j)
22
           t = v[i]
23
           v[i] = v[j]
24
25
           v[j] = t
      return v
26
27
28
29 def criavet(n, grau=0, inf=0, sup=0.999999999):
      passo = (sup - inf)/n
30
      if grau < 0.0:
31
           v = np.arange(sup, inf, -passo)
32
           if grau <= -1.0:
33
               return v
34
           else:
35
               return troca(-grau*n, v, n)
36
      elif grau > 0.0:
38
           v = np.arange(inf, sup, passo)
           if grau >= 1.0:
39
               return v
40
           else:
41
               return troca(grau*n, v, n)
42
      else:
43
44
           #return np.random.randint(inf, sup, size=n)
           return [random.random() for i in range(n)] # for bucket sort
45
46
47
49 #print(criavet(20))
50
51 #Tipo
                                                   grau
52 #aleatorio
                                                    0
53 #ordenado crescente
                                                    1
54 #ordenado decrescente
                                                   -1
55 #parcialmente_ordenado_crescente
                                                   0.5
56 #parcialmente_ordenado_decrescente
                                                -0.5
57
58
59 def executa(fn, v):
      gc.disable()
      with Tempo(True) as tempo:
61
           fn(v)
62
      gc.enable()
63
```

4. testdriver.py Referenciado no apêndice A.

### Gráficos

Seguem os Gráficos utilizadas no processo de análise do método Bucket Sort: OBS.: Como o método Bucket Sort não realiza comparações, não foi possível listar o gráfico de comparações.

#### 1. Para um vetor aleatório

(a) Complexidade de tempo do método Bucket Sort disponível na lista de imagens 2.1.

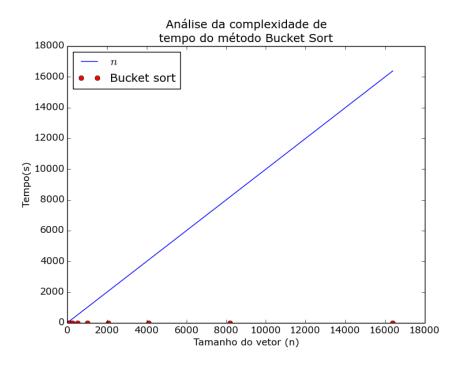


Figura 2.1: Complexidade de tempo do método Bucket Sort (Vetor Aleatório)

- (b) Complexidade de tempo do método Bucket Sort com mínimos quadrados disponível na lista de imagens 2.2.
- 2. Para um vetor ordenado crescente

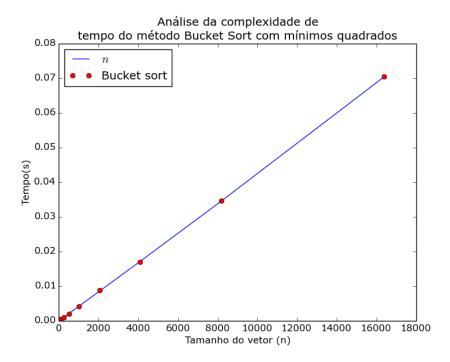


Figura 2.2: Complexidade de tempo do método Bucket Sort com mínimos quadrados (Vetor Aleatório)

(a) Complexidade de tempo do método Bucket Sort disponível na lista de imagens 2.3.

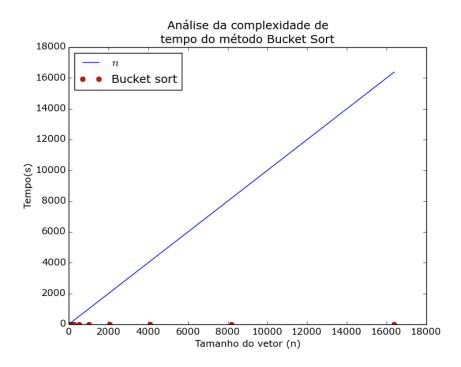


Figura 2.3: Complexidade de tempo do método Bucket Sort (Vetor Ordenado Crescente)

- (b) Complexidade de tempo do método Bucket Sort com mínimos quadrados disponível na lista de imagens 2.4.
- 3. Para um vetor ordenado decrescente

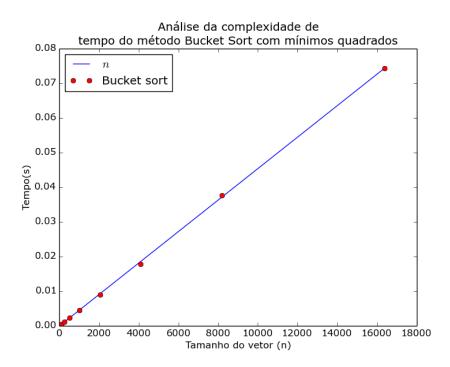


Figura 2.4: Complexidade de tempo do método Bucket Sort com mínimos quadrados (Vetor Ordenado Crescente)

(a) Complexidade de tempo do método Bucket Sort disponível na lista de imagens 2.5.

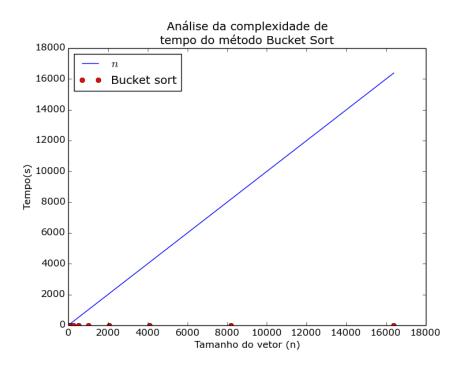


Figura 2.5: Complexidade de tempo do método Bucket Sort (Vetor Ordenado Decrescente)

- (b) Complexidade de tempo do método Bucket Sort com mínimos quadrados disponível na lista de imagens 2.6.
- 4. Para um vetor parcialmente ordenado crescente

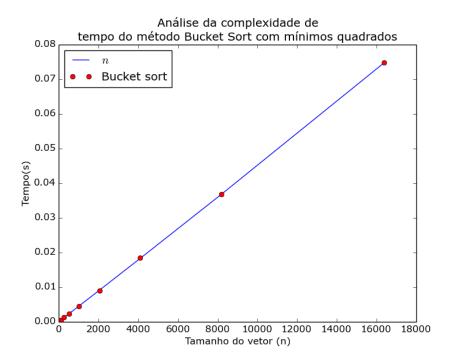


Figura 2.6: Complexidade de tempo do método Bucket Sort com mínimos quadrados (Vetor Ordenado Decrescente)

(a) Complexidade de tempo do método Bucket Sort disponível na lista de imagens 2.7.

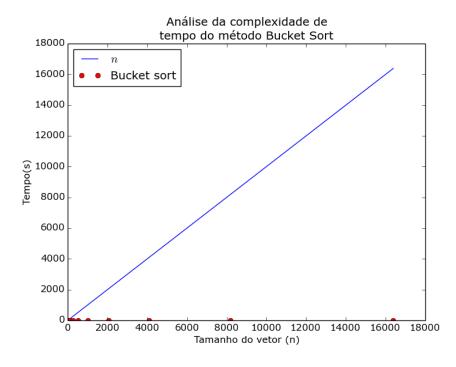


Figura 2.7: Complexidade de tempo do método Bucket Sort (Vetor Parcialmente Ordenado Crescente)

- (b) Complexidade de tempo do método Bucket Sort com mínimos quadrados disponível na lista de imagens 2.8.
- 5. Para um vetor parcialmente ordenado decrescente

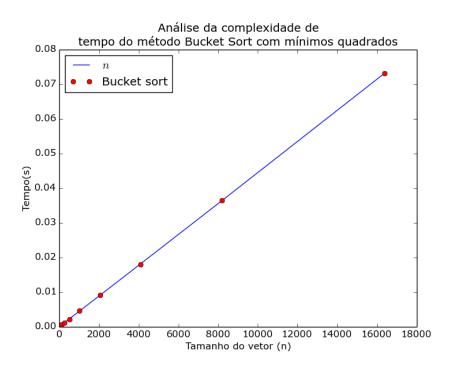


Figura 2.8: Complexidade de tempo do método Bucket Sort com mínimos quadrados (Vetor Parcialmente Ordenado Crescente)

(a) Complexidade de tempo do método Bucket Sort disponível na lista de imagens 2.9.

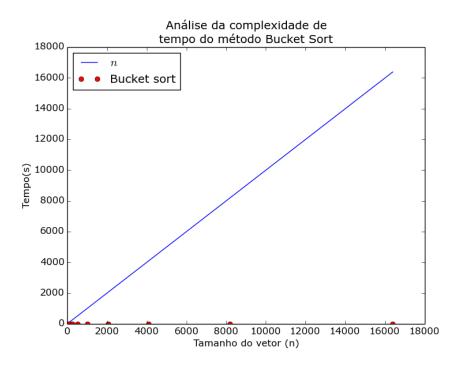


Figura 2.9: Complexidade de tempo do método Bucket Sort (Vetor Parcialmente Ordenado Decrescente)

(b) Complexidade de tempo do método Bucket Sort com mínimos quadrados disponível na lista de imagens 2.10.

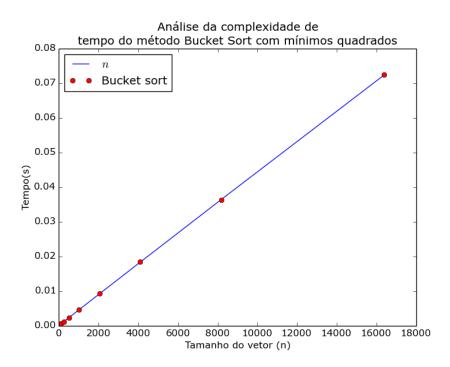


Figura 2.10: Complexidade de tempo do método Bucket Sort com mínimos quadrados (Vetor Parcialmente Ordenado Decrescente)

### Tabelas

Seguem as tabelas utilizadas para a análise do método Bucket Sort.

Tabela 3.1: Vetor Aleatório

Tamanho do Vetor	Tempo(s)
32	0.000139
64	0.000276
128	0.000572
256	0.001063
512	0.002014
1024	0.004126
2048	0.008782
4096	0.016970
8192	0.034664
16384	0.070438

Tabela 3.2: Vetor Ordenado Crescente

Tamanho do Vetor	Tempo(s)
32	0.000161
64	0.000301
128	0.000695
256	0.001160
512	0.002488
1024	0.004466
2048	0.009608
4096	0.018747
8192	0.036629
16384	0.072537

Tabela 3.3: Vetor Ordenado Decrescente

Tamanho do Vetor	$\overline{\text{Tempo}(s)}$
32	0.000151
64	0.000289
128	0.000565
256	0.001332
512	0.002330
1024	0.004517
2048	0.009023
4096	0.018452
8192	0.036754
16384	0.074803

Tabela 3.4: Vetor Parcialmente Ordenado Decrescente

Tamanho do Vetor	Tempo(s)
32	0.000177
64	0.000294
128	0.000609
256	0.001150
512	0.002376
1024	0.004624
2048	0.009367
4096	0.018495
8192	0.036341
16384	0.072448

Tabela 3.5: Vetor Parcialmente Ordenado Crescente

Tamanho do Vetor	Tempo(s)
32	0.000186
64	0.000301
128	0.000589
256	0.001151
512	0.002246
1024	0.004608
2048	0.009222
4096	0.017981
8192	0.036525
16384	0.073222

### Análise

O Bucket Sort é um dos algoritmos analisados em nosso trabalho que não utiliza de comparações para atingir seu objetivo. No entanto, ele possui algumas restrições para poder ser utilizado. Uma dessas restrições é de que os elementos do arranjo devem ser números reais no intervalo [0,1) Além disso, como se pode observar nos dados coletados, ele não é um algoritmo in-place, ou seja, utiliza memória adicional da ordem de  $\theta(n)$ .

Podemos observar que todas as curvas de todos os gráficos, exceto os de complexidade de tempo sem a interpolação dos mínimos quadrados (Gráficos 2.1,2.3,2.5,2.7,2.9), apresentaram uma correspondência forte com a curva da função F(x) = x, o que nos permite concluir que, dada a complexidade de tempo do algoritmo Bucket Sort por G(x) então F(x) = c \* G(x) sendo que c é uma constante maior que zero e  $x > x_0$ . Portanto, o Bucket Sort é O(n).

## Citações e referências bibliográficas

[1] Algoritmos: Teoria e Prática. Thomas H. Cormen Today

### Apêndice A

### Códigos extensos

### A.1 testdriver.py

#### Listagem A.1: testdriver.py

```
1 # coding = utf-8
2 import subprocess
3 import numpy as np
4 import matplotlib.pyplot as plt
5 import sys , shutil
8 ##PRA CADA NOVO METODO TEM QUE MUDAR
9 #Sys.path()
11 ## PARA CADA VETOR NOVO OU NOVO METODO TEM QUE MUDAR
12 #Para o executa_teste a chamada das funções e o shutil.move()
13 #para os plots
                        a chamada das funções e o savefig
15 sys.path.append('/home/gmarson/Git/AnaliseDeAlgoritmos/Trabalho_Final/
     Codigos/Bucket') ## adicionei o código de ordenação
16 sys.path.append('/home/gmarson/Git/AnaliseDeAlgoritmos/Trabalho_Final/
     relatorio/Resultados/Bucket') ## adicionei o resultado do executa_teste
17
18
 def executa_teste(arqteste, arqsaida, nlin, intervalo):
      """Executa uma sequência de testes contidos em arqteste, com:
         arqsaida: nome do arquivo de saída, ex: tBolha.dat
21
         nlin: número da linha no arquivo gerado pelo line_profiler contendo
22
               os dados de interesse. Ex: 14
23
         intervalo: tamanhos dos vetores: Ex: 2 ** np.arange(5,10)
25
      f = open(arqsaida, mode='w', encoding='utf-8')
26
      f.write('# n
                         tempo(s)\n')
27
28
      for n in intervalo:
29
          cmd = ' '.join(["kernprof -l -v", "testeGeneric.py", str(n)])
30
          str_saida = subprocess.check_output(cmd, shell=True).decode('utf-8
          linhas = str_saida.split('\n')
32
          #for i in linhas:
```

```
print(i)
34
          #print (linhas)
35
          unidade_tempo = float(linhas[1].split()[2])
36
          tempo_total = float(linhas[3].split()[2])
37
          #lcomp = linhas[nlin].split()
39
          #print ("unidade tempo: ",unidade_tempo )
40
          #print("lcomp: ",lcomp)
41
42
          #print("tempo total", tempo_total)
43
          #num_comps = int(lcomp[1])
44
          str_res = '{:>8} {:13.6f}'.format(n, tempo_total)
45
          print (str_res)
46
          f.write(str_res + '\n')
47
      f.close()
48
      #shutil.move("tBucket_vetor_parcialmente_ordenado_decrescente.dat", "/
          home/gmarson/Git/AnaliseDeAlgoritmos/Trabalho_Final/relatorio/
          Resultados/Bucket/tBucket_vetor_parcialmente_ordenado_decrescente.
          dat")
51 executa_teste("testeGeneric.py", "
     tBucket_vetor_parcialmente_ordenado_decrescente.dat", 46, 2 ** np.
     arange(5,15))
  def executa_teste_memoria(arqteste, arqsaida, nlin, intervalo):
53
      """Executa uma sequência de testes contidos em arqteste, com:
54
         arqsaida: nome do arquivo de saída, ex: tBolha.dat
55
         nlin: número da linha no arquivo gerado pelo line_profiler contendo
56
                os dados de interesse. Ex: 14
57
         intervalo: tamanhos dos vetores: Ex: 2 ** np.arange(5,10)
58
      .....
59
      f = open(arqsaida, mode='w', encoding='utf-8')
60
      f.write('#
                      n
                          comparações
                                             tempo(s)\n')
61
62
      for n in intervalo:
63
          cmd = ' '.join(["kernprof -l -v ", "testeGeneric.py", str(n)])
64
65
          str_saida = subprocess.check_output(cmd, shell=True).decode('utf-8)
66
              ')
67
          linhas = str_saida.split('\n')
68
          for i in linhas:
69
              print(i)
70
71
          print ("Linhas:", linhas[1])
72
73
          unidade_tempo = float(linhas[1].split()[2])
74
75
76
77
          str_res = '{:>8} {:>13} {:13.6f}'.format(n, n, n)
78
          print (str_res)
          f.write(str_res + '\n')
79
      f.close()
80
      #shutil.move("tSelection_memoria.dat", "/home/gmarson/Git/
81
          AnaliseDeAlgoritmos/Trabalho_Final/relatorio/Resultados/Selection/
          tSelection_memoria.dat")
82
83 #executa_teste_memoria("testeGeneric.py", "tSelection_memoria.dat", 14, 2
     ** np.arange(5,15))
```

```
84
85 def plota_teste1(argsaida):
       n, c, t = np.loadtxt(arqsaida, unpack=True)
86
       #print("n: ",n,"\nc: ",c,"\nt: ",t)
87
       #n eh o tamanho da entrada , c eh o tanto de comparações e t eh o
          tempo gasto
       plt.plot(n, n ** 2, label='$n^2$') ## custo esperado bubble Sort
89
       plt.plot(n, c, 'ro', label='selection sort')
90
91
       # Posiciona a legenda
92
       plt.legend(loc='upper left')
93
94
       # Posiciona o título
95
       plt.title('Análise de comparações do método da seleção')
96
97
       # Rotula os eixos
       plt.xlabel('Tamanho do vetor (n)')
99
       plt.ylabel('Número de comparações')
100
101
       plt.savefig('relatorio/imagens/Selection/
102
          selection_plot_1_ordenado_descresente.png')
       plt.show()
103
104
105
106
107 def plota_teste2(arqsaida):
       n, t = np.loadtxt(arqsaida, unpack=True)
108
       plt.plot(n, n , label='$n$')
109
       plt.plot(n, t, 'ro', label='bucket sort')
110
111
       # Posiciona a legenda
112
       plt.legend(loc='upper left')
113
114
       # Posiciona o título
115
       plt.title('Análise da complexidade de \ntempo do método Bucket Sort')
116
117
       # Rotula os eixos
118
       plt.xlabel('Tamanho do vetor (n)')
119
       plt.ylabel('Tempo(s)')
120
121
       plt.savefig('relatorio/imagens/Bucket/
122
          bucket_plot_2_parcialmente_ordenado_decrescente.png')
       plt.show()
123
124
125
126 def plota_teste3(arqsaida):
       n, t = np.loadtxt(arqsaida, unpack=True)
127
128
       # Calcula os coeficientes de um ajuste a um polinômio de grau 2 usando
129
       # o método dos mínimos quadrados
130
131
       coefs = np.polyfit(n, t, 2)
       p = np.poly1d(coefs)
132
133
       plt.plot(n, p(n), label='$n$')
134
       plt.plot(n, t, 'ro', label='bucket sort')
135
136
       # Posiciona a legenda
137
       plt.legend(loc='upper left')
138
```

```
# Posiciona o título
       plt.title('Análise da complexidade de \ntempo do método Bucket Sort
141
          com mínimos quadrados')
142
       # Rotula os eixos
143
       plt.xlabel('Tamanho do vetor (n)')
144
       plt.ylabel('Tempo(s)')
145
146
147
       plt.savefig('relatorio/imagens/Bucket/
          bucket_plot_3_parcialmente_ordenado_decrescente.png')
       plt.show()
148
149
150 #plota_teste1("/home/gmarson/Git/AnaliseDeAlgoritmos/Trabalho_Final/
      relatorio/Resultados/Selection/tSelection_vetor_ordenado_descresente.
      dat")
151 plota_teste2("/home/gmarson/Git/AnaliseDeAlgoritmos/Trabalho_Final/
      relatorio/Resultados/Bucket/
      tBucket_vetor_parcialmente_ordenado_decrescente.dat")
152 plota_teste3("/home/gmarson/Git/AnaliseDeAlgoritmos/Trabalho_Final/
      relatorio/Resultados/Bucket/
      tBucket_vetor_parcialmente_ordenado_decrescente.dat")
153
154
155
  def plota_teste4(arqsaida):
       n, c, t = np.loadtxt(argsaida, unpack=True)
156
157
       # Calcula os coeficientes de um ajuste a um polinômio de grau 2 usando
158
       # o método dos mínimos quadrados
159
160
       coefs = np.polyfit(n, c, 2)
       p = np.poly1d(coefs)
161
162
       plt.plot(n, p(n), label='$n^2$')
163
       plt.plot(n, c, 'ro', label='bubble sort')
164
165
       # Posiciona a legenda
166
       plt.legend(loc='upper left')
167
168
       # Posiciona o título
169
       plt.title('Análise da complexidade de \ntempo do método da bolha')
170
171
       # Rotula os eixos
172
       plt.xlabel('Tamanho do vetor (n)')
173
       plt.ylabel('Número de comparações')
174
175
       plt.savefig('bubble4.png')
176
       plt.show()
177
179 def plota_teste5(arqsaida):
       n, c, t = np.loadtxt(arqsaida, unpack=True)
180
181
182
       # Calcula os coeficientes de um ajuste a um polinômio de grau 2 usando
       # o método dos mínimos quadrados
183
       coefs = np.polyfit(n, c, 2)
184
       p = np.poly1d(coefs)
185
186
       # set_yscale('log')
187
       # set_yscale('log')
188
       plt.semilogy(n, p(n), label='n^2')
189
       plt.semilogy(n, c, 'ro', label='bubble sort')
190
```

```
191
       # Posiciona a legenda
192
       plt.legend(loc='upper left')
193
194
       # Posiciona o título
195
       plt.title('Análise da complexidade de \ntempo do método da bolha')
196
197
       # Rotula os eixos
198
       plt.xlabel('Tamanho do vetor (n)')
199
200
       plt.ylabel('Número de comparações')
201
       plt.savefig('bubble5.png')
202
       plt.show()
203
```