Análise de Complexidade de Tempo do Método Insertion Sort

Eduardo Costa de Paiva eduardocspv@gmail.com Frederico Franco Calhau fredericoffc@gmail.com Gabriel Augusto Marson gabrielmarson@live.com

Faculdade de Computação Universidade Federal de Uberlândia

17 de dezembro de 2015

Lista de Figuras

2.1	Complexidade de custo do método da inserção (Vetor Aleatório)	12
2.2	Complexidade de tempo do método da inserção (Vetor Aleatório)	13
2.3	Complexidade de tempo do método da inserção com mínimos quadrados (Ve-	
	tor Aleatório)	13
2.4	Complexidade de custo do método da inserção (Vetor Ordenado Crescente) .	14
2.5	Complexidade de tempo do método da inserção (Vetor Ordenado Crescente)	14
2.6	Complexidade de tempo do método da inserção com mínimos quadrados (Ve-	
	tor Ordenado Crescente)	15
2.7	Complexidade de custo do método da inserção (Vetor Ordenado Decrescente)	15
2.8	Complexidade de tempo do método da inserção (Vetor Ordenado Decrescente)	16
2.9	Complexidade de tempo do método da inserção com mínimos quadrados (Ve-	
	tor Ordenado Decrescente)	16
2.10	Complexidade de custo do método da inserção (Vetor Parcialmente Ordenado	
	Crescente)	17
2.11	Complexidade de tempo do método da inserção (Vetor Parcialmente Orde-	
	nado Crescente)	17
2.12	Complexidade de tempo do método da inserção com mínimos quadrados (Ve-	
	tor Parcialmente Ordenado Crescente)	18
2.13	Complexidade de custo do método da inserção (Vetor Parcialmente Ordenado	
	Decrescente)	18
2.14	Complexidade de tempo do método da inserção (Vetor Parcialmente Orde-	
	nado Decrescente)	19
2.15	Complexidade de tempo do método da inserção com mínimos quadrados (Ve-	
	tor Parcialmente Ordenado Decrescente)	19

Lista de Tabelas

3.1	Vetor Aleatorio	20
3.2	Vetor Ordenado Crescente	20
3.3	Vetor Ordenado Decrescente	21
3.4	Vetor Parcialmente Ordenado Crescente	21
3.5	Vetor Parcialmente Ordenado Decrescente	21

Lista de Listagens

1.1	nsertionSort.py	. (
1.2	esteGeneric.py	. (
1.3	monitor.py	. 10
A.1	estdriver.py	. 24

Sumário

Li	Lista de Figuras	
Li	sta de Tabelas	3
1	Introdução 1.1 Diretório 1.2 Códigos de programas	6 6 9
2	Gráficos	12
3	Tabelas	20
4	Análise	22
5	Citações e referências bibliográficas	23
\mathbf{A}	pêndice	24
A	Códigos extensos A.1 testdriver.py	24 24

Introdução

Este documento foi feito com o intuito de exibir uma análise do algoritmo Insertion Sort com relação a tempo. Além disso, será feita uma comparação da curva de tempo do que se espera do algoritmo, ou seja, $\theta(n^2)$ com o caso prático.

1.1 Diretório

Dada a seguinte organização das pastas, utilizamos o arquivo testdriver.py, executando, uma função conveniente por vez. Para mais informações vá até ao apêndice.

OBS.: É necessário instalar o programa tree pelo terminal. Isso pode ser feito da seguinte maneira.

```
> sudo apt-get install tree
```

A seguir é mostrada a organização das pastas sendo que os diretórios significativas para o projeto são Codigos e Relatorio além do raíz:

```
tree --charset=ASCII -c
|-- testdriver.py
|-- testeGeneric.py.lprof
|-- __pycache__
   |-- monitor.cpython-34.pyc
   |-- testeGeneric.cpython-34.pyc
    |-- memoria.cpython-34.pyc
    `-- tempo.cpython-34.pyc
|-- monitor.py
|-- testeGeneric.py
|-- testeGeneric2.py
|-- relatorio
    |-- Relatorio_Selection
        |-- RelatorioSelection.tex
        |-- RelatorioSelection.aux
        |-- RelatorioSelection.lof
       |-- RelatorioSelection.log
       |-- RelatorioSelection.lol
```

```
|-- RelatorioSelection.lot
       |-- RelatorioSelection.out
       |-- RelatorioSelection.pdf
       |-- RelatorioSelection.synctex.gz
       |-- RelatorioSelection.toc
       |-- RelatorioSelection.idx
       |-- testdriver.py
       `-- testeGeneric.py
   |-- Relatorio_Insertion
      |-- testdriver.py
       `-- testeGeneric.py
|-- Relatorio_Bubble
     |-- testdriver.py
|-- testeGeneric.py
     |-- RelatorioBubble.pdf
     |-- RelatorioBubble.idx
       `-- RelatorioBubble.tex
   |-- imagens
       |-- Selection
   |-- selection_plot_3_ordenado_descresente.png
           |-- selection_plot_2_ordenado_descresente.png
       | -- selection_plot_1_ordenado_descresente.png
       | |-- selection_plot_3_aleatorio.png
       | |-- selection_plot_2_aleatorio.png
         |-- selection_plot_1_aleatorio.png
       |-- selection_plot_3_ordenado_crescente.png
       |-- selection_plot_2_ordenado_crescente.png
       |-- selection_plot_1_ordenado_crescente.png
          |-- selection_plot_3_ordenado_decrescente.png
       | |-- selection_plot_2_ordenado_decrescente.png
       | |-- selection_plot_1_ordenado_decrescente.png
       |-- selection_plot_2_parcialmente_ordenado_crescente.png
       |-- selection_plot_1_parcialmente_ordenado_crescente.png
       |-- selection_plot_3_parcialmente_ordenado_decrescente.png
           |-- selection_plot_2_parcialmente_ordenado_decrescente.png
       `-- selection_plot_1_parcialmente_ordenado_decrescente.png
       |-- Insertion
         |-- insertion_plot_3_parcialmente_ordenado_decrescente.png
           |-- insertion_plot_2_parcialmente_ordenado_decrescente.png
          |-- insertion_plot_1_parcialmente_ordenado_decrescente.png
       |-- insertion_plot_3_parcialmente_ordenado_crescente.png
       |-- insertion_plot_2_parcialmente_ordenado_crescente.png
       |-- insertion_plot_1_parcialmente_ordenado_crescente.png
       | |-- insertion_plot_3_ordenado_decrescente.png
       | -- insertion_plot_2_ordenado_decrescente.png
       | -- insertion_plot_1_ordenado_decrescente.png
         |-- insertion_plot_3_ordenado_crescente.png
       |-- insertion_plot_2_ordenado_crescente.png
       |-- insertion_plot_1_ordenado_crescente.png
       |-- insertion_plot_3_aleatorio.png
       |-- insertion_plot_2_aleatorio.png
       `-- insertion_plot_1_aleatorio.png
       |-- Bubble
         |-- bubble_plot_3_parcialmente_ordenado_decrescente.png
          |-- bubble_plot_2_parcialmente_ordenado_decrescente.png
           |-- bubble_plot_1_parcialmente_ordenado_decrescente.png
           |-- bubble_plot_3_parcialmente_ordenado_crescente.png
           |-- bubble_plot_2_parcialmente_ordenado_crescente.png
```

```
| |-- bubble_plot_1_parcialmente_ordenado_crescente.png
      | |-- bubble_plot_3_ordenado_decrescente.png
      | |-- bubble_plot_2_ordenado_decrescente.png
| |-- bubble_plot_1_ordenado_decrescente.png
| |-- bubble_plot_3_ordenado_crescente.png
      | |-- bubble_plot_2_ordenado_crescente.png
|-- bubble_plot_1_ordenado_crescente.png
|-- bubble_plot_3_aleatorio.png
| |-- bubble_plot_2_aleatorio.png
`-- bubble_plot_1_aleatorio.png
  |-- README.md
`-- Merge
|-- Resultados
|-- Selection
     | |-- tSelection_vetor_ordenado_descresente.dat
|-- tSelection_vetor_aleatorio.dat
      |-- tSelection_vetor_ordenado_crescente.dat
| |-- tSelection_vetor_parcialmente_ordenado_crescente.dat
`-- tSelection_vetor_parcialmente_ordenado_decrescente.dat
|-- Insertion
        |-- tInsertion_vetor_parcialmente_ordenado_decrescente.dat
      |-- tInsertion_vetor_parcialmente_ordenado_crescente.dat
      |-- tInsertion_vetor_ordenado_decrescente.dat
|-- tInsertion_vetor_ordenado_crescente.dat
`-- tInsertion vetor aleatorio.dat
|-- Bubble
  | | |-- tBolha_vetor_parcialmente_ordenado_decrescente.dat
| | |-- tBolha_vetor_parcialmente_ordenado_crescente.dat
| |-- tBolha_vetor_ordenado_decrescente.dat
     |-- tBolha_vetor_ordenado_crescente.dat
`-- tBolha_vetor_aleatorio.dat
`-- Merge
`-- Relatorio_Merge
|-- Codigos
|-- Selection
 | |-- __pycache__
| | `-- SelectionSort.cpython-34.pyc
`-- SelectionSort.py
|-- Insertion
`-- InsertionSort.py
| |-- Merge
 | `-- mergeSort.py
|-- Quick
| `-- quickSort.py
|-- Bubble
| |-- BubbleSort.py
`-- __pycache__
|-- BubbleSort.cpython-34.pyc
`-- testeBubble.cpython-34.pyc
   `-- README.md
|-- Referências.txt
|-- Referências.txt~
|-- Other
| |-- expfit0.py
| |-- expfit.py
| |-- leialprof.py
| |-- leitural.py
```

```
| |-- leitura2.py
| |-- leitura.py
| `-- logfit.py
|-- Plot
| |-- plot_tempo.py
| |-- plot1.py
| |-- plot2.py
| `-- plot3.py
|-- memoria.py
`-- tempo.py
```

1.2 Códigos de programas

Seguem os códigos utilizados na análise de tempo do algoritmo Insertion Sort.

1. InsertionSort.py: Disponível na Listagem 1.1.

```
Listagem 1.1: InsertionSort.py
1
2 @profile
3 def insertionSort(lista):
    for j in range(1,len(lista)):
      chave = lista[j]
      i = j
      while (i>0 and lista[i-1]>chave):
        lista[i] = lista[i-1]
8
        i = i-1
9
10
      lista[i] = chave
11
12 #lista = [60,20,30,12,1,2,3,39,45,10]
13 #insertionSort(lista)
14 #print(lista)
```

2. testeGeneric.py Disponível na Listagem 1.2

Listagem 1.2: testeGeneric.py

```
15 args = parser.parse_args()

16

17 V = criavet(args.n)

18 insertionSort(V)

19

20

21

22 ## A EXECUÇÃO DESSE ARQUIVO EH ASSIM

23 ## NA LINHA DE COMANDO VC MANDA O NOME DO ARQUIVO E O TAMANHO DO ELEMNTO DO vetor

24 ##EXEMPLO testeBubble.py 10

25 ##ele gera um vetor aleatório (criavet) e manda pro bubble_sort
```

3. monitor.py Disponível na Listagem 1.3

Listagem 1.3: monitor.py

```
1 # Para instalar o Python 3 no Ubuntu 14 ou 15
2 #
3 # sudo apt-get install python3 python3-numpy python3-matplotlib
      ipython3 python3-psutil
4 #
5
6 from math import *
7 import gc
8 import random
9 import numpy as np
10
11
12 from tempo import *
13
14 # Vetores de teste
15 def troca(m, v, n): ## seleciona o nível de embaralhamento do vetor
      m = trunc(m)
16
      mi = (n-m)//2
17
      mf = (n+m)//2
18
      for num in range(mi, mf):
           i = np.random.randint(mi, mf)
20
           j = np.random.randint(mi, mf)
^{21}
           #print("i= ", i, " j= ", j)
22
          t = v[i]
          v[i] = v[j]
24
          v[j] = t
25
26
      return v
28
29 def criavet(n, grau=-1, inf=-1000, sup=1000):
      passo = (sup - inf)/n
30
      if grau < 0.0:
31
          v = np.arange(sup, inf, -passo)
32
           if grau <= -1.0:
33
               return v
34
           else:
35
               return troca(-grau*n, v, n)
36
      elif grau > 0.0:
37
           v = np.arange(inf, sup, passo)
           if grau >= 1.0:
39
               return v
40
          else:
41
```

```
return troca(grau*n, v, n)
      else:
43
          return np.random.randint(inf, sup, size=n)
44
           #return [random.random() for i in range(n)] # for bucket sort
^{45}
47
^{48}
49 #print(criavet(20))
50
51 #Tipo
                                                 grau
52 #aleatorio
                                                   0
53 #ordenado crescente
                                                   1
54 #ordenado decrescente
                                                 -1
55 #parcialmente ordenado crescente
                                                 0.5
                                                -0.5
56 #parcialmente ordenado descrescente
58
59 def executa(fn, v):
      gc.disable()
      with Tempo(True) as tempo:
          fn(v)
62
      gc.enable()
63
```

4. testdriver.py Referenciado no apêndice A.

Gráficos

Seguem os Gráficos utilizadas no processo de análise do método Insertion Sort:

- 1. Para um vetor aleatório
 - (a) Complexidade de custo do método da inserção disponível na lista de imagens 2.1.

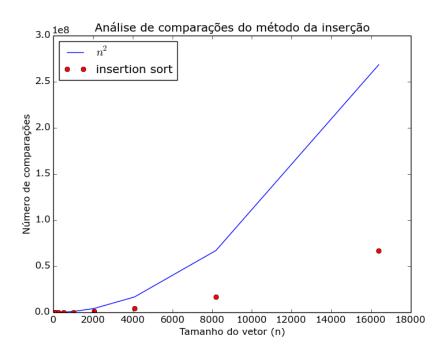


Figura 2.1: Complexidade de custo do método da inserção (Vetor Aleatório)

- (b) Complexidade de tempo do método da inserção disponível na lista de imagens 2.2.
- (c) Complexidade de tempo do método da inserção com mínimos quadrados disponível na lista de imagens 2.3.
- 2. Para um vetor ordenado crescente

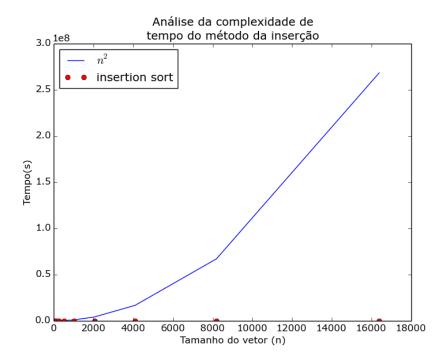


Figura 2.2: Complexidade de tempo do método da inserção (Vetor Aleatório)

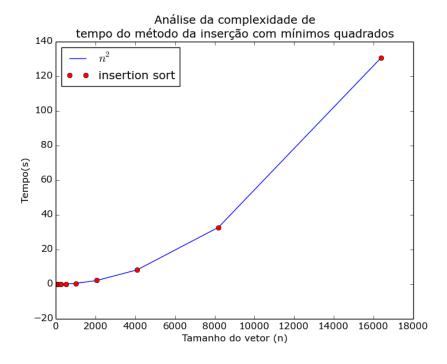


Figura 2.3: Complexidade de tempo do método da inserção com mínimos quadrados (Vetor Aleatório)

- (a) Complexidade de custo do método da inserção disponível na lista de imagens 2.4.
- (b) Complexidade de tempo do método da inserção disponível na lista de imagens 2.5.
- (c) Complexidade de tempo do método da inserção com mínimos quadrados disponível na lista de imagens 2.6.

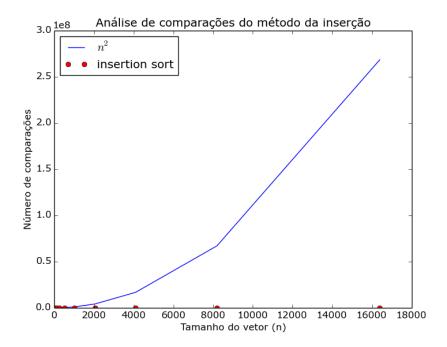


Figura 2.4: Complexidade de custo do método da inserção (Vetor Ordenado Crescente)

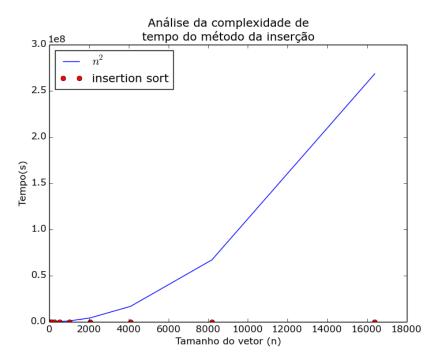


Figura 2.5: Complexidade de tempo do método da inserção (Vetor Ordenado Crescente)

3. Para um vetor ordenado decrescente

- (a) Complexidade de custo do método da inserção disponível na lista de imagens 2.7.
- (b) Complexidade de tempo do método da inserção disponível na lista de imagens 2.8.
- (c) Complexidade de tempo do método da inserção com mínimos quadrados disponível na lista de imagens 2.9.

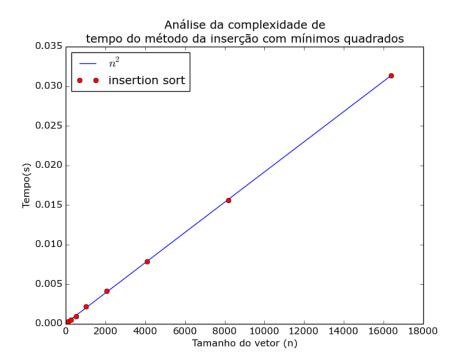


Figura 2.6: Complexidade de tempo do método da inserção com mínimos quadrados (Vetor Ordenado Crescente)

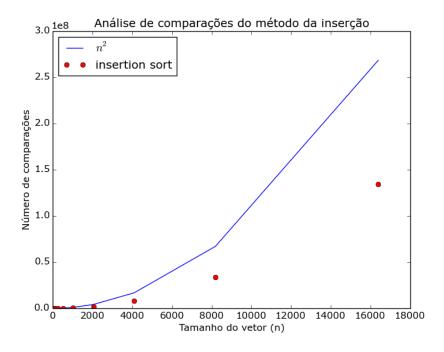


Figura 2.7: Complexidade de custo do método da inserção (Vetor Ordenado Decrescente)

- 4. Para um vetor parcialmente ordenado crescente
 - (a) Complexidade de custo do método da inserção disponível na lista de imagens 2.10.
 - (b) Complexidade de tempo do método da inserção disponível na lista de imagens 2.11.
 - (c) Complexidade de tempo do método da inserção com mínimos quadrados dispo-

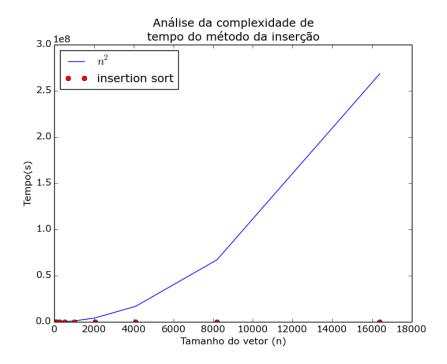


Figura 2.8: Complexidade de tempo do método da inserção (Vetor Ordenado Decrescente)

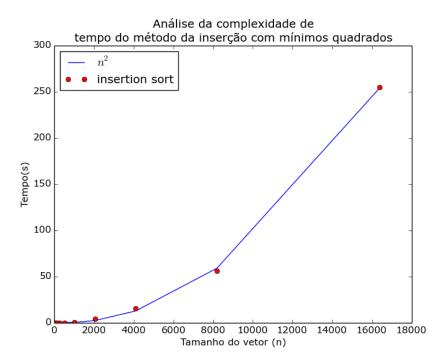


Figura 2.9: Complexidade de tempo do método da inserção com mínimos quadrados (Vetor Ordenado Decrescente)

nível na lista de imagens 2.12.

- 5. Para um vetor parcialmente ordenado decrescente
 - (a) Complexidade de custo do método da inserção disponível na lista de imagens 2.13.
 - (b) Complexidade de tempo do método da inserção disponível na lista de imagens

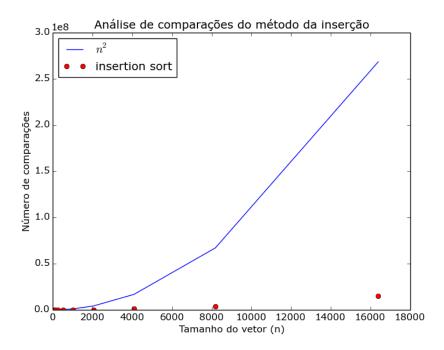


Figura 2.10: Complexidade de custo do método da inserção (Vetor Parcialmente Ordenado Crescente)

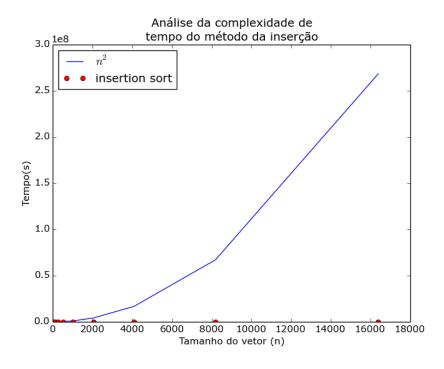


Figura 2.11: Complexidade de tempo do método da inserção (Vetor Parcialmente Ordenado Crescente)

2.14.

(c) Complexidade de tempo do método da inserção com mínimos quadrados disponível na lista de imagens 2.15.

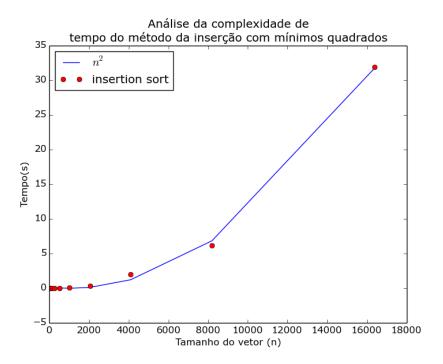


Figura 2.12: Complexidade de tempo do método da inserção com mínimos quadrados (Vetor Parcialmente Ordenado Crescente)

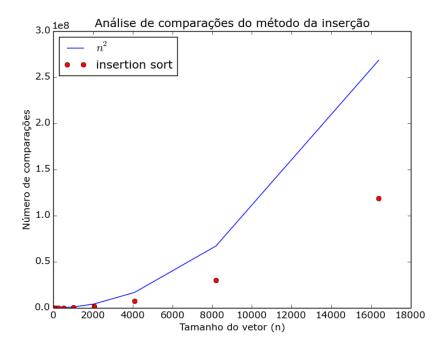


Figura 2.13: Complexidade de custo do método da inserção (Vetor Parcialmente Ordenado Decrescente)

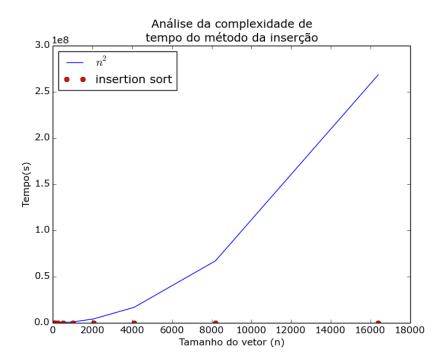


Figura 2.14: Complexidade de tempo do método da inserção (Vetor Parcialmente Ordenado Decrescente)

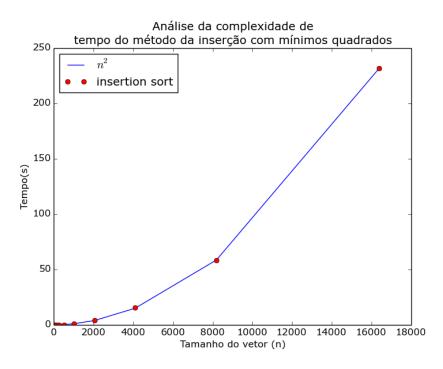


Figura 2.15: Complexidade de tempo do método da inserção com mínimos quadrados (Vetor Parcialmente Ordenado Decrescente)

Tabelas

Seguem as tabelas utilizadas para a análise do método Insertion Sort.

Tabela 3.1: Vetor Aleatorio

Tamanho do Vetor	Comparações	Tempo(s)
32	496	0.000437
64	2016	0.001770
128	8128	0.006380
256	32640	0.021552
512	130816	0.082465
1024	523776	0.355748
2048	2096128	2.281690
4096	8386560	8.310780
8192	33550336	32.757100
16384	134209536	130.790000

Tabela 3.2: Vetor Ordenado Crescente

Tamanho do Vetor	Comparações	$\overline{\text{Tempo}(s)}$
32	496	0.000068
64	2016	0.000143
128	8128	0.000260
256	32640	0.000497
512	130816	0.000959
1024	523776	0.002222
2048	2096128	0.004169
4096	8386560	0.007900
8192	33550336	0.015616
16384	134209536	0.031387

Tabela 3.3: Vetor Ordenado Decrescente

Tamanho do Vetor	Comparações	$\overline{\text{Tempo}(s)}$
32	496	0.000730
64	2016	0.002855
128	8128	0.011152
256	32640	0.047155
512	130816	0.171817
1024	523776	0.738637
2048	2096128	4.272890
4096	8386560	15.397500
8192	33550336	56.451300
16384	134209536	254.726000

Tabela 3.4: Vetor Parcialmente Ordenado Crescente

Tamanho do Vetor	Comparações	$\overline{\text{Tempo}(s)}$
32	496	0.000163
64	2016	0.000443
128	8128	0.001684
256	32640	0.005593
512	130816	0.019021
1024	523776	0.087877
2048	2096128	0.310158
4096	8386560	1.982500
8192	33550336	6.169420
16384	134209536	31.893300

Tabela 3.5: Vetor Parcialmente Ordenado Decrescente

Tamanho do Vetor	Comparações	$\overline{\text{Tempo(s)}}$
32	496	0.000613
64	2016	0.002507
128	8128	0.010110
256	32640	0.040448
512	130816	0.154370
1024	523776	0.905664
2048	2096128	4.333680
4096	8386560	15.375300
8192	33550336	58.285700
16384	134209536	231.875000

Análise

O Insertion Sort é comumente comparado à forma com que as pessoas ordenam cartas de baralho em suas mãos.

A ordem de complexidade esperada para o Insertion Sort para o pior caso é de $\theta(n^2)$, e ela ocorre quando o arranjo está na ordem inversa. O melhor caso ocorre quando o arranjo já está praticamente ordenado, conseguindo um tempo de ordem $\theta(n)$. No caso médio, pode-se dizer que ele está na ordem O(n).

O Insertion Sort possui a seguintes características: estável e in-place. Além disso, ele possui a característica de – para vetores extremamente pequenos – conseguir ordernar em tempo linear. Por isso, outros algoritmos utilizam o Insertion Sort em passos bases de suas implementações, como por exemplo o Bucket Sort e implementações eficientes do Quick Sort.

Podemos observar que todas as curvas de todos os gráficos, exceto os de complexidade de tempo sem a interpolação dos mínimos quadrados (Gráficos 2.2,2.5,2.8,2.11,2.14), apresentaram uma correspondência forte com a curva da função $F(x) = x^2$, o que nos permite concluir que, dada a complexidade de tempo do algoritmo Insertion Sort por G(x) então F(x) = c * G(x) sendo que c é uma constante maior que zero e $x > x_0$. Portanto, o Insertion Sort é $O(n^2)$.

Citações e referências bibliográficas

Apêndice A

Códigos extensos

A.1 testdriver.py

```
Listagem A.1: testdriver.py
```

```
1 import subprocess
2 import numpy as np
3 import matplotlib.pyplot as plt
4 import sys , shutil
7 ##PRA CADA NOVO METODO TEM QUE MUDAR
8 #Sys.path()
10 ## PARA CADA VETOR NOVO OU NOVO MÉTODO TEM QUE MUDAR
11 #Para o executa_teste a chamada das funções e o shutil.move()
12 #para os plots
                        a chamada das funções e o savefig
14 sys.path.append('/home/gmarson/Git/AnaliseDeAlgoritmos/Trabalho_Final/
     Codigos/Insertion') ## adicionei o código de ordenação
15 sys.path.append('/home/gmarson/Git/AnaliseDeAlgoritmos/Trabalho_Final/
     relatorio/Resultados/Insertion') ## adicionei o resultado do
     executa_teste
16
17
  def executa_teste(arqteste, arqsaida, nlin, intervalo):
      """Executa uma sequência de testes contidos em arqteste, com:
         arqsaida: nome do arquivo de saída, ex: tBolha.dat
20
         nlin: número da linha no arquivo gerado pelo line_profiler contendo
21
               os dados de interesse. Ex: 14
22
         intervalo: tamanhos dos vetores: Ex: 2 ** np.arange(5,10)
23
      f = open(arqsaida, mode='w', encoding='utf-8')
25
      f.write('# n comparações
                                           tempo(s)\n')
26
27
      for n in intervalo:
28
          cmd = ' '.join(["kernprof -l -v", "testeGeneric.py", str(n)])
29
          str_saida = subprocess.check_output(cmd, shell=True).decode('utf-8
          linhas = str_saida.split('\n')
31
          unidade_tempo = float(linhas[1].split()[2])
```

```
#print("CMD:", cmd, "\nSTR_SAIDA: ",str_saida,"\nLINHAS: ",linhas
              , "\nUNIDADE_TEMPO: ", unidade_tempo)
          #print("Linhas4:",linhas[4]," ----> Linhas 4 float: ",linhas[4].
34
              split()[2])
          tempo_total = float(linhas[3].split()[2])
          lcomp = linhas[nlin].split()
36
          num_comps = int(lcomp[1])
37
          str_res = '{:>8} {:>13} {:13.6f}'.format(n, num_comps, tempo_total
38
          print (str_res)
39
          f.write(str_res + '\n')
40
      f.close()
41
      shutil.move("tInsertion_vetor_aleatorio.dat", "/home/qmarson/Git/
42
         AnaliseDeAlgoritmos/Trabalho_Final/relatorio/Resultados/Insertion/
          tInsertion_vetor_aleatorio.dat")
44 #executa_teste("testeGeneric.py", "tInsertion_vetor_aleatorio.dat", 14, 2
     ** np.arange(5,15))
45
46 def plota_testel(arqsaida):
      n, c, t = np.loadtxt(arqsaida, unpack=True)
47
      #print("n: ",n,"\nc: ",c,"\nt: ",t)
48
      #n eh o tamanho da entrada , c eh o tanto de comparações e t eh o
49
         tempo gasto
      plt.plot(n, n ** 2, label='$n^2$') ## custo esperado bubble Sort
50
      plt.plot(n, c, 'ro', label='insertion sort')
51
52
      # Posiciona a legenda
53
      plt.legend(loc='upper left')
54
55
      # Posiciona o título
56
      plt.title('Análise de comparações do método da inserção')
57
58
      # Rotula os eixos
59
      plt.xlabel('Tamanho do vetor (n)')
      plt.ylabel('Número de comparações')
61
62
      plt.savefig('relatorio/imagens/Insertion/insertion_plot_1_aleatorio.
63
         png')
64
      plt.show()
65
66
67
68 def plota teste2(argsaida):
      n, c, t = np.loadtxt(arqsaida, unpack=True)
69
      plt.plot(n, n ** 2, label='$n^2$')
70
      plt.plot(n, t, 'ro', label='insertion sort')
71
72
      # Posiciona a legenda
73
74
      plt.legend(loc='upper left')
75
      # Posiciona o título
76
      plt.title('Análise da complexidade de \ntempo do método da inserção')
77
78
      # Rotula os eixos
79
      plt.xlabel('Tamanho do vetor (n)')
80
      plt.ylabel('Tempo(s)')
81
      plt.savefig('relatorio/imagens/Insertion/insertion_plot_2_aleatorio.
```

```
pnq')
       plt.show()
84
85
86
87
88
89 def plota_teste3(arqsaida):
90
       n, c, t = np.loadtxt(arqsaida, unpack=True)
91
       # Calcula os coeficientes de um ajuste a um polinômio de grau 2 usando
92
       # o método dos mínimos quadrados
93
       coefs = np.polyfit(n, t, 2)
94
       p = np.poly1d(coefs)
95
96
       plt.plot(n, p(n), label='n^2')
97
       plt.plot(n, t, 'ro', label='insertion sort')
99
       # Posiciona a legenda
100
101
       plt.legend(loc='upper left')
102
       # Posiciona o título
103
       plt.title('Análise da complexidade de \ntempo do método da inserção
104
          com mínimos quadrados')
105
       # Rotula os eixos
106
       plt.xlabel('Tamanho do vetor (n)')
107
       plt.ylabel('Tempo(s)')
108
       plt.savefig('relatorio/imagens/Insertion/insertion_plot_3_aleatorio.
110
          png')
       plt.show()
111
113 plota_teste1("/home/gmarson/Git/AnaliseDeAlgoritmos/Trabalho_Final/
      relatorio/Resultados/Insertion/tInsertion_vetor_aleatorio.dat")
114 plota_teste2("/home/gmarson/Git/AnaliseDeAlgoritmos/Trabalho_Final/
      relatorio/Resultados/Insertion/tInsertion_vetor_aleatorio.dat")
115 plota_teste3("/home/gmarson/Git/AnaliseDeAlgoritmos/Trabalho_Final/
      relatorio/Resultados/Insertion/tInsertion_vetor_aleatorio.dat")
116
118 def plota_teste4(arqsaida):
       n, c, t = np.loadtxt(arqsaida, unpack=True)
119
120
       # Calcula os coeficientes de um ajuste a um polinômio de grau 2 usando
121
       # o método dos mínimos quadrados
122
       coefs = np.polyfit(n, c, 2)
123
       p = np.poly1d(coefs)
124
125
       plt.plot(n, p(n), label='$n^2$')
126
127
       plt.plot(n, c, 'ro', label='bubble sort')
128
       # Posiciona a legenda
129
       plt.legend(loc='upper left')
130
131
       # Posiciona o título
132
       plt.title('Análise da complexidade de \ntempo do método da bolha')
133
134
       # Rotula os eixos
135
       plt.xlabel('Tamanho do vetor (n)')
```

```
plt.ylabel('Número de comparações')
137
138
       plt.savefig('bubble4.png')
139
       plt.show()
140
141
142 def plota_teste5(arqsaida):
       n, c, t = np.loadtxt(arqsaida, unpack=True)
143
144
       # Calcula os coeficientes de um ajuste a um polinômio de grau 2 usando
       # o método dos mínimos quadrados
146
       coefs = np.polyfit(n, c, 2)
147
       p = np.poly1d(coefs)
148
149
       # set_yscale('log')
150
       # set_yscale('log')
151
       plt.semilogy(n, p(n), label='n^2')
152
       plt.semilogy(n, c, 'ro', label='bubble sort')
153
154
155
       # Posiciona a legenda
156
       plt.legend(loc='upper left')
157
       # Posiciona o título
158
       plt.title('Análise da complexidade de \ntempo do método da bolha')
159
160
       # Rotula os eixos
161
       plt.xlabel('Tamanho do vetor (n)')
162
       plt.ylabel('Número de comparações')
163
164
       plt.savefig('bubble5.png')
165
       plt.show()
166
```