

Praktikum 4

Aufgabenstellung

Installieren Sie das Programm `qhull`, erzeugen Sie zufällige Punktemengen und berechnen Sie mit `qhull` konvexe Hüllen, auch in höheren Dimensionen (`qhull` bringt ein Werkzeug zur Erzeugung von Punktmengen mit). Plotten Sie die Zeiten für zunehmende Punktzahlen bei unterschiedlichen Dimensionen (2-8). Versuchen Sie, die Ausgaben von `qhull` bei "geschwätzigster" Einstellung nachzuvollziehen, zu verstehen und ggf. mit Inhalten dieser Lehrveranstaltung in Einklang zu bringen.

Verwendete Software

- [Qhull](#)
- [rbox](#)
- [qconvex](#)

Generierte Punkte

`Qhull` liefert mit `rBox` die Möglichkeit mit verschiedenen Optionen Punkte generieren zu lassen. Es wurden zufällige Punkte in folgenden Formen:

1. 3D Würfel
2. Reguläre 3-D-Spirale
3. Reguläres Polygon
4. 2-D-Sphäre

Interpretierte Ausgabe

```
$ rbox 1000 D3 | qconvex s

Convex hull of 1000 points in 3-d:

Number of vertices: 73
Number of facets: 142

Statistics for: rbox 1000 D3 | qconvex s

Number of points processed: 81
Number of hyperplanes created: 367
Number of distance tests for qhull: 12879
CPU seconds to compute hull (after input): 0.001
```

In diesem Beispiel wird die konvexe Hülle von 1000 Punkten im dreidimensionalen Raum berechnet.

Die Berechnung ergab, dass die konvexe Hülle nur 73 Eckpunkte hat, obwohl es 1000 Eingabepunkte gab. Es gibt 142 Facetten (in 3D auch Flächen). Diese entstehen durch Verbindung von drei oder mehr Eckpunkten.

Die Statistik zeigt folgende Informationen:

- 1. Number of points processed: 81
 - Es wurden 81 Punkte zur tatsächlichen Berechnung der konvexen Hülle verarbeitet.
- 2. Number of hyperplanes created: 367
 - Insgesamt wurden 367 Hyperflächen (Ebenen) während der Berechnung erstellt.
- 3. Number of distance tests for qhull: 12879
 - Während der Berechnung wurden 12879 Distanztests durchgeführt.
- 4. CPU seconds to compute hull (after input): 0.001
 - Die benötigte Zeit zur Berechnung der konvexen Hülle.

Auswertung

In folgender Auswertung wurden alle Dimensionen und Punktemengen berücksichtigt, die zum Zeitpunkt der Bearbeitung möglich zu generieren waren.

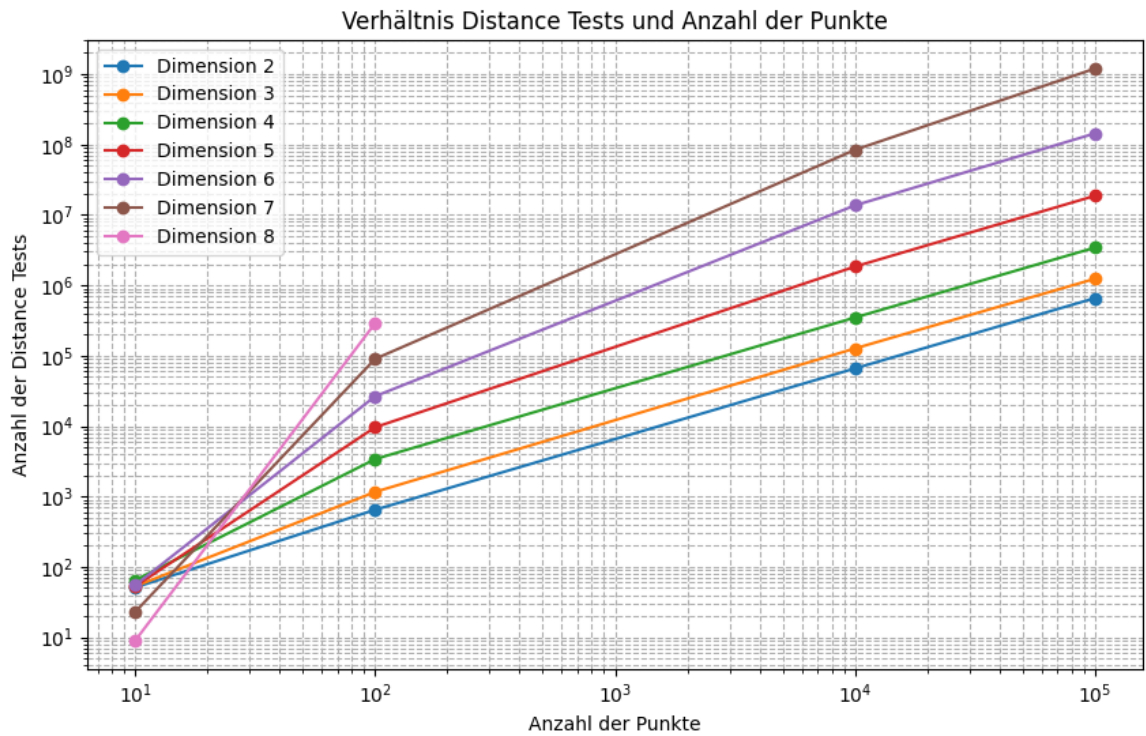
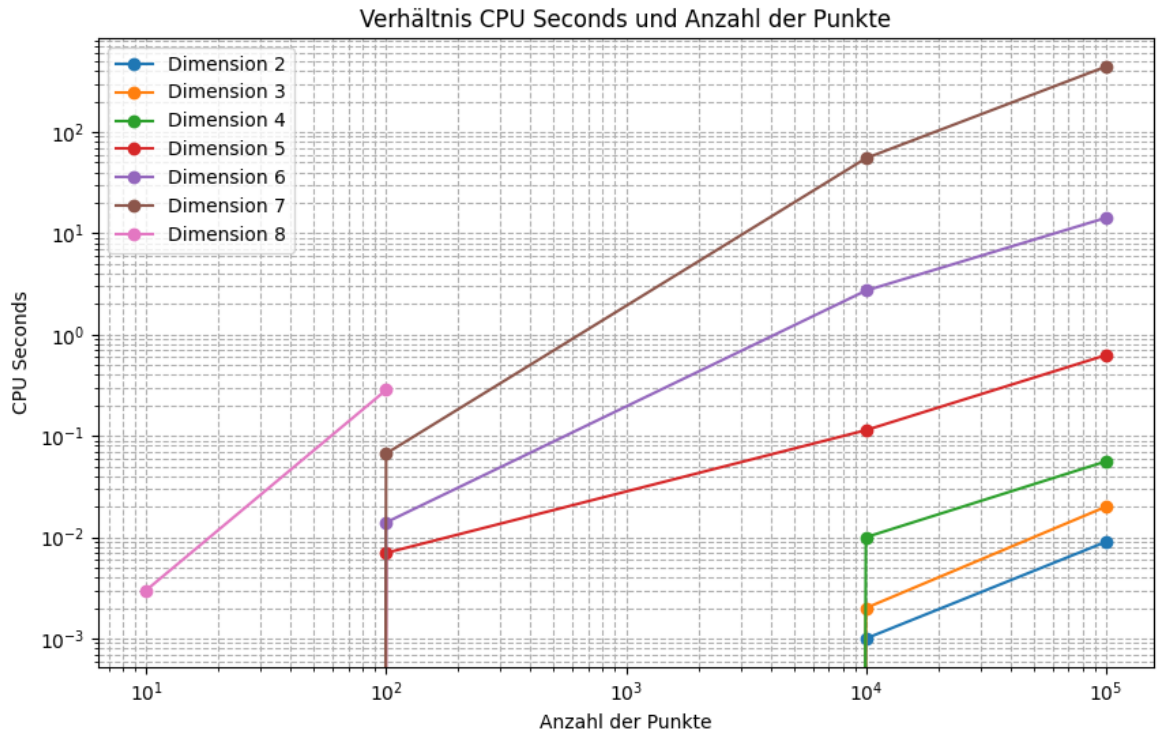
In der Spalte Befehl ist auch die Anzahl der Eingabepunkte zu finden.

Zufällige Punkte in einem Würfel

Code: rbox \$num_points D\$dimension | qconvex TO \$filename

Befehl	Processed points	Hyperplanes	Distance Tests	CPU Seconds
rbox 10 D2 qconvex TO data/2_D_10.txt	4	5	51	0
rbox 100 D2 qconvex TO data/2_D_100.txt	15	28	648	0
rbox 10000 D2 qconvex TO data/2_D_10000.txt	21	40	65961	0.001
rbox 100000 D2 qconvex TO data/2_D_100000.txt	27	52	657162	0.009
rbox 1000000 D2 qconvex TO data/2_D_1000000.txt	24	46	6440706	0.084
rbox 10000000 D2 qconvex TO data/2_D_10000000.txt	28	54	62312449	0.869
rbox 10 D3 qconvex TO data/3_D_10.txt	9	22	53	0
rbox 100 D3 qconvex TO data/3_D_100.txt	28	109	1163	0
rbox 10000 D3 qconvex TO data/3_D_10000.txt	143	659	126745	0.003
rbox 100000 D3 qconvex TO data/3_D_100000.txt	269	1367	1237314	0.02
rbox 1000000 D3 qconvex TO data/3_D_1000000.txt	330	1507	11157377	0.182

Befehl	Processed points	Hyperplanes	Distance Tests	CPU Seconds
rbox 10000000 D3 I qconvex TO data/3_D_10000000.txt	320	1385	114508002	1.716
rbox 10 D4 I qconvex TO data/4_D_10.txt	10	50	65	0
rbox 100 D4 I qconvex TO data/4_D_100.txt	61	732	3397	0
rbox 10000 D4 I qconvex TO data/4_D_10000.txt	548	9611	348774	0.01
rbox 100000 D4 I qconvex TO data/4_D_100000.txt	1089	20543	3428341	0.056
rbox 1000000 D4 I qconvex TO data/4_D_1000000.txt	2305	48685	69925223	1.166
rbox 10 D5 I qconvex TO data/5_D_10.txt	10	50	53	0
rbox 100 D5 I qconvex TO data/5_D_100.txt	83	3850	9625	0.003
rbox 10000 D5 I qconvex TO data/5_D_10000.txt	1393	116094	1843925	0.115
rbox 100000 D5 I qconvex TO data/5_D_100000.txt	4042	388133	18674730	0.626
rbox 10 D6 I qconvex TO data/6_D_10.txt	10	62	55	0
rbox 100 D6 I qconvex TO data/6_D_100.txt	92	15465	26535	0.014
rbox 10000 D6 I qconvex TO data/6_D_10000.txt	2750	1292139	13657558	2.77
rbox 100000 D6 I qconvex TO data/6_D_100000.txt	8612	4288954	143585900	14.31
rbox 10 D7 I qconvex TO data/7_D_10.txt	10	39	23	0
rbox 100 D7 I qconvex TO data/7_D_100.txt	99	60439	90129	0.069
rbox 10000 D7 I qconvex TO data/7_D_10000.txt	3966	10151753	83924183	54.05
rbox 100000 D7 I qconvex TO data/7_D_100000.txt	16567	50961121	1197007369	462.2
rbox 10 D8 I qconvex TO data/8_D_10.txt	10	29	9	0
rbox 100 D8 I qconvex TO data/8_D_100.txt	97	217728	289174	0.29

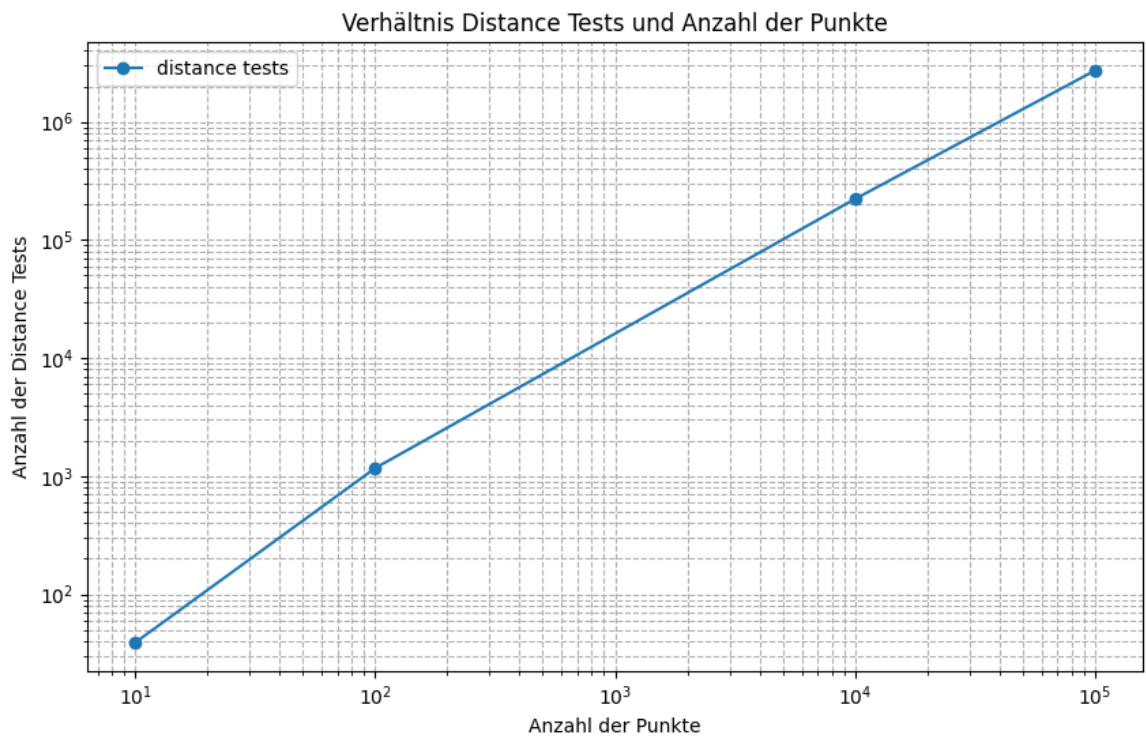
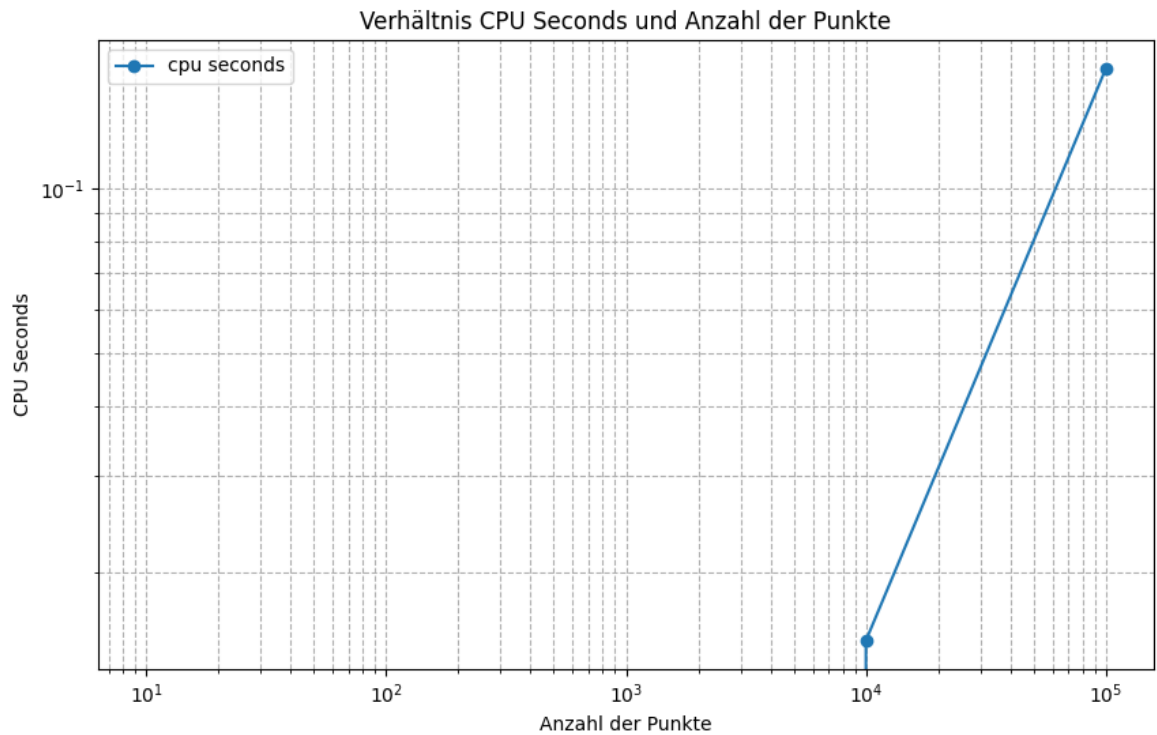


Zufällige Punkte in einer regulären 3-D-Spirale

Code: rbox l \$num_points | qconvex TO \$filename

Befehl	Processed points	Hyperplanes	Distance Tests	CPU Seconds
rbox l 10 l qconvex TO spiral/spiral_10.txt	10	25	39	0

Befehl	Processed points	Hyperplanes	Distance Tests	CPU Seconds
rbox l 100 l qconvex TO spiral/spiral_100.txt	100	378	1168	0
rbox l 10000 l qconvex TO spiral/spiral_10000.txt	10000	39965	222074	0.015
rbox l 100000 l qconvex TO spiral/spiral_100000.txt	100000	399957	2715508	0.165

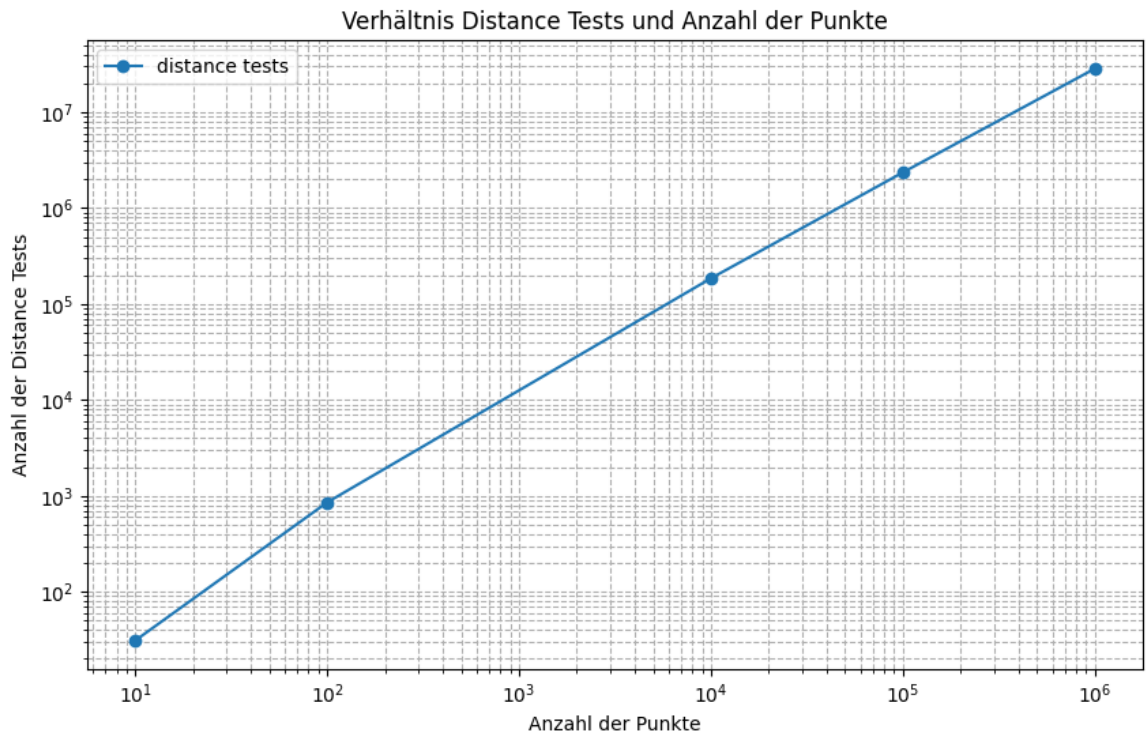
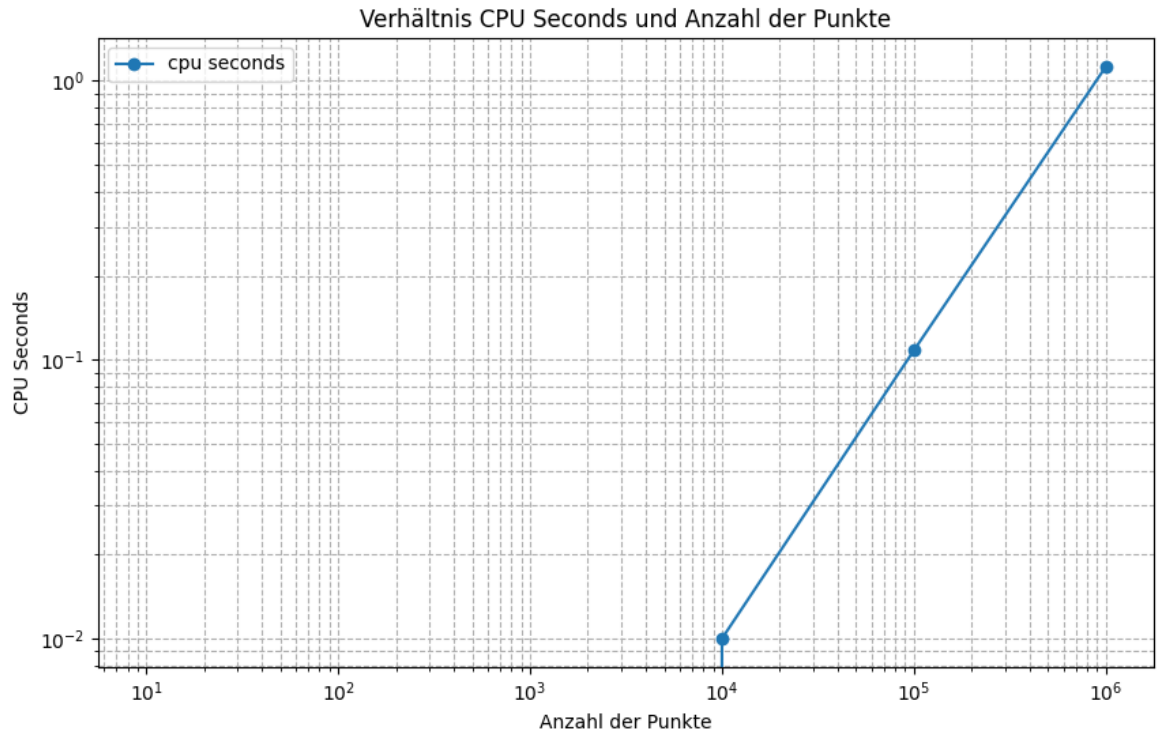


Zufällige Punkte in einem regulären Polygon

```
Code: rbox $num_points r D$dimension | qconvex TO $filename
```

Befehl	Processed points	Hyperplanes	Distance Tests	CPU Seconds
rbox 10 r D2 l qconvex TO polygon/polygon_10.txt	10	18	31	0

Befehl	Processed points	Hyperplanes	Distance Tests	CPU Seconds
rbox 100 r D2 l qconvex TO polygon/polygon_100.txt	100	198	854	0
rbox 10000 r D2 l qconvex TO polygon/polygon_10000.txt	10000	19997	185329	0.01
rbox 100000 r D2 l qconvex TO polygon/polygon_100000.txt	100000	199998	2354356	0.108
rbox 1000000 r D2 l qconvex TO polygon/polygon_1000000.txt	1000000	1999998	28423413	1.125

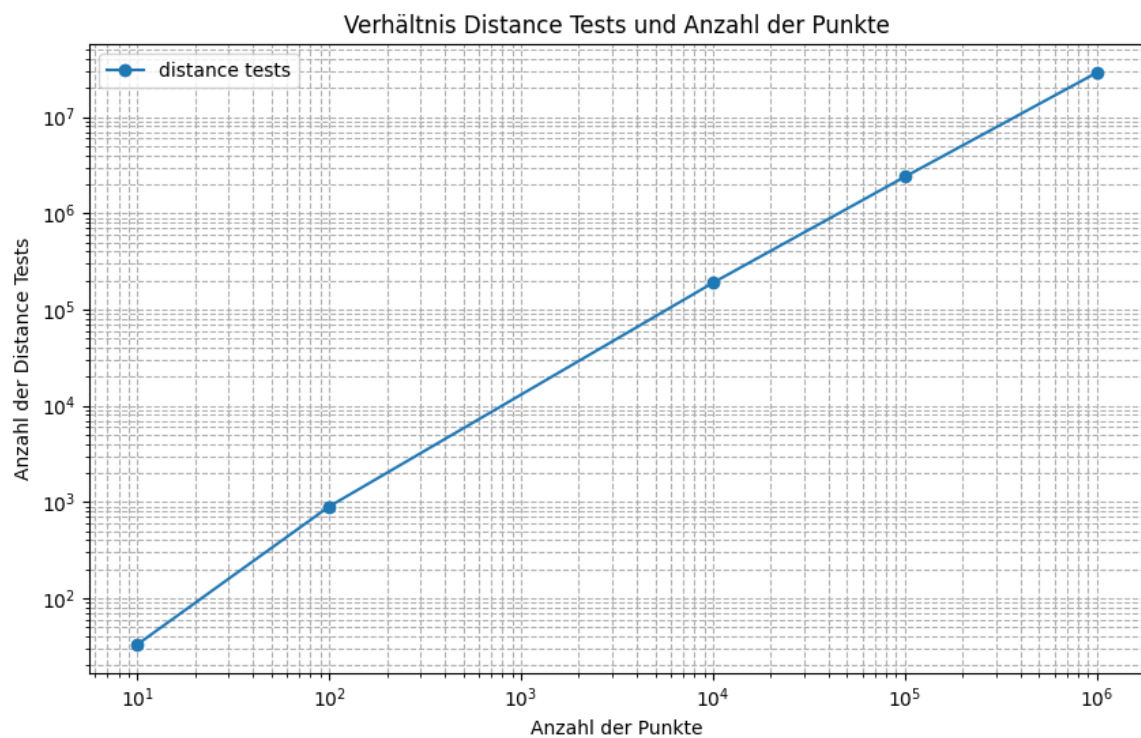
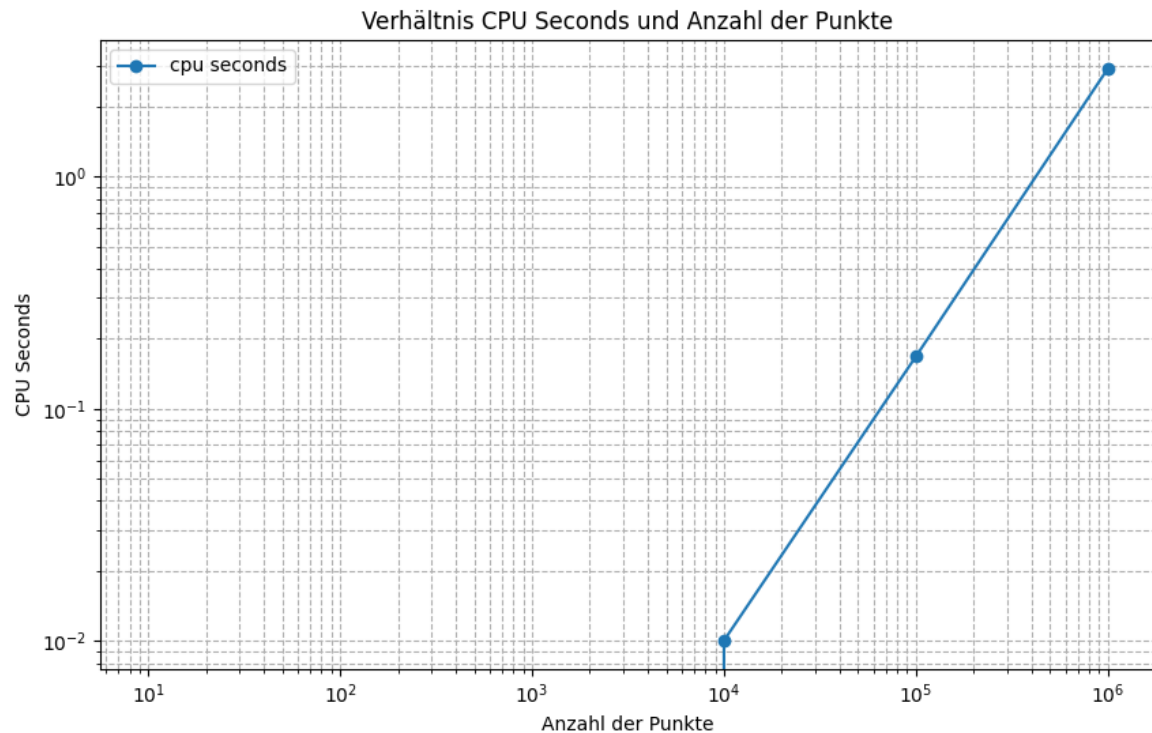


Zufällige Punkte in einer 2-D-Sphäre

Code: rbox \$num_points s 2D | qconvex TO \$filename

Befehl	Processed points	Hyperplanes	Distance Tests	CPU Seconds
rbox 10 s D2 l qconvex TO cospherical/cospherical_10.txt	10	18	33	0

Befehl	Processed points	Hyperplanes	Distance Tests	CPU Seconds
rbox 100 s D2 l qconvex TO cospherical/cospherical_100.txt	100	198	897	0
rbox 10000 s D2 l qconvex TO cospherical/cospherical_10000.txt	10000	19998	189598	0.01
rbox 100000 s D2 l qconvex TO cospherical/cospherical_100000.txt	99997	199992	2395081	0.168
rbox 1000000 s D2 l qconvex TO cospherical/cospherical_1000000.txt	998691	1997376	28929364	2.929



Schlussfolgerung

In allen Graphen ist ein linearer Anstieg der Distance Tests und der CPU-Zeit bei zunehmender Anzahl an Punkten zu erkennen.

Die Komplexität von Qhull hängt von der Anzahl der Punkte und der Dimension ab. In 2D und 3D beträgt die Komplexität im worst-case **$O(n \log n)$** mit n = Anzahl der Punkte.

In höheren Dimensionen kann die Komplexität im worst-case exponentiell in der Anzahl der Punkte sein. Dies liegt daran, dass die Anzahl der Facetten einer konvexen Hülle exponentiell zur Anzahl der Punkte wachsen kann.