# Badanie czasu rozwiązania w funkcji ilości statków powietrznych

## Obserwacje:

Na potrzeby testu wygenerowano po pięć instancji problemu dla każdej konfiguracji danych wejściowych problemu i obliczono średnie czasy obliczeń, a także ilość znalezionych rozwiązań. Wartość pięć oznacza, że każde z 5 instancji posiadało rozwiązanie dopuszczalne, zero oznacza, że żadna instancja nie posiadała rozwiązania dopuszczalnego. W celu zbadania czasu rozwiązania w funkcji ilości statków powietrznych w problemie przyjęto stałą ilość manewrów równą 10 oraz stałą gęstość kolizji równą 5%. Otrzymano 15 punktów pomiarowych. Pierwszy punkt pomiarowy odpowiada 10 statkom powietrznym, z każdym kolejnym pomiarem liczba statków powietrznych zwiększała się o 10.

Kolorem niebieskim oznaczono liczbę rozwiązań dla danej konfiguracji 5 instancji testowych. Oś znajduję się z prawej strony wykresu. Kolorem pomarańczowym przedstawiono wykres czasu obliczeń solvera (oś z lewej strony). Kolorem zielonym przedstawiono dopasowany do czasu obliczeń wielomian stopnia 2.

## Wnioski:

1. Pierwsza z obserwacji dotyczy generacji instancji. Wraz ze wzrostem wielkości instancji, mimo tej samej gęstości kolizji, co raz mniej wygenerowanych instancji posiada rozwiązanie.

Dodatkowo można zauważyć, że zmiana jest skokowa. Do wielkości instancji 50 statków powietrznych wszystkie 5 z wylosowanych instancji o określonych parametrach posiada rozwiązanie, natomiast po przekroczeniu tej wielkości żadna z 5 instancji nie posiada rozwiązania. Uzasadnienie tego zjawiska jest dosyć oczywiste. Wyobraźmy sobie, że mamy tylko dwa statki powietrzne i dwa możliwe manewry dla każdego z nich. Wtedy a naszej macierzy kolizji mogą wystąpić maksymalnie 4 konflikty i aby taki problem nie miał rozwiązania gęstość kolizji musiałaby wynosić 100% ! Jednak jeśli zwiększymy liczbę statków powietrznych do 3 nie zmieniając liczby dostępnych manewrów to minimalna liczba kolizji potrzebna do tego aby problem nie posiadał rozwiązania nadal wynosi 4. Ta wartość nie zależy od liczby statków powietrznych, a jedynie od liczby dostępnych manewrów. Jednak zwiększając liczbę statków powietrznych do 3, liczba możliwych konfliktów w macierzy kolizji wynosi 12, zatem minimalna gęstość konfliktów, dla której jest niezerowe prawdopodobieństwo otrzymania instancji bez rozwiązania spadła do 1/3. (Wystarczą 4 kolizje z 12 możliwych). Widać zatem wyraźnie, że zwiększając liczbą statków powietrznych w problemie, a nie modyfikując pozostałych parametrów prawdopodobieństwo wystąpienia instancji bez rozwiązania dopuszczalnego rośnie. Zwiększając liczbę statków powietrznych o 1 liczba potencjalnych konfliktów wzrasta o (n+1) / (n-1), gdzie n jest liczbą statków powietrznych przed inkrementacją, podczas, gdy minimalna liczba konfliktów potrzebna, aby uzyskać instancję bez rozwiązania dopuszczalnego pozostaje stała i wynosi m^2, gdzie m to liczba dopuszczalnych manewrów. Zatem, aby utrzymywać w przybliżeniu stała wartość instancji posiadających rozwiązanie należałoby zmniejszać gęstość konfliktów (n+1) / (n-1) razy.

1. Druga obserwacja dotyczy czasu rozwiązania problemu wraz ze wzrostem wielkości instancji. Z wykresu wynika, że wraz z liniowym wzrostem ilości statków powietrznych w problemie , czas rozwiązania rośnie kwadratowo. Dopasowana funkcja kwadratowa dobrze odwzorowuje trend danych.

# Badanie czasu rozwiązania w funkcji liczby manewrów

## Obserwajce

Wygenerowano po pięć instancji problemu dla każdej konfiguracji danych wejściowych problemu i obliczono średnie czasy obliczeń, a także ilość znalezionych rozwiązań.

W celu zbadania czasu rozwiązania w funkcji liczby manewrów w problemie przyjęto stałą ilość statków powietrznych równą 20 oraz stałą gęstość kolizji równą 5%. Otrzymano 15 punktów pomiarowych. Pierwszy punkt pomiarowy odpowiada 10 manewrom, z każdym kolejnym pomiarem liczba manewrów rosła o 10.

Kolorem niebieskim oznaczono liczbę rozwiązań dla danej konfiguracji 5 instancji testowych. Oś znajduję się z prawej strony wykresu.

Kolorem pomarańczowym przedstawiono wykres średniego czasu obliczeń solvera (oś z lewej strony).

Kolorem zielonym przedstawiono dopasowany do czasu obliczeń wielomian stopnia 2.

## Wnioski

1. Zarówno jak w przypadku zwiększania wielkości instancji poprzez wzrost liczby samolotów, czas obliczeń rośnie kwadratowo, co jest widoczne po dobrym dopasowaniu się wielomianu stopnia drugiego do danych.
2. Ciekawym faktem wydaję się jednak być sytuacja związana z liczbą rozwiązań dla instancji testowych. W obu eksperymentach gęstość konfliktów była ustawiona na 5%, przy czym, gdy w poprzednim eksperymencie zwiększano liczbę statków powietrznych, to od pewnej wielkości tego parametru liczba rozwiązań spadła do 0, natomiast w tym eksperymencie liczba rozwiązań utrzymuje się na poziomie 5, a więc wszystkie wygenerowane instancje posiadały rozwiązanie dopuszczalne.

# Badanie czasu rozwiązania w funkcji gęstości konfliktów

## Obserwacje

W tej części eksperymentu pomiarowego wykonano kilka prób pomiarowych z różnymi konfiguracjami parametrów ze względu na zaobserwowane wyniki. Na poniższych wykresach zamieszczono wyniki dwóch takich prób. W pierwszej próbie ustalono liczbę statków powietrznych jako stałą wartość równa 20, liczba manewrów również była stała i wynosiła 10. Pierwszy punkt pomiarowy odnosił się do gęstości konfliktów równej 15%, każdy kolejna instancja posiadała gęstość konfliktów o 2% większą.

W drugiej próbie zmieniono parametry problemu. Zwiększono ilość manewrów do 20, a gęstość konfliktów zmieniała się od 15% do 25% z krokiem 1. Zwiększono również liczbę instancji dla pojedynczej konfiguracji parametrów zadania na podstawie, której była liczona ilość rozwiązań oraz średni czas rozwiązania z 5 do 10.

Wykonano również kilka podobnych eksperymentów badających czasy rozwiązania w funkcji gęstości konfliktów z innymi przyjętymi parametrami ilości statków powietrznych i liczby manewrów, modyfikując również początkową gęstość konfliktów jak i tempo wzrostu tego parametru.

Wyniki dla każdej z tych prób były bardzo podobne. Tak jak można zauważyć na poniższych dwóch wykresach, do pewnej wielkości konfliktów solver rozwiązuje problem w liniowym czasie, a liczba rozwiązań jest maksymalna tzn. wszystkie instancje posiadają rozwiązanie. Po przekroczeniu pewnej wartości gęstości konfliktów liczba rozwiązań delikatnie spada , a czas rozwiązania tych instancji gwałtownie rośnie. Przy kolejnej instancji, liczba rozwiązań spada do 0 a czas rozwiązania jest maksymalny z pośród wszystkich instancji. Kolejne instancje również nie posiadają rozwiązania, jednak solver jest w stanie bardzo szybko to stwierdzić , w związku z czym czas rozwiązywania kolejnych instancji jest znów liniowy i zbliżony do czasu obliczeń dla instancji, z mniejszą gęstością konfliktów.

# Wnioski Końcowe

1. Jednym z istotnych wniosków wydaję się być fakt, iż liczba statków powietrznych znacznie bardziej wpływa na złożoność problemu, a tym samym na czas obliczeń niż pozostałe parametry. Porównując przedziały czasy oblicze solvera dla wszystkich 3 eksperymentów, można zauważyć, że dla eksperymentu badającego wpływ liczby statków powietrznych maksymalny czas rozwiązania wynosił ponad 82s sekundy, podczas, gdy dla eksperymentu badającego wpływ ilości dostępnych manewrów była to wartość niecałych 0.2 sekundy oraz około 0.9 sekundy w przypadku eksperymentu z gęstością konfliktów
2. Drugi wniosek dotyczy generowania instancji testowych. Wydaję się, że całkowicie losowe generowanie instancji nie jest najlepszym podejściem

W poprzednich eksperymentach funkcja celu nie była zdefiniowana, zatem solver szukał jedynie rozwiązania dopuszczalnego. Poniżej zestawiono wyniki porównujące czasy obliczeń dla tych samych instancji problemu, ale ze zdefiniowaną funkcją celu minimalizującą indeks wykonywanego manewru oraz bez funkcji celu. Dodatkowo porównano średnie czasy rozwiązań dla danej konfiguracji instancji, gdy rozwiązanie dopuszczalne istnieje lub nie. Wylosowano po 10 instancji dla każdej wielkości problemu. Każde 10 instancji podzielono na te posiadające rozwiązanie i te nie posiadające. Osobno policzono średni czas obliczeń dla tych przykładów, które nie miały rozwiązania i średni czas dla tych przykładów, które rozwiązanie posiadały. Odcienie danego koloru porównują te wyniki. Natomiast kolor czerwony i niebieski odnoszą się odpowiednio do obliczeń bez zdefiniowanej i ze zdefiniowaną funkcją celu. Widać wyraźnie, że zdefiniowanie funkcji celu znacząco wydłuża czas obliczeń, co nie jest zaskakujące. Można również zauważyć, że uzyskanie wyniku dla instancji bez rozwiązania dopuszczalnego także jest bardziej wymagające obliczeniowo od uzyskania wyniku dla instancji posiadającej rozwiązanie.

W celu zbadania wpływu liczby manewrów na czas rozwiązania przyjęto stałą liczbę statków powietrznych równą 10 oraz stałą gęstość konfliktów. Dla pierwszego eksperymentu przyjęto gęstość konfliktów równą 45% (pierwszy wykres), a dla drugiego 65% (drugi wykres). Liczbę dostępnych manewrów zwiększano liniowo od 20 do 30. Dla każdej konfiguracji wylosowano po instancji. Można dostrzec, że gdy liczba rozwiązań jest stała, to czas rozwiązania rośnie kwadratowo. Reprezentuje to zielona krzywa, która jest dopasowaniem wielomianowym 2 stopnia.

Jednak, gdy liczba rozwiązań nie jest stała kwadratowa zależność już nie występuje co można zauważyć na poniższym wykresie. Wykres został stworzony w oparciu o wyniki dla instancji o stałej liczbie statków powietrznych równej 10, przy stałej gęstości konfliktów równej 59% i liniowo zmieniającej się liczbie dostępnych manewrów od 50 do 60. Jednak można dostrzec inną zależność. Gdy liczba rozwiązań rośnie to liczba czas rozwiązania maleje. To spostrzeżenie poprowadziło autorów do kolejnego eksperymentu.   
  
Poniżej zestawiono wyniki porównujące czasy obliczeń, dla danej wielkości instancji w przypadku istnienia rozwiązanie i jego braku. Dla każdej z 10 instancji o zadanych parametrach wyznaczono czas rozwiązania oraz zanotowano czy instancja posiadała rozwiązanie. Następnie podzielono te 10 instancji na dwie grupy. W jednej grupie znajdowały się instancje, dla których znaleziono rozwiązanie, a w drugiej te, dla których rozwiązanie nie istnieje. Następnie policzono średnie czasy dla każdej grupy.

Wyniki zestawiono jednym odcieniem koloru.

Na poniższym wykresie przedstawiono wyniki jeszcze jednej analizy. Mianowicie, jak funkcja celu wpływa na czas rozwiązania. W poprzednich eksperymentach funkcja celu nie była zdefiniowana, zatem solver szukał jedynie rozwiązania dopuszczalnego. Poniżej zestawiono wyniki porównujące czasy obliczeń dla tych samych instancji problemu, ale ze zdefiniowaną funkcją celu minimalizującą indeks wykonywanego manewru oraz bez funkcji celu.

Widać wyraźnie, że uzyskanie wyniku dla instancji bez rozwiązania dopuszczalnego jest bardziej wymagające obliczeniowo od uzyskania wyniku dla instancji posiadającej rozwiązanie. Także

zdefiniowanie funkcji celu znacząco wydłuża czas obliczeń, co nie jest zaskakujące.

Wraz ze wzrostem liczby manewrów macierz kolizji rośnie (m+1)^2 / m^2 razy. Jednak minimalna liczba kolizji potrzebna aby uzyskać instancję nie posiadającą rozwiązania dopuszczalnego rośnie o taki sam współczynnik. Zatem nie zmieniając pozostałych parametrów, liczba rozwiązań powinna pozostawać w przybliżeniu stała, co jest zgodne z zaobserwowanymi wynikami.

1. Liniowy wzrost wielkości instancji powoduje kwadratowy wzrost czasu obliczeń

2. Zdefiniowanie funkcji celu wydłuża czas poszukiwania rozwiązania

3. Czas potrzebny na uzyskanie wyniku dla instancji nie posiadającej rozwiązania jest dłuższy niż dla instancji posiadające rozwiązanie dopuszczalne .

4. Wzrost liczby statków powietrznych występujących w problemie, przy pozostałych parametrach nie modyfikowanych powoduje spadek prawdopodobieństwa wystąpienia rozwiązania dopuszczalnego

5. Wzrost liczby dostępnych manewrów występujących w problemie, przy pozostałych parametrach nie modyfikowanych nie powoduje zmian w prawdopodobieństwie wystąpienia rozwiązania dopuszczalnego