



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

SISTEMAS INTELIGENTES

Sistemas de Lógica Borrosa (Difusa)

Prof. HERNÁN ALVAREZ, Ph.D.

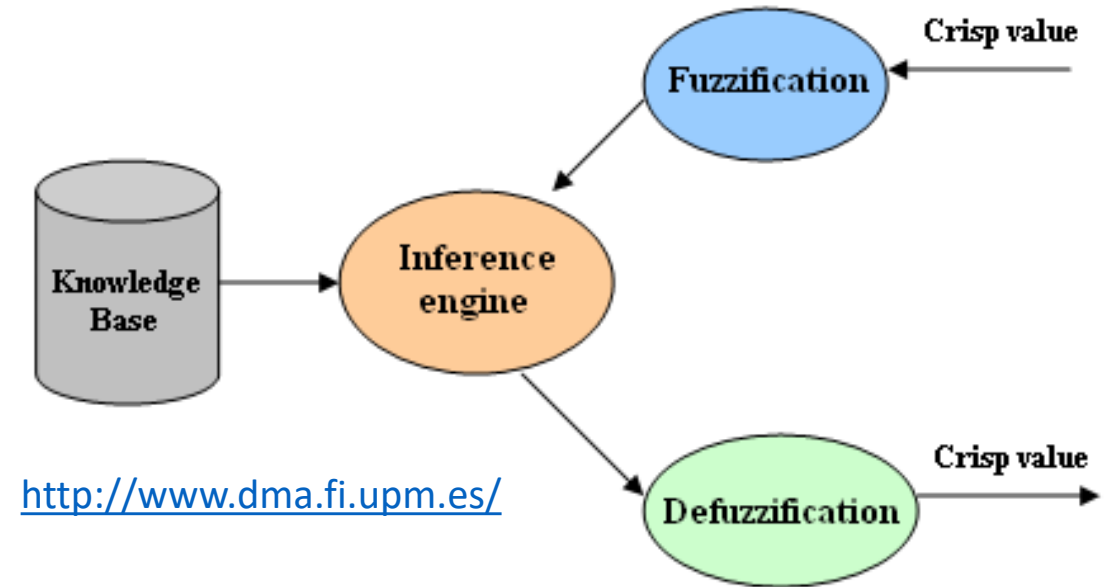
Departamento de Procesos y Energía
Grupo de Investigación en Procesos Dinámicos – KALMAN
hdalvare@unal.edu.co

<https://github.com/jwbranch/SistemasInteligentes>

<https://www.coursera.org/programs/unal-iuukt>

¿Fuzzy o Difuso o Borroso?

- Desde la corrección de palabras del Español, mejor decir Borroso que Difuso, aunque este último término es el que más se ha consolidado en la literatura en nuestro idioma. Prestar atención, puesto que Difuso tiene otra connotación p.e. en Ing. Qca. (como difunde una tinta en agua).
- Por su parte, el término borroso permite el uso de emborronar o hacer borrosos los límites de algo. Lo que es equivalente a difuminar en dibujo.
- Lo que si es perentorio es evitar términos tan erróneos en Español como Fuzzificación y desfuzzificación (así los he visto escritos¿?). Mejor usar: emborronado o difuminado y concreción, cuando se habla de las tareas de cualquier Sistema de Inferencia Borrosa (SIB) o Fuzzy Inference System (FIS).



Lógica Borrosa (Fuzzy Logic)

Esto dice *MathWorks* en su página web:

“La lógica borrosa es una paradigm efectivo para manejar la imprecision.

Este tipo de lógica se puede usar para tomar información de entrada imprecisa o borrosa (fuzzy) y obtener información de salida concreta y precisa.

Un Sistema de Inferencia Borrosa (SIB) es una vía simple y de **sentido común** para construir modelos **sin usar ecuaciones analíticas complejas**”.

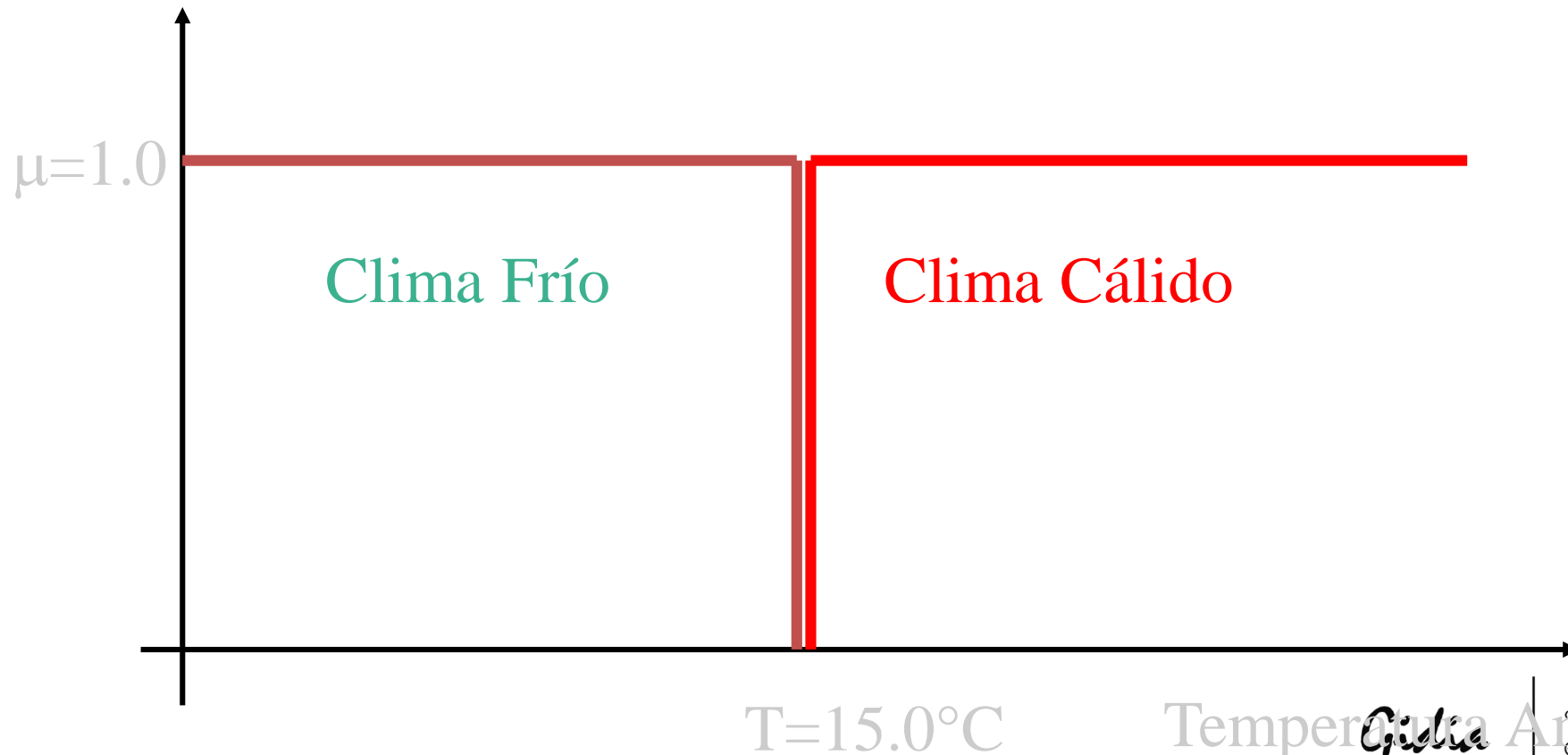
Lógica Borrosa (Fuzzy Logic)

Se denomina Lógica Borrosa a aquella que considera que la pertenencia de un objeto a un conjunto NO es un valor binario: 1 o 0, pertenece o no pertenece.

Al contrario, en la lógica borrosa, un objeto puede pertenecer a un conjunto de manera continua, con un factor o grado de pertenencia (μ), que es un número que toma valores entre 0 y 1.

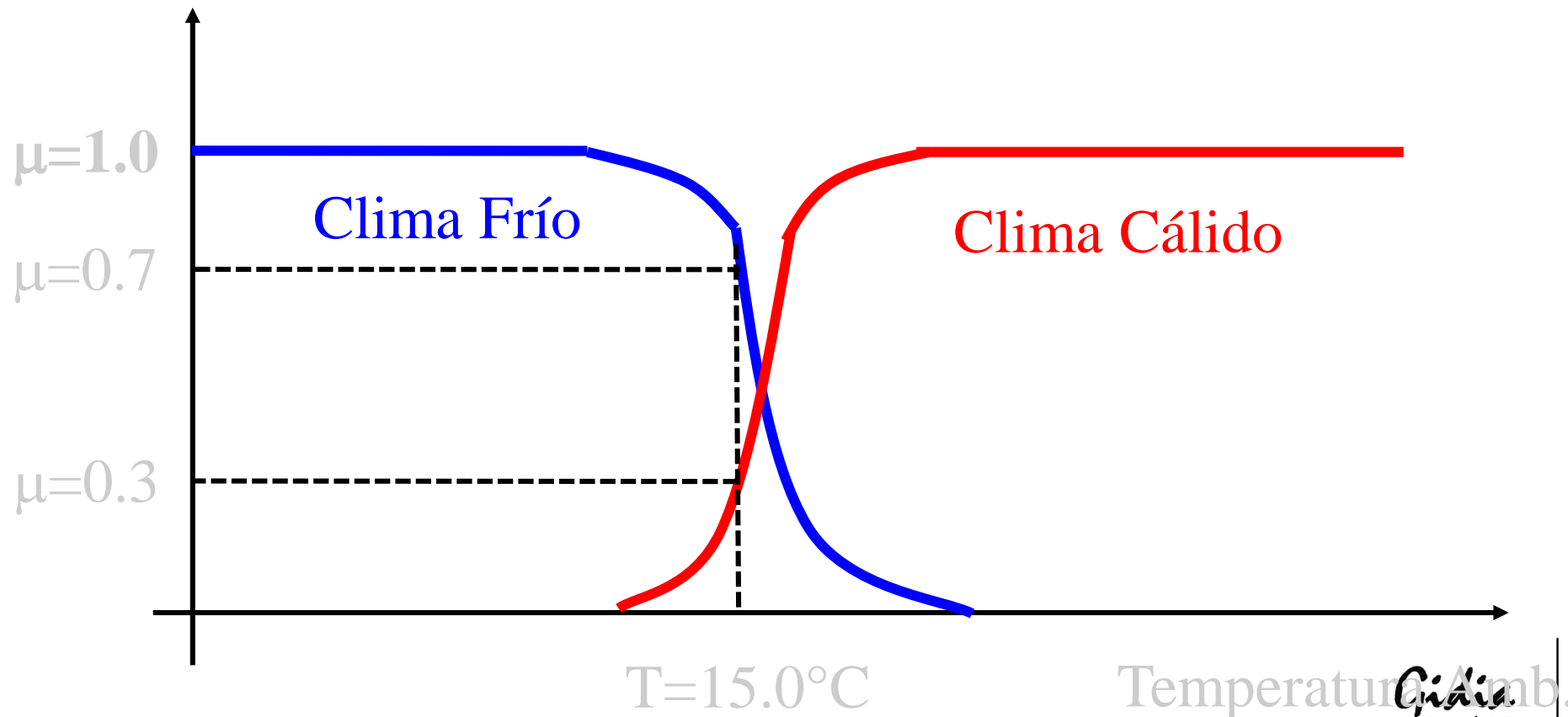
Factor o Grado de pertenencia μ en lógica tradicional (bi-valuada)

Grado de Pertenencia



Factor o Grado de pertenencia μ en lógica borrosa (multi-valuada)

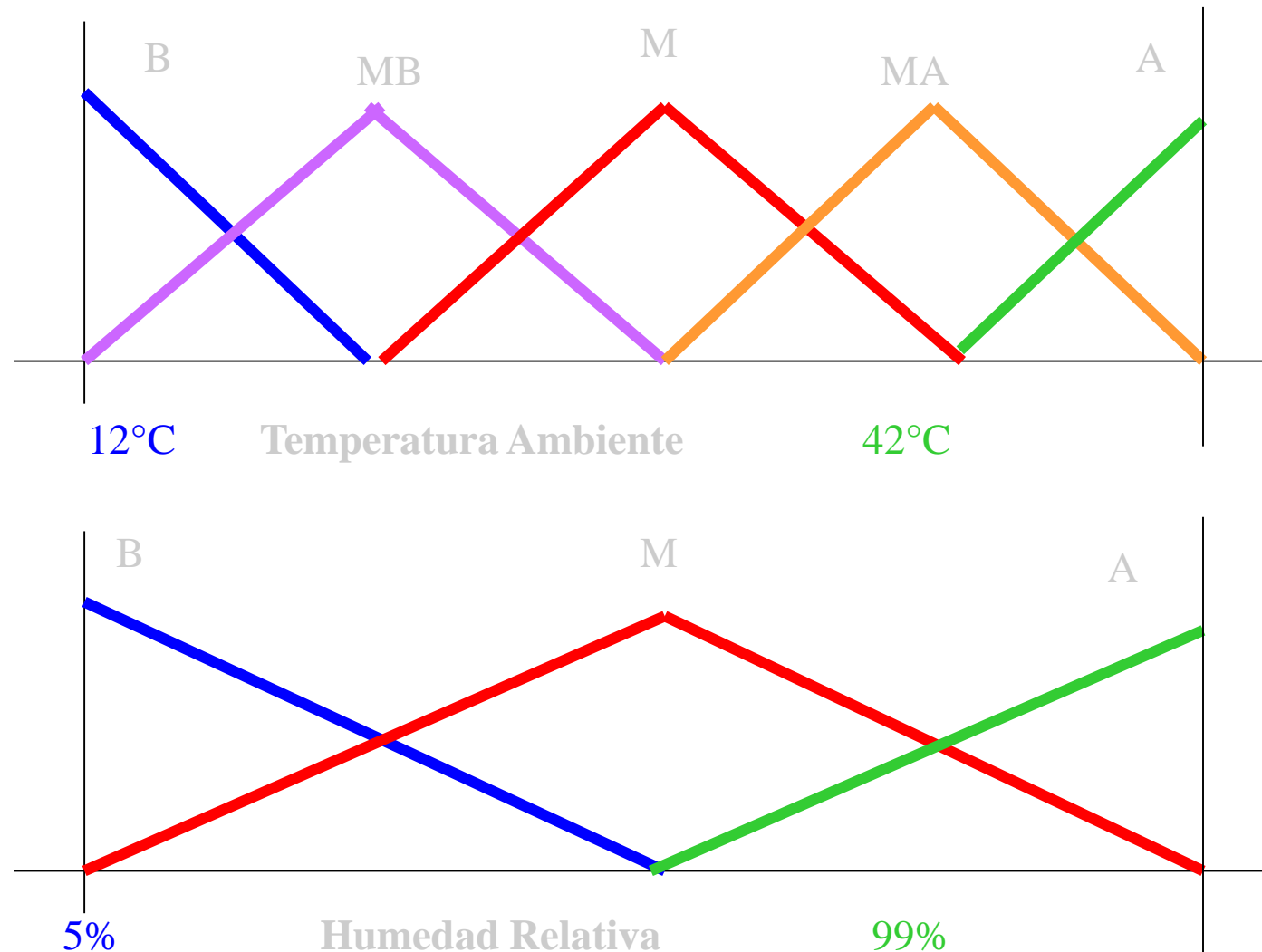
Grado de Pertenencia



El Universo de Discurso

Es el grupo de **etiquetas lingüísticas** que permiten armar un **discurso** que refleje el **conocimiento existente** sobre algo.

Por ejemplo, en aire acondicionado, este es el universo de discurso típico:



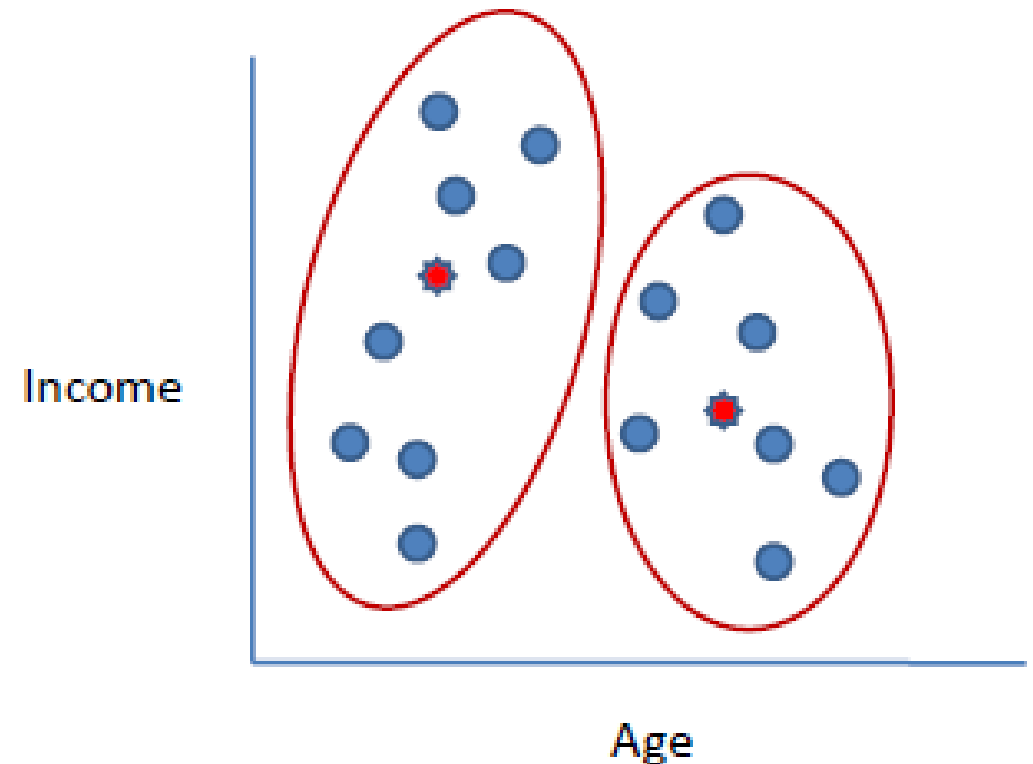
Reglas de Inferencia Borrosa

- Las **Reglas** permiten codificar todos los **conocimientos** existentes sobre un proceso.
- En un Sistema de Inferencia Borrosa, estas reglas son del tipo:
$$R^i : \text{SI } \langle \text{antecedente borroso} \rangle_i$$
$$\text{ENTONCES } \langle \text{consecuente borroso} \rangle_i$$
- El antecedente une atributos a través del operador AND o del operador OR.
- Un conjunto de n reglas contiene todo el conocimiento disponible sobre el problema, con su vaguedad e incertidumbre inherentes. Esa es la Base de Reglas.

¿Cómo se obtiene la base de Reglas?

Por **juicio experto**, capturado desde un panel de **especialistas** en el tema (*knowledge extraction*).

Por **análisis de datos** existentes (*data mining*), a través de detección de **agrupamientos** (*clusters*) que representen **patrones**.



<https://www.saedsayad.com/>

Mecanismo de Inferencia

El valor de salida de un modelo usando SIB se obtiene así:

1. Valorar el grado de pertenencia μ de la entrada a cada conjunto borroso del antecedente.
2. Evaluar la salida que tendría cada regla de la base de conocimiento para el valor de entrada actual.
3. Con el grado de pertenencia μ de la entrada a cada regla, ponderar la contribución de cada regla a una salida total.
4. Calcular la salida como una suma ponderada de la contribución de todas las reglas de la base de conocimientos.

Tipos de Sistema de Inferencia Borrosa

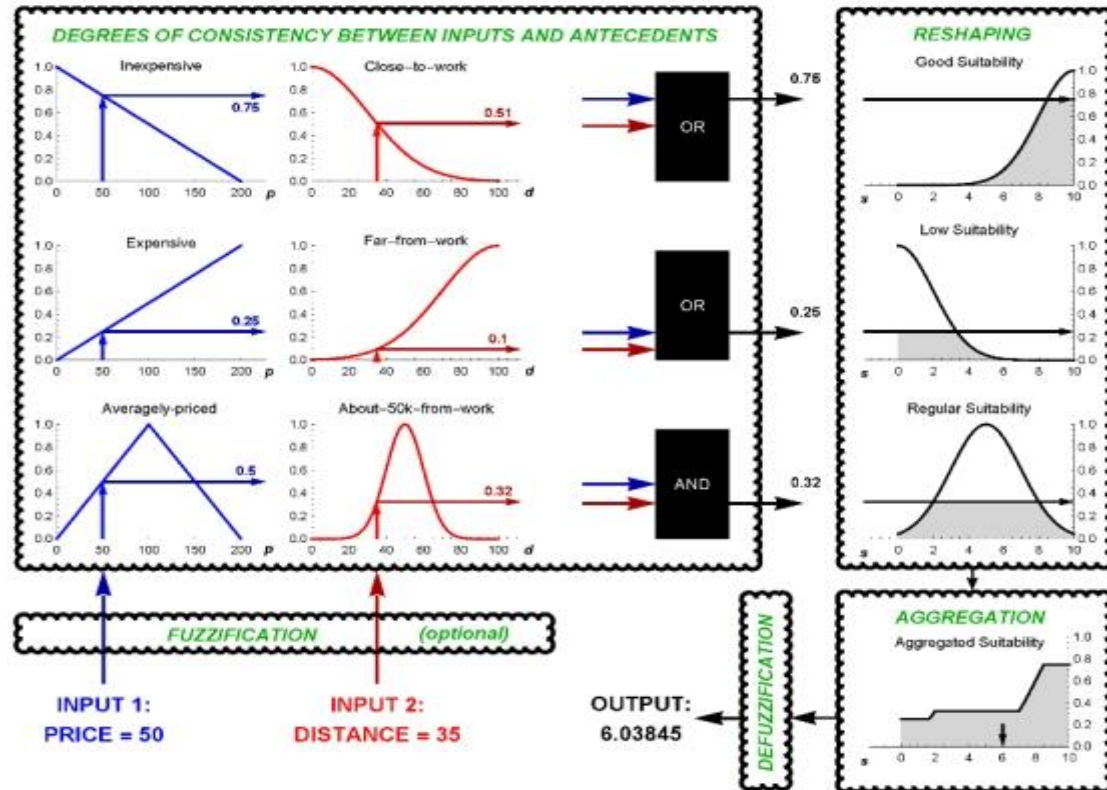
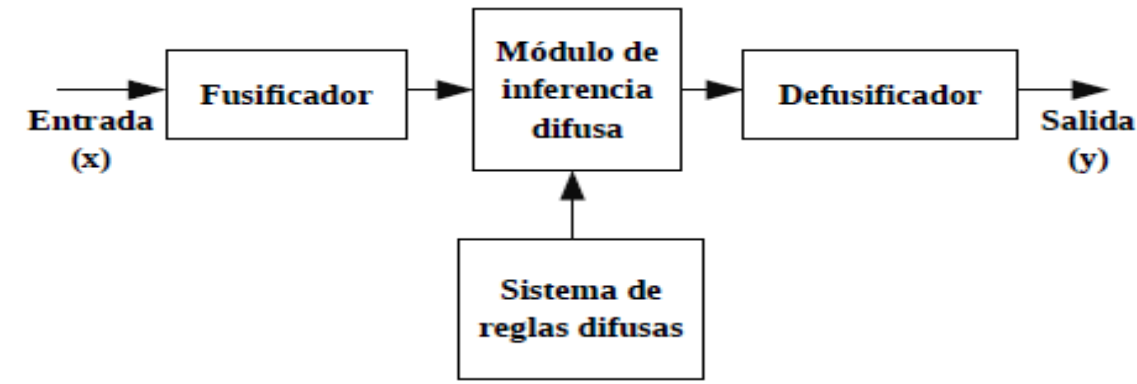
Lofti A. Zadeh: 1965: Fuzzy Sets.

Ebrahim Mamdani, 1972: Base de Reglas con Antecedentes y Consecuentes Borrosos: SIB LINGUISTICOS.

Wiltod Pedrycz (1984): La Base de Conocimiento es una Relación Borrosa. SIB RELACIONALES.

Tore Takagi and Michio Sugeno (1985): Reglas con Consecuente Numérico. SIB T&S.

Como opera un SIB Mamdani



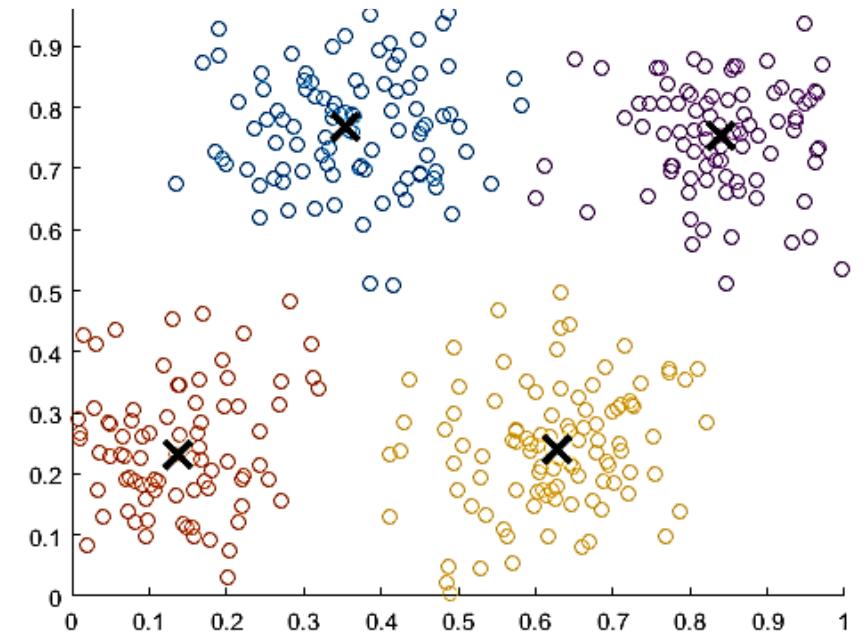
- A cada variable de entrada y a la salida, se le asignan sus etiquetas lingüísticas (granularidad).
- Se construye la base de conocimiento (conjunto de reglas), usando dichas etiquetas.
- Para un dato numérico de entrada, se evalúa el grado de pertenencia de cada entrada a cada etiqueta del universo de su discurso: emborronado (*fuzzification*).
- Se resuelve la operación del antecedente de cada regla (AND) y se obtiene la salida de la regla.
- Con eso grado de pertenencia se realiza el proceso de inferencia, con el tipo de implicación seleccionado (hay muchos!!!).
- El conjunto borroso resultado en el universo de discurso de la salida, se convierte en un valor numérico (concreción – *defuzzification*).

¿Qué es un SIB?

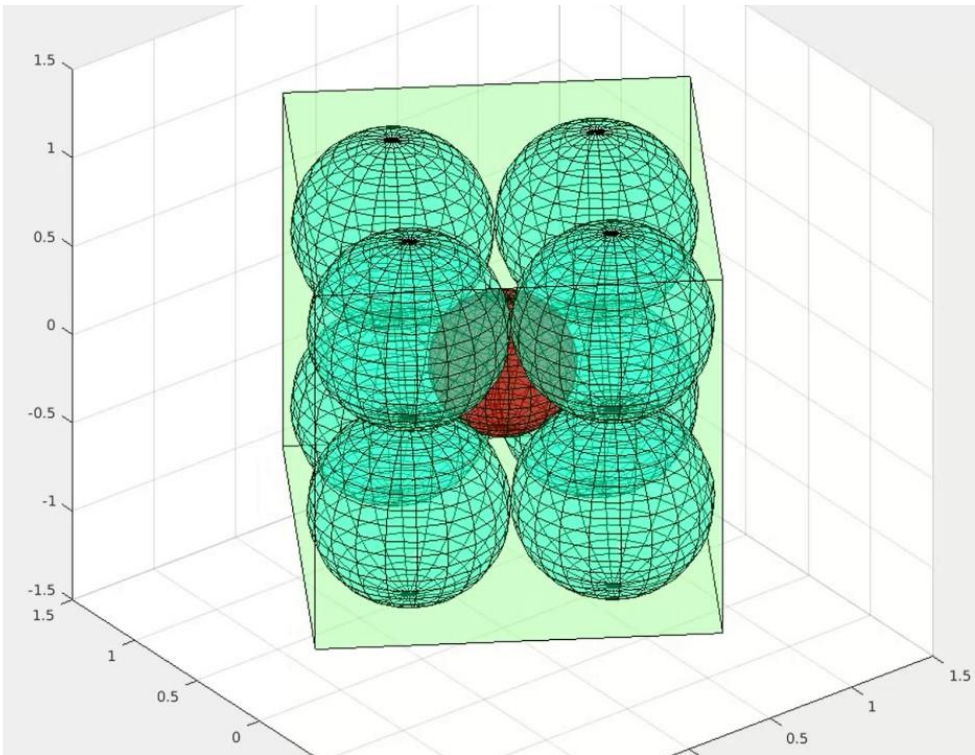
- Un modelo que predice una salida con base en el **grado de pertenencia** de las entradas al modelo (regresor) a grupo o reglas que describen el comportamiento del proceso.
- Las reglas de un SIB tradicional tipo Mamdani son del tipo:
Si x_1 es Alto y x_2 es Medio ENTONCES y es Alto
- Para un Takagi-Sugeno tradicional las reglas son:
Si x_1 es Alto y x_2 es Medio ENTONCES y
$$\text{Out} = a_{0,1} + a_{1,1} * x_1 + a_{2,1} * x_2$$
- Para un Takagi-Sugeno con conjuntos borrosos multidimensionales son: Si $[x_1, x_2]$ es **Cluster 1** ENTONCES y
$$\text{Out} = a_{0,1} + a_{1,1} * x_1 + a_{2,1} * x_2$$

Sistemas de Inferencia Borrosa (SIB) tipo Takagi-Sugeno con Conjuntos Borrosos Multidimensionales

- Un nombre muy largo... SIB T-S CBM.
- Permiten manejar la información contenida en los datos sin exceso de ajuste subjetivo.
- ¿Qué es un SIB-TS CBM?
- En vez de tener CB individuales, declarados por cada variable de entrada, tiene un conjunto que concatena toda la entrada (un cluster o Grupo).



Sistemas de Inferencia Borrosa (SIB) tipo Takagi-Sugeno con Conjuntos Borrosos Multidimensionales

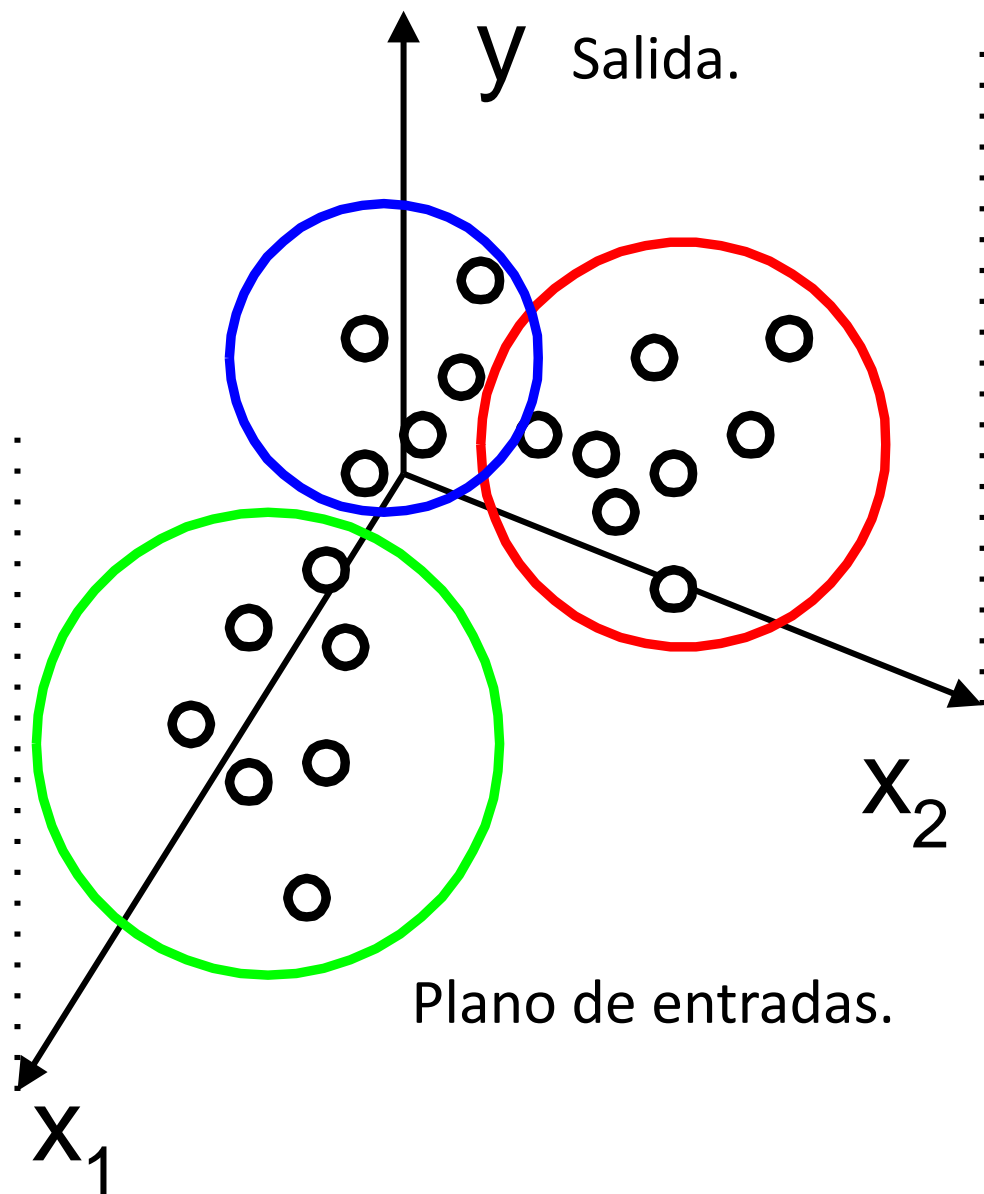


<https://www.youtube.com/watch?v=ko4KvRARh6A>

- Cada CB es un Grupo caracterizado por la coordenada de su centro.
- Se genera una Regla If-Then por cada Grupo.
- Se asumen Grupos del tipo hiper-esféricos. Se han probado otros sin mucha mejora en la precisión del modelo.
- El grado de pertenencia de una entrada multidimensional (x,y,z) se calcula como el inverso de la distancia al centro del Grupo.
- Atención con datos que caigan exactamente en el centro de un Grupo: $\mu = 1.0$ sin usar la fórmula de distancia.

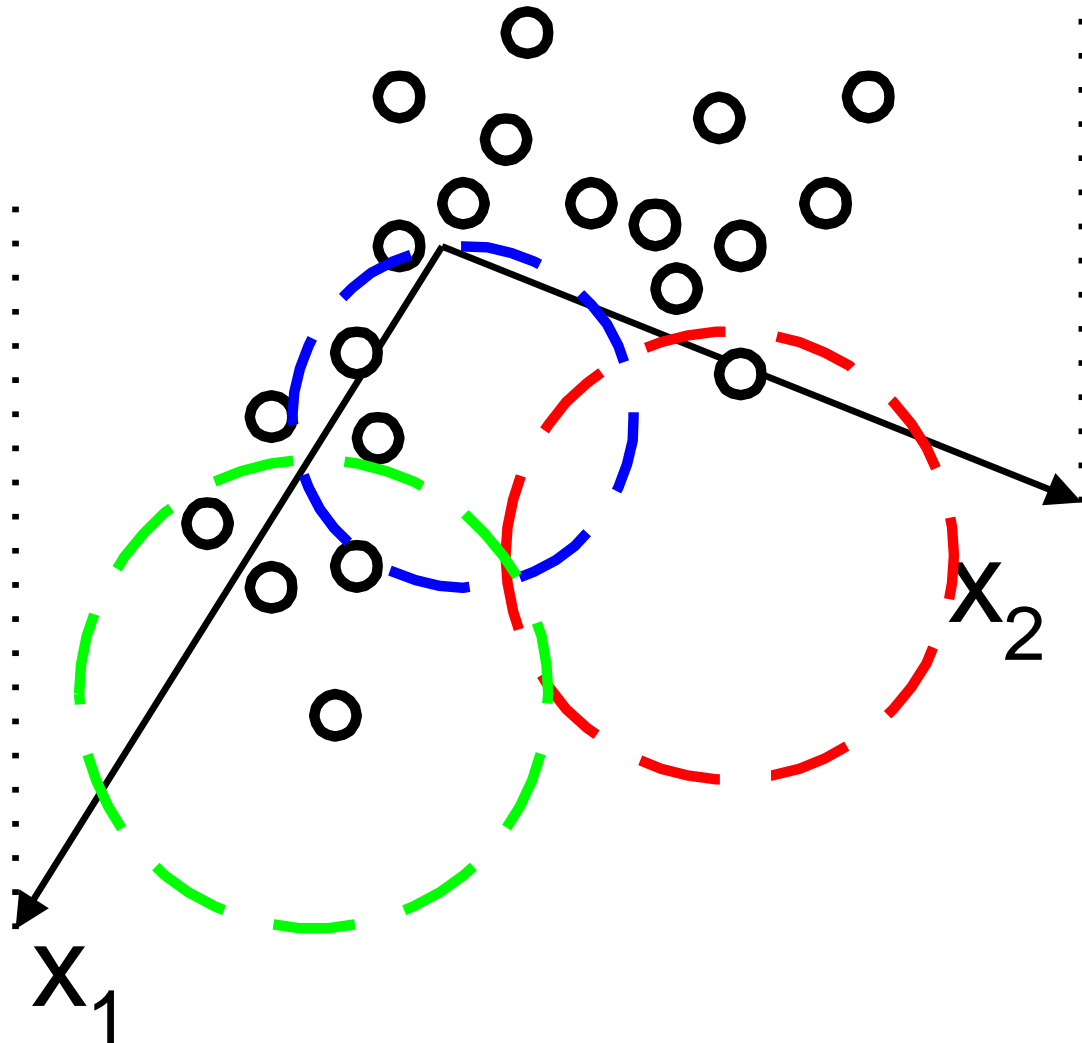
SIB T-S CBM ¿cómo se encuentran los Grupos?

- Los Grupos o Reglas se hallan mediante dos pasos:
 1. Determinación del número de Grupos y sus correspondientes centros.
 2. Determinación de parámetros del consecuente lineal de cada regla... son del tipo T-S
- Los datos completos: entradas-salida (regresor \mathbf{X} - salida y), se someten a agrupamiento borroso (algoritmo Fuzzy c-Means clustering J.C. Dunn, 1973, mejorado por J.C. Bezdek, 1981).
- Se obtiene la coordenada completa \mathbf{X} - y de cada centro en el espacio TOTAL. Pero como y no puede estar porque es lo que se va a predecir o modelar...
- Se reduce cada vector de coordenadas de Grupo, tomando solo las que corresponden a \mathbf{X} : proyección de la hiper-esfera en espacio TOTAL \mathbf{X} - y sobre hiper-plano o espacio Reducido \mathbf{X} .
- **J. C. Dunn (1973): "A Fuzzy Relative of the ISODATA Process and Its Use in Detecting Compact Well-Separated Clusters", *Journal of Cybernetics* 3: 32-57**
- **J. C. Bezdek (1981): "Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms", Plenum Press, New York**



Agrupamiento en el Espacio
Regresor $\mathbf{X}=[x_1, x_2]$ -Salida $[y]$ de los
datos completos tomados del
sistema.

Por simplicidad... se ilustra en \mathbb{R}^3 .

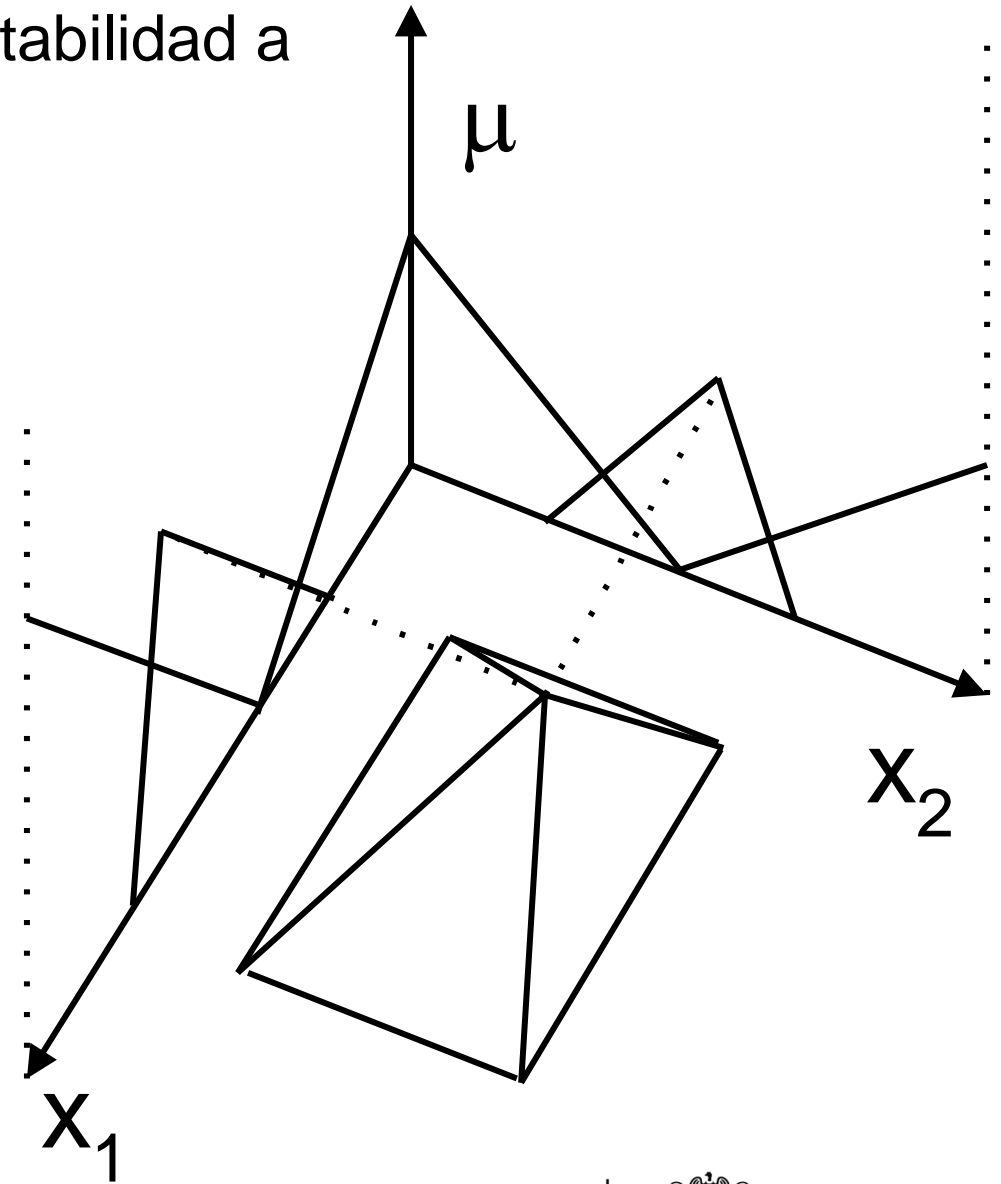


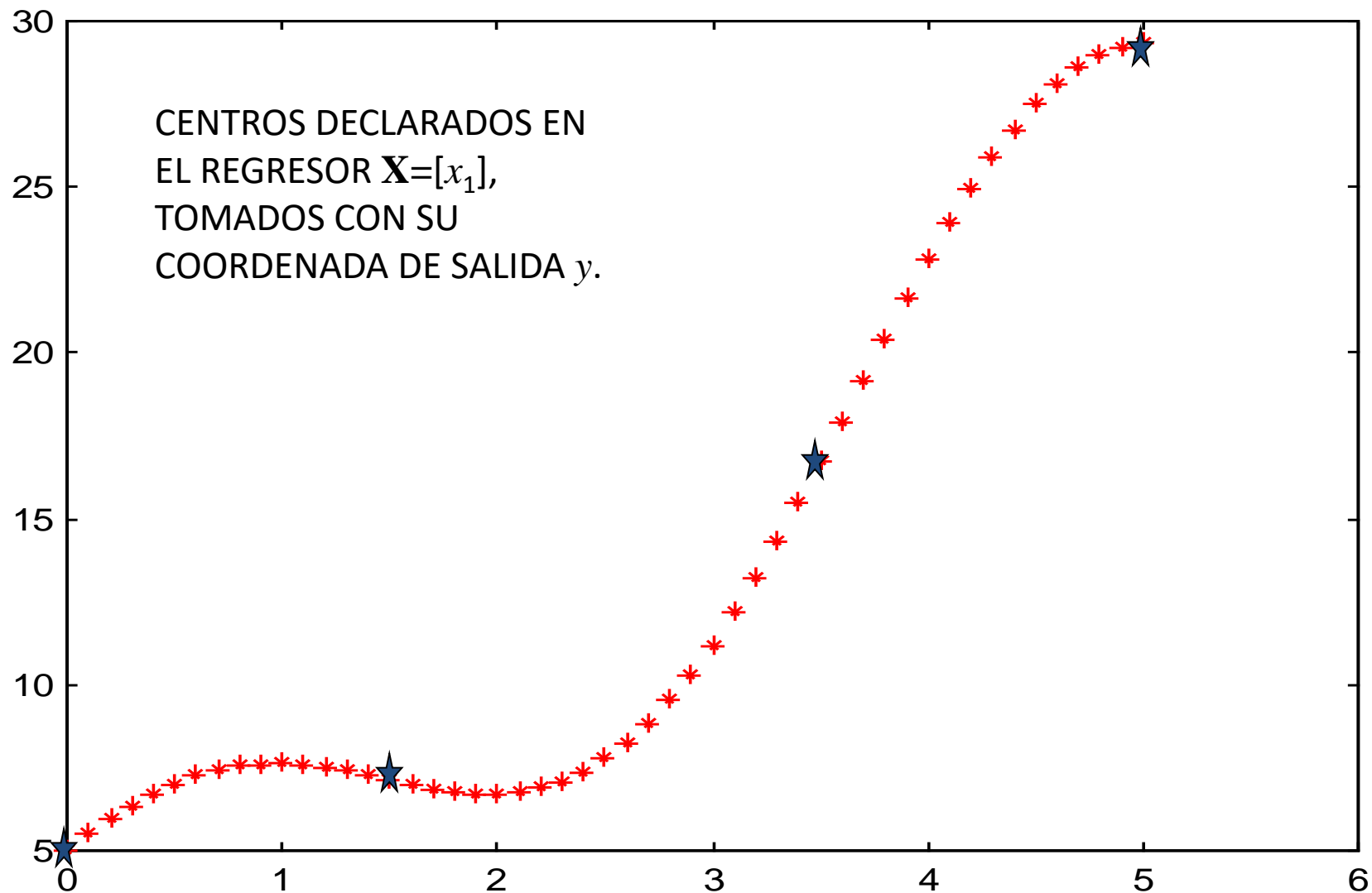
Proyección de TRES (3) Grupos del espacio TOTAL R^3 al espacio Reducido R^2 .

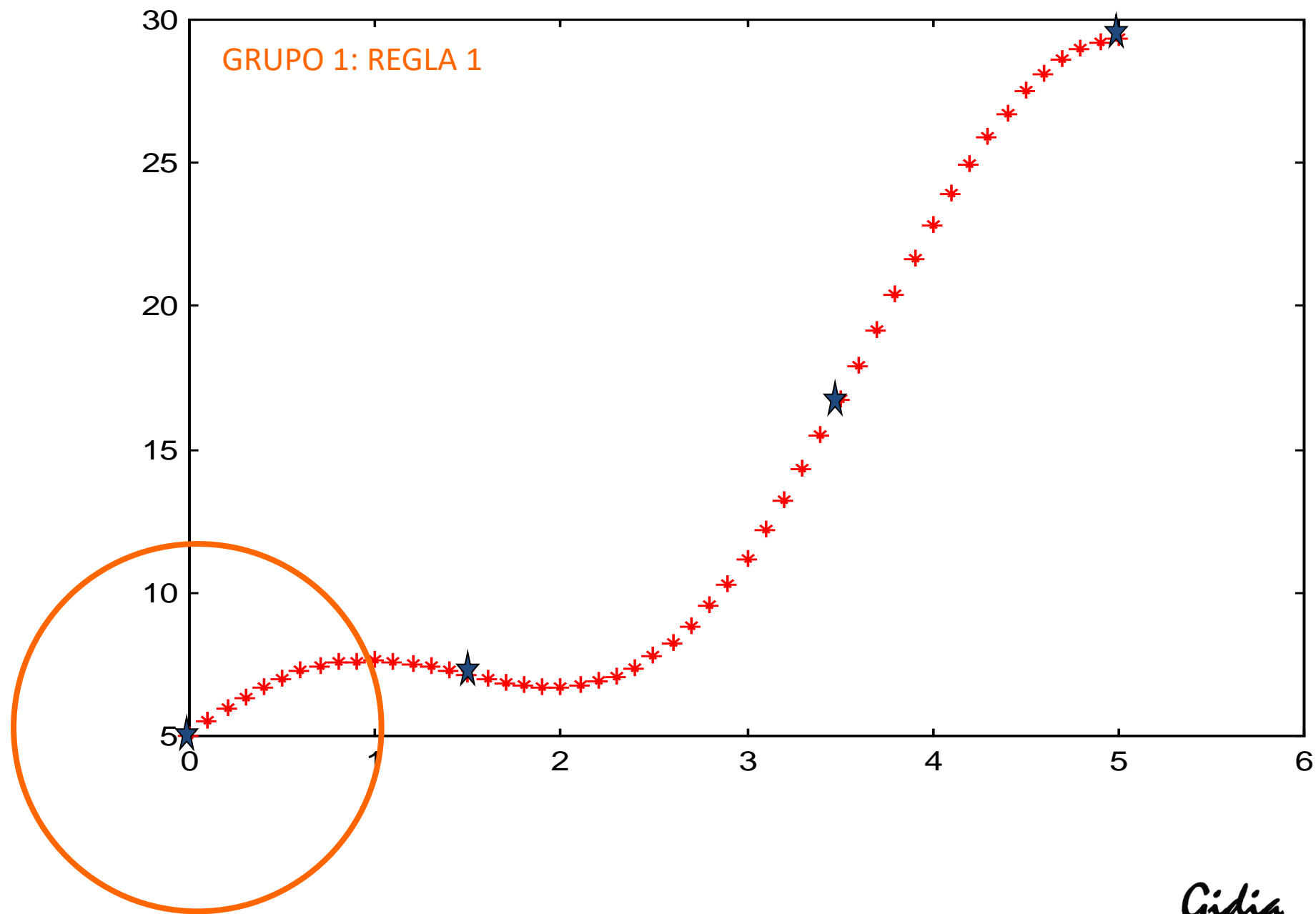
- ¿Se nota que se superponen en R^2 ?
- ¿Permitirá esto generar conjuntos borrosos unidimensionales (CBU) distinguibles de vuelta para cada entrada?
- ¿Valdrá la pena generar dichos CBU para cada variable del regresor \mathbf{X} ?
- Si se hace sería buscando interpretabilidad del modelo... pero

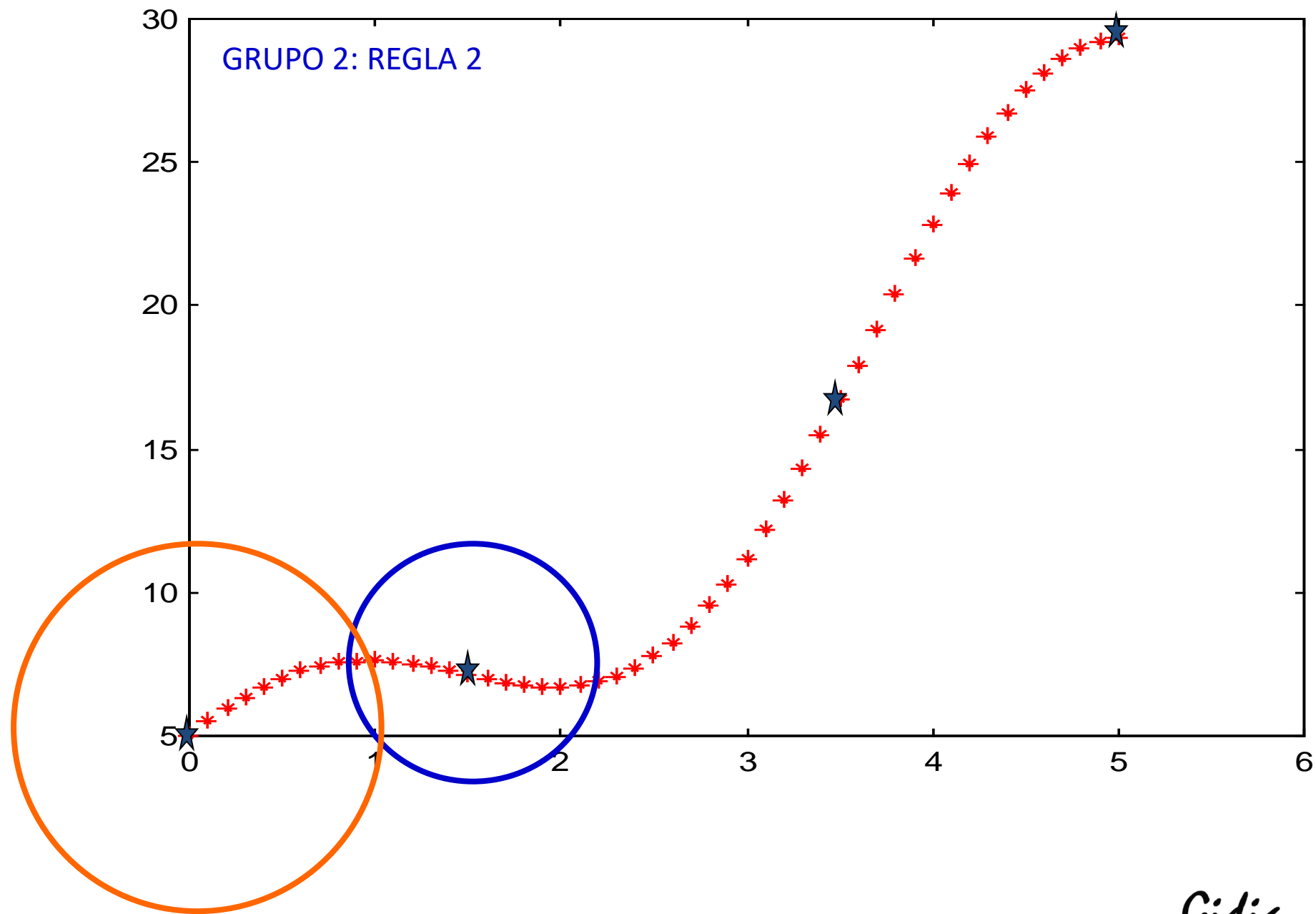
SIB T-S CBM... de vuelta a los CBU ¿Interpretabilidad a costa de qué?

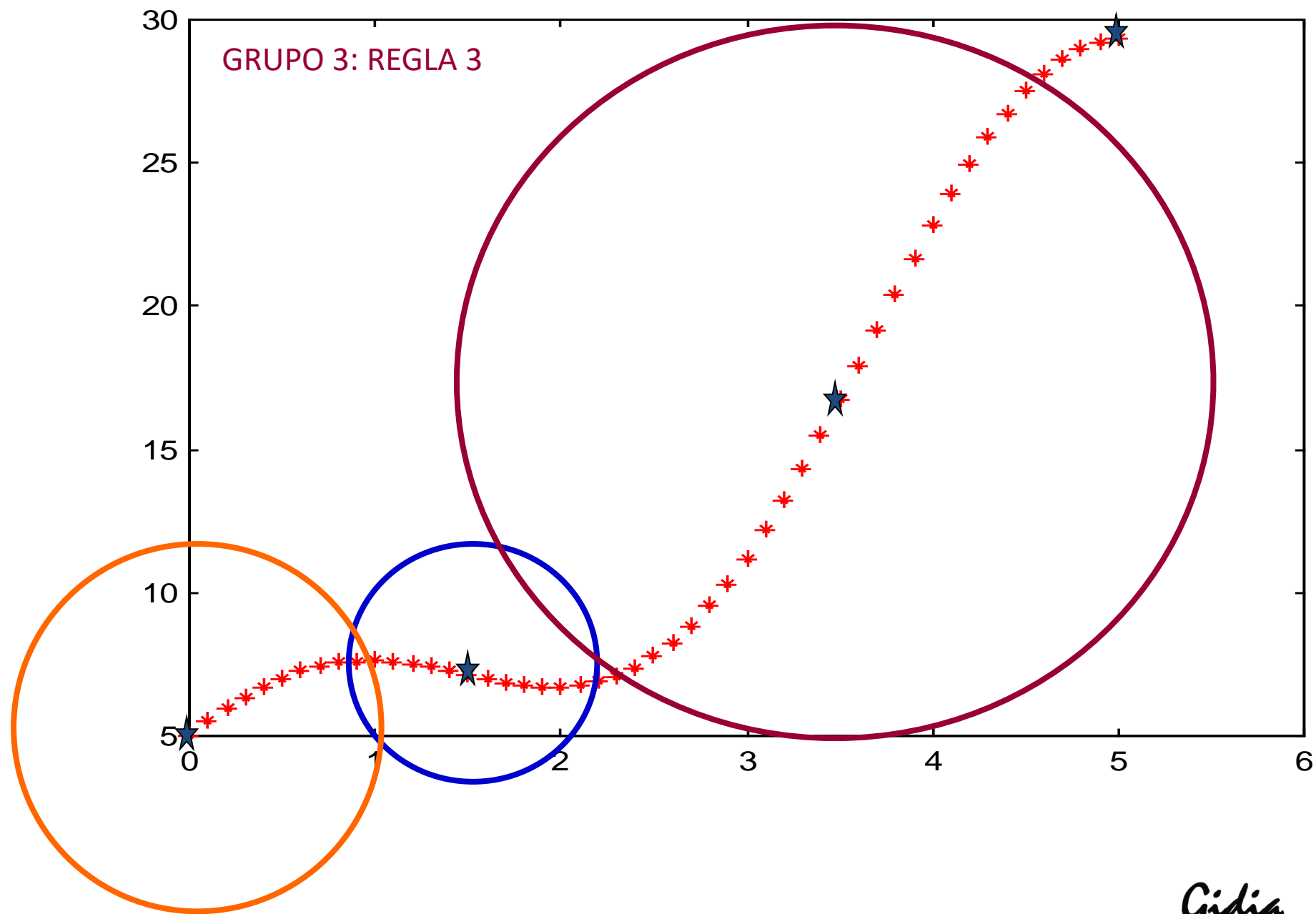
- Con un solo CBM es relativamente sencillo... aquí ilustrado con CBU triangulares.
- ¿Pero será posible con varios CBM hiper-esféricos y mantener la distinguibilidad entre los CBU?
- Veamos un ejemplo en una sola dimensión ($\mathbf{X}=[x_1]$) con la salida $[y]$:

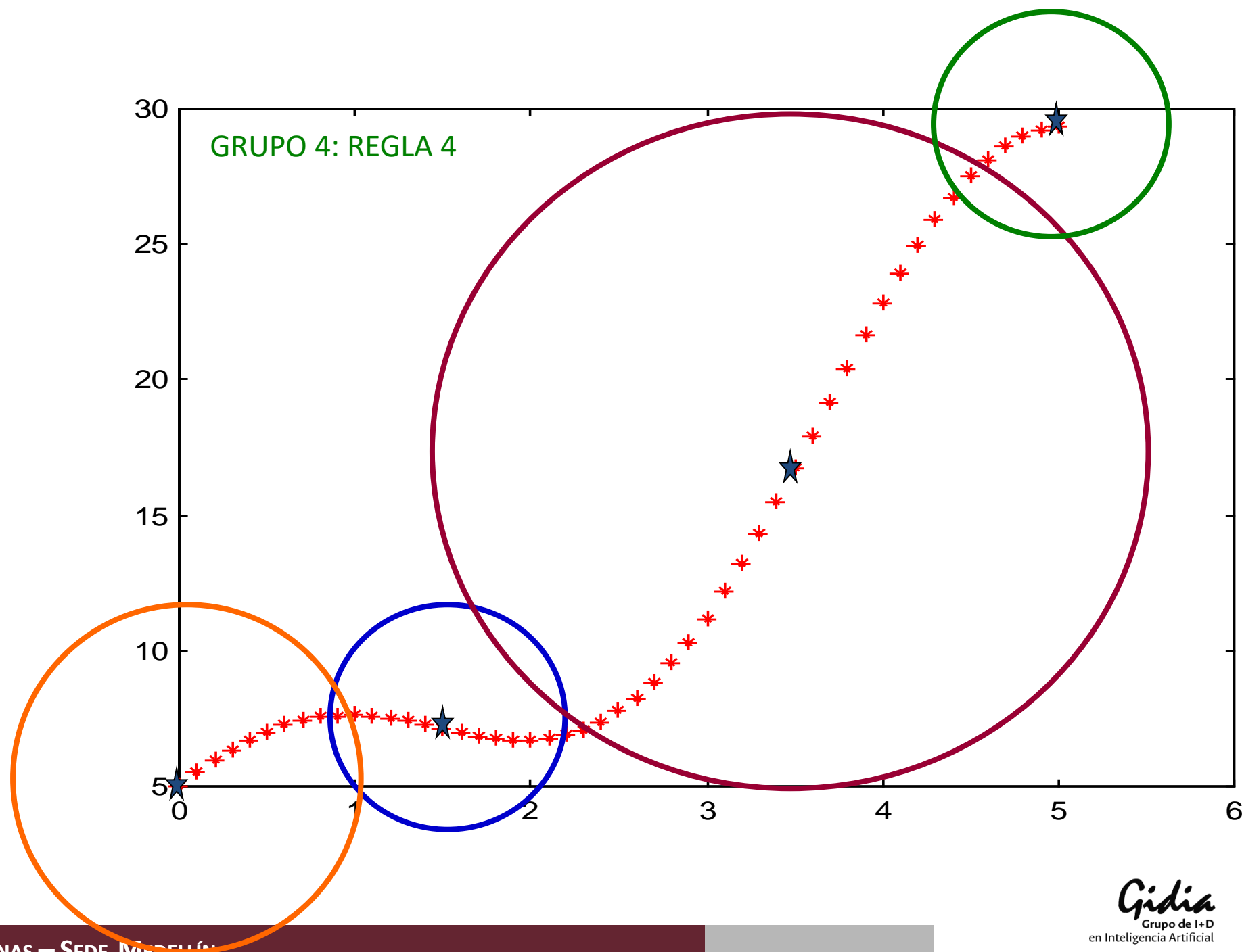




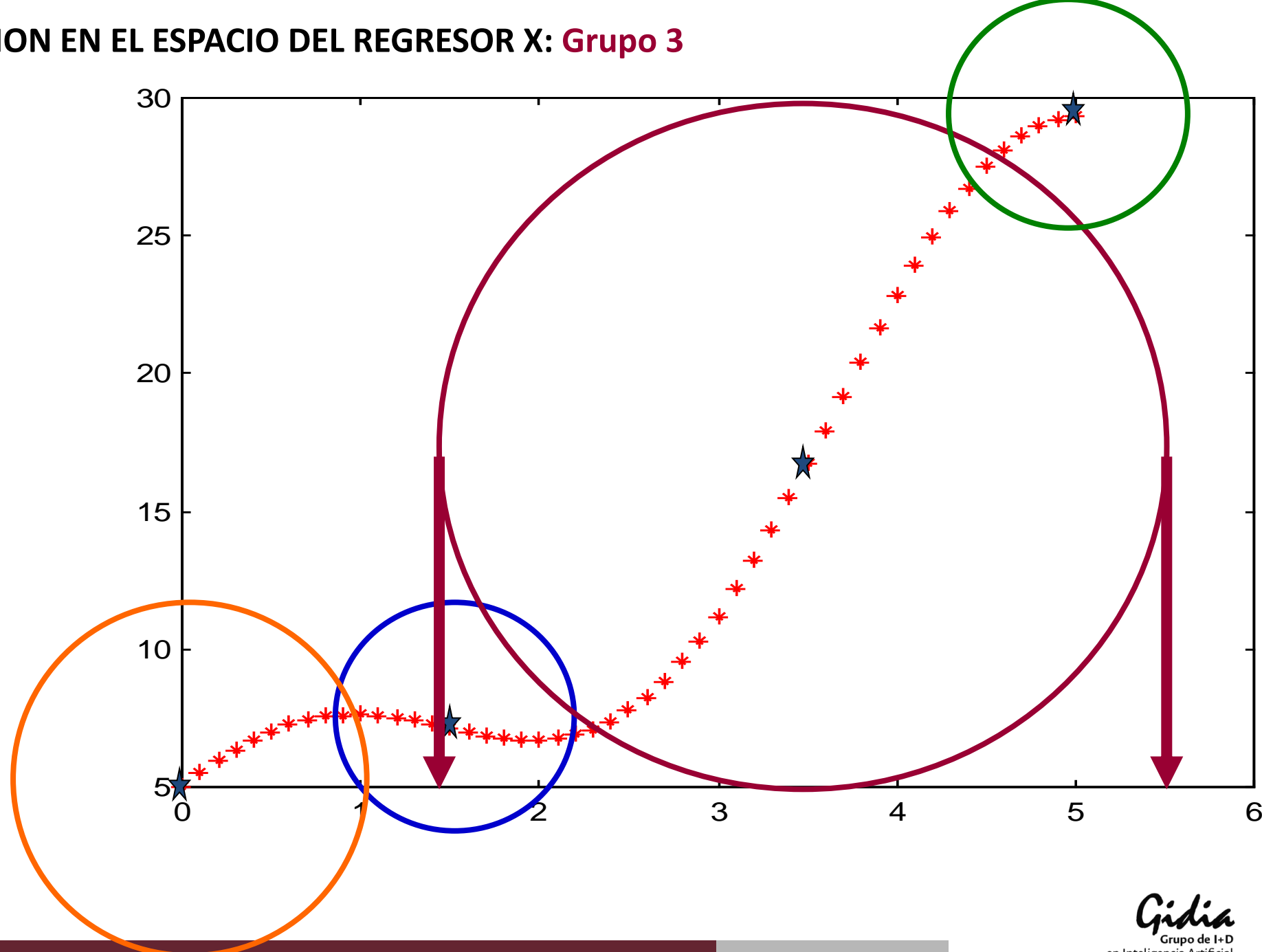


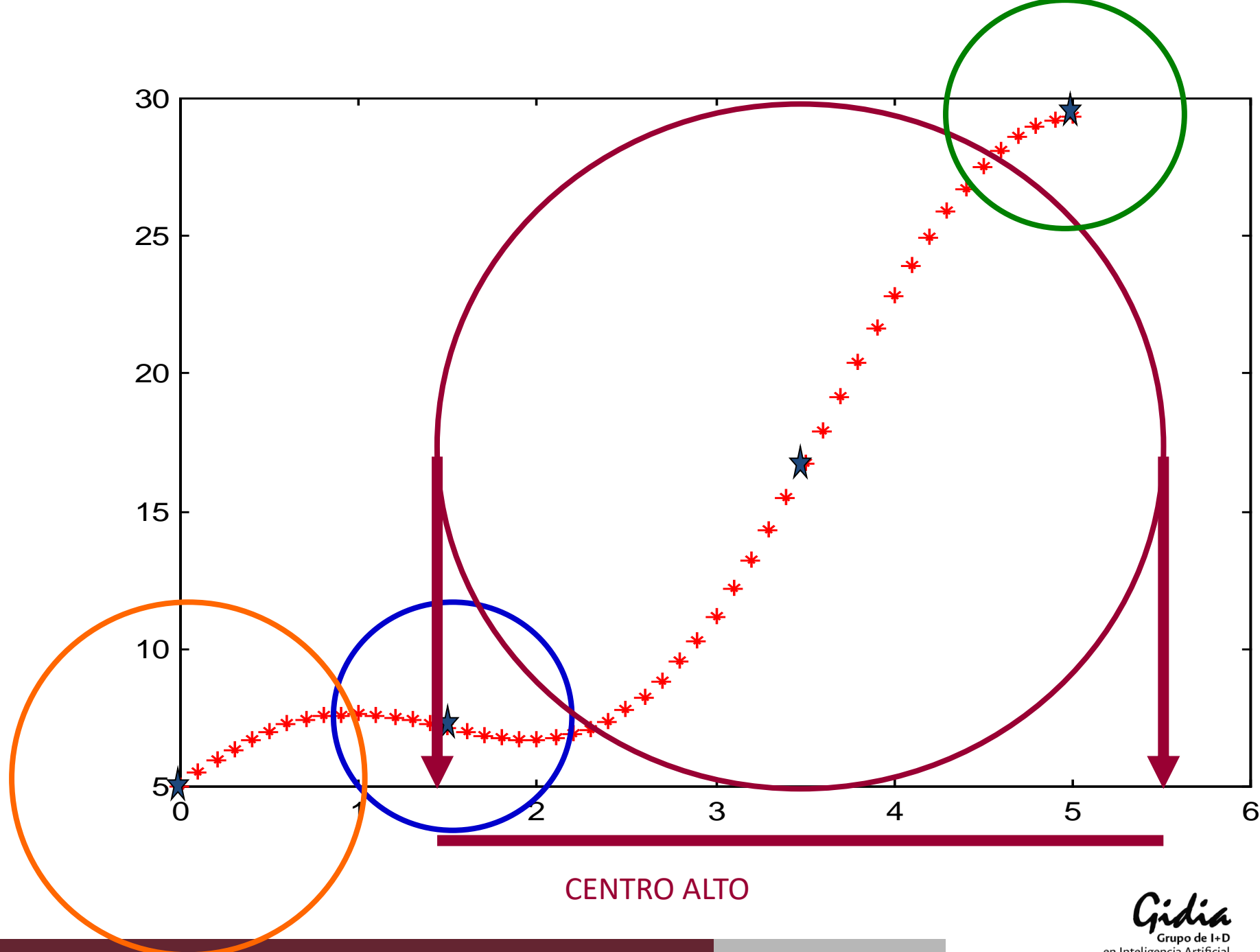






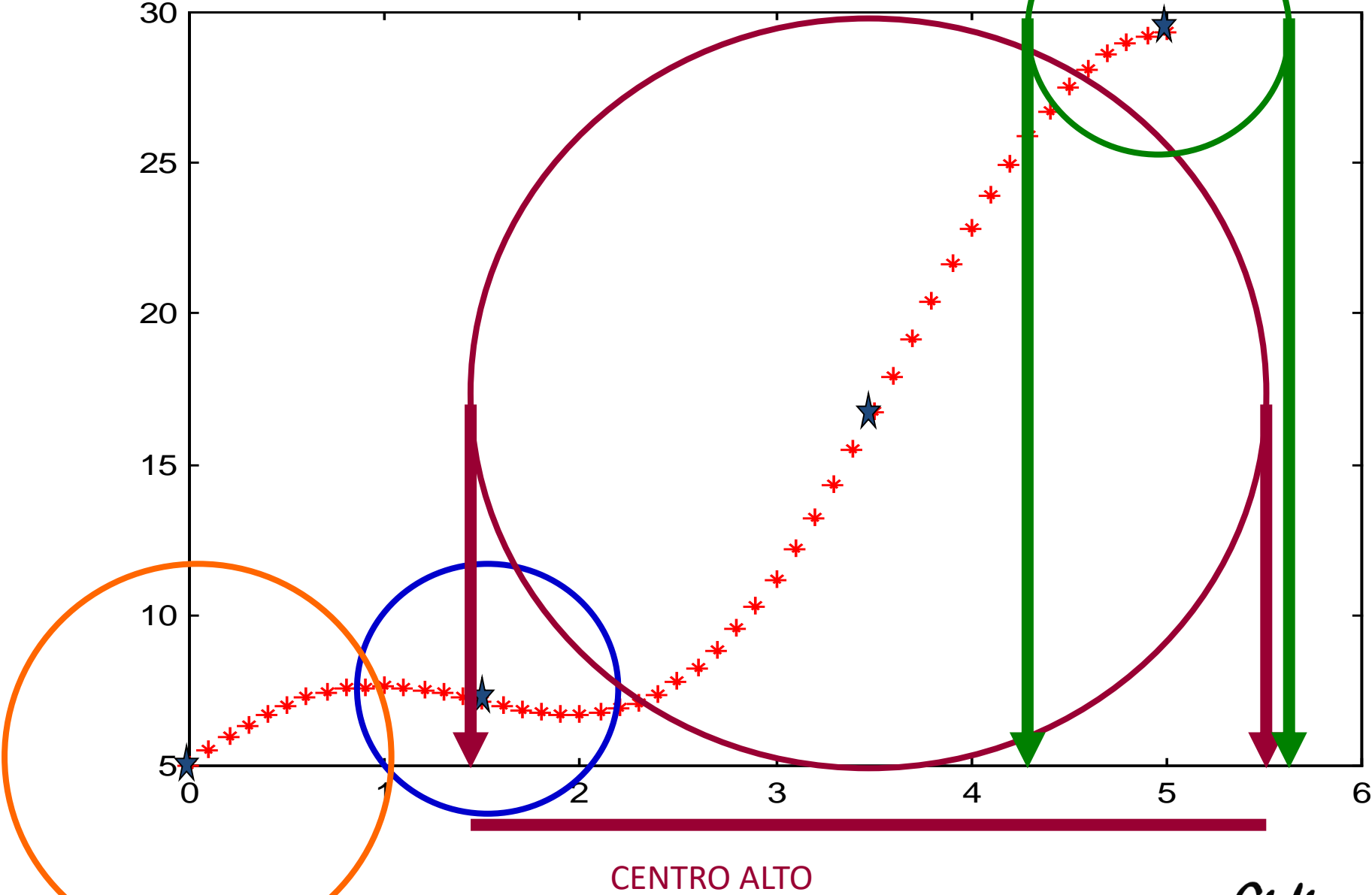
PROYECCION EN EL ESPACIO DEL REGRESOR X: Grupo 3



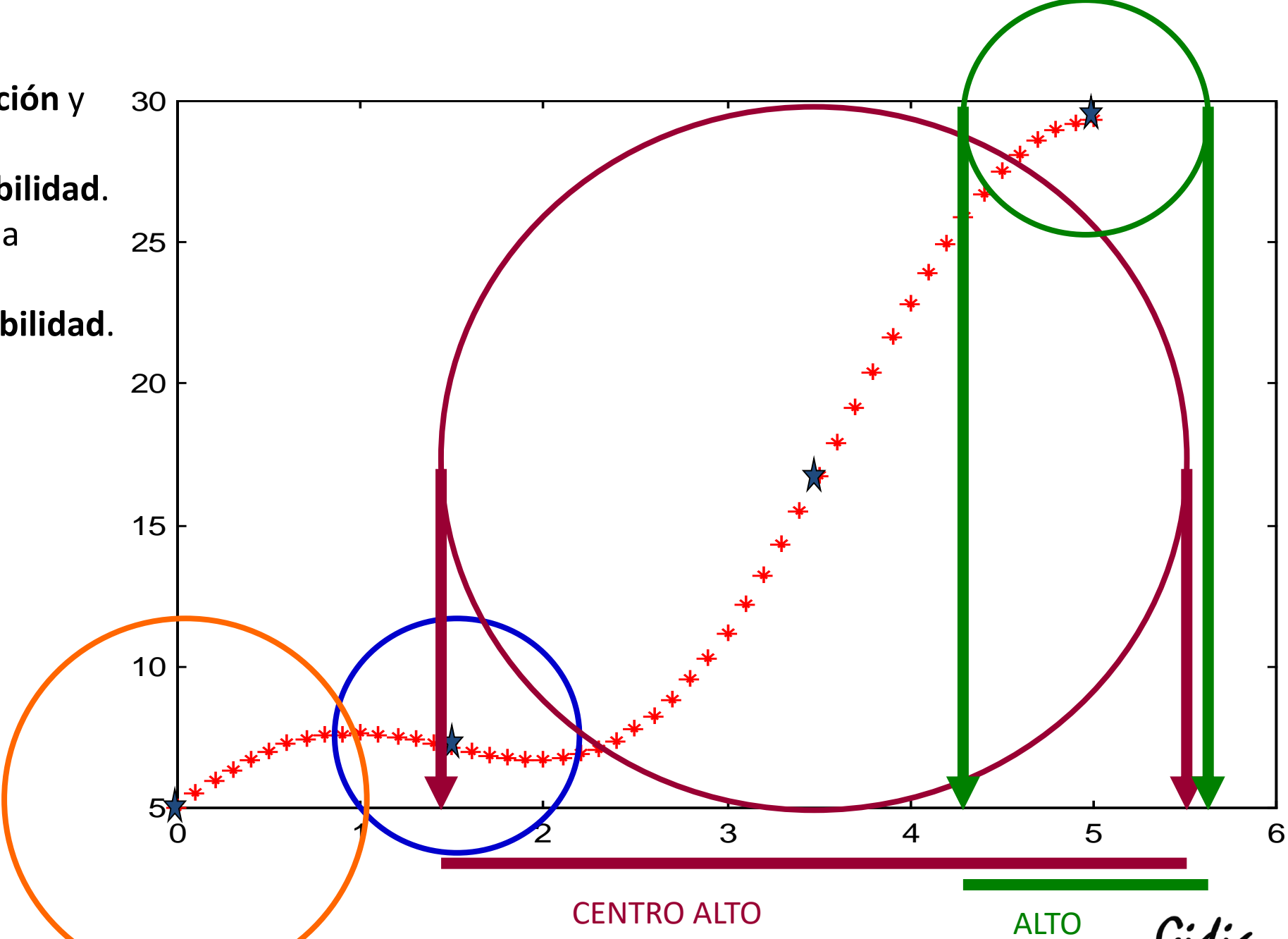


CENTRO ALTO

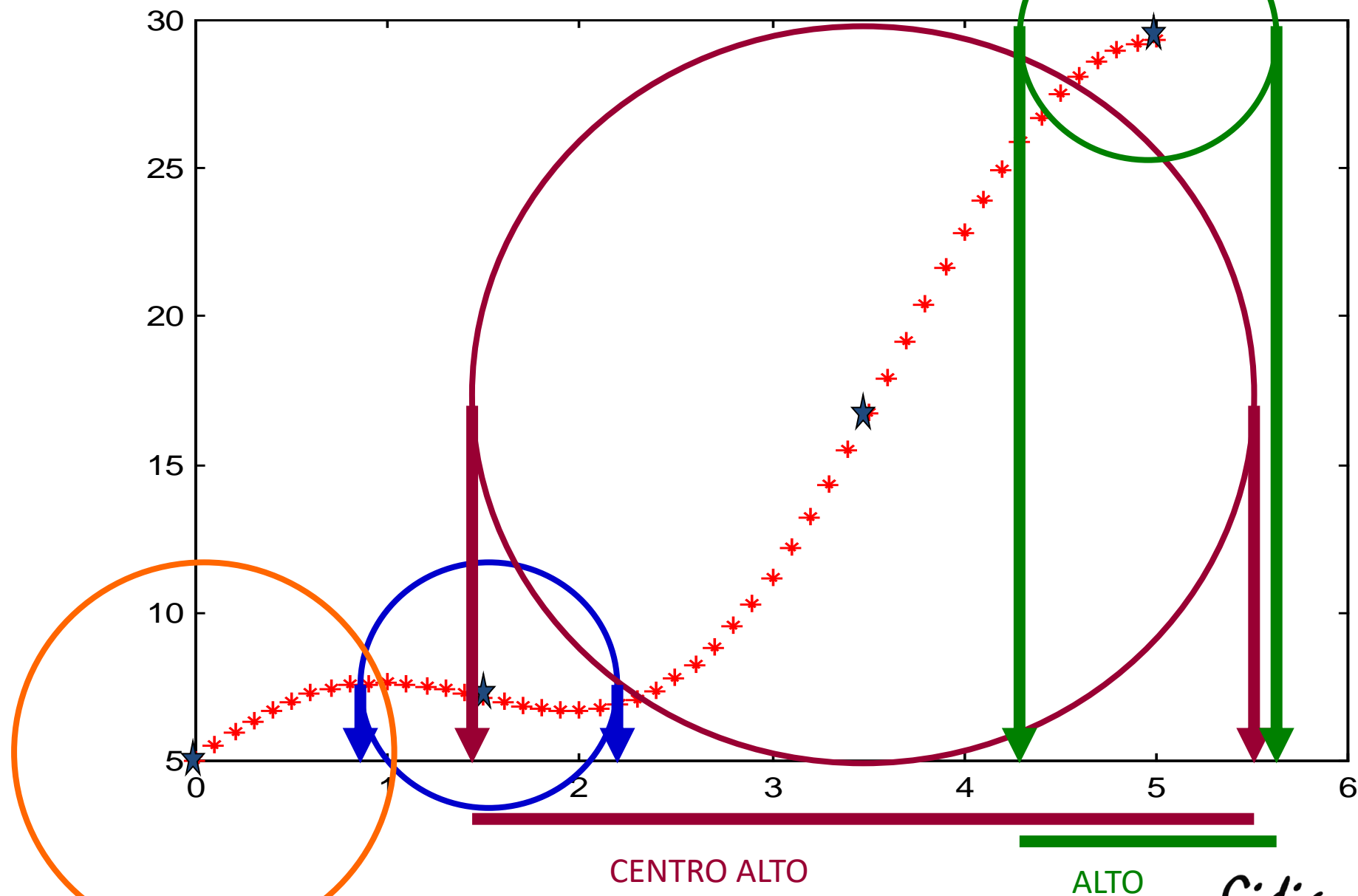
PROYECCION EN EL ESPACIO DEL REGRESOR X: Grupo 4

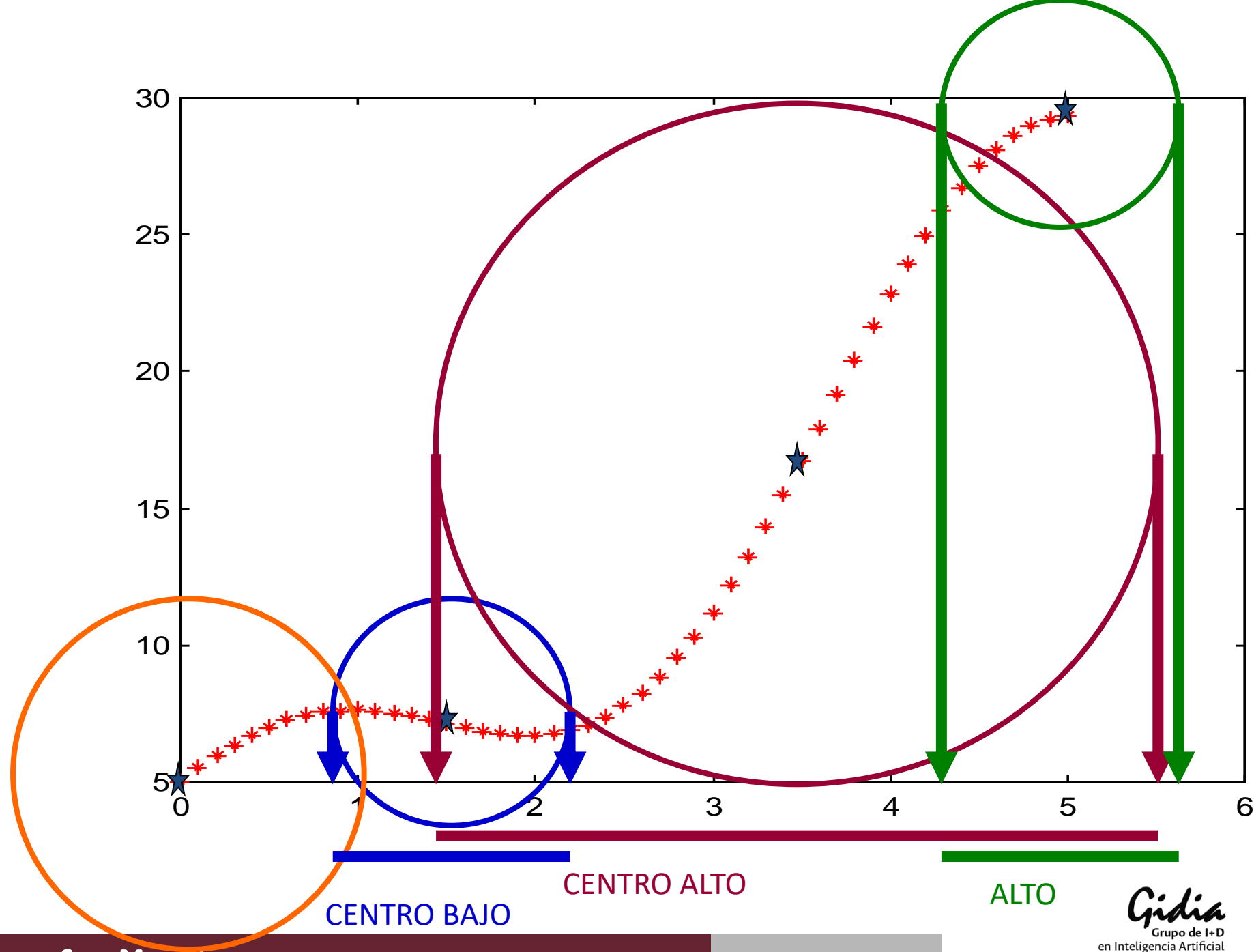


Ya hay
superposición y
por tanto
indiscernibilidad.
Se pierde la
opción de
interpretabilidad.

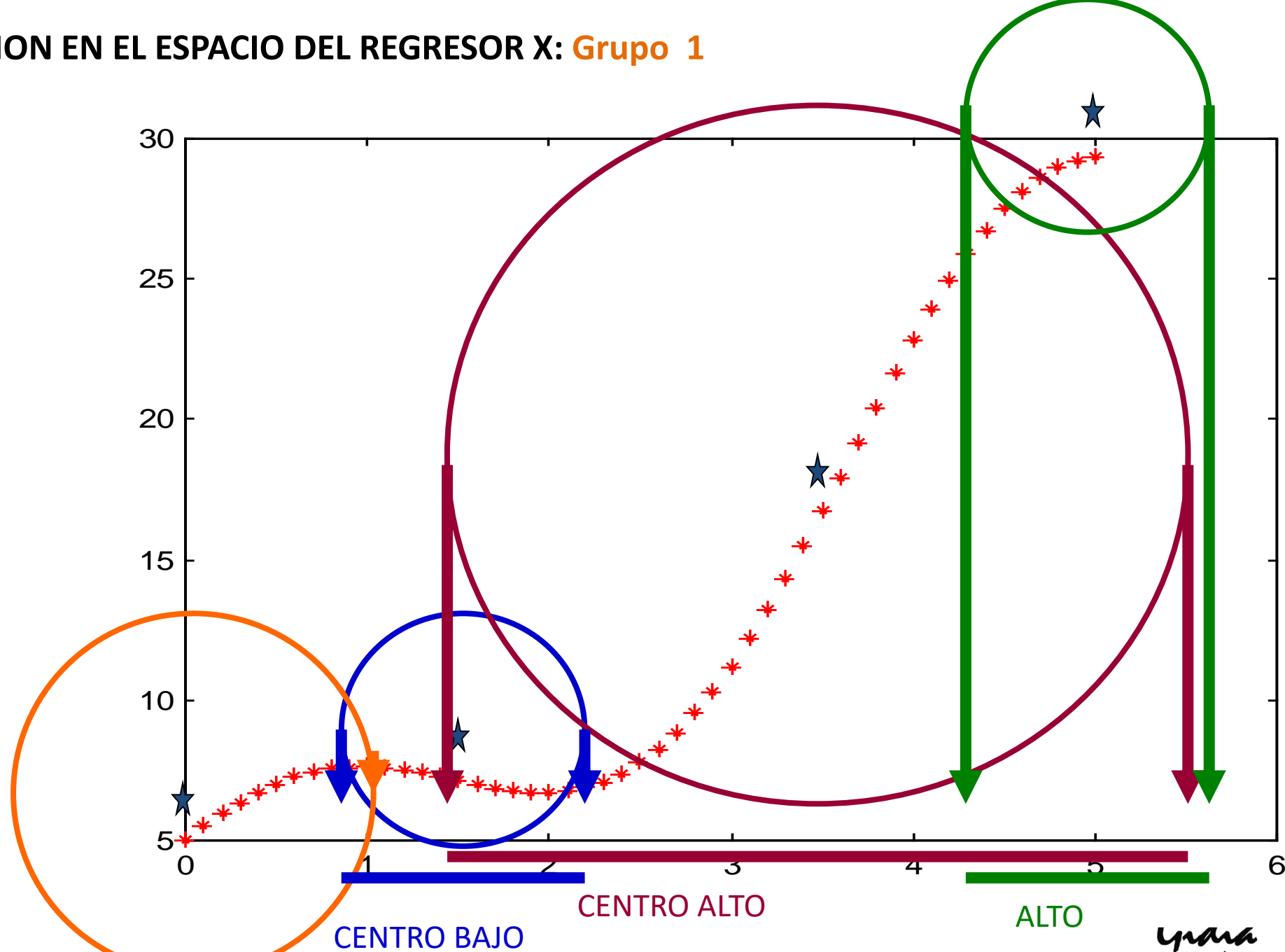


PROYECCION EN EL ESPACIO DEL REGRESOR X: Grupo 2



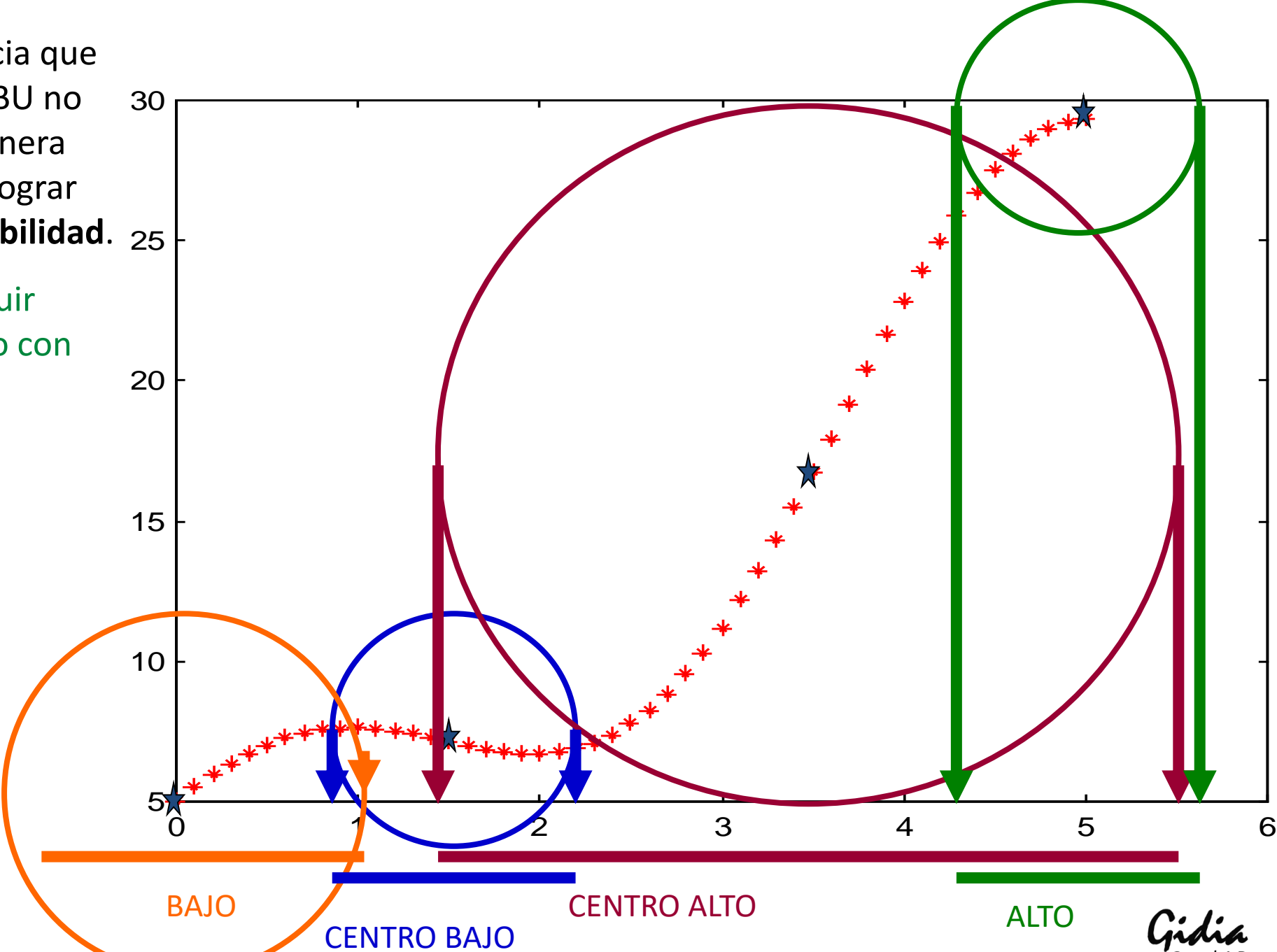


PROYECCION EN EL ESPACIO DEL REGRESOR X: Grupo 1

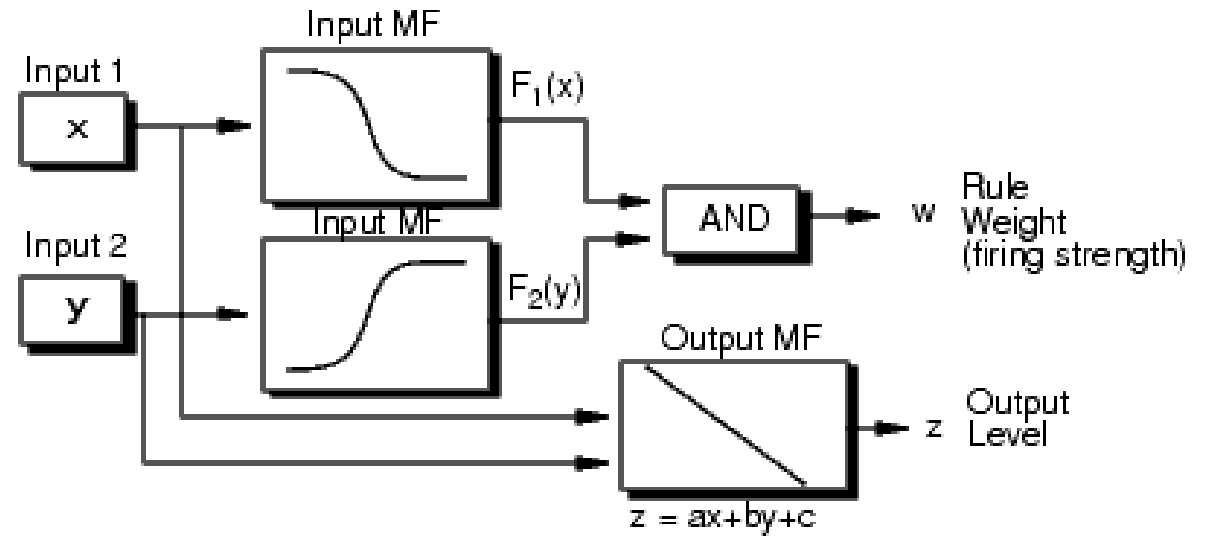


Se evidencia que volver a CBU no es una manera viable de lograr **interpretabilidad**.

Mejor seguir trabajando con CBMs.



SIB Takagi-Sugeno



- A diferencia de un SIB tipo Mamdani, el tipo T-S usa consecuentes concretos tipo lineales, que pueden tener termino afín (pivotados en cualquier punto de R^n) o no tener término afín (pivotados en el origen 0,0).
- Esto implica que la salida de un SIB Takagi-Sugeno es directamente un número y no un conjunto borroso como en los SIB tipo Mamdani.
- Como no se requiere concreción, se puede implementar un método de identificación de parámetros por mínimo cuadrados, y se evita que la subjetividad del diseñador del SIB influya en su respuesta.

SIB TS CBM ¿Cómo queda escritas las Reglas de la base de conocimiento?

- Las Regla genérica de la base de conocimiento en un SIB T-S CBU (el tradicional) se escribe:
 - Si x_1 es Alto y x_2 es Medio, Entonces $y_i = p_{0,i} + p_{1,i} x_1 + p_{2,i} x_2$
- En un SIB T-s CBM, una regla genérica se escribe como:
 - Si $\mathbf{X}=[x_1, x_2]$ es Grupo $_i$, Entonces $y_i = p_{0,i} + p_{1,i} x_1 + p_{2,i} x_2$
- Se nota que ya los CBU del antecedente NO se deben identificar, pues el Fuzzy c-means ya los halló desde los datos (sin la subjetividad del modelador).

... un comentario sobre Juicio Experto para Armar la Base de Conocimiento en un SIB T-S CBU

- Se debe generar una base de conocimiento extraída desde expertos.
- Dicha base, en lo posible debería ser completa $A \times B$ (diferencia Mamdani y Pedrycz).
- Otra ventaja del SIB T-S CBM: brinda la posibilidad de depurar o afinar los polinomios de salida de las reglas, incluyendo combinaciones no-lineales de variables. Se mantiene la opción de incluir la auto-regresiones para lograr efectos dinámicos.

de\e	NH	NMH	NML	NL	Z	PL	PML	PMH	PH
NH	H	H	MH	MH	ML	ML	L	L	Z
NMH	H	MH	MH	ML	ML	L	L	Z	L
NML	MH	MH	ML	ML	L	L	Z	L	L
NL	MH	ML	ML	L	L	Z	L	L	ML
Z	ML	ML	L	L	Z	L	L	ML	ML
PL	ML	L	L	Z	L	L	ML	ML	MH
PML	L	L	Z	L	L	ML	ML	MH	MH
PMH	L	Z	L	L	ML	ML	MH	MH	H
PH	Z	L	L	ML	ML	MH	MH	H	H

SIB T-S CBM... una referencia simple

Modelamiento de Sistemas de Inferencia Borrosa Tipo Takagi–Sugeno

HERNÁN ALVAREZ

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA. Facultad de Minas.

Escuela de Química y Petróleos. Grupo de Automática.

halvarez@perseus.unalmed.edu.co

MIGUEL PEÑA

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN JUAN. Facultad de Ingeniería.

Instituto de Automática, INAUT. Argentina

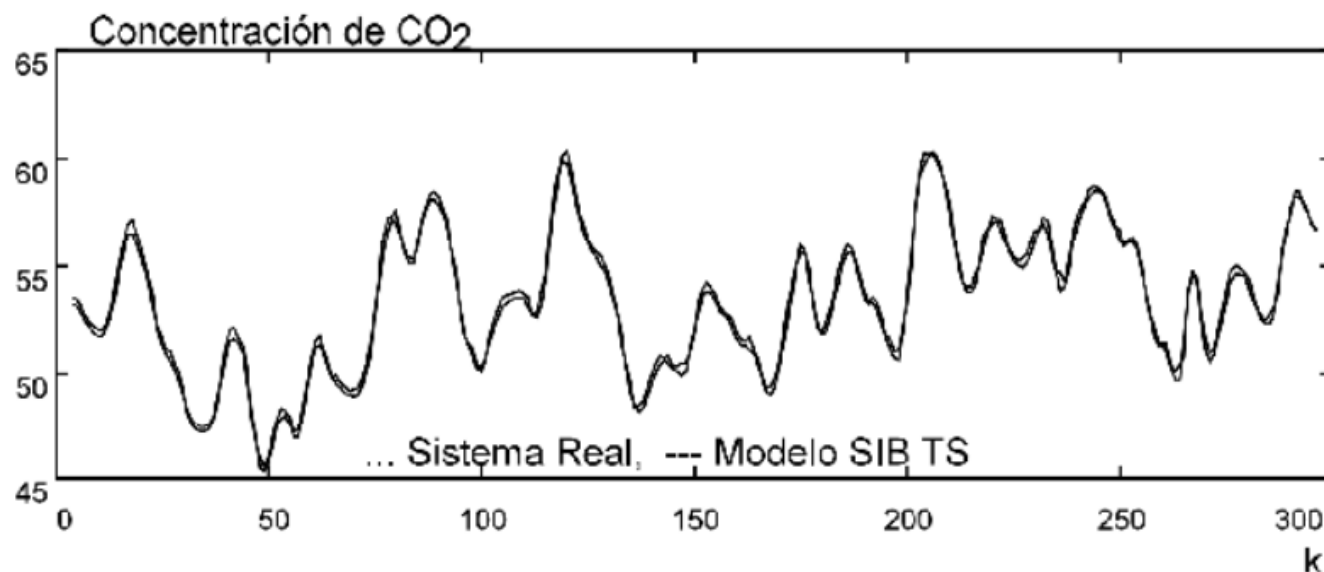
- Describe en detalle el concepto de SIB T-S CBM.
- Presenta la matemática que soporta, tanto el método de identificación de parámetros como la operación del SIB de este tipo:

$$R^i : \quad \begin{array}{ll} \text{Si} & : \quad \mathbf{x} \text{ es } \mathbf{B}^i(\mathbf{x}) \\ \text{Entonces} & : \quad y^i = f^i(x) \end{array} \quad y_n^i = f^i(x) = p_0^i + p_1^i x_1 + \dots + p_M^i x_M = p_0^i + \mathbf{a}^T \mathbf{x}$$
$$y_n = \sum_{i=1}^L \varphi^i(\mathbf{x}_n) (p_0^i + p_1^i x_{1n} + \dots + p_M^i x_{Mn})$$

- Deja abiertos varios frentes de trabajo por explorar.

SIB T-S CBM... como se vería (todo va en el código).

- Aquí se muestra un SIB T-S CBM con cuatro Grupo o Reglas, Identificado para el modelo del horno de gas de Box and Jenkins.
- Como se ve, el modelo aproxima muy bien la concentración de CO₂.



Reglas

R^1 : Si $[x_{1n} \ x_{2n} \ x_{3n} \ x_{4n} \ x_{5n} \ x_{6n}]$ es
 $\begin{bmatrix} 0.52 & 0.56 & 0.52 & 0.80 & 0.69 & 0.50 \\ -0.16 & 0.01 & 0.31 & 0.88 & 0.80 & 0.36 \\ 0.51 & 0.87 & 0.79 & 1.83 & 1.13 & 0.69 \end{bmatrix}$

Entonces $y_n = 1.0586x_{1n} - 1.536x_{2n} + 1.591x_{3n} + 2.8897x_{4n} - 2.0181x_{5n} + 0.2173x_{6n} - 0.33392$

R^2 : Si $[x_{1n} \ x_{2n} \ x_{3n} \ x_{4n} \ x_{5n} \ x_{6n}]$ es
 $\begin{bmatrix} 0.52 & 0.52 & 0.59 & 0.72 & 0.57 & 0.57 \\ 0.15 & 0.27 & 0.44 & 0.62 & 0.48 & 0.67 \\ 0.18 & 0.28 & 0.31 & 0.48 & 0.41 & 0.45 \end{bmatrix}$

Entonces $y_n = -0.4347x_{1n} + 0.22714x_{2n} - 0.91284x_{3n} - 1.005x_{4n} + 1.9258x_{5n} - 0.79756x_{6n} + 0.77697$

R^3 : If $[x_{1n} \ x_{2n} \ x_{3n} \ x_{4n} \ x_{5n} \ x_{6n}]$ es
 $\begin{bmatrix} 1.04 & 1.19 & 0.80 & 0.19 & 0.15 & 0.18 \\ 0.71 & 0.60 & 0.49 & 0.29 & 0.30 & 0.32 \\ 1.21 & 0.82 & 0.34 & 0.35 & 0.45 & 0.02 \end{bmatrix}$

Else $y_n = 0.24964x_{1n} - 0.61368x_{2n} - 0.43622x_{3n} - 0.93623x_{4n} + 2.0208x_{5n} - 0.78576x_{6n} + 0.81479$

R^4 : Si $[x_{1n} \ x_{2n} \ x_{3n} \ x_{4n} \ x_{5n} \ x_{6n}]$ es
 $\begin{bmatrix} 0.28 & 0.29 & 0.38 & 0.52 & 0.48 & 0.48 \\ 0.59 & 0.52 & 0.44 & 0.41 & 0.62 & 0.61 \\ 0.63 & 0.56 & 0.54 & 0.41 & 0.34 & 0.30 \end{bmatrix}$

Entonces $y_n = -0.36873x_{1n} + 0.43906x_{2n} - 0.043347x_{3n} + 3.7801x_{4n} - 3.2568x_{5n} + 1.1828x_{6n} - 0.30113$

SIB T-S CBM... normalización de los datos

- Aunque seguro lo saben y lo discutirán seguro con más detalle, mencionemos el papel de la normalización de la base de datos.
- Los datos en sus valores crudos (originales), generan sesgo en las herramientas de agrupamiento (*clustering*).
- Eso se debe a que datos con escalas muy pequeñas, serán ignorados por la mayoría de algoritmos basado en gradiente o en distancia.
- Ejemplo: Presión en Pa ... se mueve entre 0 y 400000 Pa manométricos. Concentración molar Cm de una sal poco soluble ... se mueve entre 0 y 0.5 moles por litro. La diferencia es casi de seis órdenes de magnitud. ¿A quién creen que le prestará más atención un algoritmo de agrupamiento por distancias?
- Normalizando (algunos dicen escalando... que es otro caso), las dos variables se moverán entre 0 y 1.0. Ya los algoritmos de agrupamiento no tendrán la tentación de descartar los cambios en Cm.

COMBINED ARTIFICIAL INTELLIGENCE MODELING FOR PRODUCTION FORECAST IN AN OIL FIELD



Ruiz, Marco^a; Alzate-Espinosa,Guillermo^b; Obando, Andrés^{c}; Alvarez, Hernán^c*

CT&F - Ciencia, Tecnología y Futuro Vol 9, Num 1 June 2019. pages 27 - 35

DOI : <https://doi.org/10.29047/01225383.149>

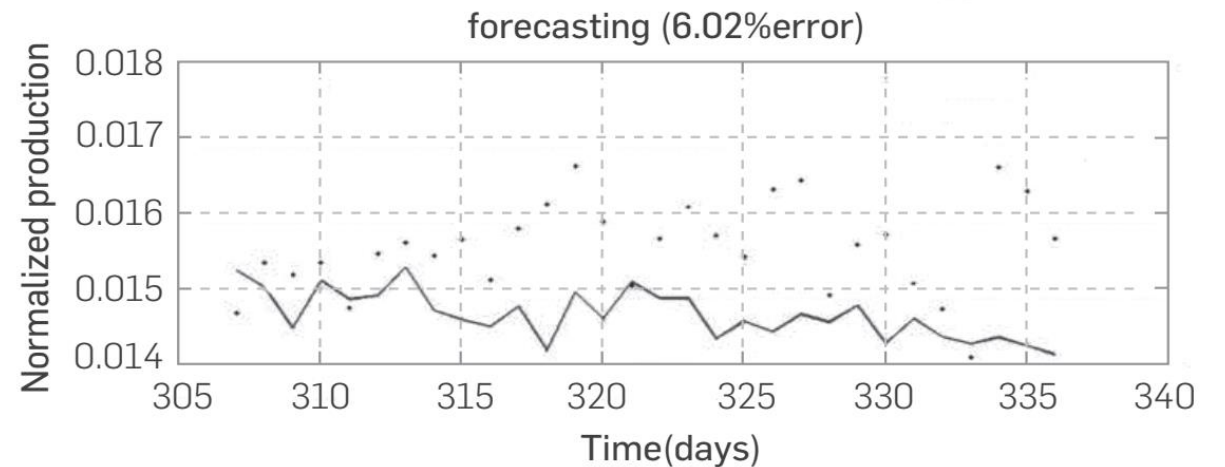
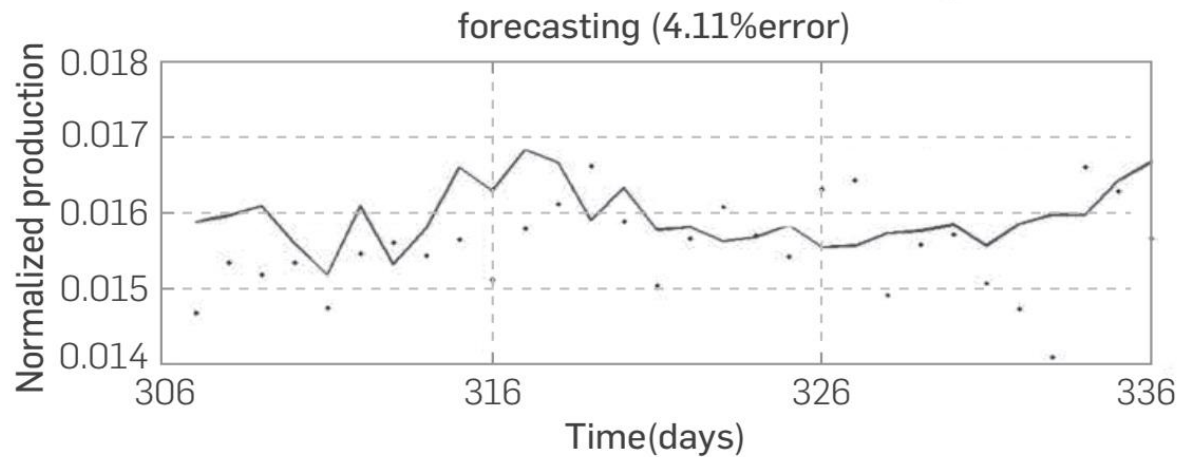
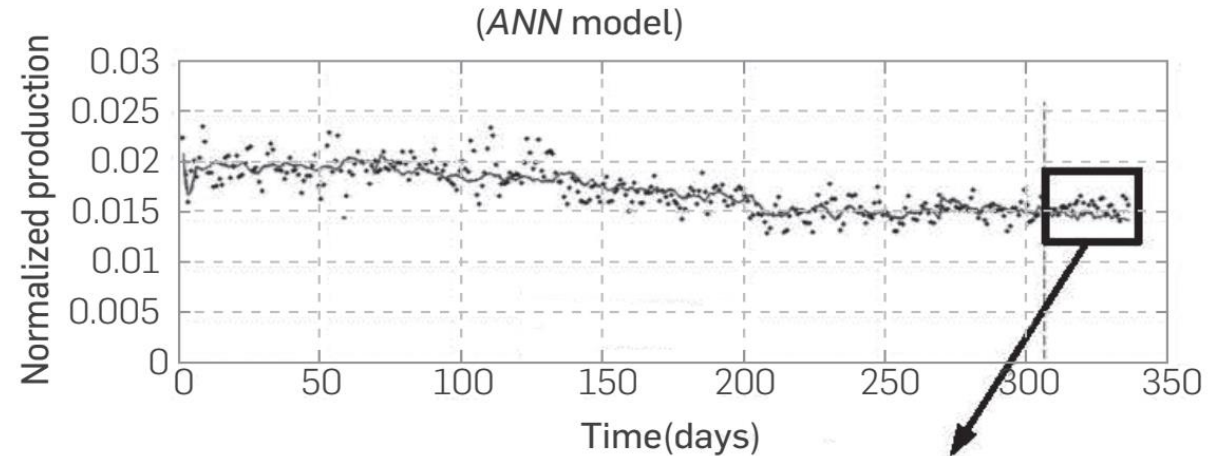
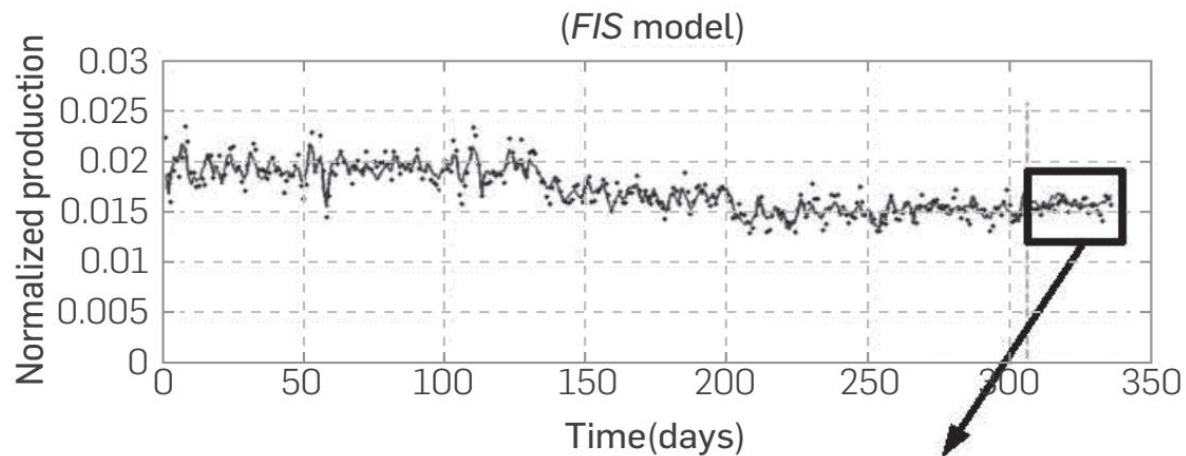
Sistemas de Inferencia Borrosa (SIB) tipo Takagi-Sugeno con Conjuntos Borrosos Multidimensionales

- Se modela un campo productor de petróleo usando SIB T-S CBM (FIS) y Redes Neuronales Artificiales (ANN) tipo perceptrón multicapa simple.
- El campo tiene 23 pozos de producción y se inyecta gas por 15 pozos para modular la producción. Un año de datos diarios de cada pozo.
- Se predice la producción de Petróleo, Gas y Agua para cada pozo (un SIB por cada pozo y por cada sustancia que produce), bajo el efecto de diferentes políticas de inyección de gas en el campo.
- Cada herramienta (FIS y ANN) hace su pronóstico. Luego, mediante un criterio se determina que modelo está haciendo la predicción más precisa de acuerdo con un histórico, el modelo completo toma la predicción más precisa y la entrega como respuesta final al usuario. Veamos algunos resultados.

Predicción con el SIB T-S CBM

WELL-03 OIL

• Real data — Model



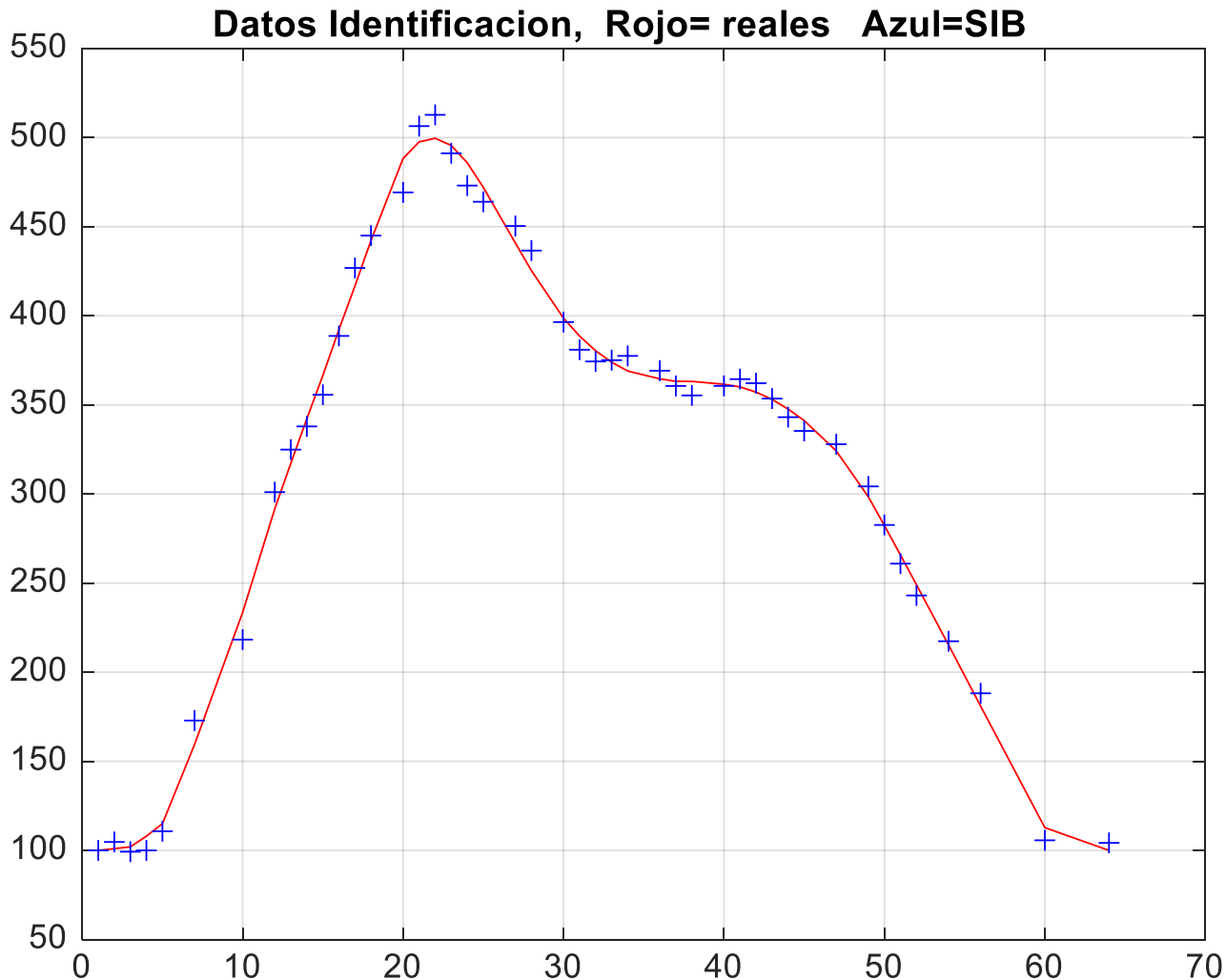
Predicción con el SIB T-S CBM

Table 1. Models error in forecasting production for five wells.

Well production	FIS Error	ANN Error
Well-01 _{gas}	6.92%	8.09%
Well-01 _{oil}	5.05%	5.44%
Well-01 _{wat}	8.31%	4.91%
Well-02 _{gas}	6.44%	6.45%
Well-02 _{oil}	7.52%	4.38%
Well-02 _{wat}	7.79%	7.73%
Well-03 _{gas}	5.27%	6.84%
Well-03 _{oil}	4.11%	6.02%
Well-03 _{wat}	9.82%	6.51%
Well-04 _{gas}	6.08%	6.79%
Well-04 _{oil}	11.25%	5.11%
Well-04 _{wat}	8.24%	4.91%
Well-05 _{gas}	7.80%	6.88%
Well-05 _{oil}	5.15%	5.59%
Well-05 _{wat}	6.28%	9.50%

Nótese que no hay un modelo único que siempre sea el mejor. A veces la mejor predicción la hace el FIS y otra la ANN.

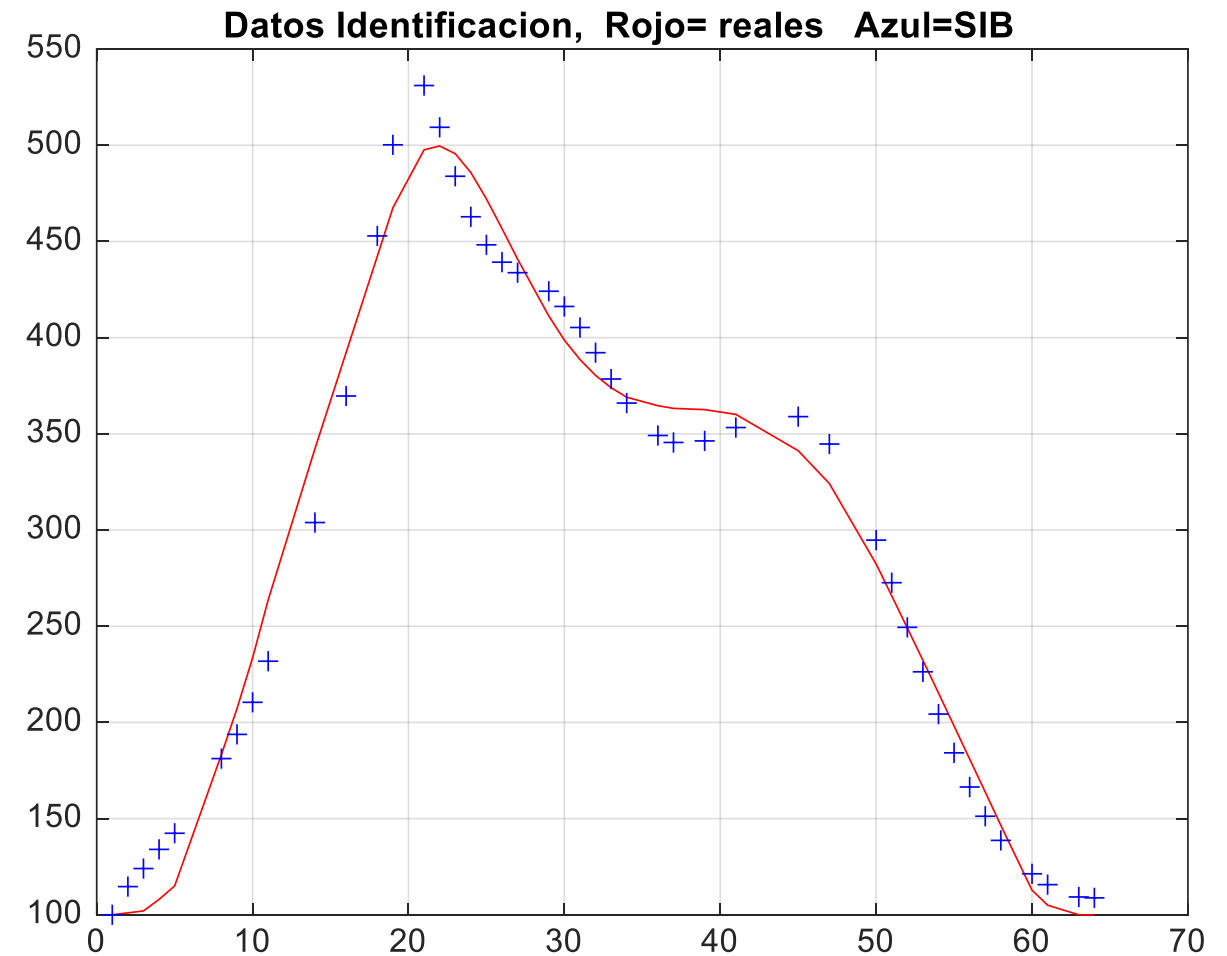
SIB T-S CBM como **interpolador suave**. Predicción de liberación de enzimas digestivas tras la ingesta de alimento



- El eje x es el tiempo en minutos.
- El eje y son las unidades de enzima liberadas.
- El momento cero indica el inicio de la ingesta.
- Esta es la predicción de un SIB T-S CBM con **10 grupos**.
- Error máximo de predicción: 19.05 unidades, sobre un máximo de 500 unidades, lo que da un % del **3,8%**.

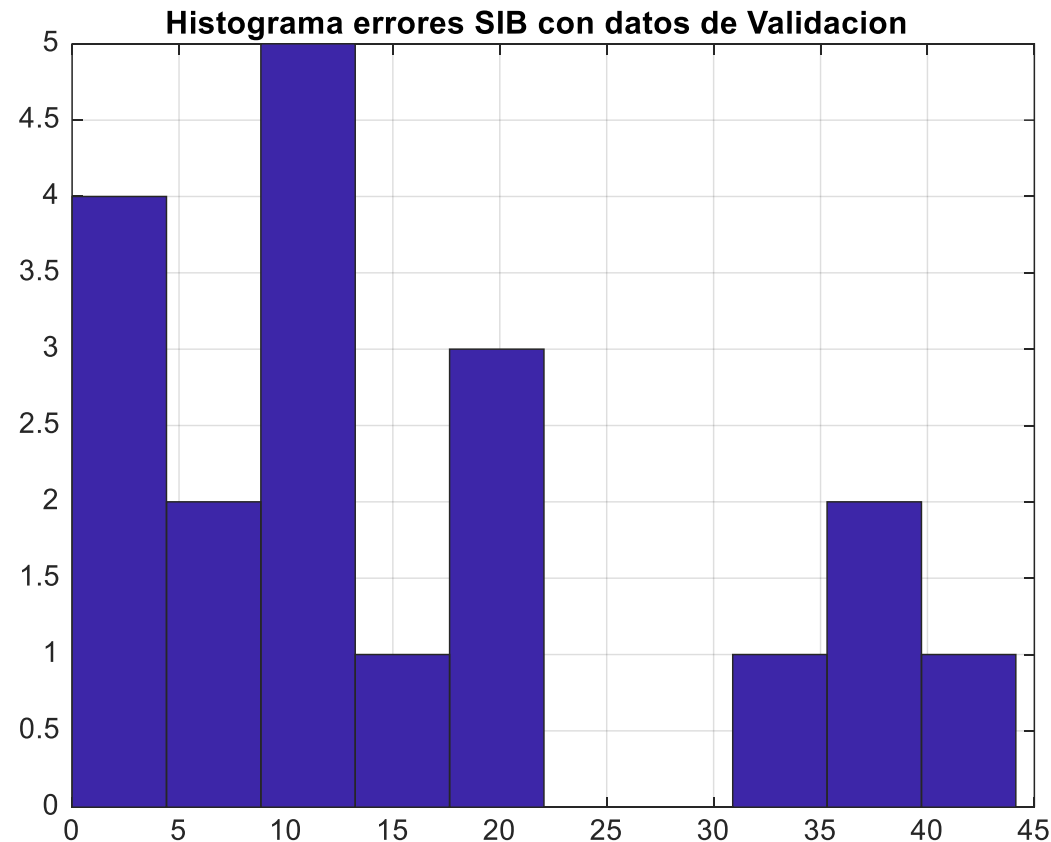
SIB T-S CBM como **interpolador suave**. Predicción de liberación de enzimas digestivas tras la ingesta de alimento

- Predicción con solo **4 grupos**.
- Error máximo de predicción: 39.22 unidades, sobre un máximo de 500 unidades, lo que da un % del **7,9%**.
- Recordar que se puede aumentar el número de grupos pero hasta donde el número de datos lo permita:
 - Para identificar n parámetros, se necesitan por lo menos n registros o datos diferentes disponible.
 - Si se identifican n parámetros con m datos, siendo $m < n$, habrán $(n-m)$ parámetros que se ubicarán aleatoriamente.



MUCHAS GRACIAS POR SU ATENCIÓN.

SE ABREN LAS PREGUNTAS O COMENTARIOS



Mil gracias



Se abre sesión de preguntas.