

[J]白伦, 费万春, 罗军, 黎霞, 等. 茧丝纤度曲线的解析模型及其在模拟缫丝中的应用[J]. 蚕业科学, 2002, 28(3): 233-237.

BAI Lun, FEI Wanchun, LUO Jun, et al. An analytical model of the size curve of cocoon filament and its application to the simulation text[J]. Science of Sericulture, 2002, 28(3): 233-237.

茧丝纤度曲线的解析模型及其在模拟缫丝中的应用^{*}

白 伦 费万春 罗 军 黎 霞

(苏州大学材料工程学院, 苏州 215021)

摘 要 建立了一种茧丝纤度曲线的统计解析模型, 分析其用于模拟茧丝时茧丝纤度曲线的统计特性, 证明这是一种有利于控制模拟生成的茧丝纤度特性的方法。通过计算机模拟试验讨论其在茧丝纤度曲线模拟及缫丝工程模拟中的应用。

关键词 茧丝纤度曲线 模拟生成 非平稳时间序列

为了实现电子计算机模拟缫丝工程, 需要进行用于缫丝的原料茧丝纤度曲线的模拟生成。同一庄口原料茧的茧丝纤度曲线在呈现类似的由粗变细倾向性的同时又表现出复杂的形态变化, 正是这些千差万别的茧丝纤度曲线个体所构成的原料集团纤度统计特性, 通过特定缫丝工程处理, 转移成为生丝的纤度形态特性, 直接影响到缫制成的生丝质量指标。为此获得良好的茧丝纤度曲线的生成方法问题是进行模拟缫丝重要的基础工作之一。在这方面过去有过不少的研究报道。岛崎^[1]直接利用原料茧庄口调查到的大样本茧丝纤度数据存入计算机并用于模拟缫丝。三浦等^[2]用茧丝部位量的高次回归模型来描述茧丝纤度曲线。白伦等^[3]构造阶梯式自回归模型进行茧丝纤度曲线的模拟生成。最近费万春等(待发表)则利用茧丝纤度曲线倾向变动成分和波动成分的叠加模型亦获得良好的结果。对于茧丝纤度曲线这样的非平稳时间序列, 在过去的各种生成方法研究中, 如何使茧丝纤度曲线与原料茧庄口的纤度统计特性保持一致, 始终是问题的焦点。本文的工作目的在于探索更为简洁并且便于控制模拟茧丝纤度曲线特性的方法。为此在对各种庄口茧丝纤度曲线进行分析的基础上, 探寻茧丝纤度曲线近似的解析表达模式, 讨论利用实测数据推定模型参数的方法。同时分析其生成的茧丝纤度曲线的统计特性, 通过计算机模拟实验讨论其在缫丝工程中的应用。

1 理论分析

1.1 茧丝纤度曲线的近似解析模式

通过对各种原料茧庄口的茧丝纤度曲线的形态分析, 我们注意到一根茧丝中在外层由细变粗, 而后再在中内层由粗渐细连续的倾向性变化中, 随着丝长的延伸其倾向变化的变化率渐次地下降, 并且以一定的丝长为单位测量时, 该变化率的下降量近似地为一定值。不同的茧丝, 其初始的纤度变化率及在其后的变化率的减幅各不相同并随机地变化。即若以一定的检测丝长对茧丝进行分割, 将得到的茧丝纤度序列记为 $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ 时, 则有一定值 β 和 α , 近似地使下式成立。

$$x_i - x_{i-1} \approx \beta - (i-1)\alpha, \quad (i=1, 2, \dots, n).$$

据此, 我们建立以下的茧丝纤度曲线模型

$$x_i = x_{i-1} + \beta - (i-1)\alpha + \epsilon_i, \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

式中 ϵ_i 为推定误差, 这是一个平均值为 0 的正态分布随机变量。对于给出的一根茧丝纤度曲线, 根据其纤度时间序列, 若将各部位纤度值的误差方差记为

$$\sigma_{\epsilon}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [x_i - x_{i-1} - \beta + (i-1)\alpha]^2 \quad (2)$$

可以用最小二乘法求出误差方差最小的 β 和 α 的最优推定值。为此令

$$\frac{\partial \sigma_{\epsilon}^2}{\partial \beta} = 0; \quad \frac{\partial \sigma_{\epsilon}^2}{\partial \alpha} = 0.$$

由(2)式入并整理得到:

$$x_n - x_0 = n\beta - \frac{n(n-1)}{2}\alpha \quad (3)$$

^{*} 江苏省教育厅自然科学基金资助项目(L0313419913), 并得到东莞新雅制衣有限公司的资助。

收稿日期 2002-01-28

$$\bar{x} - x_0 = \frac{n+1}{2}\beta - \frac{n^2-1}{6}\alpha \quad (4)$$

由此可以解得 β 和 α 的最优推定值为:

$$\beta = \frac{6(\bar{x} - x_0)}{n+1} - \frac{2(x_n - x_0)}{n} \quad (5)$$

$$\alpha = \frac{12(\bar{x} - x_0)}{n^2-1} - \frac{6(x_n - x_0)}{n(n-1)} \quad (6)$$

上式中, \bar{x} 为该茧丝纤度平均值。将 β 和 α 的推定值代入(2)式可得到最小误差方差为:

$$\sigma_\epsilon^2 = s_0^2 - s_1^2 + \left[\frac{(n+1)(n+2)}{6n} (x_n - x_0) - (\bar{x} - x_0) \right] \alpha \quad (7)$$

式中: $s_0^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$;

$$s_1^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(x_{i-1} - \bar{x}_0); \quad \bar{x}_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{i-1}.$$

由上得知, (1)式给出一根抛物线模型, 其所在极值点及极大(小)值分别为:

$$k_{\max} = \frac{\beta}{\alpha}; \quad x_{\max} = x_0 + \frac{\beta^2}{2\alpha} + \frac{\beta}{2}.$$

1.2 实测茧丝纤度数据的处理

为了了解原料茧庄口茧丝纤度的统计特性, 从该庄口中抽出 M 粒茧, 将各茧丝以一定的检测丝长进行分割, 得到 M 个茧丝纤度序列记为:

$$\{x_{i,j}\} \quad (i=1, 2, \dots, M; j=0, 1, 2, \dots, n_i),$$

记平均茧丝长度为 n , $n = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M n_i$.

由于茧丝纤度曲线的长度各不相同, 统计解析时带来不便。在假定各茧丝纤度在丝长内具有相同的变化倾向时, 可以将茧丝纤度曲线变换为相同丝长进行处理; 在一般原料茧丝的条件下, 这样的变换引起的误差在实用上是无妨的(费万春等, 待发表)。故在进行模拟庄口的统计特性设定以前, 我们将上述的茧丝长度统一变换为平均丝长。一般地, 为了将长度 n_i 的茧丝纤度列 $\{x_i\}$ ($i=0, 1, 2, \dots, n_i$) 变换为长度 n 的茧丝纤度列 $\{z_k\}$ ($k=0, 1, 2, \dots, n$), 将检测丝长分割为 n 等分, 然后以 n_i 等分为一单位将茧丝进行重新划分, 各分割点的纤度值用插值法从原分割点的纤度值求出。此时对于新的分割点 k ,

当 $i-1 < k \frac{n_i}{n} \leq i$ 时, 用记号 $[y]$ 表示不大于 y 的整数有

$$\left[k \frac{n_i}{n} \right] = i-1.$$

由插值关系可以得分割点 k 处的纤度值为:

$$z_k = x_{i-1} + \left(k \frac{n_i}{n} - \left[k \frac{n_i}{n} \right] \right) (x_i - x_{i-1}) \quad (k=0, 1, 2, \dots, n) \quad (8)$$

在茧丝纤度曲线的两端点显然有

$$z_0 = x_0; \quad z_n = x_{n_i}.$$

丝长经过变换以后庄口的纤度平均值及方差为:

$$\bar{z} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \bar{z}_i; \quad \bar{z}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n z_{i,j};$$

$$s^2 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (z_{i,j} - \bar{z})^2 = s_b^2 + s_w^2.$$

式中, s_b^2 、 s_w^2 分别为茧丝的粒间、粒内的纤度方差。此外类似地可以统计出初始纤度和终纤度的平均值和方差。

由前述的茧丝纤度曲线模式可知, 每一根茧丝纤度曲线对应着一个参数对 (β, α) 。大量实际茧丝庄口的调查表明, 不同的茧丝其参数对呈现复杂的变化, 但由于茧丝纤度曲线模式采用了抛物线, 由(5)(6)式看出, 对于一定的茧丝长 n , 只要给出茧丝纤度曲线的初纤度 z_0 、终纤度 z_n 及平均纤度 \bar{z} , 则该茧丝纤度曲线的参数 β 与 α 完全确定, 亦即该茧丝纤度的变化趋势曲线唯一地决定。这样茧丝纤度曲线的生成就可归结为根据调查得到的原料茧丝纤度数据确定初纤度 z_0 、终纤度 z_n 及平均纤度 \bar{z} 的问题。

1.3 模拟茧丝的粒内纤度偏差

根据上述可知, 对于特定的原料茧庄口, 为了生成的茧丝纤度曲线具有要求的纤度特性, 必须了解原料茧庄口的初纤度, 终纤度及平均纤度的分布以及其间的关系。据此生成相应的纤度值后可由(5)(6)(7)式求出 β 、 α 及 σ_ϵ^2 , 并用模式(1)逐次算出茧丝纤度序列。

在此我们根据以往的经验假设初纤度 z_0 、终纤度 z_n 及平均纤度 \bar{z} 都可近似地用正态分布来描述; 在后面所示对各庄口的诸纤度量之间关系调查结果表明, 一般初纤度与平均纤度具有比较高的相关系数; 而终纤度与平均纤度之间的相关系数比较低。

基于这些关系获得的茧丝纤度的变化趋势曲线是确定的, 因而由该曲线形态引起的茧丝粒内纤度偏差成分也是确定的。记这一茧丝粒内纤度方差成分为 σ_{w1}^2 , 则可以得到

$$\sigma_{w1}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2 = \frac{(n^2-1)}{12} \left[\left(\beta - \frac{n\alpha}{2} \right)^2 + \frac{\alpha^2}{15} \left(\frac{n^2}{4} - 1 \right) \right] \quad (9)$$

设误差成分引起的粒内纤度方差为 σ_{w2}^2 时, $\sigma_{w2}^2 = \sigma_{\epsilon}^2$; 则一根茧丝的粒内纤度方差 σ_w^2 为:

$$\sigma_w^2 = \sigma_{w1}^2 + \sigma_{\epsilon}^2 \quad (10)$$

因模拟茧丝纤度曲线集团的粒内纤度方差由各茧丝纤度曲线的粒内方差求平均获得。由此可以得知当初纤度、终纤度和平均纤度的分布以及其间的关系给定时, 模拟茧丝纤度曲线集团的粒内纤度方差也被确定。

2 模拟试验与考察

2.1 模拟试验的方法

为了确认茧丝纤度曲线模拟生成效果并了解原料茧特性参数等有关的建模假定所引起的误差, 根据给出的模式进行了茧丝纤度曲线的生成实验。实验中我们利用岛崎等^[5]给出的茧丝纤度数据作为被模拟对象的原料茧庄口。这些数据包括6个来自不同地区和季节的原料茧庄口, 每个庄口按50回的检测丝长对25粒茧进行的全丝长检测数据。

在模拟试验前, 计算出每个庄口样本的茧丝纤度平均值、纤度偏差、粒内偏差、粒间偏差等, 将由这些样本纤度特性视为是庄口的纤度特性。并调查各茧丝纤度平均值的分布、初纤度及终纤度的分布, 分析这三者之间的相关关系。基于这些结果进行茧丝纤度曲线的生成, 并统计模拟茧丝纤度曲线的各纤度特性值, 与原庄口的特性值进行比较。

2.2 茧丝初纤度与纤度平均值及终纤度之间的关系

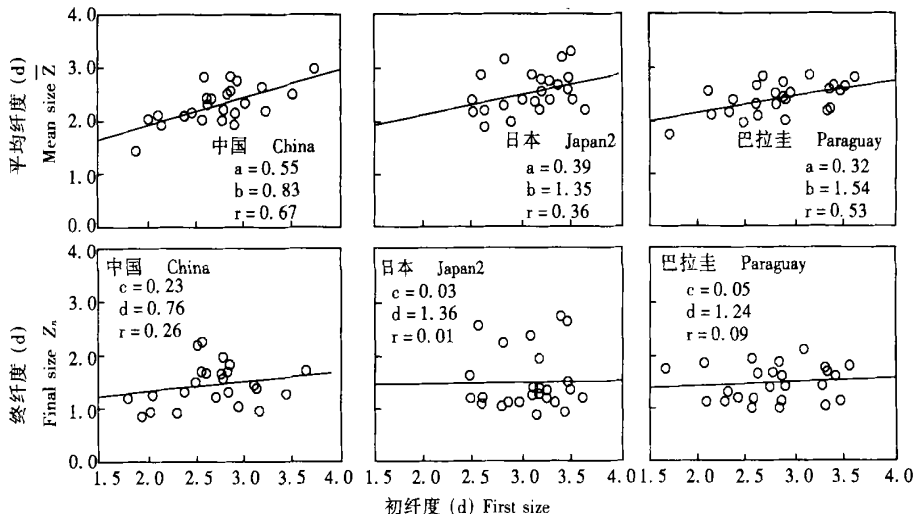


图1 茧丝初、终纤度与平均纤度之间的关系

Fig. 1 Relation between the first size and the final size of cocoon filament

系

在茧丝纤度曲线模型中, 茧丝的初纤度、终纤度及平均纤度是决定茧丝纤度曲线形态的基本变量。这些变量之间的关系影响到庄口的集团纤度特性的模拟效果。为此对这3个基本变量之间的关系进行了调查。图1上部给出3例初纤度与平均纤度之间的回归直线; 下部则为初纤度与终纤度的回归直线。由各庄口的分析结果表明, 在给出的小样本的条件下各庄口的初纤度与平均纤度之间都有比较高的线性相关关系, 而茧丝初纤度与终纤度之间则无相关或相关程度甚低。由于数据量比较少, 未能对各纤度特征量的分布进行检验, 这里只能经验地假设初纤度、终纤度和平均纤度都近似地服从正态分布。

据此, 在生成茧丝纤度曲线时, 我们用二维正态随机数模拟一根茧丝初纤度及平均纤度, 而终纤度则以一独立的正态随机数来模拟。各分布的特征数由原庄口的纤度数据统计得出。二维正态随机数的生成采用 Box & Mullar 的函数法^[3]。当假定初纤度及平均纤度分别服从正态分布 $N(\mu, \sigma_0^2)$ 和 $N(\mu, \sigma^2)$, 两变量之间的相关系数为 ρ 时, 只要生成两个区间 $[0, 1]$ 上的均匀随机数 u_1, u_2 , 则可由下式获得一个初纤度及平均纤度的数对 (z, \bar{z}) 。

$$z_0 = \mu_0 + \sigma_0 \sqrt{\ln u_1}^2 \left(\sqrt{1 - \rho^2} \cos 2\pi u_2 + \rho \sin 2\pi u_2 \right);$$

$$\bar{z} = \mu + \sigma \sqrt{\ln u_1}^2 \sin 2\pi u_2.$$

2.3 模拟茧丝纤度曲线的形态

用生成初纤度 z_0 、终纤度 z_n 和平均纤度 \bar{z} 代入

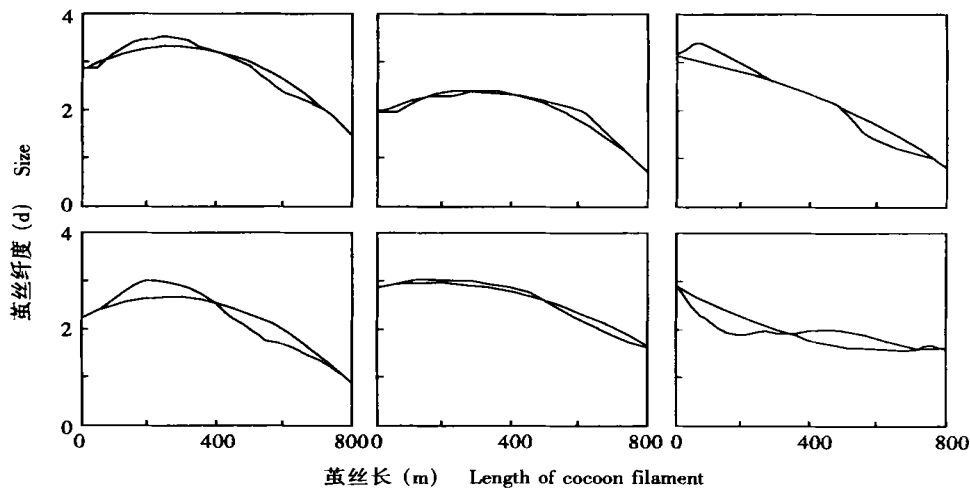


图2 茧丝纤度曲线与趋势曲线模型
Fig.2 Size curve of cocoon filament and main curve model

(5)(6)式推定 β 和 α ,并由(7)式求出 σ_{ε}^2 ,最后按(1)式求出一根长度为 n 的茧丝纤度序列。图2为用趋势曲线模型按拟合茧丝纤度曲线的若干例子。一般除了一些形态特别的以外,实测茧丝纤度曲线都可获得较好的拟合曲线。表1给出各试验庄口的茧丝纤度曲线模型的误差均方差的平均值和均方差。与过去的方法比较^[3],这里的误差均方差是比较小的。这表明,本文给出的茧丝纤度曲线解析模型具有较好的曲线拟合度。

2.4 粒内偏差与基本参数的关系

图3给出茧丝模型变化趋势曲线的粒内偏差成分 σ_{wl} 与茧丝纤度平均值,初纤度和终纤度之间的关系曲线。横坐标为初纤度与平均纤度之差 $\Delta=(\bar{z}-z_0)$,纵坐标为 σ_{wl} ,图中初、终纤度之差 $\Delta_1=(z_n-z_0)$ 取不同值时得到不同的曲线。可以看到,

表1 各试验庄口茧丝纤度曲线模型的误差均方差的平均值和均方差

庄口名 ID of lots	中国秋茧 China	巴拉圭茧 Paraguay	保加利亚茧 Bulgaria	日本春茧 Japan1	日本初秋 Japan2	日本晚秋 Japan3
误差均方差的平均值 Mean	0.089	0.089	0.097	0.127	0.101	0.085
误差均方差的均方差 Variance	0.026	0.028	0.038	0.062	0.030	0.025

不论初纤度 z_0 为何值,粒内偏差成分 σ_{wl}^2 只与 Δ 、 Δ_1 有关。当 Δ 、 Δ_1 都比较小时, σ_{wl}^2 存在极小值。根据(9)式及图3可知,只要调整 Δ 、 Δ_1 的值我们可以方便地控制生成的茧丝纤度曲线的粒内偏差成分。而茧丝纤度曲线的粒间偏差则由平均纤度 \bar{z} 的生成而得到控制。

2.5 模拟茧丝纤度曲线的纤度特性

图4为用本文的方法给出的模拟生成茧丝纤度曲线的例子。图中两个模拟对象的原庄口茧丝纤度曲线的形态在文献^[3]中已表示过。这时只给出各25根模拟茧丝纤度曲线。从曲线的形态来看,与原曲线形态比较“相似”。在大量生成的茧丝纤度曲线时,茧丝平均纤度、初纤度、终纤度、粒间纤度偏差都

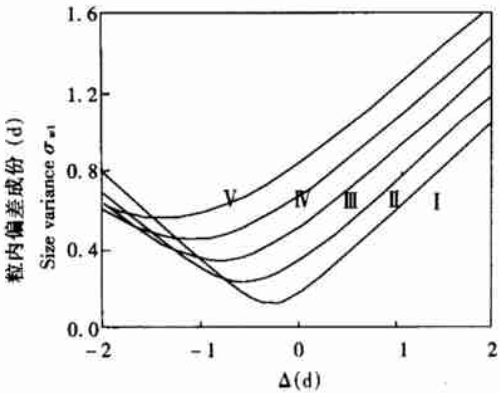


图3 茧丝粒内偏差成分与平均纤度和初纤度之差的关系

Fig.3 Relation between the size variance and the difference of mean size and first size of cocoon filament

与原庄口十分一致; 而对于不同原料庄口的粒内偏差值则可能出现 5% 以内的偏差。

将茧丝纤度曲线的长度还原为原分布长度时, 茧丝纤度值的变换同样可采用本文 1.2 节的方法。

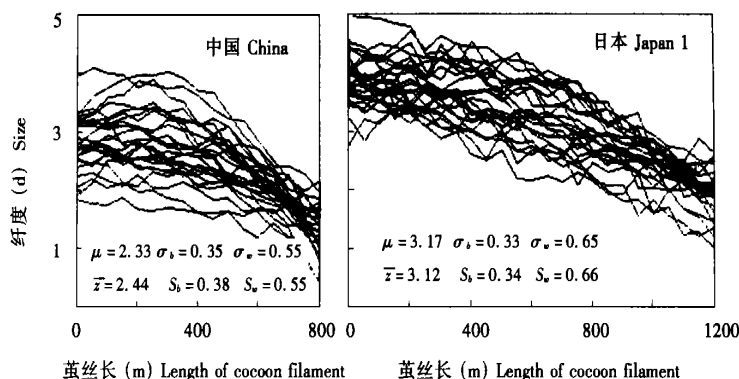


图 4 模拟茧丝纤度曲线

Fig. 4 Simulating size curve of cocoon filament

3 结语

本文基于茧丝纤度曲线的纤度变化率随茧丝部位递减, 且其差近似为一定值的假设而建立茧丝纤度曲线解析模型, 通过原料纤数据对模型的参数进行推定及曲线特性分析结果表明, 模型结构比较简单, 茧丝序列的误差均方差较小, 模拟茧丝纤度曲线的特性值可以通过输入的基本变量的调整方便地进行控制。因此可以期待在模拟缫丝及缫丝工程管理中便利的应用。关于模拟庄口的茧丝粒内偏差的进一步分析, 拟留待今后进行。

参 考 文 献

- 1 岛崎昭典. 管理工学入门(M). 东京: 农林统计协会, 1973. 193 ~ 196
- 2 三浦幹彦, 岛崎昭典. 茧丝纤度曲线的统计解析(J). 日蚕杂, 1979, 48(6): 497 ~ 504
- 3 白伦, 谢佳, 等. 茧丝纤度曲线的模拟生成(J). 苏州丝绸工学院学报, 1998, 18(1): 1 ~ 8
- 4 岛崎昭典, 等. 异质原料茧的合并理论的研究(A). 昭和 57 年度科学研究费补助金研究成果报告书(C). 日本, 1983. 23 ~ 25
- 5 宫武修, 肋本和昌. 乱数与蒙得卡罗法. 日本: 森北出版株式会社, 1978. 132

An Analytical Model of the Size Curve of Cocoon Filament and its Application to the Simulation Test

Bai Lun Fei Wangchun Luo Jun Li Xia

(College of Material Technology, Soochow University, Suzhou 215021)

Abstract In this paper, an analytical model for simulating the size curve of cocoon filament was established and its statistical properties was analysed. The results revealed that it is a good method to control the parameters of the size curve of cocoon filament in the simulation test. On the basis of these results, its application to the simulations of size curve of cocoon filament and reeling process was discussed.

Key words Size curve of cocoon filament Computer simulation Non-stationary time series