

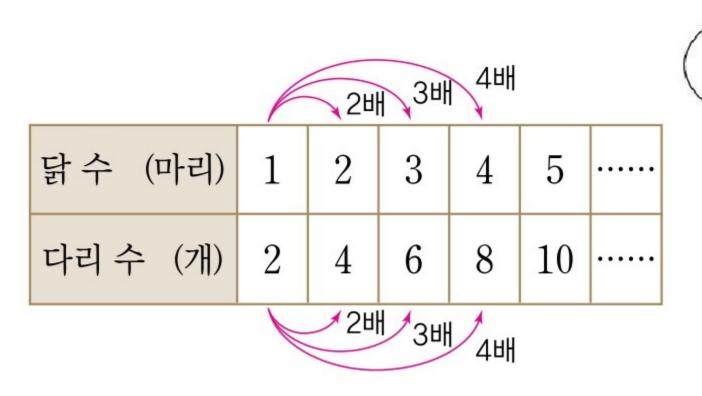
Logistic Regression



Let's Go to the Deep Learning World!!

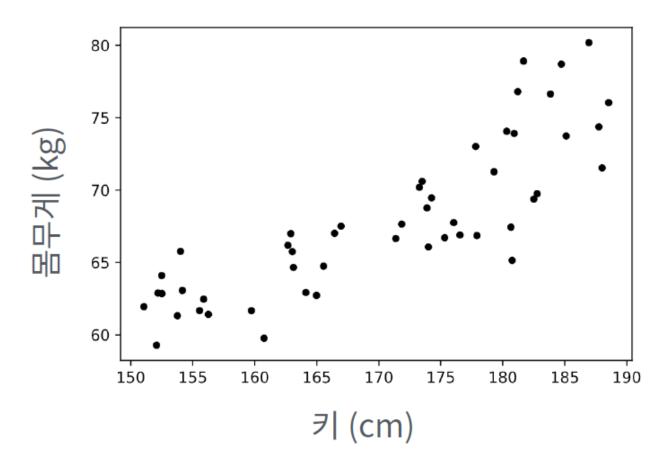
쉬운 것부터 시작해봅시다

초등학교 6학년 수학 – 정비례

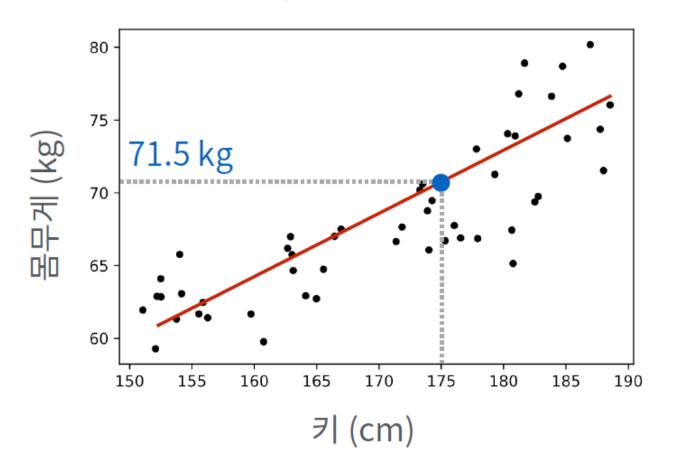




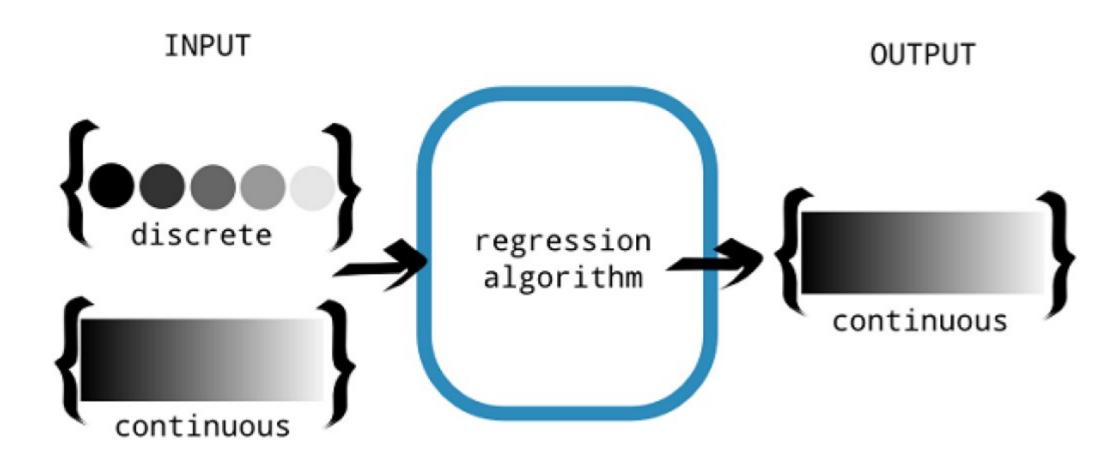
- 어느 학교 학생들의 신체검사 자료
- 새로 전학온 학생 A의 키가 175cm일 때 예상 몸무게는?



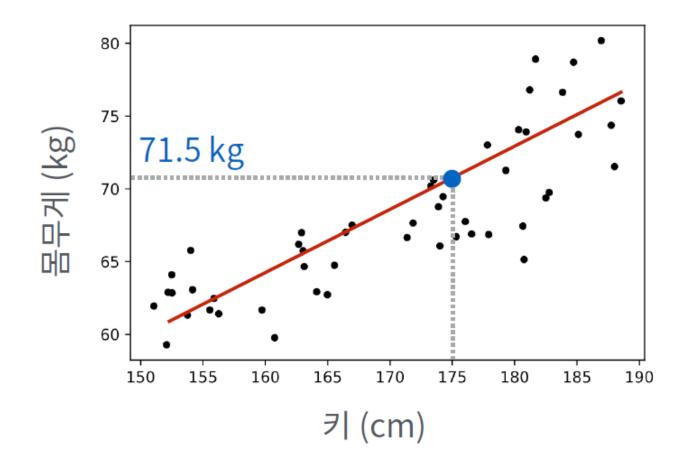
- 어느 학교 학생들의 신체검사 자료
- 새로 전학온 학생 A의 키가 175cm일 때 예상 몸무게는?



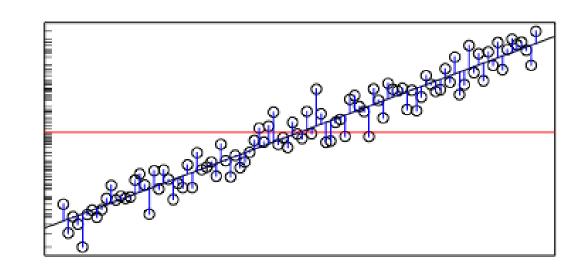
Regression?



- 선형함수(예: 1차함수)로 주어진 data를 근사한다
- y = wx + b



• 잘 예측했는지 측정할 척도(metric)가 필요함



$$y^* = wx + b$$
 (예측값)
$$Cost(Loss) = \sum_{i} (y_i - y_i^*)^2$$

$$= \sum_{i} (y_i - wx_i - b)^2$$

- Cost(Loss) 값을 minimize하는 w와 b를 구하면 될텐데.... 어떻게?
 - Random Search 가능????
 - Cost function을 미분해서 최솟값(미분=o이되는 점)을 찾자!

산수를(미분을...) 조금 해야겠습니다

b 구하기

$$L = \sum_{i} (y_i - wx_i - b)^2$$

$$\frac{\delta L}{\delta b} = \frac{\delta \sum_{i} (y_i - wx_i - b)^2}{\delta b}$$

$$= -2\sum_{i} (y_i - wx_i - b) = ny_{avg} - nwx_{avg} - nb = 0$$

$$\therefore b = y_{avg} - wx_{avg}$$

w구하기

$$L = \sum_{i} (y_i - wx_i - b)^2$$

$$\frac{\delta L}{\delta w} = \frac{\delta \sum_{i} (y_i - wx_i - b)^2}{\delta w}$$

$$= -2\sum_{i} x_{i}(y_{i} - wx_{i} - b) = -2\sum_{i} x_{i}(y_{i} - wx_{i} - y_{avg} + wx_{avg})$$

$$= 0$$

Multi Variable Linear Regression

• x가 scalar값(1개)가 아니라 vector가 된다면??

• Input

■ X1: Facebook 광고료

■ X2 : TV 광고료

■ X₃ : 신문 광고료

Output

■판매량

FB	TV	신문	판매량
<i>X</i> ₁	<i>X</i> ₂	<i>X</i> ₃	Y
230.1	37.8	69.2	22.1
44.5	39.3	45.1	10.4
17.2	45.9	69.3	9.3
151.5	41.3	58.5	18.5
180.8	10.8	58.4	12.9
8.7	48.9	75	7.2
57.5	32.8	23.5	11.8
:	:	:	

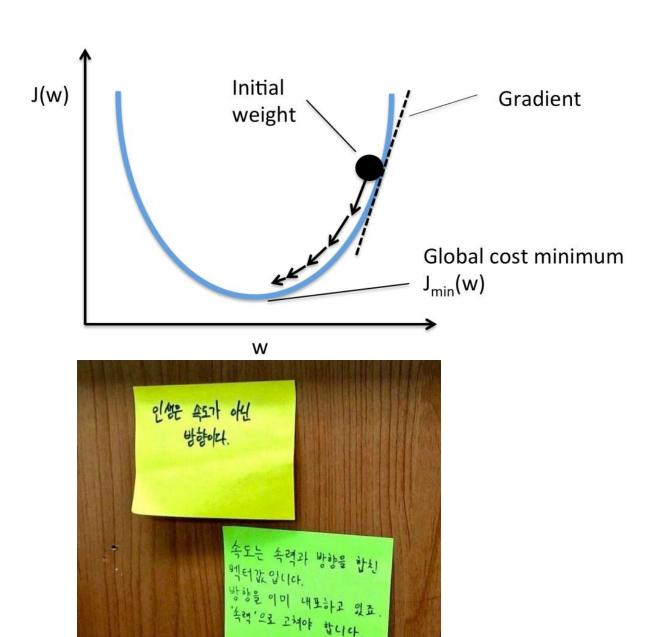
Multi Variable Linear Regression

- 식은 여전히 $y^* = \mathbf{w}^T \mathbf{x} + b$ • $\mathbf{w}^T = [w_1, w_2, w_3], \ \mathbf{x}^T = [x_1, x_2, x_3]$
- 그런데 미분해서 o이 되는 점은 어떻게 찾아야 할까?
 - 변수가 많아지고, matrix가 커지면 복잡도가 $O(n^3)$ 이기 때문에 exponential하게 증가하여 계산이 거의 불가능함
 - minimum을 바로 구하는 게 아니라, 현재 loss에 대한 w의 gradient(경사도)를 구하여 gradient x learning rate 만큼 w를 update하자
 - → Gradient Descent

Gradient Descent

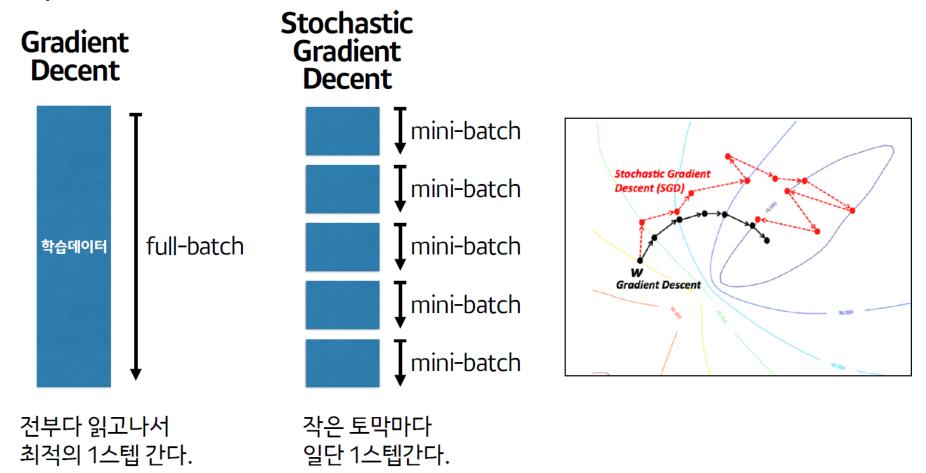
$$w_{new} = w - \alpha \frac{\delta L}{\delta w}$$

- 방향 : 그 지점에서의 gradient
- 속력(보폭) : learning rate(α)



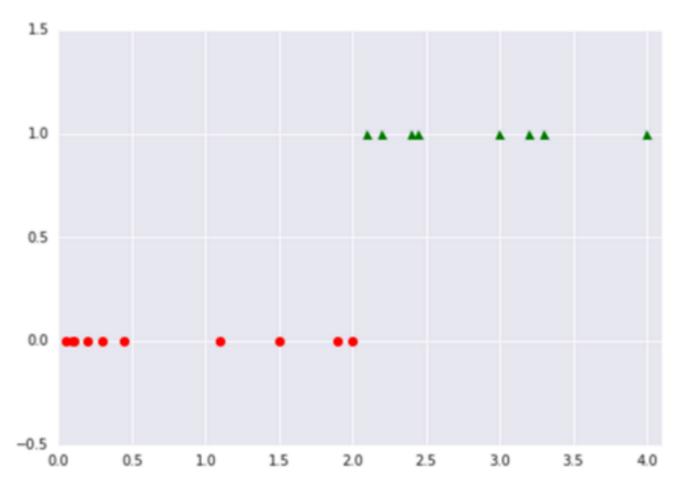
Stochastic Gradient Descent, Mini-batch Training

• Data가 너무 많아서 한번에 다 넣고 학습하면 시간도 오래걸리고, memory도 부족하게 됨

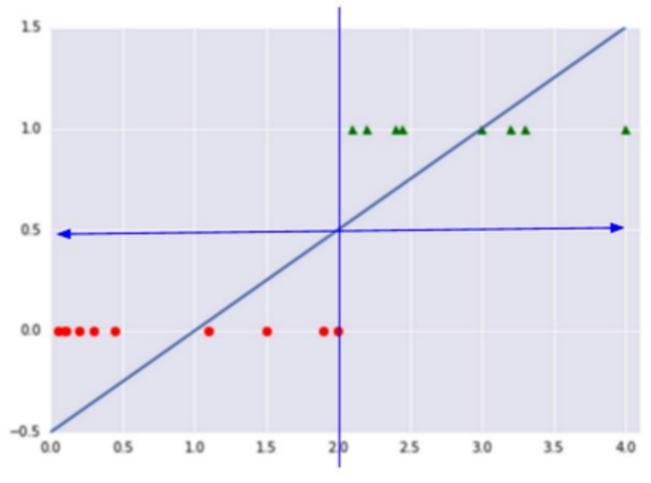


Classification도 할 수 있지 않을까요?

- 종양의 크기에 따른 양성/음성 판별 문제
 - 1 : 양성(암), o: 음성(정상)

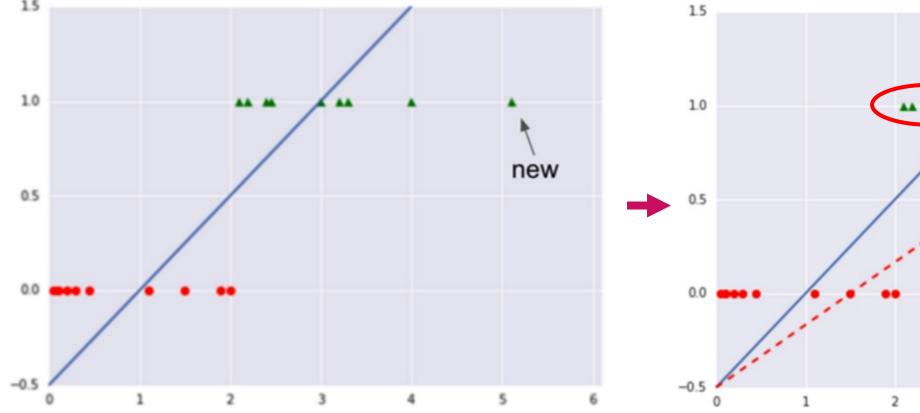


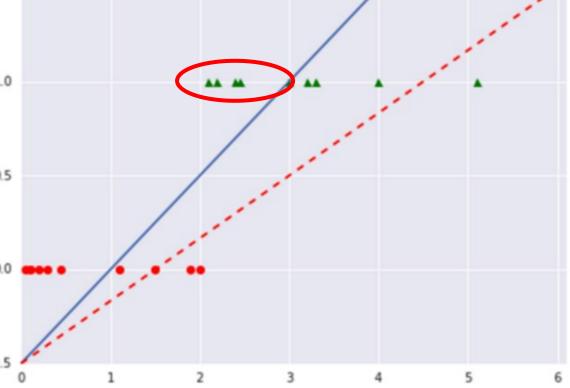
- Linear Regression으로 해봅시다
 - Regression 예측값이 o.5 이상이면 양성, o.5 이하면 음성으로 판별



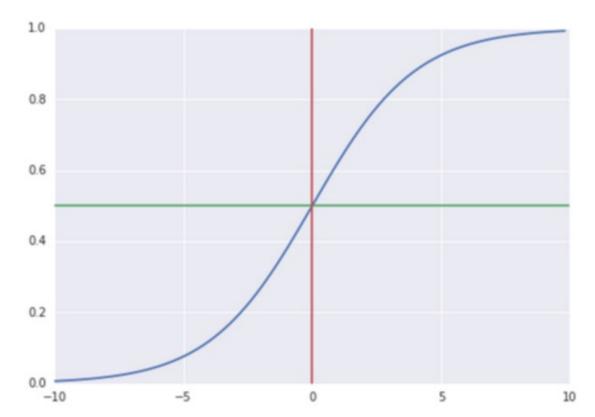
• 종양의 크기가 매우 큰 data(outlier) 가 추가된 경우







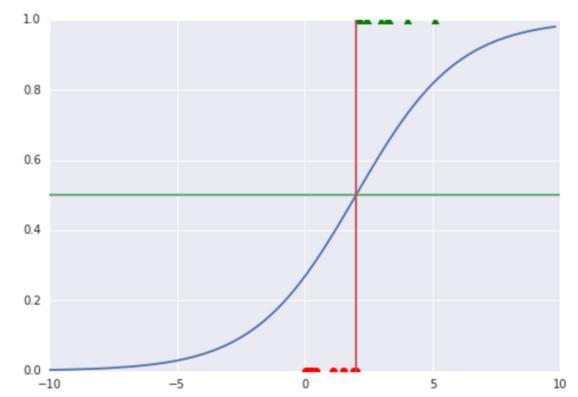
- 아주 크거나 아주 작은 data에 영향을 많이 받지 않았으면 좋겠다
- Binary classification에 맞게 o에서 1사이 값으로 나오면 좋겠다
- → Sigmoid 를 써보자



Logistic Regression

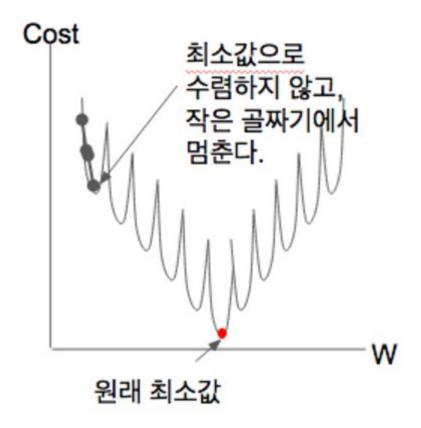
• Linear Regression 식에 Sigmoid 함수를 통과시킨 것(odds의 logit을 linear regression)

$$\bullet y = \sigma(w^T x + b) = \frac{1}{1 + e^{-(w^T x + b)}}$$



Logistic Regression

- Loss function으로 MSE(Mean Squared Error)를 쓰면?
 - Linear regression에서는 convex function이었지만 Logistic Regression에서 는...



Logistic Regression

• 새로운 Cost(Loss) function을 정의(maximum likelihood estimation)

$$cost(W) = -\frac{1}{m} \sum ylog(H(x)) + (1 - y)log(1 - H(x))$$

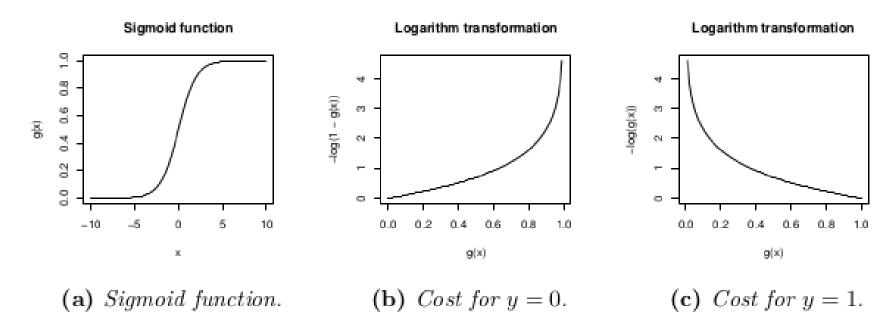


Figure B.1: Logarithmic transformation of the sigmoid function.