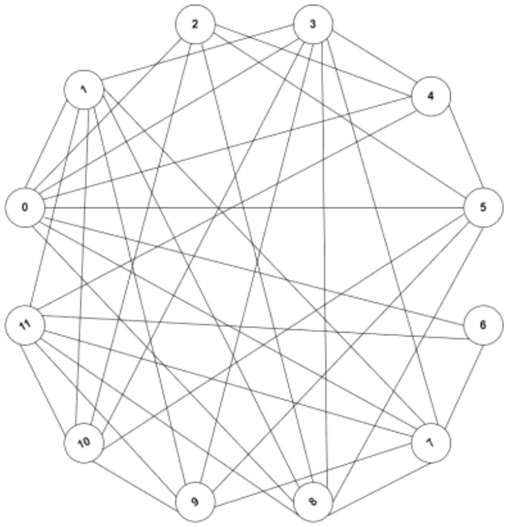
Projekt

piątek, 21 maja 2021 10:20

Zadanie 1

Szkic grafu:

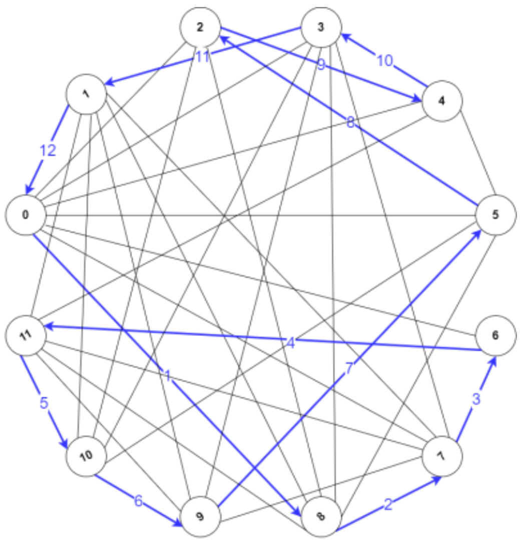


Zadanie 2

Reprezentacja grafu w formie macierzy incydencji, 1 oznacza że do danego wierzchołka (wiersz) wchodzi odpowiednia krawędź (kolumna)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
8	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1

Zadanie 3



Pomimo nie spełnienia zarówno Twierdzenia Orego i Twierdzenia Diraca udało mi się znaleźć cykl Hamiltona, więc graf ten można nazwać grafem hamiltonowskim.

Cykl: (0,8), (8,7), (7,6), (6,11), (11,10), (10,9), (9,5), (5,2), (2,4), (4,3), (3,1), (1,0)

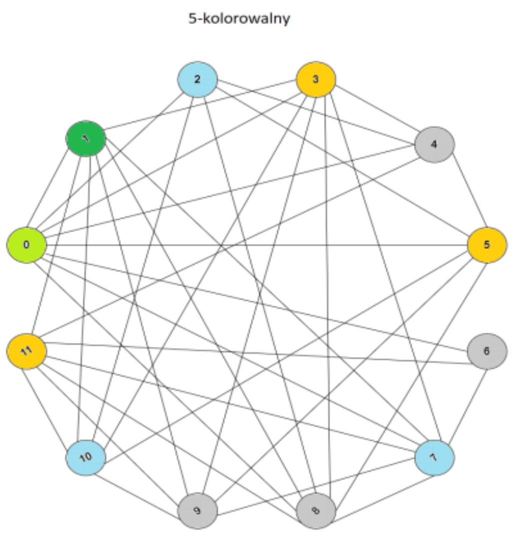
Zadanie 4

Graf ten nie jest grafem eulerowskim, ponieważ nie jest spełniony warunek konieczny, który mówi że graf jest grafem eulerowskim wtedy i tylko wtedy, gdy wszystkie wierzchołki w grafie są stopnia parzystego. Wystarczy spojrzeć na wierzchołek (6), jego stopień to deg(6) = 3, co pokazuje że twierdzenie nie jest spełnione.

Dodatkowo żeby graf był grafem półeulerowskim musi posiadać dokładnie 2 wierzchołki stopnia nieparzystego. W moim grafie takich wierzchołków jest więcej, są nimi między innymi : 6, 8, 11 …

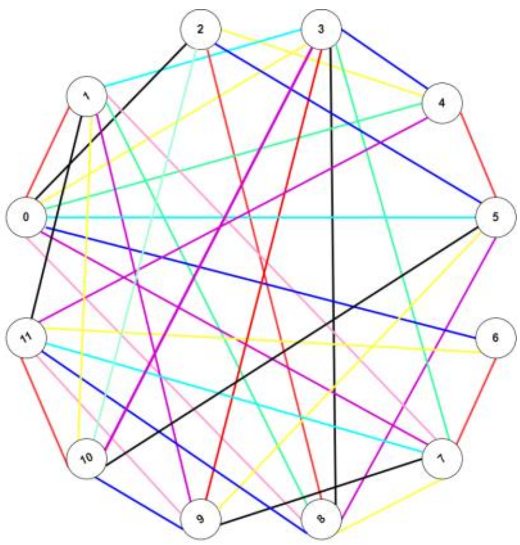
Wniosek: Graf ten nie jest ani grafem eulerowskim, ani grafem półeulerowskim.

Zadanie 5 i 6



Kolorowanie wierzchołkowe:
W grafie tym udało mi się pokolorować wierzchołki za pomocą 5 kolorów w taki sposób, aby żadne dwa sąsiednie wierzchołki (połączone krawędzią) nie były pokolorowane tym samym kolorem. Z faktu, iż graf ten jest 5-kolorowalny, ale nie 4-kolorowalny wynika, że liczbą chromatyczną grafu (minimalna liczba kolorów na jaką można pokolorować graf) jest 5.

$\chi(G) = 5$

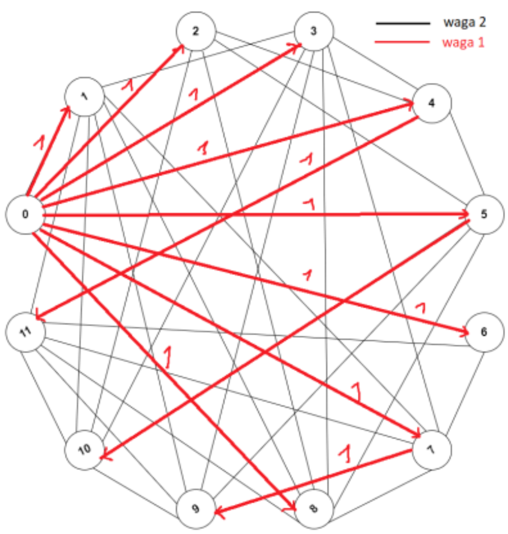


Kolorowanie krawędziowe:
Korzystając z Twierdzenia Vizinga wiemy, że max(deg(v)) <= X'(G) <= max(deg(v)) + 1, gdzie X'(G) to indeks chromatyczny grafu (minimalna ilość kolorów na jaką można pokolorować krawędzie tak, aby żadne dwie sąsiednie nie miały tego samego koloru, przez krawędzie sąsiednie rozumiemy krawędzie wchodzące do tego samego wierzchołka),

W tym grafie udało mi się znaleźć indeks chromatyczny równy dolnemu ograniczeniu z Twierdzenia Vizinga, a więc indeks chromatyczny grafu wynosi 8, bo taki jest największy stopień wierzchołka w grafie. (deg(0) = 8)

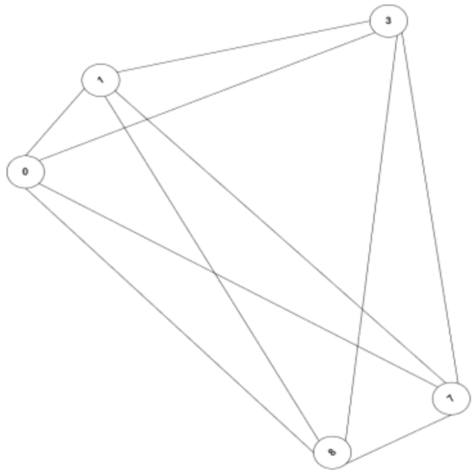
$\chi'(G) = 8$

Zadanie 7



Minimalnym drzewem rozpinającym grafu G nazywamy podgraf G', który zawiera tyle samo wierzchołków co graf G, czyli |V| oraz |V|-1 krawędzi. Na rysunku z lewej widzimy przykładowe drzewo rozpinające grafu, przy założeniu że krawędzie czerwone mają przypisaną wagę 1, a krawędzie czarne wagę 2.
Algorytmy wykorzystywane do znajdowania minimalnego drzewa rozpinającego:
- Algorytm Prima
- Algorytm Kruskala

Zadanie 8



Planarność grafu:

Graf z rysunku z zadania 1 nie jest planarny, ponieważ krawędzie w tym grafie się przecinają, grafu tego nie da się przedstawić jako planarny. Korzystając z Twierdzenia Kuratowskiego otrzymujemy następujące kryterium planarności:

- Dany graf jest planarny wtedy i tylko wtedy, gdy nie zawiera podgrafu ściągalnego do grafu K5 lub do grafu K3,3.

Mój graf udało się sprowadzić do grafu K5 poprzez odpowiednie usuwanie krawędzi oraz wierzchołków.

<u>Wniosek:</u> Tego grafu nie da się przedstawić jako planarny

Rysunek oraz analiza grafu została oparta na podstawie następującej lisy sąsiedztwa:

```
[[2, 5, 8, 1, 7, 4, 3, 6],
[3, 9, 0, 11, 8, 7, 10],
[0, 5, 8, 4, 10],
[4, 7, 10, 1, 9, 8, 0],
[3, 5, 11, 2, 0],
[10, 0, 2, 4, 9, 8],
[11, 7, 0],
[3, 0, 9, 6, 1, 11, 8],
[0, 2, 11, 1, 3, 5, 7],
[11, 1, 3, 5, 10, 7],
[3, 5, 9, 11, 2, 1],
[9, 6, 4, 8, 10, 1, 7],
]
```