

**Kierunek:** Informatyka, sem 4

**Przedmiot:** Metody i narzędzia sztucznej inteligencji

**Laboratorium nr 4**

**Temat:** Operatory genetyczne – krzyżowanie PMX, mutacja oraz inwersja

Opracował: A. Skakovski/I. Czarnowski

### Krzyżowanie z częściowym odwzorowaniem - PMX

Krzyżowanie z częściowym odwzorowaniem (ang.: *partially mapped crossover* – PMX) jest krzyżowaniem przeznaczonym do wymiany części genów pomiędzy rozwiązaniami o reprezentacji ścieżkowej, np. dla problemu permutacyjnego. Krzyżowanie to zostało zaproponowane właśnie dla sytuacji, w której potencjalne rozwiązanie jest permutacją liczb. Operator PMX tworzy potomka przez wybranie fragmentu chromosomu od jednego rodzica i pozostawiając porządek i pozycje tak wielu pozostałych elementów drugiego rodzica, jak tylko jest to możliwe. Fragment ten wybiera się przez dwa losowe cięcia, które służą jako granice dla operatorów wymienianych. A zatem PMX wpięrow wymienia podciągi pomiędzy punktami cięcia, a następnie przepisuje wartości pozostałe o ile nie nastąpił konflikt. Konflikt jest wówczas, gdy chcąc przepisać wartość rodzica do potomka, okazuje się, że wartość ta wystąpiła już w *odwzorowaniu* na skutek zamiany podciągów. Jeśli tak było, to należy wstawić wartość z odwzorowania.

Rodzic 1 ( 1 2 3 | 4 5 6 7 | 8 9 )

Rodzic 2 ( 4 5 2 | 1 8 7 6 | 9 3 )

Potomek 1 ( x x x | 1 8 7 6 | x x )

Potomek 2 ( x x x | 4 5 6 7 | x x )

**Ciągi odwzorowania:**

$1 \leftrightarrow 4$ ;  $8 \leftrightarrow 5$ ;  $7 \leftrightarrow 6$  oraz  $6 \leftrightarrow 7$

Poniżej rozwiązania potomne mają przepisane wartości, które nie wystąpiły w odwzorowaniu

Potomek 1 ( x 2 3 | 1 8 7 6 | x 9 )

Potomek 2 ( x x 2 | 4 5 6 7 | 9 3 )

a już teraz zostały uzupełnione o te które wystąpiły w odwzorowaniu

Potomek 1 ( 4 2 3 | 1 8 7 6 | 5 9 )

Potomek 2 ( 1 8 2 | 4 5 6 7 | 9 3 )

Poniżej jest podany inny wariant realizacji operatora PMX. Ten wariant tworzy tylko jednego potomka. Aczkolwiek, gdy jest potrzeba utworzenia drugiego potomka, rodzice należy zamienić miejscami i wykonać algorytm jeszcze raz.

### Algorytm PMX (PMX - partially-mapped crossover):

1. Losowo wybierz segment elementów w **Rodzicu 1** i skopiuj go bezpośrednio do **Dziecka**. Zapamiętaj indeksy segmentu.
2. Patrząc na te same pozycje segmentu w **Rodzicu 2**, wybierz każdy element, **który nie został jeszcze skopiowany do Dziecka**.
  - A. Dla każdego z tych elementów:
    - A.1. Zapamiętaj indeks tego elementu w **Rodzicu 2**. Znajdź element w **Rodzicu 1** o tym samym indeksie.
    - A.2. Znajdź ten sam element w **Rodzicu 2**.
    - A.3. Jeżeli indeks tego elementu z **Rodzica 2** należy do pierwotnego segmentu, przejdź do kroku A.1 używając tego elementu.
  - Jeżeli nie - wstaw wartość z kroku A do **Dziecka** na pozycję o tym indeksie.
3. Skopiuj elementy z wszystkich pozostałych pozycji **Rodzica 2** do **Dziecka**.

Aby stworzyć drugie dziecko z tym samym zestawem rodziców, zamień rodziców miejscami i zacznij od nowa.

### Mutacja

Mutacja ma na celu wprowadzenie pewnego urozmaicenia w zbiorze rozwiązań dopuszczalnych (populacji). Ma ona mniejsze znaczenie w algorytmach genetycznych niż inne operacje genetyczne. W przypadku *reprezentacji binarnej* operator mutacji dokonuje zmiany wartości binarnej w rozwiązaniu (chromosomie) na przeciwną, tzn. z 0 na 1 lub z 1 na 0. Prawdopodobieństwo mutacji jest zwykle bardzo małe, rzędu  $[0; 0,1]$ .

Aby wykonać mutację osobnika należy:

1. ustalić wartość prawdopodobieństwa mutacji  $p_m$ , np.  $p_m = 0,1$
2. poruszając się po binarnych elementach osobnika, dla każdego elementu należy wylosować rzeczywistą liczbę  $r$  z przedziału  $[0; 1]$  (np. wylosowaliśmy  $r = 0,05$ )
3. jeżeli wylosowana dla aktualnego elementu binarnego liczba  $r \leq p_m$  (w naszym przykładzie  $r = 0,05 < p_m = 0,1$ ), zmieniamy wartość binarną tego elementu na przeciwną jeżeli  $r > p_m$ , zostawiamy aktualny element bez zmian i przechodzimy do następnego binarnego elementu osobnika.

W praktyce, oznacza to, że każdy z binarnych elementów osobnika może podlegać mutacji, jeśli tylko wylosowana dla niego liczba jest mniejsza od prawdopodobieństwa mutacji  $p_m$ .

## Inwersja

Inwersja to operacja zamiany kolejności elementów w rozwiązaniu. *Nie jest on stosowany w algorytmach genetycznych dla typowej reprezentacji binarnej rozwiązania, ale w przypadku reprezentacji ścieżkowej pełni rolę operatora mutacji.* Aby wykonać inwersję w osobniku należy wylosować z równym prawdopodobieństwem jedną z pozycji jego elementów z zakresu  $[1, 2, \dots, n]$ , gdzie  $n$  – liczba elementów w osobniku. Następnie należy zamienić miejscami wartości z pozycji wylosowanej  $i$  z pozycji sąsiadującej po prawej stronie. Czyli, jeżeli została wylosowana pozycja  $j$ , i na tej pozycji znajdował się element  $x$ , a na pozycji  $j + 1$  znajdował się element  $y$ , to po wykonaniu inwersji na pozycji  $j$  powinien znaleźć się element  $y$ , a na pozycji  $j + 1$  element  $x$ . W taki sposób kombinacja dwóch elementów wewnątrz osobnika „...xy...” zamienia się na kombinację „...yx...”. Jeżeli zostanie wylosowana pozycja  $n$ , zamieniamy między sobą wartości z pozycji  $n$  i  $1$ .

## Polecenia:

### 1. Dla funkcji (binarna reprezentacja osobnika)

$$(x_1, x_2) = -x_1^2 - x_2^2 + 2, \text{ gdzie } -2 \leq x_1 \leq 2 \text{ oraz } -2 \leq x_2 \leq 2 \quad (1)$$

1.1 utwórz w sposób losowy rozwiązanie o reprezentacji **binarnej** spełniające warunki dopuszczalności oraz zakładając przy tym dokładność do 5 miejsca po przecinku dla wartości dekodowanych z tego rozwiązania.

1.2 Oblicz wartość funkcji  $f$  dla tego rozwiązania.

1.3 Następnie, zaprojektuj operator **mutacji**. Niech prawdopodobieństwo mutacji ( $p_m$ ) będzie argumentem operatora. Dokonaj mutacji rozwiązania przy zadanej wartości  $p_m$ , a następnie

1.4 oblicz wartość funkcji  $f$  dla rozwiązania po mutacji.

Czy po zastosowaniu operatora mutacji wartość funkcji uległa zmianie?

### 2. Operator krzyżowania PMX (ścieżkowa reprezentacja osobnika)

- Utwórz dwa rozwiązania (rodziców) o reprezentacji ścieżkowej zawierającej losową permutację liczb (numerów) ze zbioru  $[1, 10]$ .
- Następnie zaprojektuj operator krzyżowania PMX oraz wykonaj krzyżowanie PMX dla którego argumentami będą utworzeni rodzice - rozwiązania o reprezentacji ścieżkowej. Wylistuj rozwiązania rodziców oraz potomków.

### 3. Operator inwersji (ścieżkowa reprezentacja osobnika)

Zaprojektuj operator inwersji dla rozwiązań ścieżkowych. Następnie wykonaj operator inwersji dla rozwiązań rodziców z polecenia nr 2.

### 4. Dla funkcji Rastrigina (binarna reprezentacja osobnika).

$$f(x) = An + \sum_{i=1}^n [x_i^2 - A \cos(2\pi x_i)] \quad (2)$$

wykonaj polecenie nr 1.

Przyjmij, że  $A=10$  oraz  $n = 10$ ,  $-5,21 \leq x_i \leq 5,21$ ,  $i = 1, \dots, n$  oraz przyjmując dokładność do 3



**Fundusze Europejskie**  
Wiedza Edukacja Rozwój



**Rzeczpospolita  
Polska**

**Unia Europejska**  
Europejski Fundusz Społeczny



miejsca po przecinku.