

清 华 大 学

# 综 合 论 文 训 练

题目：清华大学学位论文 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 模板  
使用示例文档 v5.3.1

系 别：物理系

专 业：物理学

姓 名：蒋文韬

指导教师：宋伟璞副研究员

2017 年 5 月 21 日

# 关于学位论文使用授权的说明

本人完全了解清华大学有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留学位论文的复印件，允许该论文被查阅和借阅；学校可以公布该论文的全部或部分内容，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存该论文。

(涉密的学位论文在解密后应遵守此规定)

签 名：\_\_\_\_\_ 导师签名：\_\_\_\_\_ 日 期：\_\_\_\_\_

## 中文摘要

论文的摘要是对论文研究内容和成果的高度概括。摘要应对论文所研究的问题及其研究目的进行描述，对研究方法和过程进行简单介绍，对研究成果和所得结论进行概括。摘要应具有独立性和自明性，其内容应包含与论文全文同等量的主要信息。使读者即使不阅读全文，通过摘要就能了解论文的总体内容和主要成果。

论文摘要的书写应力求精确、简明。切忌写成对论文书写内容进行提要的形式，尤其要避免“第 1 章……；第 2 章……；……”这种或类似的陈述方式。

本文介绍清华大学论文模板 `THUTHESIS` 的使用方法。本模板符合学校的本科、硕士、博士论文格式要求。

本文的创新点主要有：

- 用例子来解释模板的使用方法；
- 用废话来填充无关紧要的部分；
- 一边学习摸索一边编写新代码。

关键词是为了文献标引工作、用以表示全文主要内容信息的单词或术语。关键词不超过 5 个，每个关键词中间用分号分隔。（模板作者注：关键词分隔符不用考虑，模板会自动处理。英文关键词同理。）

**关键词：**`TEX`；`LATEX`；CJK；模板；论文

## ABSTRACT

An abstract of a dissertation is a summary and extraction of research work and contributions. Included in an abstract should be description of research topic and research objective, brief introduction to methodology and research process, and summarization of conclusion and contributions of the research. An abstract should be characterized by independence and clarity and carry identical information with the dissertation. It should be such that the general idea and major contributions of the dissertation are conveyed without reading the dissertation.

An abstract should be concise and to the point. It is a misunderstanding to make an abstract an outline of the dissertation and words “the first chapter”, “the second chapter” and the like should be avoided in the abstract.

Key words are terms used in a dissertation for indexing, reflecting core information of the dissertation. An abstract may contain a maximum of 5 key words, with semi-colons used in between to separate one another.

**Keywords:** T<sub>E</sub>X; L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X; CJK; template; thesis

# 目 录

目 录 .....	III
第 1 章 引言与混合量子系统简介 .....	1
1.1 混合量子系统的重要性 .....	1
1.2 超导量子系统与常见固态自旋系统 .....	1
1.3 超导量子系统与自旋系综的耦合 .....	3
1.4 超导量子比特的制备与测量 .....	5
第 2 章 自旋与谐振腔耦合强度仿真 .....	6
2.1 新型 3D 谐振腔与自旋系综的耦合 .....	6
2.2 2D 平面波导谐振腔与自旋系综的耦合 .....	8
2.3 螺旋状电感谐振腔与 2.5 维谐振腔与单个自旋的耦合 .....	10
2.3.1 参数估计 .....	11
2.3.2 设计与优化 .....	11
插图索引 .....	15
表格索引 .....	17
公式索引 .....	18
参考文献 .....	20
致 谢 .....	22
声 明 .....	23
附录 A 外文资料原文 .....	24
A.1 Single-Objective Programming .....	24
A.1.1 Linear Programming .....	25
A.1.2 Nonlinear Programming .....	26
A.1.3 Integer Programming .....	27
附录 B 外文资料的调研阅读报告或书面翻译 .....	29
B.1 单目标规划 .....	29

B.1.1 线性规划 .....	29
B.1.2 非线性规划 .....	30
B.1.3 整数规划 .....	30
附录 C 其它附录 .....	32
在学期间参加课题的研究成果 .....	33

## 主要符号对照表

HPC	高性能计算 (High Performance Computing)
cluster	集群
Itanium	安腾
SMP	对称多处理
API	应用程序编程接口
PI	聚酰亚胺
MPI	聚酰亚胺模型化合物, N-苯基邻苯酰亚胺
PBI	聚苯并咪唑
MPBI	聚苯并咪唑模型化合物, N-苯基苯并咪唑
PY	聚吡咙
PMDA-BDA	均苯四酸二酐与联苯四胺合成的聚吡咙薄膜
$\Delta G$	活化自由能 (Activation Free Energy)
$\chi$	传输系数 (Transmission Coefficient)
$E$	能量
$m$	质量
$c$	光速
$P$	概率
$T$	时间
$v$	速度
劝学	君子曰：学不可以已。青，取之于蓝，而青于蓝；冰，水为之，而寒于水。木直中绳。輶以为轮，其曲中规。虽有槁暴，不复挺者，輶使之然也。故木受绳则直，金就砺则利，君子博学而日参省乎己，则知明而行无过矣。吾尝终日而思矣，不如须臾之所学也；吾尝跂而望矣，不如登高之博见也。登高而招，臂非加长也，而见者远；顺风而呼，声非加疾也，而闻者彰。假舆马者，非利足也，而致千里；假舟楫者，非能水也，而绝江河，君子生非异也，善假于物也。积土成山，风雨兴焉；积水成渊，蛟龙生焉；积善成德，而神明自得，圣心备焉。故不积跬步，无以至千里；不积小流，无以成江海。骐骥一跃，

不能十步；弩马十驾，功在不舍。锲而舍之，朽木不折；锲而不舍，金石可镂。蚓无爪牙之利，筋骨之强，上食埃土，下饮黄泉，用心一也。蟹六跪而二螯，非蛇鳝之穴无可寄托者，用心躁也。——荀况



## 第 1 章 引言与混合量子系统简介

自从量子理论于上世纪初被提出、建立与发展以来，对世界产生了众多深远的影响。而在 1970 到 1980 年间，一些学者开始以可设计的角度来看待与研究量子系统<sup>[1]</sup>，这带来了一系列观念的变化，人们开始思考如何制备与设计量子系统以达到不同的目的，以及综合物理、计算机科学以及信息论来提出一些全新的问题。<sup>[2]</sup> 自从量子加密通信的 BB84 协议<sup>[3]</sup>，量子搜索算法<sup>[4]</sup> 与量子质因数分解算法<sup>[5]</sup> 被提出后，人们看见了基于量子力学原理的计算机与通信系统能够在一些问题上达到超越经典系统的性能，进而促进了量子信息实验的进展。

### 1.1 混合量子系统的重要性

基于量子力学的计算机的最基本的组成元素为量子比特。一个量子比特是一个二能级量子系统的统称。，为了满足组建量子计算机的目的，一个好的二能级系统需要可扩展，可初始化，退相干时间远大于单次操作时间，可构建任意的量子逻辑门，可被独立测量这五个条件<sup>[6]</sup>。人们对许多不同的微观二能级系统进行了尝试，包括量子点<sup>[7]</sup>，离子阱<sup>[8]</sup>，固态自旋系统<sup>[9]</sup>，超导量子比特<sup>[10]</sup> 以及线性光学<sup>[11]</sup> 等。

这些不同系统各自建立的量子比特有不同的特点，例如基于离子阱的量子比特有很高的操作与测量成功率，但其扩展性相对较差；超导量子比特有较好的扩展性，并且容易操作，但其退相干时间则相对较短；基于光子的量子比特则是量子通讯的最佳选择。因此，通过将不同量子系统耦合起来，分别利用他们各自的优点进行相应的操作，是量子计算与量子通信的发展趋势。本文主要关注由超导量子比特与固态自旋系统构成的混合量子系统。

### 1.2 超导量子系统与常见固态自旋系统

常见的超导量子比特由以下哈密顿量描述：

$$H_{sc} = 4E_C(\hat{n} - n_g)^2 - E_J \cos \hat{\phi} \quad (1-1)$$

其中  $E_C$  与  $E_J$  分别为电容能量与约瑟夫森能量，两者比值的不同取值范围对应不同的超导量子比特种类，本文的工作将集中关注 Transmon 超导量子比特，这种量子比特对应  $E_J/E_C \sim 50$  的量级<sup>[12]</sup>。通过哈密顿量可以看出，超导量子比特对应非线性的谐振子，其能级非均匀分布，因而可以控制其量子态处于两个选定的本征态构成的态空间内，一般选择其基态与第一激发态，进而近似作为一个两能级系统构成量子比特。经过一系列化简，可将 Transmon 超导量子比特的哈密顿量写成两能级系统的标准形式

$$H_{trans} = \frac{1}{2} \hbar \omega_a \sigma_z \quad (1-2)$$

其中  $\omega_a = \sqrt{8E_J E_C}/\hbar$  为基态与第一激发态的能量差对应的频率。通过将超导量子比特与平面谐振腔进行耦合，即可进行超导量子比特的操作与读取。

自旋为很多微观粒子具有的量子特性，如电子自旋与核自旋。因为自旋与环境作用相对较弱，因此具有较长的退相干时间，是理想的存储介质。常见的自旋系统如金刚石色心（NV centers），由金刚石中一个碳原子被氮原子替代，以及相邻的一个碳原子空缺共同组成，构成一个等效的自旋为一的量子系统，如图1.1所示。

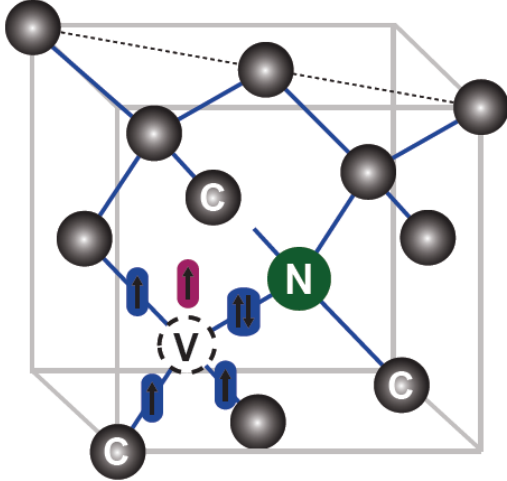


图 1.1 金刚石色心结构示意图，其中碳空位由 V 表示，氮掺杂由 N 表示<sup>[13]</sup>。

考虑应力产生的零场劈裂以及外加静磁场后，一个金刚石色心中的自旋的

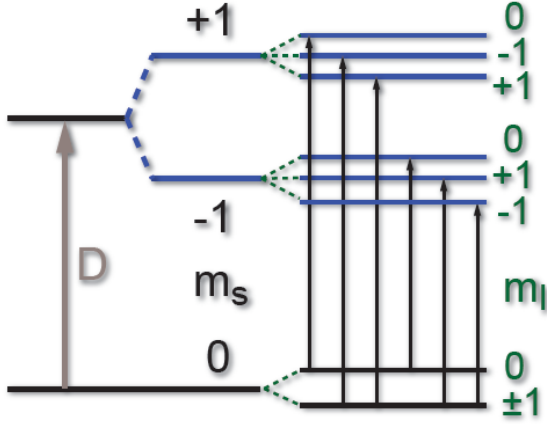


图 1.2 金刚石色心在考虑零场劈裂与外加磁场后的能级示意图。其中  $D$  为零场劈裂导致的能级分裂， $m_s = \pm 1$  的两个态之间的能量差来源于应力与局域电场。不同核自旋量子数  $m_I$  的态之间的能级分裂来源于超精细相互作用<sup>[13]</sup>。

简并能级发生分裂，相应的哈密顿量为<sup>[13]</sup>

$$H/\hbar = \mathbf{S} \cdot \bar{\mathbf{D}} \cdot \mathbf{S} - \gamma_e \mathbf{B}_{NV} \cdot \mathbf{S} + \mathbf{S} \cdot \bar{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{I} + PI_Z^2 \quad (1-3)$$

其中  $\gamma_e = -g_e \mu_B / \hbar = -2\pi \times 2.8 \text{ MHz/Gs}$  为 NV 电子自旋的旋磁比。 $\bar{\mathbf{D}}$  为零场劈裂张量， $\mathbf{B}_{NV}$  为金刚石色心所处位置的磁场， $\bar{\mathbf{A}}$  为超精细相互作用张量，最后一项为氮原子四极矩产生的能量项。知道了系统的哈密顿量后，即可选取两个态构成量子比特，这样近似下的哈密顿量与二能级系统的哈密顿量相同。通过将自旋与不同量子系统进行耦合，即可达到存储与读取量子信息的目的。

### 1.3 超导量子系统与自旋系综的耦合

目前已有许多关于超导量子比特与固态自旋耦合的相关实验。由于自旋通过磁场与外界耦合，强度很弱，因此常采用自旋系综与平面波导谐振腔的磁场耦合，谐振腔再与超导量子比特耦合的方法<sup>[13]</sup>。这种方法能够实现多次的存储与读取，本节将对这方面的理论工作与实验实现进行总结。

首先考虑单个 NV 自旋与谐振腔的耦合。单个 NV 自旋与谐振腔构成的混合量子系统，可由以下哈密顿量描述

$$H = H_r + H_a + H_{int} \quad (1-4)$$

其中  $H_r = \hbar\omega_r a^\dagger a$  为谐振腔的哈密顿量,  $H_a$  即由1-3所描述的 NV 自旋自身的哈密顿量, 而  $H_{int}$  为两个系统相互作用的哈密顿量<sup>[13]</sup>

$$H_{int} = -\gamma_e \mathbf{S} \cdot \mathbf{B} \quad (1-5)$$

$$= -\frac{\gamma_e}{\sqrt{2}} [\sigma_x \delta B_x(\mathbf{r}) + \sigma_y \delta B_y(\mathbf{r})] (a + a^\dagger) \quad (1-6)$$

$$= g^* a \sigma_+ + g a^\dagger \sigma_- \quad (1-7)$$

其中自旋-谐振腔耦合系数

$$g = -\frac{\gamma_e [\delta B_x(\mathbf{r}) + i\delta B_y(\mathbf{r})]}{\sqrt{2}} \quad (1-8)$$

$\delta B$  为谐振腔零场的磁场涨落。耦合系数  $g$  是自旋-谐振腔系统最关键的系数之一, 也是我们想要通过仿真进行估算以及通过改进器件设计与制备来提高其数值的物理量。为了达到 NV 自旋与谐振腔中的电磁模式的强耦合, 进而实现两者间量子信息的交换, 我们需要  $g \gg \kappa, \gamma$ , 其中  $\kappa$  为谐振腔的衰减率,  $\gamma$  为 NV 自旋的衰减率。对于单个自旋与二维平面波导传输线谐振腔间的耦合,  $g \sim 2\pi \cdot 10\text{Hz}$ <sup>[13]</sup>, 远远小于  $\kappa, \gamma$  的数量级, 因此我们需要改进用一个自旋系综与谐振腔耦合, 或者改进谐振腔的设计, 来提高耦合系数。

对于一个自旋系综与谐振腔耦合的系统, 其哈密顿量为 T-C 模型 (Tavis-Cummings model)<sup>[14]</sup>

$$H_{TC}/\hbar = \omega_r (a^\dagger a + 1/2) + \frac{\omega_s}{2} \sum_{j=1}^N \sigma_z^{(j)} + g \sum_{j=1}^N (a \sigma_+^{(j)} + a^\dagger \sigma_-^{(j)}) \quad (1-9)$$

其中  $\sigma_{z,\pm}^{(j)}$  为第  $j$  个自旋的泡利算符。所有自旋的态可以写为  $\prod_{j=1,\dots,N} |i\rangle_j$ , 其中  $i = g, e$ 。为简化记号, 定义自旋系综的基态为  $|G\rangle \equiv |g_1 \dots g_N\rangle$ , 以及第  $j$  个自旋被激发的激发态  $|E_j\rangle \equiv |g_1 \dots e_j \dots g_N\rangle$ 。通过引入系综自旋算符  $\mathcal{S}_{X,Y,Z} \equiv \sum_{j=1}^N \sigma_{x,y,z}^{(j)}/2$  以及系综升降算符  $\mathcal{S}_\pm \equiv \sum_{j=1}^N \sigma_\pm^{(j)}$ , 上式中的 T-C 模型哈密顿量可简化为

$$H_{TC}/\hbar = \omega_r (a^\dagger a + 1/2) + \omega_s \mathcal{S}_z + g(a \mathcal{S}_+ + a^\dagger \mathcal{S}_-) \quad (1-10)$$

基于系综的自旋算符, 可以发现总自旋算符  $\mathcal{S}^2 = \mathcal{S}_X^2 + \mathcal{S}_Y^2 + \mathcal{S}_Z^2$  与整个  $H_{TC}$  交

换，即  $S(S+1)$  为好量子数。因此我们通过  $S^2$  与  $S_z$  的共同本征态来描述自旋系综系统。整个自旋系综系统的能级如下图所示。

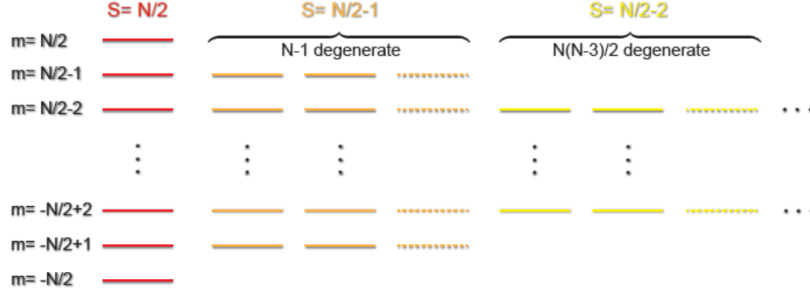


图 1.3  $N$  个金刚石自旋构成的自旋系综的能级示意图<sup>[13]</sup>。可以看见  $S \neq N/2$  的态均为高度简并态。

当自旋系综从谐振腔吸收一个光子时，相应的态为  $|B\rangle = |N/2, -N/2 + 1\rangle \equiv S_+ |G\rangle / |S_+ |G\rangle| = \sum_k |E_k\rangle / \sqrt{N}$ 。其余  $N - 1$  个单激发的激发态可写为  $|D_j\rangle = \sum_{k=0}^{N-1} \exp(ijk2\pi/N) |E_k\rangle / \sqrt{N}$ ，其中  $j = 1, \dots, N - 1$ ，且易验证  $\langle D_j | B \rangle = 0$ 。因此由能级图 1.3 易看出所有  $|D_j\rangle$  对应的态均为  $S = N/2 - 1$ ，因此不可能通过  $H_{TC}$  与基态  $|G\rangle$  耦合起来。综合上述讨论，

$$\langle E, 0 | H_{TC} | G, 1 \rangle = (1/\sqrt{N}) \sum_i g = g\sqrt{N} \quad (1-11)$$

$$\langle D_j, 0 | H_{TC} | G, 1 \rangle = 0 \quad (1-12)$$

通过上述计算可以看出，对于  $N$  个自旋构成的自旋系综，系综整体与谐振腔的耦合强度比单个自旋的耦合强度大了系数  $\sqrt{N}$ 。

## 1.4 超导量子比特的制备与测量

建立超导量子比特与自旋的混合量子系统的基础之一是两者的成功耦合，以及超导量子比特的制备与调控。因此，本文也将对超导量子比特的理论基础<sup>[12,15]</sup>，制备方法<sup>[16,17]</sup> 以及测量方法<sup>[18]</sup> 进行调研、总结与实验。

## 第 2 章 自旋与谐振腔耦合强度仿真

通过文献综述我们看到，单个自旋与常见谐振腔的耦合强度较弱，因此我们希望通过利用自旋系综与谐振腔进行耦合或者尝试新的谐振腔设计来解决这个问题。对自旋系综与谐振腔进行耦合的情况，由于自旋系综在空间有分布，而谐振腔所产生的磁场在空间也有所分布，因此探究谐振腔产生的磁场的空间分布即成为估计耦合系数的强度大小极其空间分布的重要步骤。

另一方面，与平面波导谐振腔相对应，三维谐振腔的电磁场空间分布更均匀，但强度相对更弱，因此耦合强度更小。在尝试更新的谐振腔设计时，我们也考虑改良三为谐振腔使之在保持自旋系综存在空间部分电磁场仍旧相对均匀的同时尽可能增加场强，而对于平面波导谐振腔，我们从进一步增大耦合强度并与单个自旋耦合的角度出发在现有提案<sup>[19]</sup>的基础上进行了仿真，改进与优化。

### 2.1 新型 3D 谐振腔与自旋系综的耦合

我们首先发现并重复了对优化电磁场分布均匀性的 3D 谐振腔的仿真<sup>[20]</sup>。这种三维谐振腔中电流与磁场分布示意图如下图所示

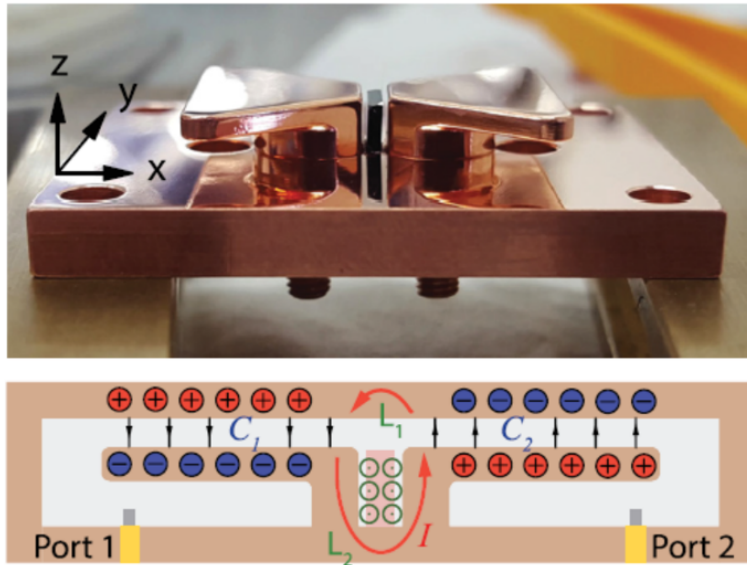


图 2.1 新型三维谐振腔的几何结构与电流，磁场分布示意图<sup>[20]</sup>

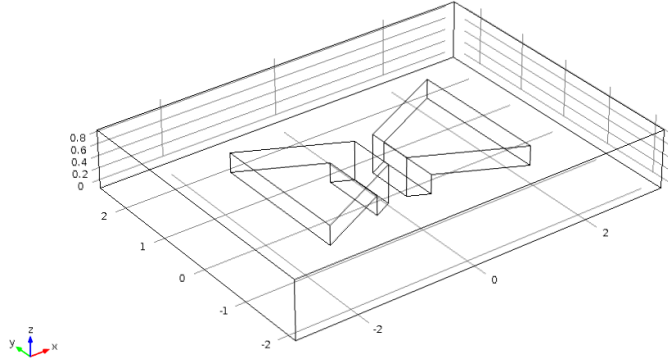


图 2.2 新型三维谐振腔仿真的几何设计 (透视图)

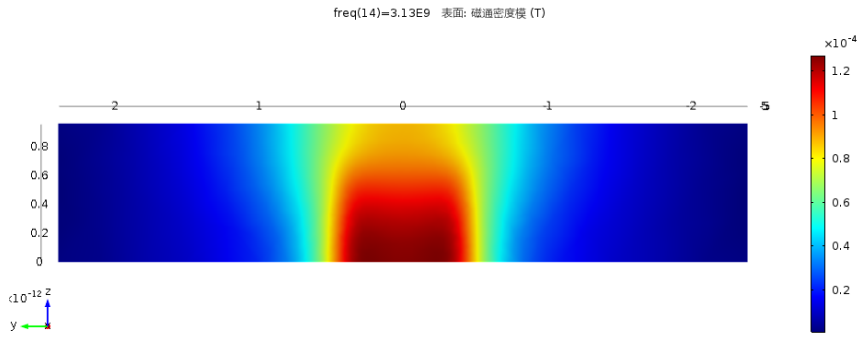


图 2.3 新型三维谐振腔磁场在自旋系综所处空间横截面上的大小分布

其中这种三维谐振腔在普通密闭金属盒构成的三维谐振腔的基础上将电场与磁场局限于更小的体积当中，电场主要分布于两个扇形与盒顶之间，磁场主要分布于两扇形竖直支撑部分的两个平面之间，也为固定自旋系综的空间区域。因此这种三维谐振腔通过减小模式体积提高了零场涨落的大小，并同时仍保证自旋系综与磁场有较为均匀的耦合。

通过对 Angerer 等人使用的三维谐振腔的观察，我设计了如图2.2所示几何形状的三维谐振腔。利用 COMSOL 求解谐振腔中电磁场的分布，能够得到自旋系综所在的横截面上的磁场分布如图2.3所示。谐振腔的频率响应为频率和衰减率的函数<sup>[13]</sup>

$$|S_{21}|^2 = \left| \frac{i\kappa/2}{2\pi(\delta f - \delta f_c) + i(\kappa + \kappa_L)/2} \right|^2 \quad (2-1)$$

通过对仿真所得的谐振腔的频率响应进行拟合，能够得到谐振腔的衰减率  $\kappa, \kappa_L$ ,

进而求出对应任意功率下的谐振腔中的光子数<sup>[13]</sup>

$$n = \frac{2\kappa}{hf_c(\kappa + \kappa_L)^2} P \quad (2-2)$$

谐振腔中仿真的场与功率相关，知道给定功率下的谐振腔中的电磁场分布，以及相应腔内光子数后，即可简单计算得单位光子数对应的电磁场大小与分布。通过单位光子数的磁场大小，即可计算自旋与谐振腔中该模式的耦合强度<sup>[20]</sup>

$$|g_0| = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\mu_B g_e}{2\hbar} |\mathbf{B}_0| |S| \sim 100 \text{mHz} \quad (2-3)$$

通过仿真，拟合与计算得到的耦合强度，与 Angerer 等人所得到的耦合强度的数量级相符，验证了我们的仿真与计算的正确性。综合考虑后，我们认为这种方法对耦合强度的增加不明显，没有数量级的提升，并且这种三维谐振腔的制备较为复杂，我们没有继续进行这种新型三维谐振腔的制备。

## 2.2 2D 平面波导谐振腔与自旋系综的耦合

目前有很多工作通过将自旋系综与二维平面波导谐振腔进行耦合，达到了强耦合的效果<sup>[21,22]</sup>。对于这类耦合，谐振腔的耦合强度的大小及其分布依赖于电磁场的空间分布。因此，我对二维平面波导的电磁场的空间分布进行了仿真，并与文献进行了比较。

对于二维平面波导的仿真，空间中场的分布由金属中电流密度的分布决定，因此仿真的关键为得到可靠的电流密度分布，从而得到空间中场的分布。超导效应对金属中场的分布体现在电流穿透金属表面的深度有限，即与高频电流导致的趋肤效应十分类似，因此可通过高频电流的趋肤效应对超导电流的分布进行模拟<sup>[23]</sup>。趋肤效应的深度与电流频率相关：

$$\lambda_{skin} = \sqrt{\frac{2}{\sigma \omega \mu}} \quad (2-4)$$

通过使趋肤效应的深度等于超导电流的穿透深度，我们估计得仿真所需采用的电流频率为  $\omega \approx 660 \text{GHz}$ 。这个频率并不对应实际物理系统中的任何频率，仅为



仿真所采用的一个参数。零场涨落下的电磁场分布直接通过使总电流的大小为零场电流涨落的大小来得到。零场电流的大小通过计算可得<sup>[23-25]</sup>

$$\frac{\hbar\omega}{2} = 2 \times \frac{1}{2} L (\delta i_{rms})^2 \quad (2-5)$$

$$L = \frac{2Z_0}{\pi\omega} \quad (2-6)$$

$$\delta i_{rms} = \omega \sqrt{\frac{\hbar\pi}{4Z_0}} \approx 50\text{nA} \quad (2-7)$$

通过上述方法，我采用了与两篇文章中相同的器件几何尺寸对磁场进行了仿真，如图所示。

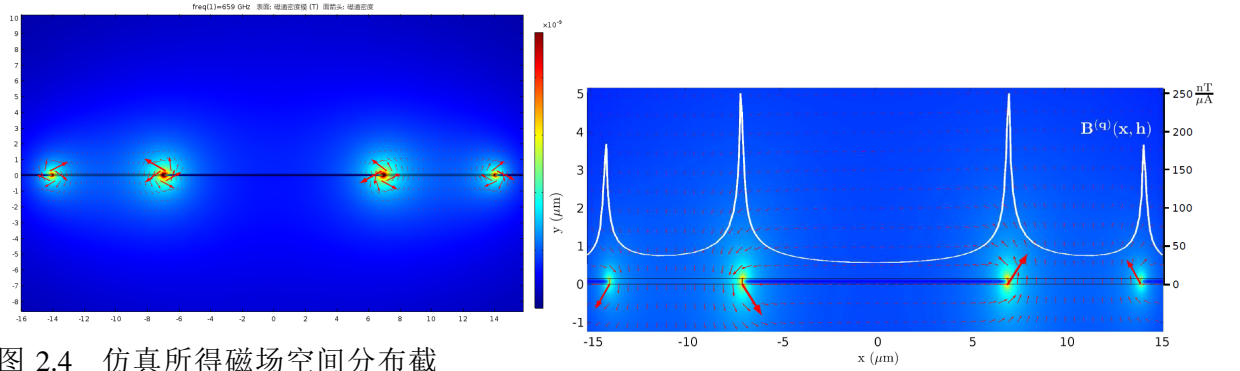


图 2.4 仿真所得磁场空间分布截面图以及文献<sup>[23]</sup> 中所示磁场空间分布截面图

通过利用上述方法对两篇独立的文章中的几何结构进行仿真并且与文章中的结果比较，可以看出结果相符。验证上述方法的可行性后，我对我们制备的二维平面波导的常见几何尺寸进行了仿真，并绘制了距离波导金属表面不同高度处的水平截线上的磁感应强度分布，如图2.6所示。

通过仿真结果可以看出，磁场在金属上方  $10\mu\text{m}$  左右的范围内开始分布均匀，并且强度在  $0.5 \times 10^{-10}\text{T}$  的范围左右，对应的耦合强度  $g \sim 2\pi \cdot 10\text{Hz}$ ，与文献中对单个自旋与二维平面波导谐振腔的耦合常数的估计值相符很好。因此，通过这种仿真方法，我们能够很快得到给定任意几何形状的二维平面波导的空间磁场分布，进而得到空间内任意一点处的自旋与基于该二维平面波导构成的谐振腔的模式耦合强度。

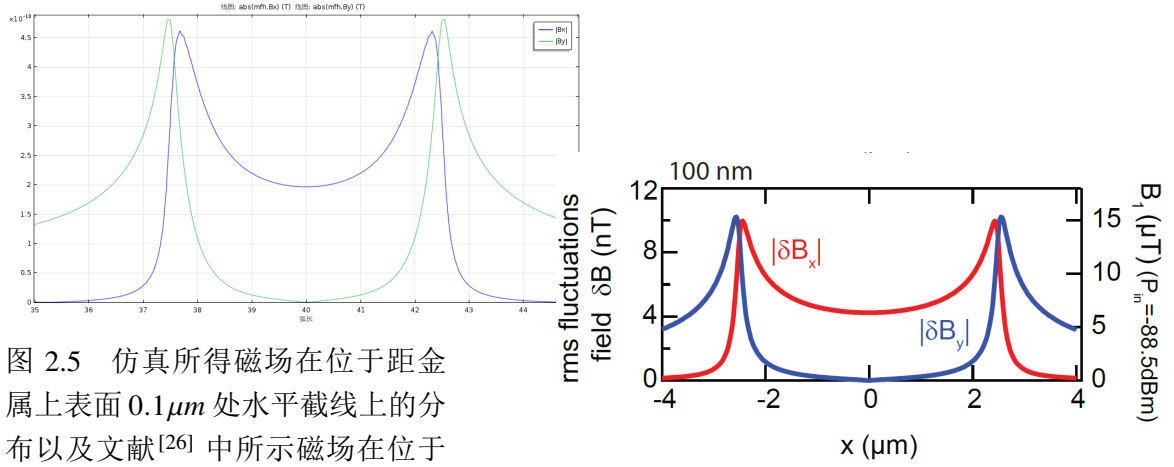


图 2.5 仿真所得磁场在位于距金属上表面  $0.1\mu\text{m}$  处水平截线上的分布以及文献<sup>[26]</sup> 中所示磁场在位于距金属上表面  $0.1\mu\text{m}$  处水平截线上的分布

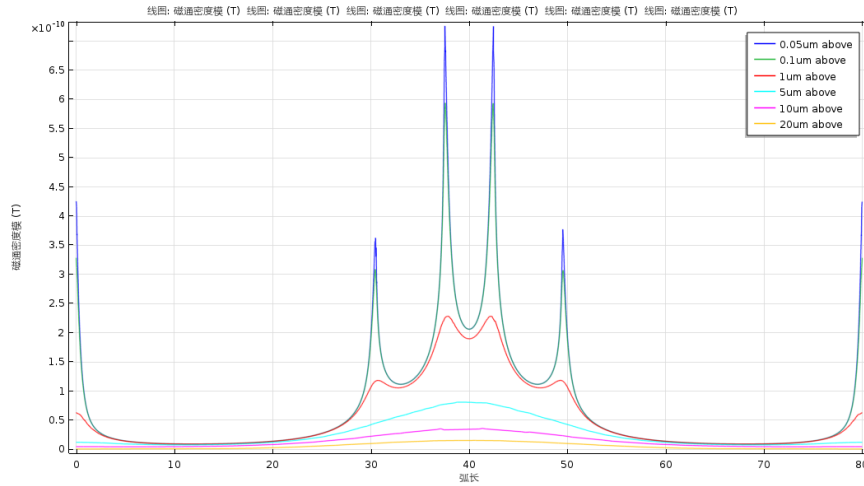


图 2.6 基于我们制备的二维平面波导的常见几何尺寸进行仿真所得的磁感应强度分布图。

### 2.3 螺旋状电感谐振腔与 2.5 维谐振腔与单个自旋的耦合

前面讨论了利用与自旋系统耦合来增大耦合常数。通过观察耦合常数的表达式1-8，可以看见还可以通过提高零场涨落的大小来提高单个自旋与谐振腔模式的耦合常数。

### 2.3.1 参数估计

通过对零场电流大小进行估计的2-5式，可以看到零场电流涨落

$$\delta I = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2L}} \quad (2-8)$$

而对于选定的自旋种类以及基于选定自旋的能级系统定义出的二能级量子比特，其能级间能量差大致固定，因此谐振腔的谐振频率也大致固定在该能量所对应的频率。而谐振腔的频率由  $\omega = 1/\sqrt{LC}$  确定。通过上述讨论可以看到，通过增大零场电流涨落可以增大磁场，进而增大单个自旋与谐振腔模式的耦合常数，增大零场电流涨落可由减小谐振腔的电感  $L$  实现，而对于固定频率的谐振腔，减小  $L$  意味着增大电容  $C$ 。如果我们想要达到的耦合强度  $g/2\pi \sim 1\text{MHz}$ ，并且利用如基于金刚石色心的能量差对应频率在  $3\text{GHz}$  左右的自旋系统，可以估计出相应的零场电流涨落，对应的谐振腔电感与电容的数量级为

$$\delta I \sim 1\mu\text{A} \quad (2-9)$$

$$L \sim 1\text{pH} \quad (2-10)$$

$$C \sim 1\text{nF} \quad (2-11)$$

对于  $\text{nF}$  数量级的电容，无法通过如齿状二维电容等二维设计实现，而可使用三维平板电容实现。因此，我把这种电感为二维结构而电容为三维结构的谐振腔称为 2.5 维谐振腔。已有研究人员提出基于这种思路设计的 2.5 维谐振腔<sup>[19]</sup>，我基于他们的谐振腔设计进行了仿真与优化。

### 2.3.2 设计与优化

Sarabi 等人提出的设计如图2.7所示

其中主要图示均为俯视图，左图的下方的小图为横截面示意图。右图中蓝色的部分即为层状电容的俯视图。通过根据相关几何参数进行仿真，我得到了这种谐振腔的电感部分的磁场分布图，如图2.8所示。通过分析我们发现，耦合系数能够得到数量级上的提升的根本原因是选取了很小的电感  $L$ ，从而得到了较大的零场磁场涨落，并且自旋距离电感部分导线的距离较近，为  $10\text{nm}$  的数量级。而与之相对的，螺旋状电感的螺旋圈数则相对不那么重要，不会对耦合强

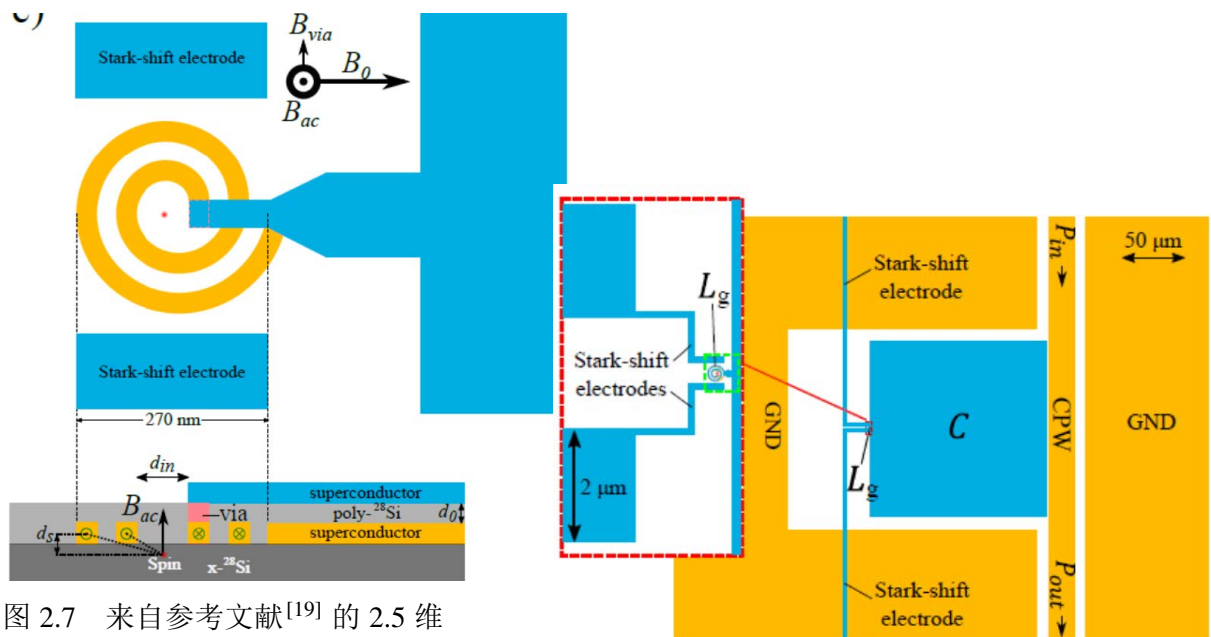


图 2.7 来自参考文献<sup>[19]</sup> 的 2.5 维谐振腔的设计。其中左图为右图中红色虚线部分的放大图。

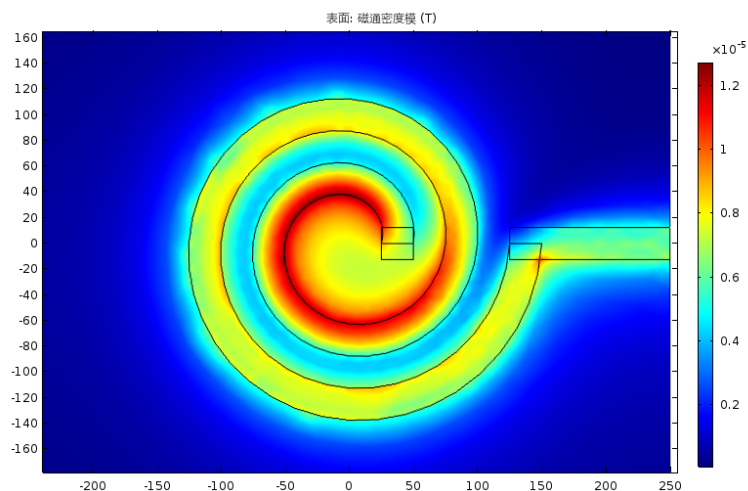


图 2.8 2.5 维谐振腔的螺旋状电感处水平截面上的磁感应强度分布。

度产生数量级上的影响，反而加大了微纳加工制备的难度。因此，我们进一步对螺旋状电感进行了分析，改良与仿真。

首先，我简化了螺旋状的电感结构，直接采用一根细导线作为电感，并通过磁场仿真来估算电感的数量级，仿真结果如图2.9所示。通过仿真估算得到的电感值为  $L \approx 2 \times 10^{-12} \text{H}$ ，比理想的电感值多出一倍左右。考虑到所需的强磁场区域并不需要分布于整个电感导线，而只需要在圆弧附近即可，而强磁场存在的

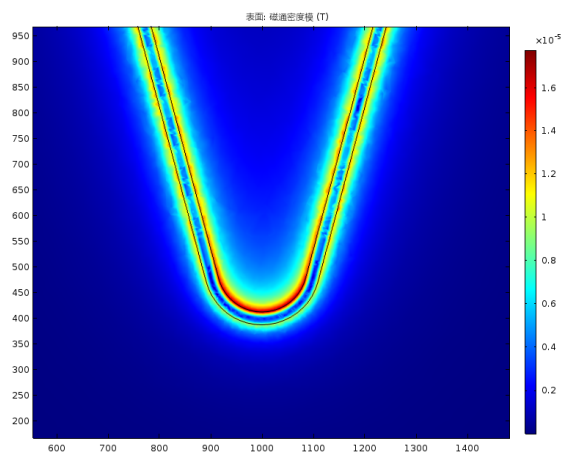


图 2.9 第一次改进后的 2.5 维谐振腔的电感处水平截面上的磁感应强度分布。

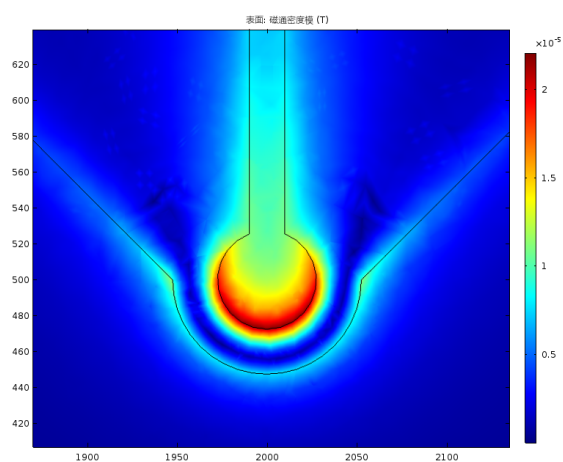


图 2.10 第二次改进后的 2.5 维谐振腔的电感处水平截面上的磁感应强度分布，电感部分的电感大小得到了降低。

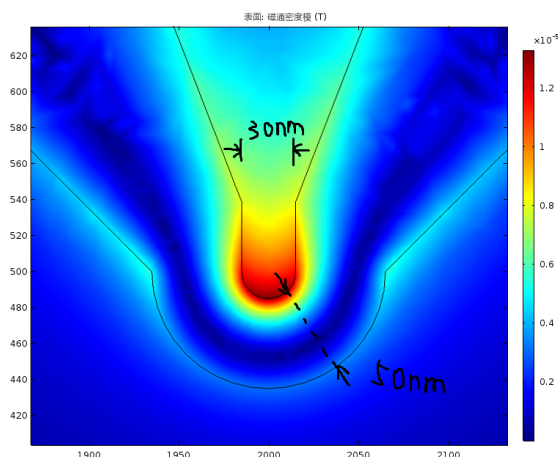


图 2.11 第三次改进后的 2.5 维谐振腔的电感处水平截面上的磁感应强度分布，通过加厚材料并加粗宽度提升了临界电流大小，并不影响磁场较强区域的强度的基础上改进了设计以提高制备的成功率。

区域更大自然会增大导线的自感。基于这个想法，我进一步改进了电感的几何设计，仅保留电感中间的圆弧部位较细，这样电流密度增大，磁场相应增大，而对于电流流入与流出圆弧部位的部分，使导线变宽，如图2.10所示，即可减小大部分区域的磁场大小。通过仿真得出，电感大小的确减小到  $L \approx 7 \times 10^{-13} \text{H}$ ，减小超过 50%。

通过进一步讨论并考虑到测量系统的温度下限对应的噪声大小，我们希望谐振腔中能有远多于 100 个光子的信号。通过简单估计我们发现对于图2.10以及其之前的结构，达到理想的光子数会使电流密度超过所用材料的超导临界电流密度，这样极有可能使器件损耗大大增加，并且因非超导态的电阻发热使电感部分的细导线烧断，导致器件损毁，因此需要进一步改进设计使同样临界电流密度的材料能够承载更多的电流。另一方面，图2.10的设计由于电感环状结构的前后为尽可能增大导线宽度使输入与输出导线中部距离十分靠近，为  $\sim 10 \text{nm}$  的数量级，在微纳加工过程中极易连接起来，在实际测试中也出现输入与输出两部分连接起来的现象。考虑上述两个因素后，我进一步改进了电感的设计，通过加厚材料并加宽导线圆弧部分，提高了可承载总电流的大小，并使导线的输入与输出部分分离更远距离，提高了制备的成功率。最终的电感设计如图2.11所示。

## 插图索引

1.1	金刚石色心结构示意图, 其中碳空位由 V 表示, 氮掺杂由 N 表示 <sup>[13]</sup> 。2
1.2	金刚石色心在考虑零场劈裂与外加磁场后的能级示意图。其中 $D$ 为零场劈裂导致的能级分裂, $m_S = \pm 1$ 的两个态之间的能量差来源于应力与局域电场。不同核自旋量子数 $m_I$ 的态之间的能级分裂来源于超精细相互作用 <sup>[13]</sup> 。 .....3
1.3	N 个金刚石自旋构成的自旋系综的能级示意图 <sup>[13]</sup> 。可以看见 $S \neq N/2$ 的态均为高度简并态。 .....5
2.1	新型三维谐振腔的几何结构与电流, 磁场分布示意图 <sup>[20]</sup> .....6
2.2	新型三维谐振腔仿真的几何设计 (透视图) .....7
2.3	新型三维谐振腔磁场在自旋系综所处空间横截面上的大小分布 .....7
2.4	仿真所得磁场空间分布截面图以及文献 <sup>[23]</sup> 中所示磁场空间分布截面图 .....9
2.5	仿真所得磁场在位于距金属上表面 $0.1\mu m$ 处水平截线上的分布以及文献 <sup>[26]</sup> 中所示磁场在位于距金属上表面 $0.1\mu m$ 处水平截线上的分布 ..... 10
2.6	基于我们制备的二维平面波导的常见几何尺寸进行仿真所得的磁感应强度分布图。 ..... 10
2.7	来自参考文献 <sup>[19]</sup> 的 2.5 维谐振腔的设计。其中左图为右图中红色虚线部分的放大图。 ..... 12
2.8	2.5 维谐振腔的螺旋状电感处水平截面上的磁感应强度分布。 ..... 12
2.9	第一次改进后的 2.5 维谐振腔的电感处水平截面上的磁感应强度分布。 ..... 13

2.10	第二次改进后的 2.5 维谐振腔的电感处水平截面上的磁感应强度分布，电感部分的电感大小得到了降低。.....	13
2.11	第三次改进后的 2.5 维谐振腔的电感处水平截面上的磁感应强度分布，通过加厚材料并加粗宽度提升了临界电流大小，并在不影响磁场较强区域的强度的基础上改进了设计以提高制备的成功率。	14



## 表格索引

## 公式索引

公式 1-1 .....	1
公式 1-2 .....	2
公式 1-3 .....	3
公式 1-4 .....	3
公式 1-5 .....	4
公式 1-6 .....	4
公式 1-7 .....	4
公式 1-8 .....	4
公式 1-9 .....	4
公式 1-10 .....	4
公式 1-11 .....	5
公式 1-12 .....	5
公式 2-1 .....	7
公式 2-2 .....	8
公式 2-3 .....	8
公式 2-4 .....	8
公式 2-5 .....	9
公式 2-6 .....	9
公式 2-7 .....	9
公式 2-8 .....	11
公式 2-9 .....	11

公式 2-10 .....	11
公式 2-11 .....	11
公式 A-1 .....	25
公式 A-2 .....	25

## 参考文献

- [1] Feynman R P. Simulating physics with computers. International journal of theoretical physics, 1982, 21(6):467–488
- [2] Nielsen M A, Chuang I. Quantum computation and quantum information, 2002
- [3] Bennett C. Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing. Proc. of IEEE Int. Conf. on Computers, Systems and Signal Processing, 1984, 1984
- [4] Grover L K. A fast quantum mechanical algorithm for database search. Proceedings of the twenty-eighth annual ACM symposium on Theory of computing. ACM, 1996. 212–219
- [5] Shor P W. Algorithms for quantum computation: Discrete logarithms and factoring. Foundations of Computer Science, 1994 Proceedings., 35th Annual Symposium on. IEEE, 1994. 124–134
- [6] DiVincenzo D P, et al. The physical implementation of quantum computation. arXiv preprint quant-ph/0002077, 2000.
- [7] Loss D, DiVincenzo D P. Quantum computation with quantum dots. Physical Review A, 1998, 57(1):120
- [8] Häffner H, Roos C F, Blatt R. Quantum computing with trapped ions. Physics reports, 2008, 469(4):155–203
- [9] Gershenfeld N A, Chuang I L. Bulk spin-resonance quantum computation. science, 1997, 275(5298):350–356
- [10] Devoret M H, Schoelkopf R J. Superconducting circuits for quantum information: an outlook. Science, 2013, 339(6124):1169–1174
- [11] Kok P, Munro W J, Nemoto K, et al. Linear optical quantum computing with photonic qubits. Reviews of Modern Physics, 2007, 79(1):135
- [12] Koch J, Terri M Y, Gambetta J, et al. Charge-insensitive qubit design derived from the cooper pair box. Physical Review A, 2007, 76(4):042319
- [13] Grèzes C, Kubo Y, Julsgaard B, et al. Towards a spin-ensemble quantum memory for superconducting qubits. Comptes Rendus Physique, 2016, 17(7):693–704
- [14] Tavis M, Cummings F W. Exact solution for an n-molecule-radiation-field hamiltonian. Physical Review, 1968, 170(2):379
- [15] Schuster D I. Circuit quantum electrodynamics. 2007
- [16] Krantz P. Investigation of transmon qubit designs: a study of plasma frequency predictability. Chalmers University of Technology, 2010
- [17] Kelly J S. Fault-tolerant superconducting qubits. 2015

- [18] Weber S J, Murch K W, Kimchi-Schwartz M E, et al. Quantum trajectories of superconducting qubits. *Comptes Rendus Physique*, 2016, 17(7):766–777
- [19] Sarabi B, Huang P, Zimmerman N M. Prospective two orders of magnitude enhancement in direct magnetic coupling of a single-atom spin to a circuit resonator. *arXiv preprint arXiv:1702.02210*, 2017.
- [20] Angerer A, Astner T, Wirtitsch D, et al. Collective strong coupling with homogeneous rabi frequencies using a 3d lumped element microwave resonator. *Applied Physics Letters*, 2016, 109(3):033508
- [21] Kubo Y, Ong F R, Bertet P, et al. Strong coupling of a spin ensemble to a superconducting resonator. *Physical Review Letters*, 2010, 105(14):140502. PRL
- [22] Schuster D I, Sears A P, Ginossar E, et al. High-cooperativity coupling of electron-spin ensembles to superconducting cavities. *Physical Review Letters*, 2010, 105(14):140501. PRL
- [23] Mark J, Thomas H, María José M P, et al. Coupling single-molecule magnets to quantum circuits. *New Journal of Physics*, 2013, 15(9):095007
- [24] Haikka P, Kubo Y, Bienfait A, et al. Proposal for detecting a single electron spin in a microwave resonator. *Phys. Rev. A*, 2017, 95:022306
- [25] Tosi G, Mohiyaddin F A, Huebl H, et al. Circuit-quantum electrodynamics with direct magnetic coupling to single-atom spin qubits in isotopically enriched  $^{28}\text{Si}$ . *AIP Advances*, 2014, 4(8):087122
- [26] Bienfait A, Pla J J, Kubo Y, et al. Reaching the quantum limit of sensitivity in electron spin resonance. *Nat Nano*, 2016, 11(3):253–257

## 致 谢

衷心感谢导师 xxx 教授和物理系 xxx 副教授对本人的精心指导。他们的言传身教将使我终生受益。

在美国麻省理工学院化学系进行九个月的合作研究期间，承蒙 xxx 教授热心指导与帮助，不胜感激。感谢 xx 实验室主任 xx 教授，以及实验室全体老师和同学们的热情帮助和支持！本课题承蒙国家自然科学基金资助，特此致谢。

感谢 THUTHESIS，它的存在让我的论文写作轻松自在了许多，让我的论文格式规整漂亮了许多。

## 声 明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知，除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人享有著作权的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。

签 名：\_\_\_\_\_ 日 期：\_\_\_\_\_

## 附录 A 外文资料原文

### The title of the English paper

**Abstract:** As one of the most widely used techniques in operations research, *mathematical programming* is defined as a means of maximizing a quantity known as *objective function*, subject to a set of constraints represented by equations and inequalities. Some known subtopics of mathematical programming are linear programming, nonlinear programming, multiobjective programming, goal programming, dynamic programming, and multilevel programming<sup>[1]</sup>.

It is impossible to cover in a single chapter every concept of mathematical programming. This chapter introduces only the basic concepts and techniques of mathematical programming such that readers gain an understanding of them throughout the book<sup>[2,3]</sup>.

#### A.1 Single-Objective Programming

The general form of single-objective programming (SOP) is written as follows,

$$\begin{cases} \max f(x) \\ \text{subject to:} \\ g_j(x) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, p \end{cases} \quad (123)$$

which maximizes a real-valued function  $f$  of  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  subject to a set of constraints.

**Definition A.1:** In SOP, we call  $x$  a decision vector, and  $x_1, x_2, \dots, x_n$  decision variables. The function  $f$  is called the objective function. The set

$$S = \{x \in \mathfrak{R}^n \mid g_j(x) \leq 0, j = 1, 2, \dots, p\} \quad (456)$$

is called the feasible set. An element  $x$  in  $S$  is called a feasible solution.



**Definition A.2:** A feasible solution  $x^*$  is called the optimal solution of SOP if and only if

$$f(x^*) \geq f(x) \quad (\text{A-1})$$

for any feasible solution  $x$ .

One of the outstanding contributions to mathematical programming was known as the Kuhn-Tucker conditions A-2. In order to introduce them, let us give some definitions. An inequality constraint  $g_j(x) \leq 0$  is said to be active at a point  $x^*$  if  $g_j(x^*) = 0$ . A point  $x^*$  satisfying  $g_j(x^*) \leq 0$  is said to be regular if the gradient vectors  $\nabla g_j(x)$  of all active constraints are linearly independent.

Let  $x^*$  be a regular point of the constraints of SOP and assume that all the functions  $f(x)$  and  $g_j(x)$ ,  $j = 1, 2, \dots, p$  are differentiable. If  $x^*$  is a local optimal solution, then there exist Lagrange multipliers  $\lambda_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, p$  such that the following Kuhn-Tucker conditions hold,

$$\begin{cases} \nabla f(x^*) - \sum_{j=1}^p \lambda_j \nabla g_j(x^*) = 0 \\ \lambda_j g_j(x^*) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, p \\ \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, p. \end{cases} \quad (\text{A-2})$$

If all the functions  $f(x)$  and  $g_j(x)$ ,  $j = 1, 2, \dots, p$  are convex and differentiable, and the point  $x^*$  satisfies the Kuhn-Tucker conditions (A-2), then it has been proved that the point  $x^*$  is a global optimal solution of SOP.

#### A.1.1 Linear Programming

If the functions  $f(x)$ ,  $g_j(x)$ ,  $j = 1, 2, \dots, p$  are all linear, then SOP is called a *linear programming*.

The feasible set of linear is always convex. A point  $x$  is called an extreme point of convex set  $S$  if  $x \in S$  and  $x$  cannot be expressed as a convex combination of two points in  $S$ . It has been shown that the optimal solution to linear programming corresponds to an extreme point of its feasible set provided that the feasible set  $S$  is bounded. This fact

is the basis of the *simplex algorithm* which was developed by Dantzig as a very efficient method for solving linear programming.

Table 1 This is an example for manually numbered table, which would not appear in the list of tables

Network Topology		# of nodes	# of clients			Server
GT-ITM	Waxman Transit-Stub	600	2%	10%	50%	Max. Connectivity
Inet-2.1		6000				
Xue	Rui	Ni	ThUThesis			
	ABCDEF					

Roughly speaking, the simplex algorithm examines only the extreme points of the feasible set, rather than all feasible points. At first, the simplex algorithm selects an extreme point as the initial point. The successive extreme point is selected so as to improve the objective function value. The procedure is repeated until no improvement in objective function value can be made. The last extreme point is the optimal solution.

### A.1.2 Nonlinear Programming

If at least one of the functions  $f(x), g_j(x), j = 1, 2, \cdots, p$  is nonlinear, then SOP is called a *nonlinear programming*.

A large number of classical optimization methods have been developed to treat special-structural nonlinear programming based on the mathematical theory concerned with analyzing the structure of problems.



Figure 1 This is an example for manually numbered figure, which would not appear in the list of figures

Now we consider a nonlinear programming which is confronted solely with maximizing a real-valued function with domain  $\mathcal{R}^n$ . Whether derivatives are available or not, the usual strategy is first to select a point in  $\mathcal{R}^n$  which is thought to be the most likely

place where the maximum exists. If there is no information available on which to base such a selection, a point is chosen at random. From this first point an attempt is made to construct a sequence of points, each of which yields an improved objective function value over its predecessor. The next point to be added to the sequence is chosen by analyzing the behavior of the function at the previous points. This construction continues until some termination criterion is met. Methods based upon this strategy are called *ascent methods*, which can be classified as *direct methods*, *gradient methods*, and *Hessian methods* according to the information about the behavior of objective function  $f$ . Direct methods require only that the function can be evaluated at each point. Gradient methods require the evaluation of first derivatives of  $f$ . Hessian methods require the evaluation of second derivatives. In fact, there is no superior method for all problems. The efficiency of a method is very much dependent upon the objective function.

### A.1.3 Integer Programming

*Integer programming* is a special mathematical programming in which all of the variables are assumed to be only integer values. When there are not only integer variables but also conventional continuous variables, we call it *mixed integer programming*. If all the variables are assumed either 0 or 1, then the problem is termed a *zero-one programming*. Although integer programming can be solved by an *exhaustive enumeration* theoretically, it is impractical to solve realistically sized integer programming problems. The most successful algorithm so far found to solve integer programming is called the *branch-and-bound enumeration* developed by Balas (1965) and Dakin (1965). The other technique to integer programming is the *cutting plane method* developed by Gomory (1959).

*Uncertain Programming* (BaoDing Liu, 2006.2)

## References

*NOTE: These references are only for demonstration. They are not real citations in the original text.*

- [1] Donald E. Knuth. The T<sub>E</sub>Xbook. Addison-Wesley, 1984. ISBN: 0-201-13448-9

- [2] Paul W. Abrahams, Karl Berry and Kathryn A. Hargreaves.  $\text{\TeX}$  for the Impatient. Addison-Wesley, 1990. ISBN: 0-201-51375-7
- [3] David Salomon. The advanced  $\text{\TeX}$ book. New York : Springer, 1995. ISBN:0-387-94556-3

## 附录 B 外文资料的调研阅读报告或书面翻译

### 英文资料的中文标题

**摘要：** 本章为外文资料翻译内容。如果有摘要可以直接写上来，这部分好像没有明确的规定。

### B.1 单目标规划

北冥有鱼，其名为鲲。鲲之大，不知其几千里也。化而为鸟，其名为鹏。鹏之背，不知其几千里也。怒而飞，其翼若垂天之云。是鸟也，海运则将徙于南冥。南冥者，天池也。

$$p(y|\mathbf{x}) = \frac{p(\mathbf{x}, y)}{p(\mathbf{x})} = \frac{p(\mathbf{x}|y)p(y)}{p(\mathbf{x})} \quad (123)$$

吾生也有涯，而知也无涯。以有涯随无涯，殆已！已而为知者，殆而已矣！为善无近名，为恶无近刑，缘督以为经，可以保身，可以全生，可以养亲，可以尽年。

#### B.1.1 线性规划

庖丁为文惠君解牛，手之所触，肩之所倚，足之所履，膝之所倚，砉然响然，奏刀騞然，莫不中音，合于桑林之舞，乃中经首之会。

表 1 这是手动编号但不出现在索引中的一个表格例子

Network Topology		# of nodes	# of clients			Server
GT-ITM	Waxman Transit-Stub	600	2%	10%	50%	Max. Connectivity
Inet-2.1		6000				
Xue	Rui	Ni	THUThESIS			
	ABCDEF					

文惠君曰：“嘻，善哉！技盖至此乎？”庖丁释刀对曰：“臣之所好者道也，进乎技矣。始臣之解牛之时，所见无非全牛者；三年之后，未尝见全牛也；方今

之时，臣以神遇而不以目视，官知止而神欲行。依乎天理，批大郤，导大窾，因其固然。技经肯綮之未尝，而况大瓠乎！良庖岁更刀，割也；族庖月更刀，折也；今臣之刀十九年矣，所解数千牛矣，而刀刃若新发于硎。彼节者有间而刀刃者无厚，以无厚入有间，恢恢乎其于游刃必有余地矣。是以十九年而刀刃若新发于硎。虽然，每至于族，吾见其难为，怵然为戒，视为止，行为迟，动刀甚微，謦然已解，如土委地。提刀而立，为之而四顾，为之踌躇满志，善刀而藏之。”

文惠君曰：“善哉！吾闻庖丁之言，得养生焉。”

### B.1.2 非线性规划

孔子与柳下季为友，柳下季之弟名曰盗跖。盗跖从卒九千人，横行天下，侵暴诸侯。穴室枢户，驱人牛马，取人妇女。贪得忘亲，不顾父母兄弟，不祭先祖。所过之邑，大国守城，小国入保，万民苦之。孔子谓柳下季曰：“夫为人父者，必能诏其子；为人兄者，必能教其弟。若父不能诏其子，兄不能教其弟，则无贵父子兄弟之亲矣。今先生，世之才士也，弟为盗跖，为天下害，而弗能教也，丘窃为先生羞之。丘请为先生往说之。”



图1 这是手动编号但不出现索引中的图片的例子

柳下季曰：“先生言为人父者必能诏其子，为人兄者必能教其弟，若子不听父之诏，弟不受兄之教，虽今先生之辩，将奈之何哉？且跖之为人也，心如涌泉，意如飘风，强足以距敌，辩足以饰非。顺其心则喜，逆其心则怒，易辱人以言。先生必无往。”

孔子不听，颜回为驭，子贡为右，往见盗跖。

### B.1.3 整数规划

盗跖乃方休卒徒大山之阳，脍人肝而铺之。孔子下车而前，见谒者曰：“鲁人孔丘，闻将军高义，敬再拜谒者。”谒者入通。盗跖闻之大怒，目如明星，发上指冠，曰：“此夫鲁国之巧伪人孔丘非邪？为我告之：尔作言造语，妄称文、武，

冠枝木之冠，帶死牛之肋，多辞繆说，不耕而食，不织而衣，摇唇鼓舌，擅生是非，以迷天下之主，使天下学士不反其本，妄作孝弟，而侥幸于封侯富贵者也。子之罪大极重，疾走归！不然，我将以子肝益昼舖之膳。”

## 附录 C 其它附录

前面两个附录主要是给本科生做例子。其它附录的内容可以放到这里，当然如果你愿意，可以把这部分也放到独立的文件中，然后将其 `\input` 到主文件中。



## 在学期间参加课题的研究成果

### 个人简历

1995 年 4 月 26 日出生于四川省德阳市。

2013 年 9 月考入清华大学物理系物理学专业，2017 年 7 月本科毕业并获得理学学士学位。

### 发表的学术论文

- [1] Yipu Song, Haonan Xiong, Wentao Jiang, Hongyi Zhang, Xiao Xue, Cheng Ma, Yulin Ma, Luyan Sun, Haiyan Wang, and Luming Duan. Coulomb Oscillations in a Gate-Controlled Few-Layer Graphene Quantum Dot. *Nano Lett.*, 2016, 16 (10), pp 6245–6251 DOI: 10.1021/acs.nanolett.6b02522.
- [2] 杨轶, 张宁欣, 任天令, 等. 硅基铁电微声学器件中薄膜残余应力的研究. *中国机械工程*, 2005, 16(14):1289-1291. (EI 收录, 检索号:0534931 2907.)
- [3] 杨轶, 张宁欣, 任天令, 等. 集成铁电器件中的关键工艺研究. *仪器仪表学报*, 2003, 24(S4):192-193. (EI 源刊.)