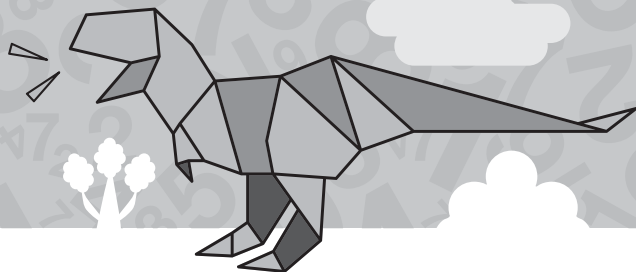


# 綜合習題 單元 1~4



## 一、單選題（每題 7 分，共 14 分）

- ( ) 1. 已知  $k$  是實數，且滿足  $k < 2\sqrt{2} + \sqrt{3} < k+1$ ，試求  $k$  之值為  
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6。

〔搭配單元 1〕

解

- ( ) 2. 伊森心血來潮，想要知道  $2^{77000} - 1$  展開後的數字，假定每張 B4 紙，可列印出 100 個數字，若想要列印出此數字至少需要多少張 B4 紙？在下列選項中，選出最接近的張數。（已知  $\log 2 \approx 0.3010$ ）  
(A) 20 張 (B) 70 張 (C) 150 張 (D) 230 張 (E) 420 張。

〔搭配單元 4〕

解

## 二、多選題（每題 10 分，共 20 分）

( ) 3. 已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$  為實數，下列敘述何者為真？ [ 搭配單元 1 ]

- (A) 若  $a$  為有理數， $b$  為無理數，則  $a \times b$  為無理數  
 (B) 若  $a+b$  為有理數， $a \times b$  為無理數，則  $a-b$  必為無理數  
 (C) 若  $a+b$ 、 $b+c$ 、 $c+a$  均為有理數，則  $a$ 、 $b$ 、 $c$  必為有理數  
 (D) 若  $a$  為無理數且  $a+b$ 、 $a \times b$  均為無理數，則  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  必為無理數  
 (E) 若  $a$  為無理數且  $a+b$ 、 $a \times b$  均為有理數，則  $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$  必為有理數。

解

( ) 4. 奕科在上課過程中，對於數據  $(\sqrt{11} + \sqrt{7})^4$  感到興趣，他令  $x = \sqrt{11} + \sqrt{7}$ ，

$y = \sqrt{11} - \sqrt{7}$ ，則下列何者正確？

- (A)  $xy = 4$  (B)  $x^2 + y^2 = 36$  (C)  $x^4 + y^4 = 1264$  (D)  $y^4 > 1$

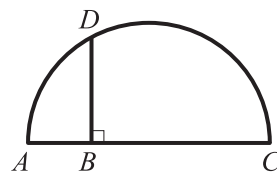
(E)  $x^4$  的整數部分為 1263。

[ 搭配單元 1 ]

解

## 三、填充題（每題 8 分，共 48 分）

5. 點  $B$  在  $\overline{AC}$  上，已知  $\overline{AB}=1$ ， $\overline{BC}=11-6\sqrt{2}$ ，以  $\overline{AC}$  為直徑作半圓，並過  $B$  作垂直  $\overline{AC}$  的直線交半圓於  $D$  點，若  $\overline{BD}=a+b\sqrt{2}$ ， $a$ 、 $b$  均為有理數，則數對  $(a,b)=$ \_\_\_\_\_。〔搭配單元 1〕



解

6. 已知  $x$  為實數，且滿足  $3|x-1|+2|x-15|=37$ ，其中  $1 < x < 15$ ，試求  $x=$ \_\_\_\_\_。

〔搭配單元 2〕

解

7. 設  $x$  為實數，若同時滿足  $|x-1|\leq 3$  和  $|x-3|\leq 2$  之  $x$  的範圍可以寫成  $|ax+1|\leq b$ ，其中  $a$ 、 $b$  為實數，則  $a+b=$ \_\_\_\_\_。（化為最簡分數）

〔搭配單元 2〕

解

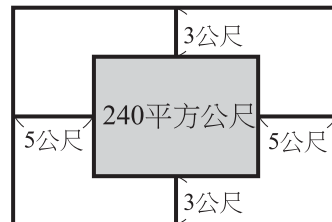
8. 凌志擔心自己設定的密碼會忘記，因此在手機提示的欄位打上  $0.\overline{abcdef} \times 999000$ ，已知  $abcdef$  為凌志手機的後六碼 201515，試問凌志所設定的密碼為\_\_\_\_\_。

〔搭配單元 1〕

解

9. 如圖所示，有一園藝設計師欲種植一片面積為 240 平方公尺的矩形綠地，且有一條步道環繞矩形綠地的外圍，此橫向步道的寬為 3 公尺，縱向步道的寬為 5 公尺，請問步道面積最小為\_\_\_\_\_平方公尺。

〔搭配單元 1〕



解

10. 放射性物質每經過一段固定時間會衰變，質量變成原本的一半，我們稱此固定時間為該放射性物質的「半衰期」。已知放射物 A 的半衰期為 6 小時，放射物 B 的半衰期為 3 小時，若測得一塊礦石中，A、B 兩物質的殘餘量比為 9:2，則 18 小時前該礦石中，放射物 A 的含量是放射物 B 的\_\_\_\_\_倍。

〔搭配單元 3〕

解

## 四、素養混合題（共 18 分）

## 第 11 至 12 題為題組

提丟斯—波德定律（Titius-Bode law）是太陽系中行星軌道半徑的一個簡單幾何學規則。1766 年天文學家波德提出「行星與太陽的平均距離為  $a$ （AU），以數學式子  $a = \alpha + \beta \times 2^n$  來表示，其中 AU 為天文上的長度單位」，下表為各行星對應的  $n$  值及部分行星與太陽的平均距離。

行星	行星對應的 $n$ 值	行星與太陽的平均距離 $a$ （AU）
水星	$-\infty$	0.4
金星	0	
地球	1	1
火星	2	
木星	4	
土星	5	
天王星		19.6

- （ ）11. 已知地球與太陽的平均距離為 1（AU），且木星與太陽的距離比地球與太陽的距離多 4.2（AU），試問下列何者為天王星所對應的  $n$  值？（單選題，9 分）

(A)6 (B)7 (C)8 (D)9。 [搭配單元 3]

12. 承上題，1930 年克萊德·湯博發現了冥王星，並將其視為第九大行星。已知冥王星所對應的  $n$  值為 7，試求冥王星與太陽的平均距離為多少 AU？（非選擇題，9 分）

[搭配單元 3]

解