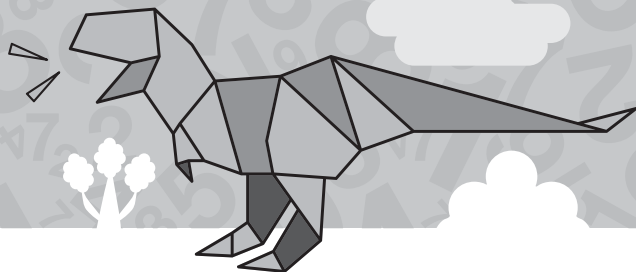


綜合習題 單元 1~4



一、單選題（每題 7 分，共 14 分）

() 1. 已知扇形的圓心角為 2 弧度，且圓心角所對的弦長為 2 ，則此扇形的面積為何？

- (A) $\frac{1}{\sin 1}$ (B) $\frac{1}{\sin^2 1}$ (C) $\frac{1}{1 - \cos 2}$ (D) $\frac{2}{\sin 2}$ (E) $\tan 1$ 。 [搭配單元 1]

解

() 2. 已知 $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{5}{18}\pi$ ，且設 $a = 1 - \cos^2 \theta$ 、 $b = \frac{1}{\cos \theta} - \cos \theta$ 、 $c = \frac{\tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$ ，

試問 a 、 b 、 c 的大小順序為何？

[搭配單元 3] 【109 指甲（修）】

- (A) $a < b < c$ (B) $a < c < b$ (C) $b < c < a$ (D) $c < a < b$ (E) $c < b < a$ 。

解

二、多選題（每題 10 分，共 20 分）

() 3. 下列各選項中哪些方程式恰有兩相異實根？

〔搭配單元 2〕

(A) $\sin x = \frac{1999}{2000}$ ，其中 $0 \leq x \leq \pi$

(B) $\cos x = -1$ ，其中 $-2\pi \leq x \leq 2\pi$

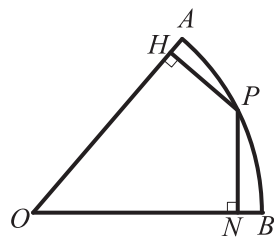
(C) $\tan x = 1975$ ，其中 $0 \leq x \leq 2\pi$

(D) $\sin x = \cos x$ ，其中 $0 \leq x \leq 2\pi$

(E) $\pi \sin x = x$ ，其中 $-\pi \leq x \leq \pi$ 。

解

- () 4. 如圖，已知扇形 OAB 的半徑 $\overline{OA} = 1$ 且 $\angle AOB = 60^\circ$ ，而 P 為 \widehat{AB} 上的動點，使得 $\angle OHP = \angle ONP = 90^\circ$ ，設 $\angle PON = \theta$ ，試選出正確的選項。



- (A) $\overline{PN} = \sin \theta$
 (B) $\overline{OH} = \sin(60^\circ - \theta)$
 (C) 四邊形 $OHPN$ 的周長為 $\sin \theta + \cos \theta + \cos(60^\circ - \theta) + \sin(60^\circ - \theta)$
 (D) 四邊形 $OHPN$ 的周長有最大值時，此時 $\theta = 30^\circ$
 (E) 四邊形 $OHPN$ 的周長的最大值為 $1 + \sqrt{3}$ 。

〔搭配單元 4〕

解

三、填充題（每格 8 分，共 48 分）

5. 試求 $\sin \frac{11\pi}{6} + \tan \frac{5\pi}{4} + \cos \frac{5\pi}{3} + \cos 2\pi =$ _____。

〔搭配單元 1〕

解

6. 已知函數 $f(x)$ 的圖形是由 $g(x) = \sin x$ 的圖形經過以下步驟變換後得到。

(I) 將 $g(x)$ 圖形上所有點的縱坐標伸長為原來的 4 倍，橫坐標不變，得到 $k(x)$ 的圖形。

(II) 將 $k(x)$ 圖形上所有點的橫坐標伸長為原來的 2 倍，縱坐標不變，得到 $q(x)$ 的圖形。

(III) 將 $q(x)$ 圖形上所有點向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 單位，得到 $f(x)$ 的圖形。 [搭配單元 2]

試求 $f(x) =$ _____。

解

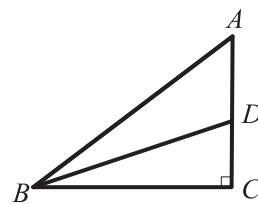
7. 設 $\pi < x < 3\pi$ ，試求方程式 $\sin x + \cos 2x = 0$ 的所有實根為_____。

[搭配單元 2]

解

8. 如圖，直角三角形 ABC 中， $\angle C = 90^\circ$ ， \overline{BD} 為 $\angle ABC$ 的角平分線，
 $\overline{BC} = 3$ ， $\overline{CD} = 1$ ，則 \overline{AC} 長為_____。

解



〔搭配單元 3〕

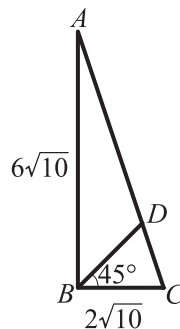
9. 設函數 $f(x) = \sqrt{3}\sin x + \cos x$ ，其中 x 的範圍為 $\alpha \leq x \leq \beta$ ，且 α 、 β 均為介於 $\frac{\pi}{3}$ 和 $\frac{4\pi}{3}$ 之間的正數，已知 $f(x)$ 的最小值為 $-\sqrt{2}$ ，最大值為 $\sqrt{3}$ ，試求數對 $(\alpha, \beta) =$ _____。

〔搭配單元 4〕

解

10. $\triangle ABC$ 中， D 為 \overline{AC} 上一點， $\overline{BC} = 2\sqrt{10}$ ， $\angle DBC = 45^\circ$ ，
若 $\angle C$ 為銳角， $\overline{AB} = 6\sqrt{10}$ ， $\sin A = \frac{1}{\sqrt{10}}$ ，試求 $\overline{CD} =$ _____。

解



〔搭配單元 3〕

四、素養混合題（共 18 分）

第 11 至 12 題為題組

當聲波與聲波相遇時，會產生疊加或抵銷的效果，生活中有許多例子與聲波的抵銷有關，例如抗噪耳機或隔音牆。抗噪耳機是利用主動式降噪破壞干擾原理，透過內嵌於耳機的麥克風收集外部音源，再利用內部迴路分析聲音、複製並產生與噪音相仿但相位相反的聲波，阻隔噪音影響使用耳機的效果。

- () 11. 設有一外部噪音的聲波函數為 $f(x) = 4\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 4\cos x$ ，其中 x 為時間，請判斷關於此外部噪音聲波函數的性質何者正確？

（多選題，9 分）

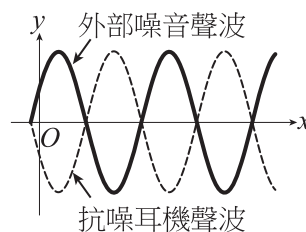
(A) 振幅為 4

(B) 週期為 2π

(C) 圖形經過平移後可與 $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 2$ 的圖形重合

(D) 圖形對稱於直線 $x = \frac{4}{3}\pi$

(E) 圖形與直線 $y = -4$ 有無限多個交點。



〔搭配單元 4〕

12. 承上題，為了抵銷外部音源，抗噪耳機的內部會產生另一聲波函數 $g(x) = r \sin(x + \varphi)$ ($r > 0$ ， $0 \leq \varphi \leq 2\pi$)，而在完美的狀態下 $f(x) + g(x) = 0$ 。設能達到完美狀態，試求此時數對 $(r, \varphi) = ?$ (非選擇題，9 分) [搭配單元 4]

解