綜合習題 單元 8～10

一、單選題（每題 7 分，共 14 分）

(　　) **1.** 下列各行列式的值何者與$\begin{vmatrix} 17 & 18 \\ 19 & 20 \end{vmatrix}$不相等？

(A)$\begin{vmatrix} 17 & 19 \\ 18 & 20 \end{vmatrix}$　(B)$-\begin{vmatrix} 19 & 20 \\ 17 & 18 \end{vmatrix}$　(C)$-\begin{vmatrix} 18 & 17 \\ 20 & 19 \end{vmatrix}$　(D)$\begin{vmatrix} 20 & 19 \\ 18 & 17 \end{vmatrix}$　(E)$\frac{1}{10}\begin{vmatrix} 170 & 180 \\ 190 & 200 \end{vmatrix}$。

〔搭配單元 10〕

解

(　　) **2.** 在坐標平面上，O 為原點，設 $\overrightarrow{OA}=(3,2)$，$\overrightarrow{OB}=(1,-1)$，若 $\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$，且 $0\le x\le 2$，$0\le y\le 2$，$x+y\le 2$，試求 P 點形成區域的面積為何？

(A)$\frac{5}{2}$　(B)5　(C)$\frac{15}{2}$　(D)10　(E)$\frac{25}{2}$。

〔搭配單元 9〕

解

二、多選題（每題 10 分，共 20 分）

(　　) **3.** 設 $\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{c}$ 是坐標平面上三個非零向量，則下列選項哪些是正確的？

(A) $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=\overrightarrow{b}\cdot\overrightarrow{a}$　(B) $\left(\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}\right)\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}\left(\overrightarrow{b}\cdot\overrightarrow{c}\right)$

(C)若 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{c}$，則 $\overrightarrow{b}=\overrightarrow{c}$　(D)若 $\overrightarrow{a}\,//\,\overrightarrow{b}$，則 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 的夾角為 $0°$

(E)若 $2\left|\overrightarrow{a}\right|=\left|\overrightarrow{b}\right|=\left|3\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}\right|$，則 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 的夾角為鈍角。　〔搭配單元 9〕

解

(　　) **4.** 已知聯立方程式 $\begin{cases}(2-k)x+3y=2k-4\\3x+(2-k)y=-k-1\end{cases}$ 有無窮多組解，今將聯立方程式的解描繪在坐標平面上，可得直線 L。選出正確的選項。

(A) $k=-1$　(B) $k=5$　(C)點 $(2,0)$ 在直線 L 上　(D)點 $(5,7)$ 在直線 L 上

(E) $(1,-1)$ 為直線 L 上的一個法向量。〔搭配單元 10〕

解

三、填充題（每題 8 分，共 48 分）

5. 設 $\overrightarrow{AB}=(3,-4)$，$\overrightarrow{AC}=(-4,-3)$，若 $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+t\,\overrightarrow{AC}$，且 $\overrightarrow{AD}$ 平分 $\angle BAC$，則 $t=$____________。〔搭配單元 8〕

解

6. 在坐標平面上，$\triangle ABC$ 內有一點 P 滿足 $\overrightarrow{AP}=(3,4)$，且 $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$。若 A、P 連線交 $\overline{BC}$ 於 M 點，則 $\overrightarrow{AM}=$____________。（化為最簡分數）　〔搭配單元 8〕

解

7. 設二直線 L：$3x+2ay-2=0$，M：$ax+y+4=0$ 的交角 θ，滿足 $\sin\theta=\frac{1}{\sqrt{5}}$，求 a 的值為____________。　〔搭配單元 9〕

解

8. 已知坐標平面上四點 $A(k,1)$、$B(2,k+1)$、$C(3,1)$、$D(-1,2)$。若 $\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{CD}$ 上的正射影為 $(2,m)$，求數對 (k,m) 的值為____________。　〔搭配單元 9〕

解

9. 設 O 為坐標平面上的原點，P 點的坐標為 $(2,1)$。若 A、B 分別為 x 軸正向及 y 軸正向上的點，使得 $\overrightarrow{PA} \perp \overrightarrow{PB}$，則 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2$ 的最小值為＿＿＿＿＿＿。〔搭配單元 9〕

解

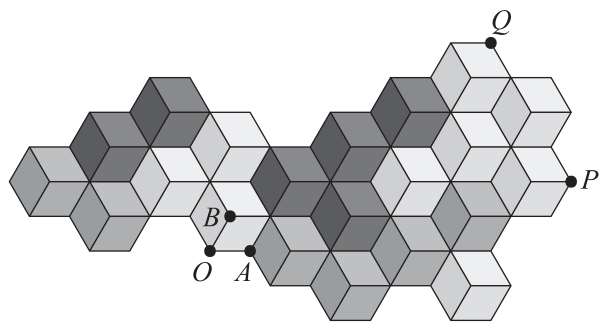
10. 已知由向量 $2\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}$ 與 $\overrightarrow{u} + 3\overrightarrow{v}$ 所決定的平行四邊形面積為 28，求由 $\overrightarrow{u}$ 與 $\overrightarrow{v}$ 所決定的平行四邊形面積為＿＿＿＿＿＿。〔搭配單元 10〕

解

四、素養混合題（共 18 分）

第 11 至 14 題為題組

某品牌推出以「音樂蜂巢」為設計理念的無線揚聲器系統，具有改善室內空間聲音折射和殘響的功能，其喇叭以模組化系統運作、六邊形方塊為基礎。若某人的家中欲以該品牌的無線揚聲器系統組合於客廳的牆面，如圖所示，令每個小正六邊形的邊長為 $\frac{1}{2}$ 公尺，且 $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{b}=\overrightarrow{OB}$，試回答下列問題：



(　　) **11.** 若將 $\overrightarrow{OP}$、$\overrightarrow{OQ}$ 表示成 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 的線性組合，則下列選項何者正確？（單選題，4 分）

(A) $\begin{cases}\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\\ \overrightarrow{OQ}=3\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\end{cases}$　(B) $\begin{cases}\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b}\\ \overrightarrow{OQ}=-2\overrightarrow{a}+4\overrightarrow{b}\end{cases}$　(C) $\begin{cases}\overrightarrow{OP}=8\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}\\ \overrightarrow{OQ}=4\overrightarrow{a}-6\overrightarrow{b}\end{cases}$

(D) $\begin{cases}\overrightarrow{OP}=8\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}\\ \overrightarrow{OQ}=4\overrightarrow{a}+6\overrightarrow{b}\end{cases}$　(E) $\begin{cases}\overrightarrow{OP}=-8\overrightarrow{a}-2\overrightarrow{b}\\ \overrightarrow{OQ}=-4\overrightarrow{a}-6\overrightarrow{b}\end{cases}$。

12. 已知 $\left|\overrightarrow{a}\right|=\left|\overrightarrow{b}\right|=\frac{1}{2}$（公尺），則 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=$ ＿＿＿＿＿＿（平方公尺）。（填充題，4 分）

13. 求 $\overline{OP}$ 與 $\overline{OQ}$ 的長度。（非選擇題，4 分）

14. 求此人客廳的牆面高度最少要幾公尺？（非選擇題，6 分）

解