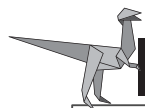
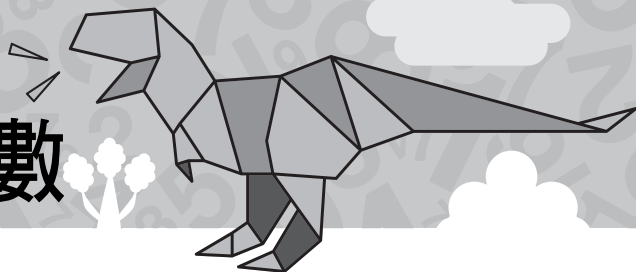


4 科學記號與常用對數



重點整理

1. 定義：

已知 b 為正實數， x 為任意實數，當 $10^x = b$ 時，我們用符號 $\log_{10} b$ 來表示 x ，寫成 $\log_{10} b = x$ ，我們稱 $\log_{10} b$ 為以 10 為底數 b 的對數。其中 b 稱為真數，10 稱為底數。

(1) 以 10 為底數的對數稱為常用對數，通常 10 可以省略，以 $\log b$ 表示。

(2) $b = 10^x \Leftrightarrow \log_{10} b = x$ 。

(3) $\log_{10}(10^x) = x$ 。

(4) $10^{\log_{10} b} = b$ 。

(5) 常用對數增加 1，表原本數據乘上 10 倍；常用對數減少 1，表原本數據乘上 $\frac{1}{10}$ 倍。

原始值 x	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{10}$	1	10	100
對數值 $\log x$	-2	-1	0	1	2

2. 科學記號：

任意正實數 a 都可用以下形式來表示： $a = b \times 10^n$ ，其中 $1 \leq b < 10$ ， n 是整數，稱為 a 的科學記號表示法，其中 b 稱為係數， n 稱為指數。

例如：

(1) $A = 5380000 = 5.38 \times 10^6$ 表 A 的整數部分為 7 位數，且最高位數字為 5。

(2) $B = 0.00538 = 5.38 \times 10^{-3}$ 表 B 在小數點後第 3 位開始不為 0，且此不為 0 的數字為 5。

3. 有效數字：

在科學測量中，一個測量值包含準確值與一位估計值，準確值取到最小刻度單位，估計值為最小刻度的下一位，準確值加上一位估計值所得的數字就合稱為有效數字。



觀念是非題 試判斷下列敘述對或錯。(每題 2 分，共 10 分)

- () 1. 若 a 為正實數，則 $\log_{10} a$ 亦是正實數。

解

- () 2. 已知 $\log a = 1.4$ ， $\log b = 2.4$ ， $\log c = 3.4$ ， $\log d = 4.4$ ，則 $a + d > b + c$ 。

解

- () 3. 已知 $\log a = 3.2$ ， $\log b = 1.2$ ，則 a 是 b 的 2 倍。

解

- () 4. 將數字 5201314202099 取 6 位有效數字並以科學記號表示為 5.201314×10^{12} 。

解

- () 5. 已知 $\log a = 4.7$ ，則 a 的整數部分為 5 位數。

解

一、填充題（每題 7 分，共 70 分）

1. 計算下列各小題的數值。

(1) $\log \frac{1}{100} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(2 分)

(2) $\log 100\sqrt{10} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(2 分)

(3) $100^{\log \sqrt{7}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(3 分)

解

2. 設 $a = \log 2$ ， $b = \log 3$ ， $c = \log 7$ ，則 $10^{2a+c-b} =$ _____。

解

3. 設 a 、 b 皆大於 0， $\log a = 10$ ， $\log b = 8$ ，則 $\log(a+b)$ 最接近的整數為_____。

解

4. 如附表：求 $\log \frac{s-r}{q-p} =$ _____。

原始值 x	100	p	q	r	s	1000
對數值 $\log x$	2	2.1	2.3	2.5	2.7	3

解

5. 已知 SARS 病毒的直徑為 85 奈米，其中 1 奈米為 10^{-9} 公尺，而近期造成全球疫情嚴重的新型冠狀病毒，其病毒直徑為 0.12 微米，其中 1 微米為 10^{-6} 公尺，請問新型冠狀病毒的病毒直徑約為 SARS 病毒的_____倍。（取二位有效數字）

解

26 單元 4 科學記號與常用對數

6. 酸鹼 pH 值表示一溶液中氫離子的濃度，其定義為 $\text{pH 值} = -\log M$ ，其中 M 為溶液中氫離子的濃度。若檸檬汁的 pH 值為 3，小蘇打水的 pH 值為 8，則檸檬汁氫離子濃度為小蘇打水氫離子濃度的_____倍。

解

7. 承上題，今小明有一瓶 $\text{pH} = 3$ 的檸檬水 10ml，加入 $\text{pH} = 7$ 的純水 990ml 稀釋，而稀釋後的檸檬水 1000ml，此時的 pH 值最接近的整數為_____。

解

8. 若 $\log A = -3.5$ ，則 A 從小數點後第 m 位開始出現不為 0 的數字，試求 $m =$ _____。

解

9. 形如 $2^n - 1$ 的質數稱作梅森質數，鮑爾斯在 1914 年發現 $2^{107} - 1$ 是一個質數，試求 $2^{107} - 1$ 為_____位數。($\log 2 \approx 0.3010$)

解

10. 已知 $\log 3 \approx 0.4771$ ， n 是正整數且 3^n 是 100 位數，則 $n =$ _____。(有兩解)

解

二、素養混合題（共 20 分）

第 11 至 12 題為題組

駟洧老師觀察現代人對於耳機的品質越來越要求，奉心公司近期推出幾款抗噪耳機，可以根據消費者較常使用耳機的空間需求，去選擇隔絕外在聲音程度所適用的耳機。奉心公司推出的耳機共有 4 款，以下為耳機的抗噪程度模型：



令 $N(E)$ 為抗噪的程度分貝數， $N(E)=10^{a+bE}$ ，其中 E 為耳機中抗噪的褶皺數，其中 a 、 b 為常數。

() 11. 下表為 4 款耳機的商品資訊，請選出正確的選項：（多選題，10 分）

$N(E)$ （分貝）	20	40	M	P
E （褶皺數）	2	4	6	7

- (A) 依上述所給資訊，可以求出 $a=1$ 。
- (B) 依上述所給資訊，可以求出 $b \approx 0.3010$ 。
- (C) 依上述所給資訊，可推論 P 為 M 的 $\sqrt{2}$ 倍。
- (D) 依上述所給資訊，可推論 P 為 M 的 1 倍。
- (E) 依上述所給資訊，可推論 P 約為 113 分貝（四捨五入至整數位）。
12. 今天的數學課，全班同學一起討論完上列問題後，實習老師彥霆老師想測試同學們有沒有認真上課，延伸一道題目在黑板上「承上題， $N(E)=10^{a+bE}$ ，求當耳機中的褶皺數為 8 時，耳機的抗噪程度分貝數為多少？」請同學們作為回家功課，現在大家一起來完成作業。（不能用對數的運算性質）（非選擇題，10 分）

解