

機動學期末專題

指導教授:劉霆

組別:第十七組

組長:B05502099 張芝綾

組員:B05502021 魯以樂

B05502045 張維哲

A. 汽車引擎曲柄滑塊機構

一、 機構介紹與規格尺寸

車型	Acura RSX Type S			
引擎型式	K20A			
缸徑×衝程	86×86 (mm×mm)			
曲柄長度	$c = \text{衝程}/2 = 86/2 = \underline{43 \text{ mm}}$			
連桿長度	$L = 2.5c = 2.5*(86/2) = \underline{107.5 \text{ mm}}$			
變速箱	檔	各檔齒比	引擎轉速(rpm)	引擎轉速(rad/s)
	1	3.266	12435.29928	1302.22
	2	2.130	8109.97779	849.275
	3	1.517	5775.979487	604.859
	4	1.147	4367.204003	457.333
	5	0.921	3506.708707	367.222
	6	0.738	2809.935967	294.256
終傳比	4.388			
輪胎規格	205/50R16			
輪胎直徑	$160*2.54 + 205*0.5*2 = \underline{611.4 \text{ mm}}$			
車速	100(km/h)			

以第四檔為此專題分析討論之檔位

計算過程：

$$\text{車速} = \frac{\text{引擎轉速}}{\text{最終檔位齒比} \times \text{終傳比}} \times \text{輪胎圓周} / 1000000 * 60$$

$$\text{總減速比} = \text{最終檔位齒比} \times \text{終傳比}$$

$$100 \left(\frac{\text{km}}{\text{h}} \right) \frac{10^6 (\text{mm/km})}{3600 (\text{s/h})} = \frac{\text{引擎轉速} (\text{rpm})}{1.147 \times 4.388} \times 611.4 \pi (\text{mm}) \times \frac{1}{60}$$

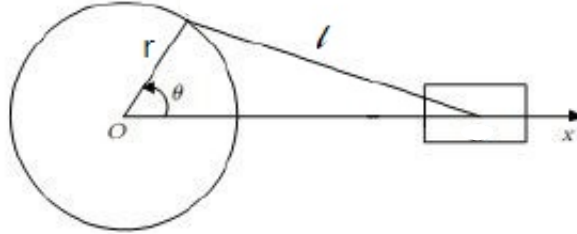
$$\text{引擎轉速} = \underline{4367.204003 (\text{rpm})}$$

$$2\pi/60 \text{ rpm} = 1 \text{ rad/s}$$

二、分析使用之程式介紹與說明

程式：Excel

方法：利用位移、速度、加速度方程式並將角度代入，最後使用 Excel 作圖曲柄滑塊機構：



假設 r =曲柄長度=43mm， l =連桿長度=107.5mm

x =滑塊與曲柄圓心之距離，由上圖可得

$$x = r \cos \theta + \sqrt{l^2 - (r \sin \theta)^2}$$

設滑塊距離曲柄圓心最近時($x=l-r=64.5$)位移 $s=0$ ，可得

$$s = r \cos \theta + \sqrt{l^2 - (r \sin \theta)^2} - 64.5$$

又知 $\theta = \omega t$ 且 ω 固定不變，則位移 s 又可寫成

$$s = r \cos(\omega t) + \sqrt{l^2 - (r \sin(\omega t))^2} - 64.5$$

滑塊速度為位移對時間之微分，即 $v = ds/dt$ ，得

$$v = -r\omega \sin(\omega t) - \frac{\omega r^2 \sin(2\omega t)}{2 \sqrt{l^2 - (r \sin(\omega t))^2}}$$

滑塊加速度為速度對時間之微分，即 $a = dv/dt$ ，得

$$a = -r\omega^2 \cos(\omega t) - \frac{1}{2}(r\omega)^2 \left(\frac{2\cos(2\omega t)}{\sqrt{l^2 - (r \sin(\omega t))^2}} + \frac{(r \sin(2\omega t))^2}{2(l^2 - (r \sin(\omega t))^2)^{\frac{3}{2}}} \right)$$

得到位移、速度、加速度三個方程式

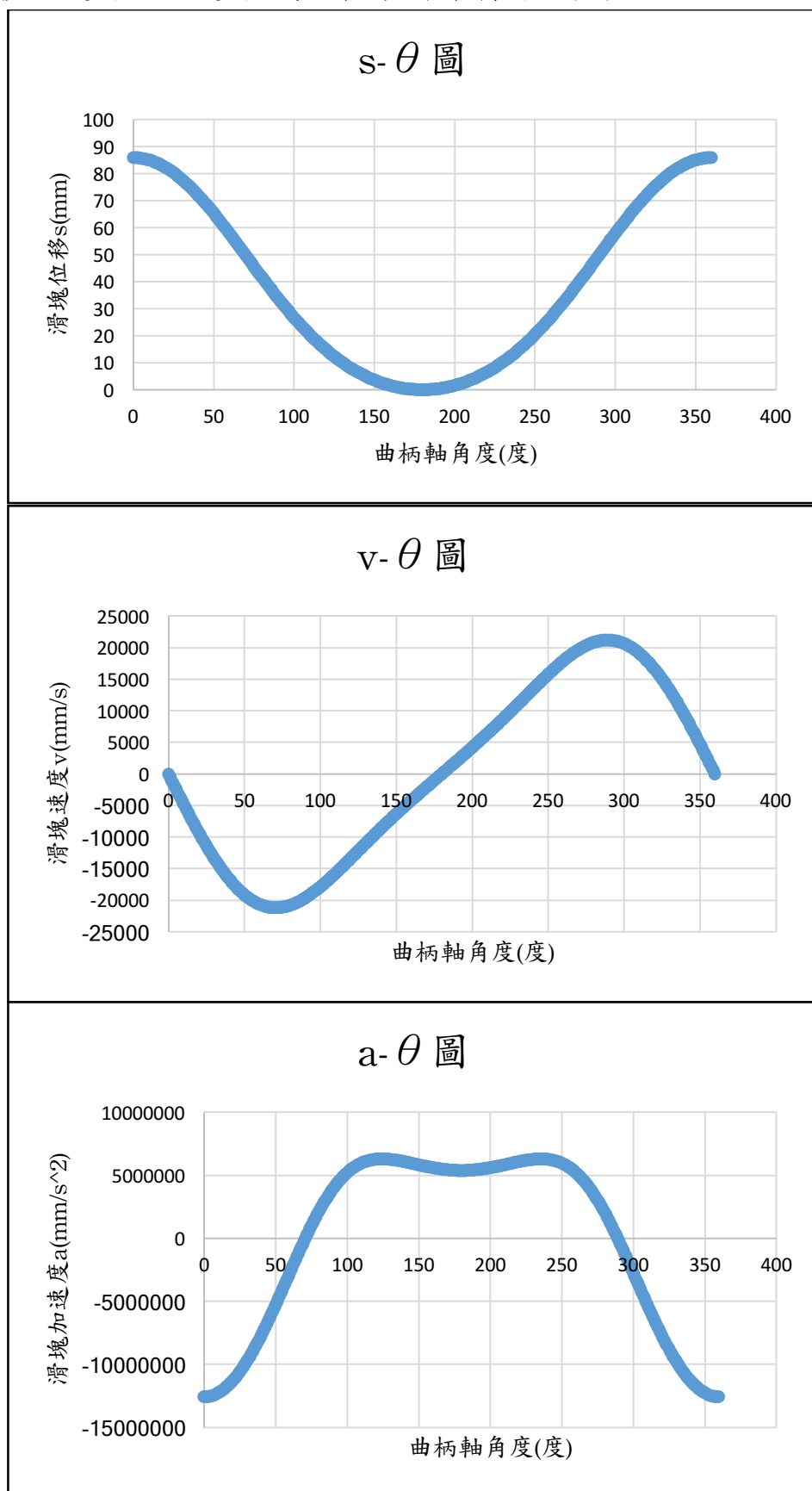
且 $\theta = \omega t$ ， r 、 l 、 ω 為已知

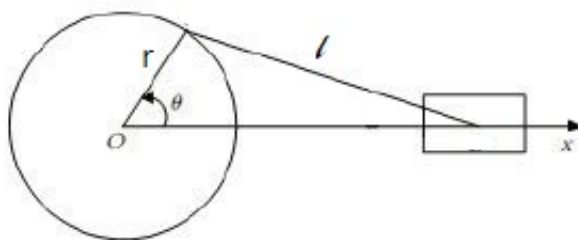
故利用 Excel 輸入方程式，可求出不同之曲柄軸角度相對應的滑塊位移、速度、角速度

再分別以位移 s 、速度 v 、加速度 a 為 Y 軸對曲柄軸角度 θ 作圖

三、 數值分析結果

以位移 s 、速度 v 、加速度 a 為 Y 軸對曲柄軸角度 θ 作圖





假設向右為正，由 $s-\theta$ 圖、 $v-\theta$ 圖、 $a-\theta$ 圖及數據可知

	最小值	曲柄軸角度 (度)	最大值	曲柄軸角度 (度)
活塞位移(mm)	0	90	150.5	0
活塞速度(mm/s)	-21210	71	21210	289
活塞加速度(mm/s ²)	-12591039	0	6310285.68	124 & 236

B. 腳踏車曲柄搖臂機構

一、機構介紹與規格尺寸

車款	FUJI SPORTIF 2.3	
變速器	前變速器	shimano caris
	後變速器	shimano sora
飛輪	SRAM PG-830,11-32T,8-speed	
大鏈輪	Fuji forged alloy, 50/34T	
車架	400mm	
車輪	700mm	
曲柄	170 mm	
車手	大腿	450 mm
	小腿	480 mm



選用 飛輪 18 齒 鏈輪 34 齒 輪子半徑 R 為 35cm 車速 15km/h

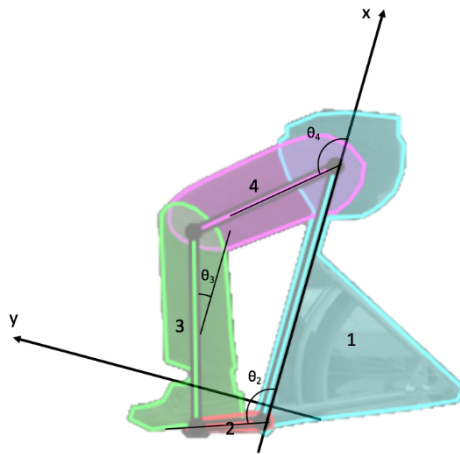
輪子轉速 $\omega_0 = V/R = 15(1000000/3600) / 350\text{mm} = 11.90476\text{rad/s}$ = 飛輪轉速

鏈輪轉速 $\omega_2 = (18/34)\omega_0 = 6.3\text{rad/s}$ = 曲柄轉速

二、分析使用之程式介紹與說明

曲柄搖臂機構:

1. 程式：Python（計算）+Excel（作圖）
2. 分析：利用公式計算大腿角位移、角速度、角加速度，但因計算較複雜，我們利用 python 寫 code 計算出實際值並寫入 csv 檔，放入 excel 作圖
3. 公式說明：大腿踩腳踏車即是一個四連桿曲柄搖臂機構，因此我們利用四連桿公式來分析。



4. 方程式介紹：

L_1 ：坐墊至普通軸（上圖桿一）長度

L_2 ：曲柄（上圖桿二）長度

L_3 ：車手小腿長度

L_4 ：車手大腿長度

ω_2 ：曲柄角速度

ω_3 ：小腿角速度

ω_4 ：大腿角速度

α_2 ：曲柄角加速度

α_3 ：小腿角加速度

α_4 ：大腿角加速度

位移方程式：

$$L_2 \cos \theta_2 + L_3 \cos \theta_3 - L_4 \cos \theta_4 - L_1 \cos \theta_1 = 0$$

$$L_2 \sin \theta_2 + L_3 \sin \theta_3 - L_4 \sin \theta_4 - L_1 \sin \theta_1 = 0$$

在此旋轉座標軸，使 x 軸與桿一重合，因此 $\theta_1 = 0$

$$L_2 \cos \theta_2 + L_3 \cos \theta_3 - L_4 \cos \theta_4 - L_1 = 0 \quad \text{---(1)式}$$

$$L_2 \sin \theta_2 + L_3 \sin \theta_3 - L_4 \sin \theta_4 = 0 \quad \text{---(2)式}$$

速度方程式：

$$-L_2 \sin \theta_2 \omega_2 - L_3 \sin \theta_3 \omega_3 + L_4 \sin \theta_4 \omega_4 = 0 \quad \text{---(3)式}$$

$$L_2 \cos \theta_2 \omega_2 + L_3 \cos \theta_3 \omega_3 - L_4 \cos \theta_4 \omega_4 = 0 \quad \text{---(4)式}$$

加速度方程式：

$$-L_3 \sin \theta_3 \alpha_3 - L_3 \cos \theta_3 \omega_3^2 + L_4 \sin \theta_4 \alpha_4 + L_4 \cos \theta_4 \omega_4^2 = L_2 \sin \theta_2 \alpha_2 + L_2 \cos \theta_2 \omega_2^2 \quad \text{---(5)式}$$

$$L_3 \cos \theta_3 \alpha_3 - L_3 \sin \theta_3 \omega_3^2 - L_4 \cos \theta_4 \alpha_4 + L_4 \sin \theta_4 \omega_4^2 = -L_2 \cos \theta_2 \alpha_2 + L_2 \sin \theta_2 \omega_2^2 \quad \text{---(6)式}$$

5. 在 python 運算中我們使用 sympy 以及 math 的 library。

(1) 計算位移時，先將 θ_2 為輸入值（從 0~360 度）將所對應的 θ_3, θ_4 ，使用上(1)式及(2)式求出並寫入 csv 檔。

```
1 from sympy import*
2 import math
3 # from math import*
4 L1=480
5 L2=170
6 L3=480
7 L4=450
8 sita=0
9 print"cos",math.cos(60*math.pi/180)
10 ans=''
11 for i in range(0,361,5):
12     x=Symbol('x')
13     y=Symbol('y')
14     z=Symbol('z')
15     print i
16     f1=L2*math.cos(i*math.pi/180)+L3*cos(x*math.pi/180)-L4*cos(y*math.pi/180)-L1
17     f2=L2*math.sin(i*math.pi/180)+L3*sin(x*math.pi/180)-L4*sin(y*math.pi/180)
18     f3=z-i
19     sol = solve((f1, f2,f3), x, y,z)
20     a,b,c=sol[1]
21     ans+=str(a)+','+str(b)+'\n'
22 print ans
23 # writefile
24 writefile=open('x2.csv','w')
25 writefile.write(ans)
```

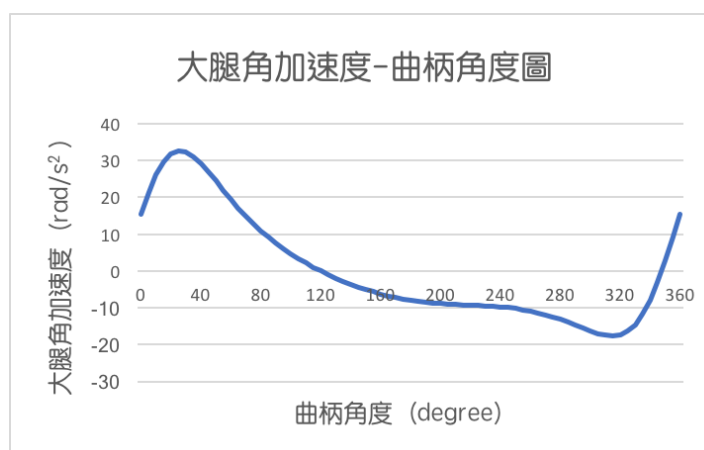
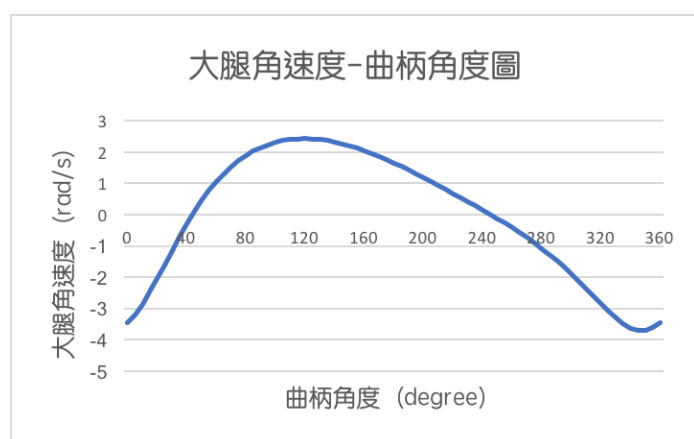
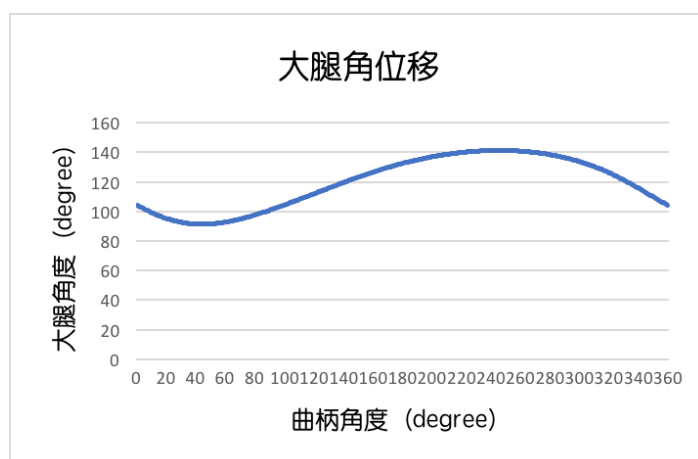
(2) 而計算角速度時則是將 θ_2 （0~360 度）， θ_3, θ_4 （由上步驟求出）以及 ω_2 （ $\frac{6.3rad}{s}$ ，由上B.一求出）為 input 值，並將所對應 ω_3 和 ω_4 代入上(3)式及(4)式求出。

```
22 #solve
23 x=Symbol('x')
24 y=Symbol('y')
25 z=Symbol('z')
26 f1=L2*math.sin(count*math.pi/180)*6.3-L3*sin(sita1*math.pi/180)*x-L4*sin(sita2*math.pi/180)*y
27 f2=L2*math.cos(count*math.pi/180)*6.3-L3*cos(sita1*math.pi/180)*x-L4*cos(sita2*math.pi/180)*y
28 f3=z-count
29 sol = solve((f1, f2,f3), x, y,z)
30 print sol
```

(3) 而計算角加速度時，將 $\theta_2, \theta_3, \theta_4, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ （由上兩步驟可得）輸入，使用上(5)式及(6)式求出，求出小腿和大腿所對應的角加速度。

```
25 #solve
26 x=Symbol('x')#alpha3
27 y=Symbol('y')#alpha4
28 z=Symbol('z')
29 f1=(-L3*math.sin(sita3*math.pi/180)*x-L3*math.cos(sita3*math.pi/180)*w3**2+
30     L4*sin(sita4*math.pi/180)*y+L4*cos(sita4*math.pi/180)*w4**2
31     -L2*cos(count*math.pi/180)*6.3**2)
32 f2=(L3*math.cos(sita3*math.pi/180)*x-L3*sin(sita3*math.pi/180)*w3**2
33     -L4*cos(sita4*math.pi/180)*y+L4*sin(sita4*math.pi/180)*w4**2
34     -L2*sin(count*math.pi/180)*w2**2)
35 f3=z-count
36 sol = solve((f1, f2,f3), x, y,z)
37 print "sol",sol
38 a=sol[x]
39 b=sol[y]
40 print a,b
41 count+=1
42 ans+=str(degree)+','+str(a)+','+str(b)+'\n'
```


三、數值分析結果



備註：曲柄軸角度為曲柄與桿一（地桿）的角度

	最小值	曲柄軸角度 (度)	最大值	曲柄軸角 度(度)
大腿角度(度)	91.3797247	44	141.2263674	245
大腿角速度(rad/s)	-3.716118596	348	2.429181005	120
大腿角加速度(rad/s ²)	-17.63308857	315	32.64893622	26