形态学图像处理

预备知识

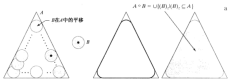
- 集合基本知识
  - 1. 子集 $A \subseteq B$
  - 2. 并集 $C = A \cup B$
  - 3. 交集 $D = A \cap B$
  - 4. 互斥 $A \cap B = \varnothing$
  - 5. 补集 $A^c = \{w \mid w \notin A\}$
  - 6. 集合差 $A - B = \{w \mid w \in A, w \notin B\} = A \cap B^c$
  - 7. 反射 $\hat{B} = \{w \mid w = -b, b \in B\}$
  - 8. 平移 $(B)_z = \{c \mid c = b + z, b \in B\}$
    - 广泛用来表达结构元的操作
- 结构元
  - 条件
    - 1. 元素必须是结构元集合的成员
    - 2. 必须确定结构元的原点
  - 要求
    - 对图像操作时，要求结构元必须是矩形阵列，图像也得转换成矩形阵列。
      - 可通过添加最小可能数量的背景元素形成一个矩形来实现的
    - 当结构元的原点位于原始集合的边界上时，背景边界要大到足以适应整个结构元

腐蚀和膨胀

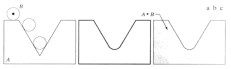
- 腐蚀
  - 定义
    - $A \ominus B = \{z \mid (B)_z \subseteq A\}$
      - 该式指出将对A的腐蚀是用z平移的B包含在A中的所有的点z的集合
    - $A \ominus B = \{z \mid (B)_z \cap A^c = \varnothing\}$
      - B不与背景共享然后公共元素
  - 腐蚀会缩小图像中的组成部分
- 膨胀
  - 定义
    - $A \oplus B = \{z \mid (\hat{B})_z \cap A \neq \varnothing\}$
      - 该式指出将对A的膨胀是用z平移的B的反射与A相交的所有点z的集合
    - $A \oplus B = \{z \mid [(\hat{B})_z \cap A] \subseteq A\}$
      - B的反射与A有重叠的点
  - 膨胀会扩大一幅图像的组成部分
- 对偶性
  - 腐蚀和膨胀彼此关于集合求补和反射运算是对偶的
    - $(A \ominus B)^c = A^c \oplus \hat{B}$
    - $(A \oplus B)^c = A^c \ominus \hat{B}$
  - 当结构元是关于原点中心对称的，则 $\hat{B} = B$

开操作和闭操作

- 开操作
  - 定义
    - $A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$
      - 先腐蚀再膨胀
  - 功能
    - 开操作会平滑物体的轮廓，断开较窄的狭颈并消除细的突出物
  - 几何意义
    - 把结构元视为一个（扁平）的“转球”，B对A的开操作的边界由B中的点建立：当B在A的边界内滑动时，B所能到达的A的边界的最远点。即为右侧图中黑色线部分。



- 闭操作
  - 定义
    - $A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$
      - 先膨胀再腐蚀
  - 功能
    - 闭操作会平滑物体的轮廓，弥合较窄的间断和细长的突出物
  - 几何意义
    - 把结构元视为一个（扁平）的“转球”，B对A的开操作的边界由B中的点建立：当B在A的边界外滑动时，B所能到达的A的边界的最远点。即为右侧图中黑色线部分。



灰度级形态学

- 腐蚀和膨胀
  - 定义 — 腐蚀
    - $[f \ominus b](x, y) = \min_{(s,t) \in D_b} [f(x+s, y+t)]$
  - 定义 — 膨胀
    - $[f \oplus b](x, y) = \max_{(s,t) \in D_b} [f(x-s, y-t)]$
- 开操作和闭操作
  - 定义 — 开操作
    - $f \circ b = (f \ominus b) \oplus b$
    - $(f \circ b)^c = f^c \bullet \hat{b}$
  - 定义 — 闭操作
    - $f \bullet b = (f \oplus b) \ominus b$
    - $(f \bullet b)^c = f^c \circ \hat{b}$
- 一些基本的灰度级形态学算法
  - 形态学平滑
  - 形态学梯度
  - 粒度测试
  - 纹理分割
- 灰度级形态学重建
  - 测地膨胀
    - $D_g^{(1)}(f) = (f \oplus b) \wedge g$
    - $D_g^{(n)}(f) = D_g^{(1)}\left[D_g^{(n-1)}(f)\right]$
  - 测地腐蚀
    - $E_g^{(1)}(f) = (f \ominus b) \vee g$
    - $E_g^{(n)}(f) = E_g^{(1)}\left[E_g^{(n-1)}(f)\right]$

一些基本的形态学算法

- 边界提取
  - $\beta(A) = A - (A \ominus B)$
    - 先对对A进行腐蚀，然后执行A和腐蚀结果之间的集合之差得到
- 孔洞填充
  - 孔洞定义
    - 前景像素相连接的边界所包围的一个背景区域
  - 基本步骤
    - 1. 确定二值图像像素(0,0)为初始种子点，这里认为(0,0)像素点为背景点，而非某个孔洞内部的点。
    - 2.以种子点为起点，采用形态学膨胀算法对背景进行填充。膨胀到不超图像为止。膨胀运算采用四连通结构元。
    - 3.背景填充结束后，对得到的二值图像取反得到新的二值图像，此时图像为全部孔洞的点集。
    - 4.将第三步骤得到的二值图像与原二值图像相加反得到孔洞填充的结果
  - 四连通结构元

- 连通分量的提取
  - $X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A \quad k = 1, 2, 3, \cdots$
    - 如此迭代直至Xk = Xk-1
- 凸壳
  - $X_k^i = (X_{k-1} \circledast B^i) \cup A \quad i = 1, 2, 3, 4$ 和 $k = 1, 2, 3, \cdots$
    - 其中X0 = A_i
  - $C(A) = \bigcup_{i=1}^{4} D^i$
    - 当Xk = Xk-1 时，我们令Di = Xki，则A的凸壳
- 细化
  - $A \otimes B = A - (A \circledast B) = A \cap (A \circledast B)^c$
  - $A \otimes \{B\} = ((\cdots((A \otimes B^1) \otimes B^2) \cdots) \otimes B^n)$
- 粗化
  - $A \bullet B = A \cup (A \circledast B)$
  - $A \odot \{B\} = ((\cdots((A \odot B^1) \odot B^2) \cdots) \odot B^n)$
- 骨架
  - $S(A) = \bigcup_{k=0}^{K} S_k(A)$
  - $S_k(A) = (A \ominus kB) - (A \ominus kB) \circ B$
  - $(A \ominus kB) = ((\cdots(A \ominus B) \ominus B) \ominus \cdots) \ominus B)$
- 裁剪
  - ① $X_1 = A \otimes \{B\}$
  - ② $X_2 = \bigcup_{k=1}^{8} (X_1 \circledast B^k)$
  - ③ $X_3 = (X_2 \oplus H) \cap A$
  - ④ $X_4 = X_1 \cup X_3$
- 形态学重建
  - 测地膨胀与腐蚀
    - 定义 — 测地膨胀
      - $D_G^{(1)}(F) = (F \oplus B) \cap G$
        - 大小为1的标记图像关于模板的测地膨胀
      - $D_G^{(n)}(F) = D_G^{(1)}\left[D_G^{(n-1)}(F)\right]$
        - 大小为n的标记图像关于模板的测地膨胀
    - 定义 — 测地腐蚀
      - $E_G^{(1)}(F) = (F \ominus B) \cup G$
        - 大小为1的标记图像关于模板的测地腐蚀
      - $E_G^{(n)}(F) = E_G^{(1)}\left[E_G^{(n-1)}(F)\right]$
        - 大小为n的标记图像关于模板的测地腐蚀

击中或击不中

- 定义
  - 击中不击中是形态检测的一个基本工具
  - $A \circledast B = (A \ominus D) \cap [A^c \ominus (W - D)]$
  - $A \circledast B = (A \ominus B_1) \cap (A^c \ominus B_2)$
  - $A \circledast B = (A \ominus B_1) \cap (A \ominus \hat{B}_2)$
    - 三个公式称为形态学击中或击不中逻辑

XMind: ZEN | 试用模式