

轴向冲击下波纹腹板梁的失稳控制和能量吸收

毕思蕊^{a,b}, 张家鑫^{a,b}, 岳前进^{a,b,c}

(大连理工大学 a. 工程力学系; b. 工业装备结构分析国家重点实验室; c. 海洋科学与技术学院, 辽宁 大连 116023)

摘要: 针对 Sine 波纹腹板梁结构, 通过设计其初始振幅缺陷, 控制不同波形阶数下波纹梁的失稳模式, 引导上下翼板按预期渐进、稳定、可重复的压溃变形模式发展. 采用 Abaqus/Explicit 中的显式动力学方法数值模拟初始振幅缺陷与比吸能 (Specific Energy Absorption, SEA) 的关系. 通过对比低阶、中阶和高阶波形的载荷-位移曲线说明波形阶数对吸能特性和失稳控制的影响. 结果表明: 对于给定的波形阶数, 存在初始振幅缺陷的临界值使 Sine 波纹腹板梁结构达到预期的临界失稳状态, 同时 SEA 最大; 初始振幅缺陷越大, 失稳控制越容易, 但吸能效果随之降低.

关键词: Sine 波纹腹板梁; 失稳控制; 能量吸收; 初始振幅缺陷; 比吸能; 波形阶数

中图分类号: TB115.1

文献标志码: B

Buckling control and energy absorption of corrugated web beam under axial compression

BI Sirui^{a,b}, ZHANG Jiaxin^{a,b}, YUE Qianjin^{a,b,c}

(a. Department of Engineering Mechanics; b. State Key Lab of Structural Analysis for Industrial Equipment;
c. School of Marine Science and Technology, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

Abstract: As to the Sine corrugated web beam structure, the buckling mode of different wave orders can be controlled by the design of initial amplitude imperfection, and then the upper and lower plates can be led to deform in accordance with the expected progressive, stable and repeatable crush deformation mode. The relationships of initial amplitude imperfection and Specific Energy Absorption (SEA) are numerically simulated by the explicit dynamics method in Abaqus/Explicit. The effect of wave orders on the energy absorption characteristics and buckling control is illustrated by comparing the load-displacement curves of low-order, mid-order and high-order. The results show that, given a wave order, there exists an initial critical amplitude imperfection which can make the Sine corrugated web beam structure achieve an expected critical buckling mode and the SEA is maximum; the larger the initial amplitude imperfection, the more easily the buckling can be controlled, but the effect of energy absorption decreases.

Key words: Sine corrugated web beam; buckling control; energy absorption; initial amplitude imperfection; specific energy absorption; wave order

0 引言

金属薄壁结构以具有良好的结构质量效率和高能的能量吸收能力而被广泛应用于汽车、轮船、火车、飞机和航天器等各类交通运输工具及各类碰撞安全防护设施中,如高速公路护栏和高速机械的安全罩等。金属薄壁吸能结构在受到碰撞和爆炸等冲击时,可以产生压溃、撕裂和断裂等塑性变形,从而吸收大量的碰撞动能。由于作用于能量吸收结构的外部载荷的大小、脉冲形式、方向和分布都有很大的不确定性,因此所设计的结构的失稳变形模式和能量吸收能力应该是稳定且可重复的,以确保结构在复杂工作条件下的可靠性。^[1]

金属管柱薄壁结构是一类常见的能量吸收结构,具有结构形式简单和能量吸收效率高等特点。在轴向压缩下,不同结构尺寸和材料性质的金属圆管或方管产生多种失稳变形模式,主要分为对称手风琴模式、非轴对称金刚石模式、混合模式和整体欧拉失稳模式等。^[2-3]为得到渐进可控的失稳变形模式,学者们进行各种尝试。SINGACE 等^[4]对引入波纹的圆形铝管和 PVC 管进行试验研究,采用挤压成型的办法对圆管试件进行加工处理以制备波纹管,其目的是通过引入波纹改善轴向压缩下圆管的载荷一致性,预测和控制圆管的变形模式并优化能量吸收能力。DANESHI 等^[5]和 HOSSEINIPOUR^[6]对引入凹槽的圆形钢管进行试验研究,并对凹槽间距的影响进行分析。LEE 等^[7]对轴压方形铝管中引入凹痕的影响进行试验和数值研究。ZHANG 等^[8]尝试在薄壁方管表面引入周期性图案,以控制或改变方管的失稳变形模式并改善结构的能量吸收性能。MA 等^[9]在薄壁方管上引入金字塔图案并进行数值和试验的对比,结果发现八边形失稳模态的能量吸收能力高但稳定性差,由此提出改进设计以提高模式触发的稳定性。

目前大部分薄壁结构耐撞性研究主要针对闭口管柱薄壁结构,而开口结构比闭口结构失稳变形模式更不稳定,实现渐进可控的变形模式更困难。尽管闭口结构的吸能效果往往更好,但是检查闭口结构内部的腐蚀问题十分困难。^[10]Sine 波纹板是直升机身地板结构的重要缓冲吸能结构件,其能量吸收能力直接关系到机体的耐撞性能,因此被作为最重要的开口薄壁结构形式而广泛研究。C 型开口薄壁结构作为民用航空座舱的支撑结构是机身刚性框架中最重要的吸能部分。HANAGUD 等^[11]最早研究石墨环氧树脂复合材料 Sine 波纹板的吸能行为,特

别指出初始触发机制对引导结构失稳变形模式的重要性,并对比倒角、内置缺陷和 V 型切口等 3 种触发类型的影响。REN 等^[12]研究开口薄壁壳几何参数对耐撞性的影响,结果表明:长度和实效模式是影响比吸能 (Specific Energy Absorption, SEA) 的最重要的参数;随着长度的增加,失效模式从渐进失稳转变为全局失稳。HIROKAZU^[10]通过落锤试验和准静态加载的方式研究开口薄壁结构的吸能特性,控制其局部失稳以避免整体失稳是提升吸能效果的最重要方面,并通过引入初始缺陷实现性能改善。

本文首先给出一维压杆结构弹性失稳控制的概念,然后选取 Sine 波纹腹板梁为研究对象,通过设置不同的波形数和初始缺陷幅值,研究临界预期失稳模式下的耐撞性能和初始缺陷对吸能效果的影响。

1 一维压杆结构的失稳控制

考虑某两端简支的杆件,长为 L , 弯曲刚度为 EI , 横截面面积为 A , 受到的轴向压缩载荷为 P 。假设杆件是非完美直杆,初始缺陷形状的表达式为

$$y_0 = \delta_1 \sin \frac{\pi x}{L} + \delta_2 \sin \frac{2\pi x}{L} + \delta_3 \sin \frac{3\pi x}{L} + \dots \quad (1)$$

假设 $\delta_2 \gg \delta_1, \delta_3, \dots$, 那么初始缺陷的形状接近完整的正弦波形,见图 1。

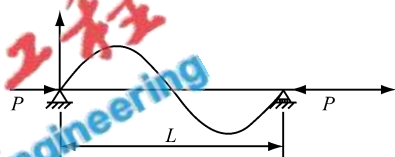


图 1 受轴向压缩的两端简支杆件的初始形状
Fig. 1 Initial shape of simply supported strut subject to axial compress load

随着载荷 P 的逐渐增大,由于载荷作用产生附加挠度,可以得到弯曲曲率方程为

$$M = -Py = EI \frac{d^2(y - y_0)}{dx^2} \quad (2)$$

TIMOSHENKO 等^[13]给出此边界条件下的解析解为

$$y = \frac{1^2}{1^2 - j} \delta_1 \sin \frac{\pi x}{L} + \frac{2^2}{2^2 - j} \delta_2 \sin \frac{2\pi x}{L} + \frac{3^2}{3^2 - j} \delta_3 \sin \frac{3\pi x}{L} + \dots \quad (3)$$

式中: j 为实际载荷与完美直杆的失稳临界载荷 P_E 的比值,即

$$j = \frac{P}{P_E} = \frac{PL^2}{\pi^2 EI} \quad (4)$$

基于式(3),假定 P 逐渐增加到 P_E ,则 $j=1$ 说明无论 δ_1 相比于 δ_2 有多小,与半正弦波形形状相关的第一项都会变成无穷大,意味着杆件的失稳形状是正弦半波且与初始形状明显不同。

假设杆件材料是理想弹塑性的,屈服应力为 σ_y ,如果将施加很大振幅的完整正弦波形状作为初始缺陷,使得杆件在失稳变为正弦半波之前进入塑性屈服,那么杆件在进入塑性前的最大载荷 P_y 的计算式为

$$\frac{P_y}{A} + \frac{M_{\max}}{I} = \frac{P_y}{A} + \frac{P_y \delta z}{I} = \sigma_y \tag{5}$$

因此可以得到

$$P_y = \sigma_y / \left(\frac{1}{A} + \frac{\delta z}{I} \right) \tag{6}$$

式中: δ 为杆件任意时刻的最大挠度,当 P 从 0 开始增加时, δ 从 δ_2 开始增加,可以近似为

$$\delta = \frac{2^2}{2^2 - j} \delta_2$$

联合上述 2 种情况,假设 $P_y < P_E$,当外载荷 P 达到 P_y 时,杆件以完整正弦波的形状屈服;否则, P 首先达到 P_E ,如果没有施加初始缺陷,那么杆件会失稳变成正弦半波的形状,这是因为一根直杆的 1 阶失稳波形总是正弦半波的形状。为比较 P_y 和 P_E ,引入具体算例,杆长 $L=200\text{ mm}$,正方形截面面积 $A=5\text{ mm}^2$,弹性模量 $E=210\text{ GPa}$,屈服应力 $\sigma=251\text{ MPa}$ 。根据式(4)和(6),令 $P_y/P_E=1$ 可得 $\delta_2=0.828$,因此可知:仅当 $\delta_2>0.828$ 时,杆件屈服形状为完整的正弦波形。将上述理论推广,可以得到高阶屈服正弦波形的初始缺陷值,见表 1。上述算例说明,如果给杆件施加足够大的高阶波形的初始振幅,那么杆件将按预期形状变形直至屈服,否则可能无法按照初始预期变形。上述结论可以被推广至低阶、中阶和高阶波纹腹板梁结构,并可采用数值方法进行验证。

表 1 高阶波形按预期失稳的初始振幅缺陷临界

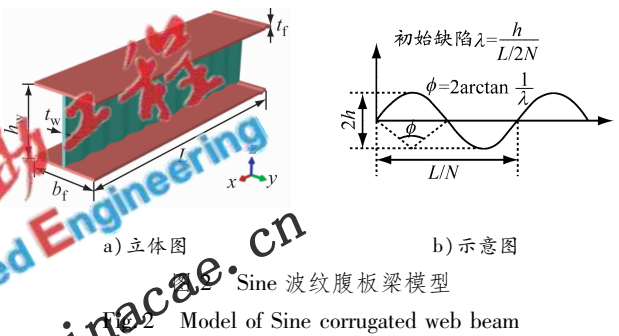
Tab. 1 Critical initial amplitude imperfection of expected buckling in high order wave

挠度	δ_3	δ_4	δ_5	δ_6	δ_7	δ_8
值	0.982	1.035	1.060	1.074	1.082	1.087

2 波纹腹板梁模型

与普通工型构件相比,波纹腹板梁结构最大的特点在于其腹板的独特受力机理。腹板波折后有 2 个效应:1)增大腹板平面外刚度,提高面内剪切屈服应力;2)沿腹板波纹方向的压缩模量接近 0,波纹

方向的刚度很小。Sine 波纹腹板梁模型见图 2。面外刚度是指 xz 平面沿 y 方向的平面外刚度,面内剪切是指 xz 平面内的剪切,波纹方向是指沿 x 轴方向。国内外研究者主要关注其轴压、纯弯曲和剪力作用下的承载力性能,本文研究其在轴向冲击载荷下的吸能特性。



波纹腹板梁结构主要由 Sine 波纹腹板和上下翼板组成。模型长为 L ;Sine 腹板高为 h_w ,厚度为 t_w ;Sine 波形数为 N ;Sine 波振幅为 h ;上下翼板宽为 b_f ,厚度为 t_f 。定义无量纲化变量 $\lambda = \frac{h}{L/2N}$ 作为初始缺陷,见图 2b。

现有轴向冲击吸能装置的研究主要针对闭口结构,特别是管柱薄壁构件,对于开口吸能构件的研究并不多见。对于 Sine 波纹腹板梁结构,可以通过设计 Sine 波纹板的形状和初始缺陷引导上下翼板发生可预期、渐进、稳定、可重复的失稳变形模式。理论上,每个 Sine 波周期的波峰和波谷是 Sine 波纹板的失稳变形峰值,但实际上,初始缺陷的大小决定 Sine 波纹梁能否按照预期变形模式发展。在轴向冲击过程中,Sine 波纹腹板梁吸能主要通过上下翼板的动态塑性铰的移动来实现,Sine 波纹板主要是塑性弯曲变形,吸能相比上下翼板较少。

数值算例

3.1 有限元模型

波纹腹板梁长 $L=200\text{ mm}$,Sine 腹板高 $h_w=50\text{ mm}$,其上下翼板宽均为 50 mm ,腹板和翼板厚度为 1 mm 。Sine 波纹板的最小波纹阶数为 3,最大波纹阶数为 15;初始缺陷最小值为 0.01,最大值为 0.20。

波纹腹板梁结构材料采用 RSt37 软钢^[13],弹性模量 $E=210\text{ GPa}$,初始屈服应力 $\sigma_y=251\text{ MPa}$,极限屈服应力 $\sigma_u=339\text{ MPa}$,泊松比 $\nu=0.3$,流动法则幂指数 $n=0.12$ 。材料的应力-应变曲线见图 3。由于该软钢对应变率不敏感,因此有限元分析模型中忽略应变率的影响。波纹腹板梁采用 Abaqus 四节点壳

单元 S4R,所有结构均划分为四边形网格,单元边长为 2 mm. 采用给定速度的刚性板进行轴向加载,速度恒定为 $v = 10\text{ m/s}$,底部采用固定边界条件,冲击压缩距离为初始波纹板长的 70%. 分析过程中采用自动单面接触算法,考虑压缩过程中管壁自身变形可能产生的接触;采用自动点-面接触算法,考虑管与刚性板之间的接触. 所有接触的静摩擦因数与动摩擦因数均取 0.2.

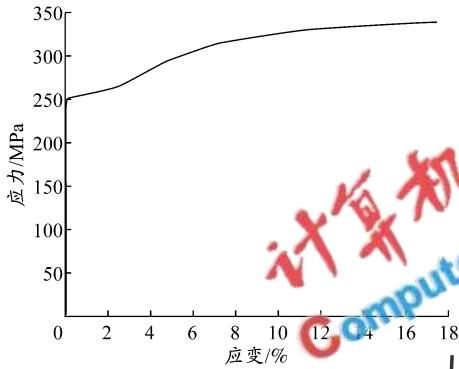


图 3 软钢 RSt37 的拉伸应力-应变曲线
Fig. 3 Tensile stress-strain curve of mild steel RSt37

采用 Abaqus 作为前处理器,并用脚本参数化设计语言 Python 自动生成整个计算模型,包括材料属性、边界条件、载荷施加以及求解控制. 模拟采用 Abaqus/Explicit 显式动力学算法求解.

为降低峰值载荷同时引导稳定的渐进失稳变形,分别在上下翼板的两个相对的边引入半径为 2.5 mm 的圆柱凹凸槽变形引导机构:在 Sine 波纹板波峰一侧为外凸的半圆形引导机构,在波谷一侧为内凹的半圆形引导机构. 这样的设计有利于 Sine 波纹腹板在初始阶段引导上下翼板的失稳变形模式,并在压溃过程中按照预期发展为渐进、稳定、可重复的变形模式,见图 4.

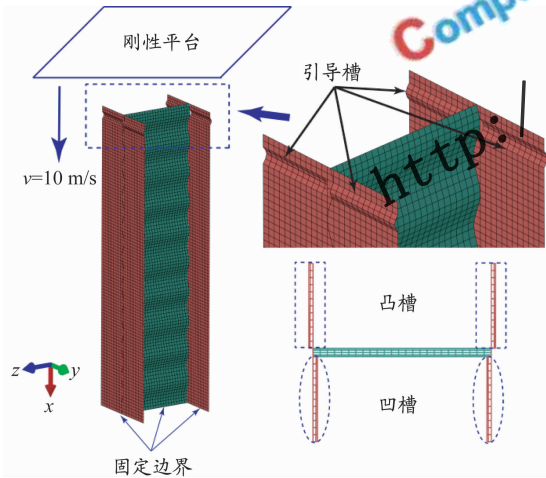


图 4 Sine 波纹腹板梁的有限元模型
Fig. 4 Finite element model of Sine corrugated wave beam

3.2 数值结果分析和讨论

根据变形模式的特征,可将 Sine 波纹板按波纹阶数分组讨论:第一组低阶波形 N 为 3 ~ 6;第二组中阶波形 N 为 7 ~ 10;第三组高阶波形 N 为 11 ~ 15. 通过对比不同阶数的压溃变形模式,说明波形阶数对吸能特性和失稳控制的影响.

3.2.1 低阶波形

当 $N = 3, 4, 5, 6$ 时,属于低阶波形,振幅初始缺陷 λ 值从 0.01 变化到 0.12,间隔 0.01. 4 种阶数在不同 λ 下的 SEA 分布见图 5,可知:当 $N = 3, 4$ 时的 SEA 远低于 $N = 5, 6$,原因在于低阶波形很难引导上下翼板按预期的渐进失稳变形模型,而上下翼板的变形模式主要为弯曲塑性变形,吸能较少. 当 $N = 5, 6$ 时,SEA 先逐渐升高到峰值,然后呈线性趋势下降,而且 2 种波形的趋势几乎一致,保持相同斜率. 当 λ 很小时,Sine 波纹板不足以引导上下翼板按照预期模式变形,实际变形不规则且不可控;随着 λ 的增大,变形模式开始向预期方向发展;当 λ 刚好达到某一临界值时,变形模式刚好满足预期设计的失稳变形模式,则称为失稳控制,对应的 λ 称为临界初始缺陷, λ 的值称为失稳失控临界点,此时 SEA 最大;当 λ 大于失稳控制临界点初始缺陷,结构变形模式的失稳控制变得容易.

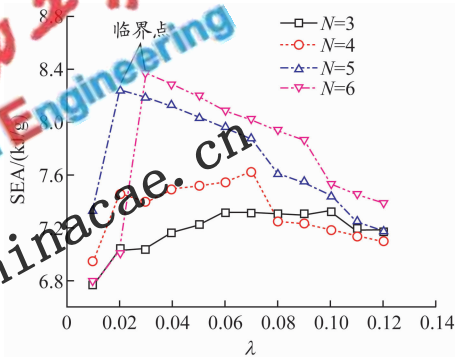


图 5 SEA 与初始振幅缺陷 λ 的关系 ($N = 3, 4, 5, 6$)
Fig. 5 Relationship between SEA and initial amplitude imperfection λ ($N = 3, 4, 5, 6$)

$N = 5, 6$ 时失稳控制临界点前后点的载荷-位移曲线和能量-位移曲线见图 6. 当 $N = 5$ 时,如图 6a 和 6b,失稳控制临界点为 $\lambda = 0.02$. $\lambda = 0.01$ 位于临界点前,载荷一致性很差,存在较大的振荡,在压溃后期,载荷值远低于临界点的平均水平. $\lambda = 0.03$ 位于临界点后,载荷位移曲线几乎与 $\lambda = 0.02$ 重合,由于失稳变形可控,压溃变形模式按预期发展,所以

载荷-位移曲线基本一致,吸能效果也基本相同,但由于 λ 不断增大,结构质量近似线性上升,所以 SEA 呈线性趋势下降,与图 5 一致。图 6c 和 6d 为 $N=6$ 时的结果,可以看出 $N=6$ 与 $N=5$ 的结果类似,失稳控制临界点之前的载荷一致性更差,振荡更剧烈。

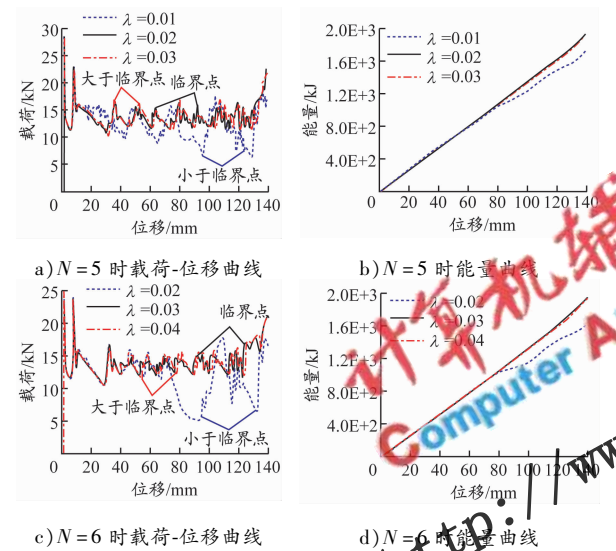


图 6 临界失稳状态下的载荷-位移曲线和能量曲线
Fig. 6 Load-displacement curves and energy absorption curves in critical buckling state

失稳控制临界点的 Sine 波纹板的变形模式符合 λ 预期设计的渐进、稳定的变形模式,最终变形为 6 阶 Sine 波形,见图 7。图 8 给出 $N=5,6$ 时 λ 临界值对应的整体 Sine 波纹腹板梁在不同时刻的压溃变形,可以看出 Sine 波纹板很好地引导翼板按照预期发展渐进、稳定、可重复的变形模式,并在翼板和腹板交线处形成塑性铰,通过塑性铰的移动得到理想的吸能效果。

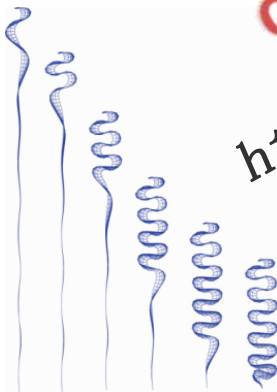


图 7 $N=6$ 时 Sine 波纹腹板梁板的压溃变形
Fig. 7 Crush deformation of Sine corrugated web beam when $N=6$

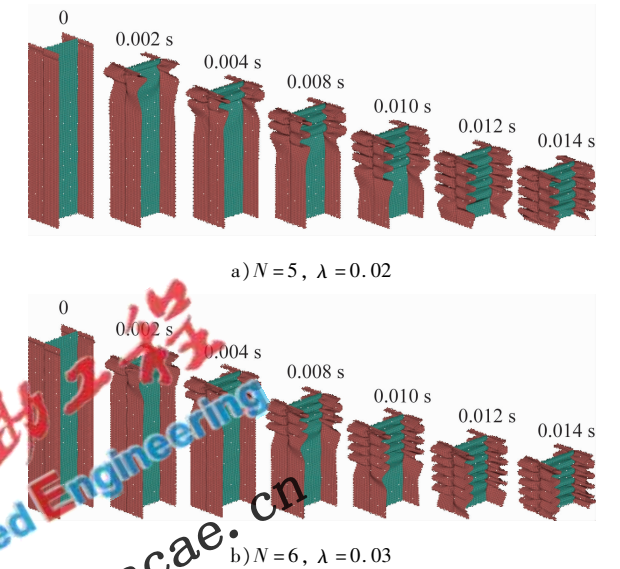


图 8 Sine 波纹腹板梁渐进、稳定的失稳变形模式
Fig. 8 Progressive and stable crush deformation of Sine corrugated web beam

3.2.2 中阶波形

$N=7,8,9,10$ 属于中阶波形,失稳控制相比于 $N=5,6$ 时困难, λ 分别为 0.05 和 0.07,SEA 曲线分布见图 9,可知: $N=7,8$ 时 SEA 曲线趋势与 $N=5,6$ 时相似:先逐渐上升到峰值,后呈线性趋势下降,但是当 $N=9,10$ 时, λ 在 0.01 ~ 0.12 的区间内,SEA 最大值对应的 λ 为 0.10 左右,下降趋势并不明显。中阶波形的 SEA 峰值与低阶波纹相近,均在 8.2 ~ 8.4 之间。

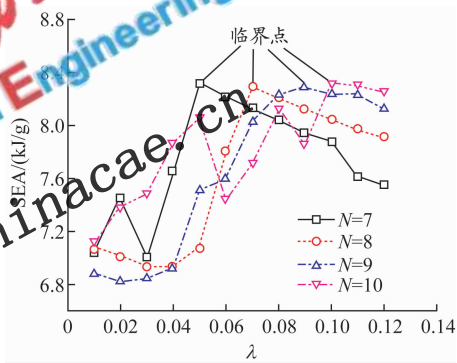


图 9 SEA 与初始振幅缺陷 λ 的关系 ($N=7,8,9,10$)
Fig. 9 Relationship between SEA and initial amplitude imperfection λ ($N=7,8,9,10$)

$N=7,8,9,10$ 的失稳控制临界点以及相邻 λ 所对应的载荷-位移曲线见图 10。 $N=7,8$ 时所对应的失稳控制临界点分别为 $\lambda=0.05$ 和 $\lambda=0.07$ 。由图 10a 和 10b 可知, $N=7,8$ 的结果与 $N=5,6$ 的十分相似:失稳控制临界点前的点 ($N=7$ 对应 $\lambda=0.04$; $N=8$ 对应 $\lambda=0.06$),即非预期、不可控变形模式,其对应的载荷一致性差,且存在明显振荡;失稳控制

临界点后的点($N=7$ 对应 $\lambda=0.04$, $N=8$ 对应 $\lambda=0.06$),即大于临界初始缺陷的点,变形模式与临界点的变形模式大致相同,载荷位移曲线基本一致.当 $N=9,10$ 时,结果见图 10c 和 10d,可以看出载荷一致性在前期保持较好,不存在明显的振荡和波动,仅仅在压溃后期阶段,载荷低于平均载荷水平,这说明在压溃后期,变形模式开始变得无规则,不能继续按照 λ 预期设计的模式变形,而且在压溃后期存在一定程度的密实化现象. $N=7,8,9,10$ 失稳控制临界点对应的压溃变形符合预期设计的模式,见图 11.

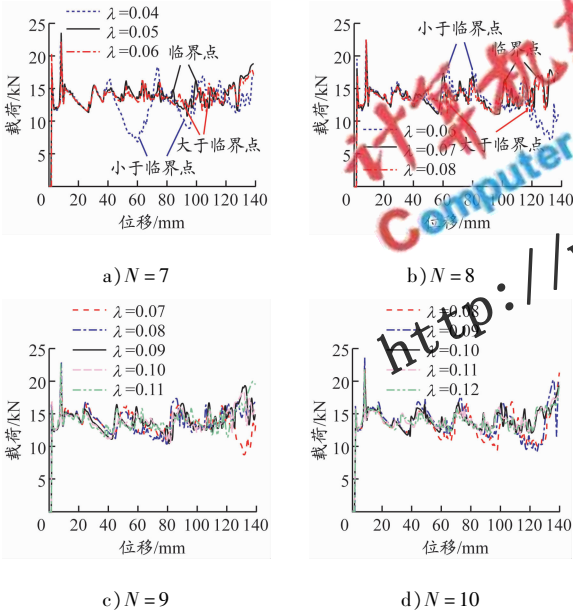


Fig. 10 Load-displacement curves in critical buckling state

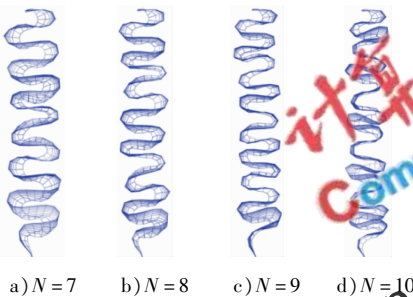


图 11 $N=7,8,9,10$ 时 Sine 波纹腹板梁的压溃变形
Fig. 11 Crush deformation of Sine corrugated web beam when $N=7,8,9,10$

3.2.3 高阶波形

当 λ 处于高阶波形,即 $N=11,12,13,15$ 时,失稳控制很难实现,需要更大的 λ ,因此将 λ 的上限扩大到 0.20. SEA 曲线见图 12,可知:当 $N=11,12$ 时,SEA 随着 λ 的增大而逐渐上升,到失稳控制临界点处达到峰值,之后开始呈线性下降趋势,与中低阶波

形基本相同,临界失稳缺陷分别为 $\lambda=0.09$ 和 $\lambda=0.11$;当 $N=13$ 时,SEA 峰值存在,但并不明显,到达峰值后有一定下降趋势但并不呈线性,临界失稳缺陷为 $\lambda=0.13$;当 $N=15$ 时,SEA 一直处于上升趋势,无明显的峰值,这主要是由于 λ 在 0.01~0.20 范围内,失稳控制无法实现,需要更大的 λ . 相比于低阶和中阶波形,高阶波形的 SEA 值更大. 从理论上讲, Sine 波纹的阶数越高,按照预期失稳变形模式的塑性弯曲吸能越多,在 λ 一定的情况下,高阶波形与低阶波形的质量相差不大,所以 SEA 随着波形阶数的增大而增大. 另外,高阶波形在压溃后期会出现一定程度的密实化,密实化会使吸能显著上升,所以对 SEA 的增大也有一定影响.

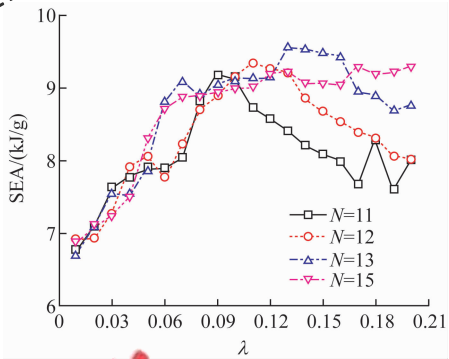


图 12 SEA 与初始振幅缺陷 λ 的关系($N=11,12,13,15$)
Fig. 12 Relationship between SEA and initial amplitude imperfection ($N=11,12,13,15$)

4 结 论

- 1) 对于给定的波形阶数,存在临界初始缺陷使波纹腹板梁结构达到预期的临界失稳状态,相应的 SEA 最大;随着波形阶数的增大,初始缺陷临界值呈近似线性增大趋势.
- 2) 随着初始缺陷的增大,失稳控制效果显著,结构按照临界状态的变形模式发展,但 SEA 呈近似线性下降趋势. 随着波形阶数的提高,失稳控制越困难,所需的初始缺陷越大.
- 3) 当波形阶数到达一定范围(如 $N>15$)后,需要增大初始缺陷的上限值,同时也要加密有限元网格以更精确模拟 Sine 波形. 高阶波形的 SEA 从理论上应高于低阶波形,但实际上存在密实化影响.
- 4) 对于给定几何尺寸的 Sine 波纹板,可以采用代理模型进行参数优化设计,找到最佳的波形阶数和初始缺陷的组合,实现 SEA 最大的目标.

参考文献:

- [1] LU G, YU T. Energy absorption of structure and materials[M]. Cambridge: CRC Pr, 2003.
- [2] HSU S S, JONES N. Quasi-static and dynamic axial crushing of thin-walled circular stainless steel, mild steel and aluminum alloy tubes[J]. Int J Crashworthiness, 2004, 9(2): 195-217.
- [3] GUILLOW S R, LU G, GRZEBIETA R H. Quasi-static axial compression of thin-walled circular aluminum tubes[J]. Int J Mech Sci, 2001, 43(9): 2103-2123.
- [4] SINGACE A A, ELSOBKY H. Further experimental investigation on the eccentricity factor in the progressive crushing of tubes[J]. Int J Solid & Structures, 1996, 33(24): 3517-3523.
- [5] DANESHI G H, HOSSEINIPOUR S J. Grooves effect on crashworthiness characteristics of thin-walled tubes under axial compression[J]. Mat & Des, 2002, 23(7): 611-617.
- [6] HOSSEINIPOUR S J. Mathematical model for thin-walled grooved tubes under axial compression[J]. Mat & Des, 2003, 24(6): 463-469.
- [7] LEE S, HAHN C, RHEE M, *et al.* Effect of triggering on the energy absorption capacity of axially compressed aluminum tubes[J]. Mat & Des, 1999, 20(1): 31-40.
- [8] ZHANG X, CHENG G, YOU Z, *et al.* Energy absorption of axially compressed thin-walled square tubes with patterns[J]. Thin-Walled Structures, 2007, 45(9): 737-746.
- [9] MA Jiayao. Thin-walled tubes with pre-folded origami patterns as energy absorption devices[D]. Oxford: Oxford University, 2011.
- [10] HIROKAZU S. Improvements on impact energy absorbing ability of open section short columns[DB/OL]. (2010-07-25)[2013-06-10]. <http://enu.kz/repository/2010/AIAA-2010-2894.pdf>.
- [11] HANAGUD S, CRAIG J I, SRIRAM P, *et al.* Energy absorption behavior of graphite epoxy composite Sine webs[J]. J Composite Mat, 1989, 23(5): 448-459.
- [12] REN Y, XIANG J. Influences of geometrical factors on the crashworthiness of open shells[DB/OL]. (2010-07-25)[2013-06-10]. <http://enu.kz/repository/2010/AIAA-2010-2880.pdf>.
- [13] TIMOSHENKO S P, GERE J M. Theory of elastic stability[M]. New York: McGraw-Hill, 1961.
- [14] WIERZBICKI T, ABRAMOWICZ W. On the crushing mechanics of thin-walled structures[J]. J Appl Mech, 1983, 50(4a): 727-737.