【心学科科创—五一全真模拟考】

2 2

 2 

=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

*S*

2022 年中科大创新班模拟考试

数学五

考试时间： 110 分钟 满分： 100 分

一．填空（每小题 6 分，共 30 分）

1. 设多项式 *f* *x*  *x*12  *x*6  1 除以 *x*2  1 的商式为 *q*(*x*) ，余式 *r**x*  *ax*  *b* ，其中 *a* 、*b* 为实数，则 *b* =\_\_\_\_\_\_\_\_。

2. 设 点 *O* 为 三 角形 *ABC* 内 一 点 ， 且 满 足 关 系 式 ： *OA* 2*OB*  3*OC*  3*AB*  2*BC*  *CA* ， 则

*S**AOB*  2*S**BOC*  3*S**COA*

*ABC*

3. 已知*F*1、*F*2 是椭圆和双曲线的公共焦点，*P* 是它们的一个公共点，且*F*1*PF*2  60 ，则该圆锥和双

曲线的离心率积的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

4. 若 不 等 式 2 sin2 *C*  sin *A*sin *B*  *k* sin *B* sin *C* 对 任 意 的 △ *ABC* 均 成 立 ， 求 实 数 *k* 的 最 大 值

。

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

5. 已知实数 *a* 、*b* 满足   *a*  1  *b*  2  2 则*a*2  *b*2 的最小值是\_\_\_\_\_\_\_。

二． （ 15 分） 四面体 *P*  *ABC* 的体积为 5，过 *PA* 中点*M* 和 *BC* 中点*N* 作平面交棱 *PC* 于 *K* 点，且

*PK* : *KC*  2 : 3 ，若顶点 *A* 到所作截面的距离为 1，求该平面与四面体的截面面积。

三． （ 15 分 ） 已 知 数 列 *xn*  满 足 *x*1  1 ， *xn*    *xn*1 *n*  2,3,   。 若

*yn*  *n**n*  1,2,   ，证明： 数列*yn*  有极限，并求其极限。

*i*1 *xi*

四． （ 20 分） 已知正实数*a* 、*b* 、*c* 、*d* 满足 *a* 、*b* 、*c* 、*d*   1 ,2 ， *abcd*  1 。试求 *f* *a*, *b*, *c*, *d*  

*a*  *b*  *c*  *d*   的最大值和最小值。

五． （20 分） 若存在 *n*  *Z* ，使得*k*  *n*  *n*  1 ，则称*k* 为“有趣的”。 证明： 若 *x* 是有趣的，则对

任意的正整数 *r* ，均有*xr* 是有趣的。