【心学科科创—五一全真模拟考】

2

2 *xj*

2022 年中科大创新班模拟考试

数学八

考试时间： 110 分钟 满分： 100 分

一．填空（每小题 6 分，共 30 分）

2*x* *x*  1 ;

2  2*x*, *x*   .  2022个 

1. 已知函数*f* *x*   , 2 则函数*f*  *f*  *f* *x*  在 0，1 上的图像总长为\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

2. 已知复数 *a* 、*b* 满足 (*a*  *i*)(*b*  *i*)  2 ，若 | *a* |  ，则 | *b*  3*i* | \_\_\_\_\_\_\_\_\_。

3. 设 *x*、*y* 、*z* 为正实数，*M*  max{*xy*  2 , *z*  2 , *y*  *z*  1} ，则*M* 的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。 *z* *y* *x*

4. 已知实数 *a* 、*b* 、*c* 满足*f*(*x*)  *a* cos *x*  *b* cos 2*x*  *c* cos 3*x*   1对任意的实数*x* 均成立，则 *a*  *b*  *c*

的最大值为\_\_\_\_\_\_\_。

5. 已知集合 *A*  {1,2,  ,6} ，映射*f* : *A*  *A* 为一一映射，设*f*(*n*1)(*x*)  *f*(*f*(*n*)(*x*)) ，则满足对于任意

的 *x*  *A* ，*f*(12)(*x*)  *x* 的映射*f* 个数为\_\_\_\_\_\_\_。

二． （ 15 分） 已知正整数 *n*  2 ，非零实数 *xi**i*  1,2,  , *n* 满足 *x*1  *x*2    *xn*  0 。证明： 存在不同

的正整数*i*、*j**i*、*j*  *n* ，使得 1  *xi*  2 。

三． （ 15 分） 已知数列{*an* }为等差数列， *a* , *a* , *a*均在数列{*an* }中，求证： 数列{*an* }为整数数列。 四． （ 20 分 ） 已 知 非 零 实 数 *a* 、*b* 、*c**b*  0 ， 使 得 *ax*2  *bx*  *c*  0 的 互 异 两 个 根 也 是

*x*3  *bx*2  *ax*  *c*  0 的根。求 *abc* 的最小值。

五． （ 20 分） 求所有的函数 *f* : *R*  *R* ，使得 *x*  2 *f* *y* *f* *y*  2*f* *x*  *f* *x*  *yf* *x* ，对于所有的

实数*x*、*y* 成立。