

Problem Set #3 (Data Communications)

Department: 컴퓨터정보공학부

Student ID: 2015722025

Student Name: 정용훈

1. Using Egs. (2) and (3).

(a) Compute p for $n = 10, 15, 20, 25$, respectively.

문제에서 제시된 (2)와 (3)의 식은 논문을 참고하였을 때 다음과 같다.

$$(2) \rightarrow \tau = \frac{2(1-2p)}{(1-2p)(W+1)+pW(1-(2p)^m)}$$

$$(3) \rightarrow p = 1 - (1 - \tau)^{n-1}$$

W 값과 m 값, n 값을 이용하여 p 값을 구하기 위해 (3)의 식을 다음과 같은 과정으로 식을 변형한다.

$$p = 1 - (1 - \tau)^{n-1} \rightarrow 1 - p = (1 - \tau)^{n-1} \rightarrow \tau = 1 - (1 - p)^{\frac{1}{n-1}}$$

다음과 같이 도출된 식을 (2)번 식에 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$1 - (1 - p)^{\frac{1}{n-1}} = \frac{2(1 - p)}{(1 - 2p)(W + 1) + pW(1 - (2p)^m)}$$

도출된 식에 $W=128, m=3$ 을 대입하여 p 값을 구할 수 있으며, 문제에서 제시된 n 값을 각각 바꿔서 p 값의 변화를 확인하다. 결과는 다음과 같다.

N=10

Input:

$$2 \times \frac{1 - 2p}{(1 - 2p)(128 + 1) + 128p(1 - (2p)^3)} + {}^{10-1}\sqrt{1 - p} - 1 = 0$$

Result:

$$\frac{2(1 - 2p)}{128p(1 - 8p^3) + 129(1 - 2p)} + {}^9\sqrt{1 - p} - 1 = 0$$

$$p \approx 0.115291$$

N=15

Input:

$$2 \times \frac{1 - 2p}{(1 - 2p)(128 + 1) + 128p(1 - (2p)^3)} + {}^{15-1}\sqrt{1 - p} - 1 = 0$$

Result:

$$\frac{2(1 - 2p)}{128p(1 - 8p^3) + 129(1 - 2p)} + {}^{14}\sqrt{1 - p} - 1 = 0$$

$$p \approx 0.162606$$

N=20

Input:

$$2 \times \frac{1 - 2p}{(1 - 2p)(128 + 1) + 128p(1 - (2p)^3)} + {}^{20-1}\sqrt{1-p} - 1 = 0$$

Result:

$$\frac{2(1 - 2p)}{128p(1 - 8p^3) + 129(1 - 2p)} + {}^{19}\sqrt{1-p} - 1 = 0$$

$$p \approx 0.201906410257961...$$

N=25

Input:

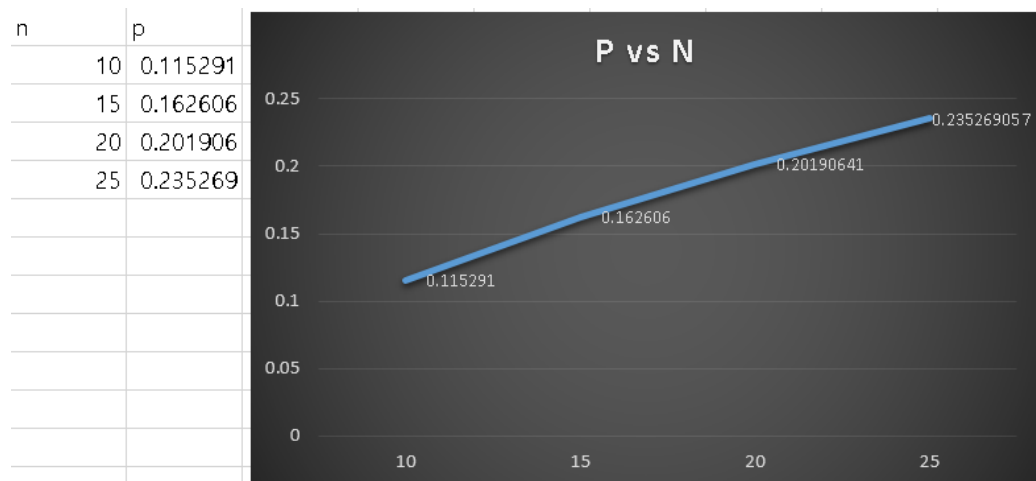
$$2 \times \frac{1 - 2p}{(1 - 2p)(128 + 1) + 128p(1 - (2p)^3)} + {}^{25-1}\sqrt{1-p} - 1 = 0$$

Result:

$$\frac{2(1 - 2p)}{128p(1 - 8p^3) + 129(1 - 2p)} + {}^{24}\sqrt{1-p} - 1 = 0$$

$$p \approx 0.235269057246695...$$

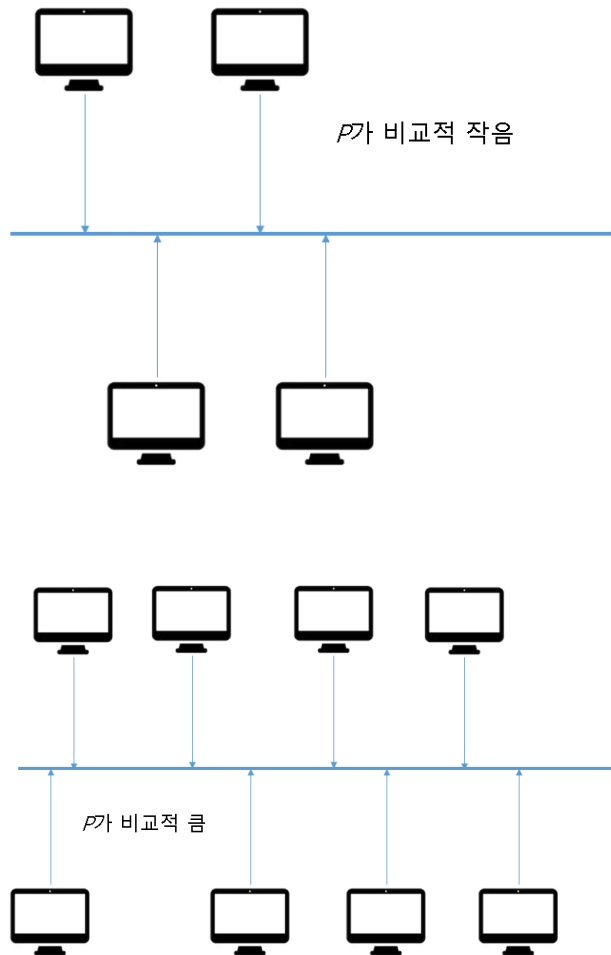
(b) Draw p versus n .



위 그래프는 엑셀을 통해 (a)문항에서 도출한 n 값에 따라 p 값의 변화를 나타낸 것이다. 가로축은 n 값을 나타낸 것이고, 세로는 p 값을 나타낸 것이다.

(c) Explain your computation and results at least four line.

계산 과정 자체는 논문에서 제공된 계산을 사용하였으며, 각 symbol의 뜻은 전 과제를 기반으로 p 는 packet이 충돌할 수 있는 확률이고, n 은 station의 개수라는 것을 알 수 있었다. 각 기호의 의미와 식은 두 번째 과제에서 도출하였으며, 이번 과제는 실제 값을 넣어 실험하는데 목적을 둔다. 직관적으로 생각하였을 때 station의 개수가 많을수록 보내는 packet의 수도 그에 따라 증가하며, 따로 채널을 두지 않는다면 충돌 확률 또한 증가한다고 생각할 수 있으며, 이는 (b)항목에서 n 값 즉, station의 개수가 커질수록 p 의 값이 증가하는 것을 확인할 수 있었으며, 직관적으로 생각할 때 값 변화와 동일한 것을 알 수 있다. 해당 상황은 아래 그림을 보면 쉽게 이해할 수 있다.



위 그림과 같이 packet전송에 대한 요청이 늘어남으로 p , 즉 충돌 확률이 증가하게 된다.

2. Using Eqs. (2) and (3).

(a) Compute τ for $n = 10, 15, 20, 25$, respectively.

문제에서 제시된 (2)와 (3)의 식은 논문을 참고하였을 때 다음과 같다.

$$(2) \rightarrow \tau = \frac{2(1-2p)}{(1-2p)(W+1)+pW(1-(2p)^m)}$$

$$(3) \rightarrow p = 1 - (1 - \tau)^{n-1}$$

W 값과 m 값, n 값을 이용하여 τ 값을 구하기 위해 (3)의 식을 (2)에 대입하면 다음과 같은 식을 도출할 수 있다.

$$\tau = \frac{2(1 - 2(1 - (1 - \tau)^{n-1}))}{(1 - 2(1 - (1 - \tau)^{n-1}))(W + 1) + (1 - (1 - \tau)^{n-1})W(1 - (2(1 - (1 - \tau)^{n-1}))^m)}$$

위와 같이 도출된 식에 $W=128$, $m=3$ 을 대입하고, 문제에서 제시된 n 값의 변화에 따라 τ 값의 변화를 보면 아래와 같다.

N=10

Input:

$$2 \times \frac{1 - 2(1 - (1 - \tau)^{10-1})}{(1 - 2(1 - (1 - \tau)^{10-1}))(128 + 1) + 128(1 - (1 - \tau)^{10-1})(1 - (2(1 - (1 - \tau)^{10-1}))^3)} - \tau = 0$$

$$\tau \approx 0.0135186$$

N=15

Input:

$$2 \times \frac{1 - 2(1 - (1 - \tau)^{15-1})}{(1 - 2(1 - (1 - \tau)^{15-1}))(128 + 1) + 128(1 - (1 - \tau)^{15-1})(1 - (2(1 - (1 - \tau)^{15-1}))^3)} - \tau = 0$$

$$\tau \approx 0.0125958$$

N=20

Input:

$$2 \times \frac{1 - 2(1 - (1 - \tau)^{20-1})}{(1 - 2(1 - (1 - \tau)^{20-1}))(128 + 1) + 128(1 - (1 - \tau)^{20-1})(1 - 2(1 - (1 - \tau)^{20-1}))^3} - \tau = 0$$

$$\tau \approx 0.0117998$$

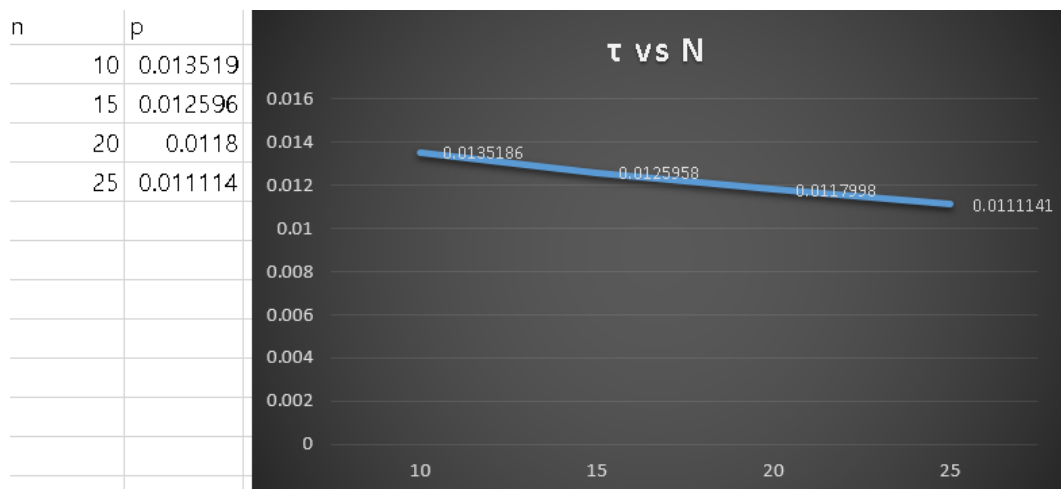
N=25

Input interpretation:

solve	$2 \times (1 - 2(1 - (1 - \tau)^{25-1})) / ((1 - 2(1 - (1 - \tau)^{25-1}))(128 + 1) + 128(1 - (1 - \tau)^{25-1})(1 - 2(1 - (1 - \tau)^{25-1}))^3) - \tau = 0$
-------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

$$\tau \approx 0.0111141$$

(b) Draw τ versus n .



위 그래프는 n 값에 따른 τ 값의 변화를 그래프로 나타낸 것이다. 가로축은 station의 개수인 n 값이고 세로축은 station이 slot time내에 전송하는 확률인 τ 값을 나타낸 것이다.

(c) Explain your computation and results at least four lines.

계산 식은 논문에서 제공된 식을 약간 변형하여 사용하였으며, 2번 문항의 목적은 τ 에 관련한 계산 값을 도출하는 것이었다. 그래프를 보면 station값, 즉 n 의 값이 증가함에 따라 τ 값은 줄어드는 것을 확인할 수 있으며, 이는 논문에서의 τ 값의 의미를 살펴보면 쉽게 값이 변화하는 이유를 알 수 있다. 논문에서의 τ 뜻은 "Slot time내 한 개의 station"이 보내는 확률을 뜻한다. 이는 **전송에 성공하는 확률**을 뜻하며, 이는 위에서 설명한 것처럼 packet이 충돌하는 확률에 반대되는 상황이다. 그러므로 station값에 따라 τ 값이 떨어지는 것을 확인할 수 있으며, 위 그래프에서도 쉽게 확인할 수 있다.



Slot time에서 1개의 station이 보내는 경우는 성공이며, 2개 이상의 station이 보내게 되면 실패가 된다. 또한 timer에 의해 다른 time을 pick하게 된다면, 한 station이 멈춰서 기다리는 상태가 되며, 같은 random time을 pick하는 경우 충돌이 난다고 생각하면 쉽게 이해할 수 있다.

3. Consider the basic access method. Using Eqs. (2)-(7) and the values in the table,

(a) Compute S for $n = 10, 15, 20, 25$, respectively.

논문에서 제시된 (2) ~ (7)의 equation은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$(2) \quad \tau = \frac{2(1-2p)}{(1-2p)(W+1)+pW(1-(2p)^m)}$$

$$(3) \quad p = 1 - (1 - \tau)^{n-1}$$

$$(4) \quad P_{tr} = 1 - (1 - \tau)^n$$

$$(5) \quad P_s = \frac{n\tau(1-\tau)^{n-1}}{1-(1-\tau)^n}$$

$$(6) \quad E[\Psi] = \frac{1}{P_{tr}} - 1$$

$$(7) \quad S = \frac{P_s * E[P]}{E[\Psi] + P_s * T_s + (1 - P_s) * T_c}$$

위 (7)번 식에서 T_s, T_c 는 basic access mechanism으로 다음과 같은 식을 성립한다.

$$T_s^{bas} = H + E[P] + SIFS + \delta + ACK + DIFS + \delta$$

$$T_c^{bas} = H + E[p *] + DIFS + \delta$$

다음은 논문에서 주어진 값들을 계산을 위해 μs 단위로 바꾼 것이며, 값은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

packet payload	8184 bits
MAC header	272 bits
PHY header	128 bits
ACK length	112 bits + PHY header
RTS length	160 bits + PHY header
CTS length	112 bits + PHY header
Channel Bit Rate	1 Mbit/s
Propagation Delay	1 μs
SIFS	28 μs
Slot Time	50 μs
DIFS	128 μs



packet payload (bit)	8184
MAC header (bit)	272
PHY header (bit)	128
ACK length (bit)	240
RTS length (bit)	288
CTS length (bit)	240
Channel bit rate (bit/ μs)	1
Propagation delay (μs)	1
SIFS (μs)	28
slot time (μs)	50
DIFS (μs)	128

다음은 basic access mechanism에서 사용되는 symbol의 각 값들은 아래와 같이 정리할 수 있다.

H = PHY header + MAC header	400
E[P] (Payload)	8184
ACK	240
SIFS	28
DIFS	128
Propagation delay	1

Throughput S를 구하기 위해 T_s^{bas} , T_c^{bas} 을 위 식과 값을 이용하여 계산 하면 다음과 같은 값이 도출 된다.

$$T_s = 400 + 8184 + 28 + 1 + 240 + 128 + 1$$

$$T_c = 400 + 8184 + 128 + 1$$

$$T_s^{bas} \rightarrow 8982, T_c^{bas} \rightarrow 8713$$

다음으로 S를 구하기 위해 필요한 symbol인 P_s , $E[\Psi]$, $E[P]$ 를 각각 구하면 되는데 $E[P]$ 논문에서 8184로 주어졌으며, P_s , $E[\Psi]$ 는 P_{tr} , τ 로 계산이 가능하다. Station의 값은 10, 15, 20, 25로 정해져 있으며, τ 는 n값에 대하여 앞선 항목에서 계산하였기 때문에 값을 그대로 사용하여 각 n값에 대하여 P_s , $E[\Psi]$ 을 구하면 아래와 같이 정리할 수 있다.

n	10	15	20	25
τ	0.0135186	0.0125958	0.0117998	0.0111141
P_{tr}	0.1272517	0.17315415	0.21132378	0.24376876
P_s	0.93987096	0.9137212	0.89127165	0.87165513
$E[\Psi]$	6.8584411	4.775201	3.73207522	3.10224837
$E[P]$	8184			
$E[\Psi] \times \text{slot time}$	342.922055	238.76005	186.603761	155.112419

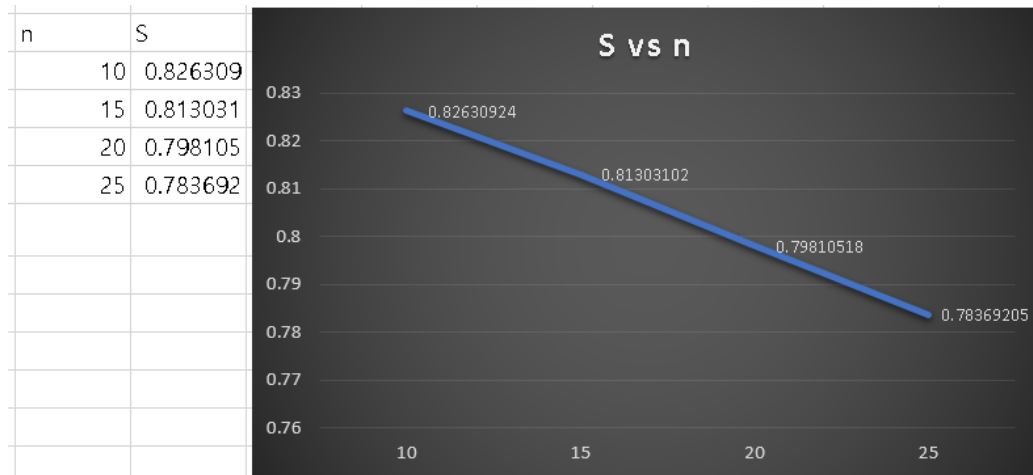
위와 같이 도출된 각 식을 S를 구하는데 대입하면 아래와 같이 정리할 수 있다.

$$S = \frac{P_s E[P]}{E[\Psi] + P_s T_s + (1 - P_s) T_c}$$

T_c	8713	8713	8713	8713
T_s	8982	8982	8982	8982
n	10	15	20	25
τ	0.0135186	0.0125958	0.0117998	0.0111141
P_{tr}	0.1272517	0.17315415	0.21132378	0.24376876
P_s	0.93987096	0.9137212	0.89127165	0.87165513
$E[\Psi]$	6.8584411	4.775201	3.73207522	3.10224837
$E[P]$	8184	8184	8184	8184
$E[\Psi] \times \text{slot time}$	342.922055	238.76005	186.603761	155.112419
S	0.82630924	0.81303102	0.79810518	0.78369205

위 결과와 같이 맨 아래를 확인하면 throughput S 에 대한 결과 값이 나오는 것을 확인할 수 있다. 사용한 식에 대한 정보는 엑셀 파일과 함께 첨부하며, 어떤 symbol을 이용해 계산하였는지 확인할 수 있다.

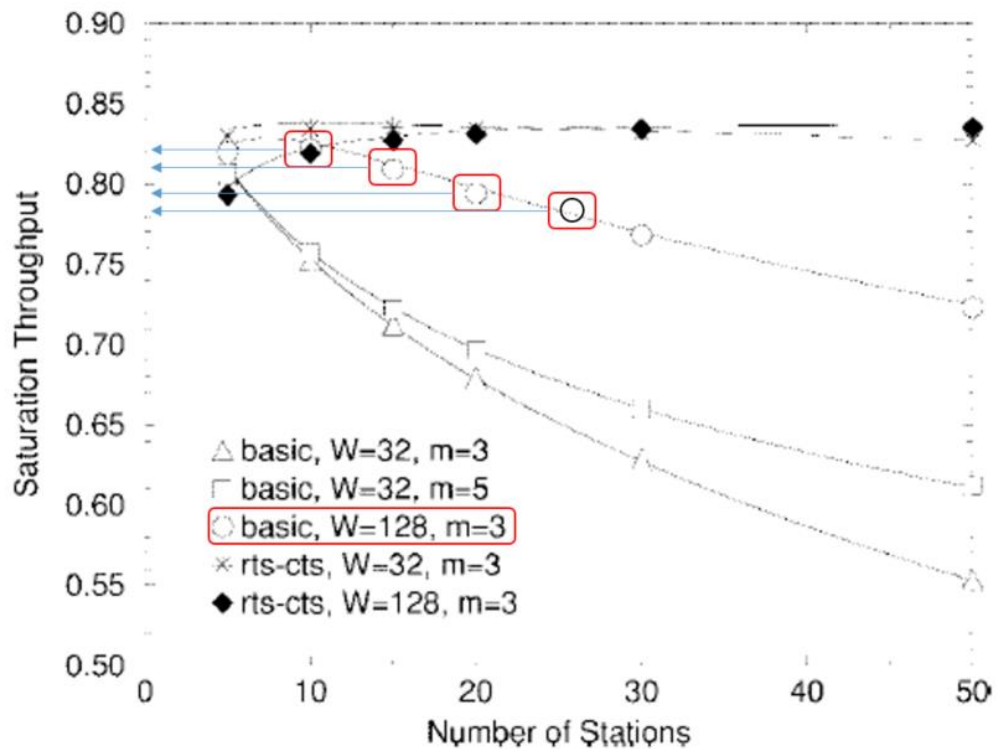
(b) Draw S versus n .



n 값에 대한 S 값의 변화를 그래프로 나타낸 것이며, 세로축은 throughput S 를 뜻하며, 가로축은 station의 개수 n 값을 뜻한다.

(c) Explain your computation and results at least four lines.

3번 문항의 계산 또한 논문에서 제공된 S값을 구하는 공식을 사용하였으며, 각 symbol들을 알맞게 사용하기 위하여 단위를 통일 시켜 식에 대입하며, 계산을 진행하였다. 각 symbol의 뜻은 논문에 기재되어있으며, 전 과에서 정확하게 다루었다. 최종적으로 값에 의해 도출된 그래프를 확인하면 n값에 대하여 S값이 줄어드는 것을 확인할 수 있는데, S값 즉 throughput은 논문에서 payload가 성공적으로 보내지는 시간단위를 뜻하는데, 위 문항에서 station의 개수가 증가함에 따라 p확률이 증가함으로써 충돌 확률이 증가하게 되고 이에 따라 S값을 확인해보면 성공적으로 보내지는 payload가 그에 비해 감소할 수 있으며, 이는 수치상 알맞게 나온 결과라고 생각할 수 있다. 다음으로 논문에서 계산해놓은 S를 실제로 값을 넣어 계산한 값과 비교해보면 비슷하다는 것을 알 수 있고 이는 아래와 같다.



S (basic)	0.82630924	0.81303102	0.79810518	0.78369205
-----------	------------	------------	------------	------------

다음과 같이 실제로 n값에 대한 S값을 계산한 값과 논문에 제시된 값이 유사한 것을 확인 할 수 있다.

4. Consider the RTS/CTS access method. Using (2)-(7) and the values in the table.

(a) Compute S for $n = 10, 15, 20, 25$, respectively.

4번 문항은 3번문항과 다르게 RTS-CTS access method에 관련된 T_s 와 T_c 의 값을 도출하여 계산을 하는 것이다. 전반적인 방법은 3번 문항과 같으며, 과정은 아래와 같다.

$$(2) \quad \tau = \frac{2(1-2p)}{(1-2p)(W+1)+pW(1-(2p)^m)}$$

$$(3) \quad p = 1 - (1 - \tau)^{n-1}$$

$$(4) \quad P_{tr} = 1 - (1 - \tau)^n$$

$$(5) \quad P_s = \frac{n\tau(1-\tau)^{n-1}}{1-(1-\tau)^n}$$

$$(6) \quad E[\Psi] = \frac{1}{P_{tr}} - 1$$

$$(7) \quad S = \frac{P_s * E[P]}{E[\Psi] + P_s * T_s + (1 - P_s) * T_c}$$

위와 같이 각각의 equation은 동일하며, T_s, T_c 는 RTS-CTS access mechanism으로 다음과 같은 식을 성립한다.

$$T_s^{rts} = (RTS + SIFS + \delta + CTS + SIFS + \delta + H + E[P] + SIFS + \delta + ACK + DIFS + \delta)$$

$$T_c^{rts} = RTS + DIFS + \delta$$

마찬가지로 값들의 단위를 맞춰주기 위해 아래와 같은 값을 동일하게 사용한다.

packet payload (bit)	8184
MAC header (bit)	272
PHY header (bit)	128
ACK length (bit)	240
RTS length (bit)	288
CTS length (bit)	240
Channel bit rate (bit/ μ s)	1
Propagation delay (μ s)	1
SIFS (μ s)	28
slot time (μ s)	50
DIFS (μ s)	128

H = PHY header + MAC header	400
E[P] (Payload)	8184
ACK	240
SIFS	28
DIFS	128
Propagation delay	1

왼쪽 이미지는 값들의 단위를 맞춰주기 위해 논문에서 제시된 값을 마이크로 단위로 바꿔준 것이며, 오른쪽 이미지는 항목 4에서 사용될 T_s, T_c 의 값을 도출하기 위한 값이다. 오른쪽 이미지 값을 사용하여 T_s, T_c 를 각각 구하면 아래와 같이 결과 값이 나온다.

$$T_s = 288 + 28 + 1 + 240 + 28 + 1 + 8982$$

$$T_c = 288 + 128 + 1$$

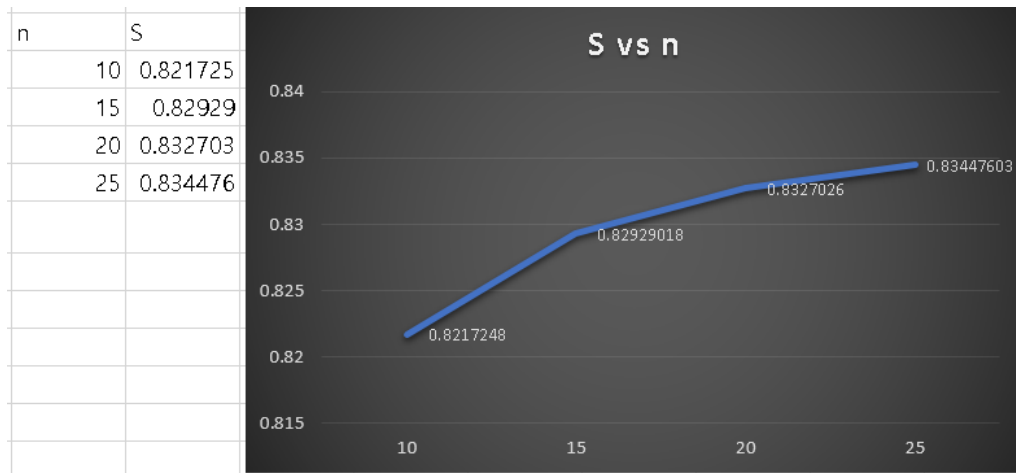
$$T_s^{rts} \rightarrow 9568, T_c^{rts} \rightarrow 417$$

다음으로 변경된 T값에 대하여 S값을 다시 구하면 되고 나머지 S를 구하기 위한 symbol의 값은 전 항목에서 그대로 가져와 사용하면 된다. 정확한 symbol의 값은 엑셀 파일로 첨부하며, 계산 결과에 대한 값은 아래와 같다.

$T_c (rts)$	417	417	417	417
$T_s (rts)$	9568	9568	9568	9568
n	10	15	20	25
τ	0.0135186	0.0125958	0.0117998	0.0111141
P_{tr}	0.1272517	0.17315415	0.21132378	0.24376876
P_s	0.93987096	0.9137212	0.89127165	0.87165513
$E[\Psi]$	6.8584411	4.775201	3.73207522	3.10224837
$E[P]$	8184	8184	8184	8184
$E[\Psi] \times \text{slot time}$	342.922055	238.76005	186.603761	155.112419
$S (\text{basic})$	0.82630924	0.81303102	0.79810518	0.78369205
$S (rts)$	0.8217248	0.82929018	0.8327026	0.83447603

맨 아래 도출된 값이 RTS-CTS access mechanism에 기반하여 도출된 값이며, basic값과 값에 차이가 있는 것을 확인할 수 있다. 각 계산에 대한 도출은 전 항목에서 더 정확하게 기술하였다.

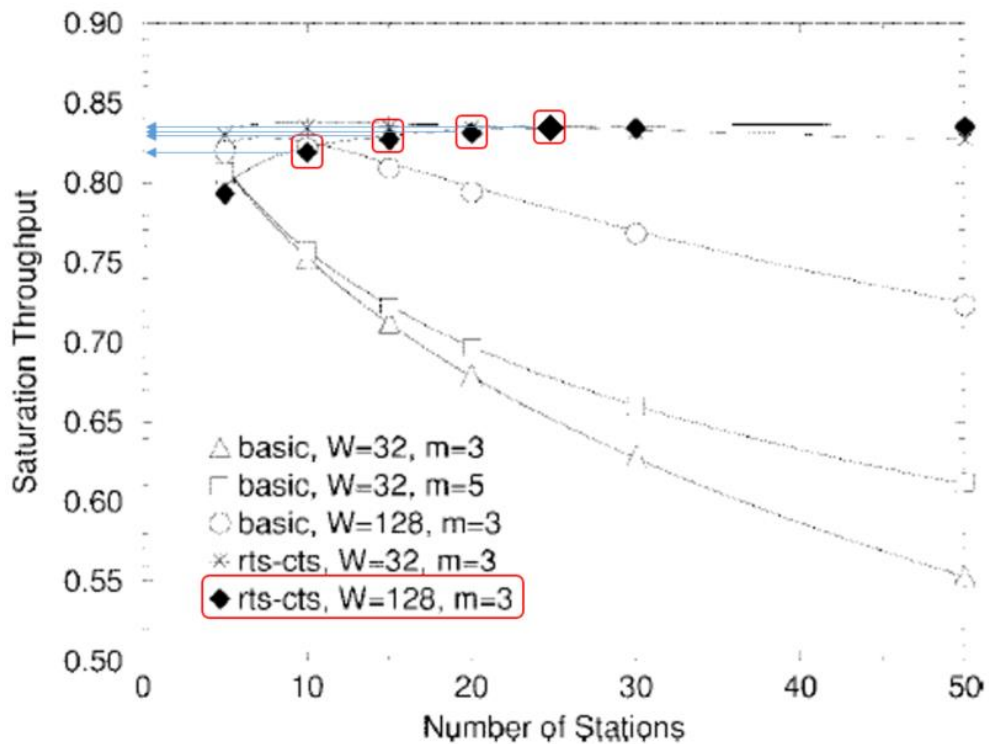
(b) Draw S versus n .



n값의 변화에 따라 S값의 변화를 나타낸 그래프이며 가로축은 station의 개수 n 세로축은 throughput S 를 나타낸 것이다.

(c) Explain your computation and results at least four lines.

마찬가지로 계산 자체는 논문에서 제공된 식을 사용하였으며, 해당하는 값들 또한 그렇다. 각각 symbol이 도출되는 식은 3번 문항에서 미리 기술하였으며 4번 문항에서는 mechanism에 따른 T값만 따로 도출하여 사용하였다. 최종적으로 그래프를 확인하면 n값 즉, station의 개수가 늘어남에 따라 throughput이 증가하는 것을 확인할 수 있으며, 이는 basic mechanism과 달리 RTS-CTS mechanism에서 보인 특징이다. 이 특징은 Ps값이 station개수가 증가하면서 떨어지지만, 분모에 있는 다른 변수에 의해 특정 n값 범위에서만 나타나는 현상이라고 예상되며, 정확한 답은 조금 더 고려해볼 필요가 있다고 생각한다. 결론적으로는 RTS와 CTS를 통해 payload전송과 관련된 실패확률을 개선한 것으로 이해할 수 있다. 위와 같이 도출된 값을 논문에서 제시된 그래프와 비교하면 아래와 같이 나타낼 수 있다.



S (rts)	0.8217248	0.82929018	0.8327026	0.83447603
---------	-----------	------------	-----------	------------

실제 측정값과 논문에서 제시된 그래프의 값들이 유사한 것을 확인할 수 있다.

5. References

[1] 논문

IEEE 802.11—Saturation Throughput Analysis → (Giuseppe Bianchi)

[2] 각종 symbol의 대한 값 계산

<https://www.wolframalpha.com/>

그래프와 이미지 작업은 ppt와, excel을 활용하였습니다.