

# **Problem Set #2 (Data Communications)**

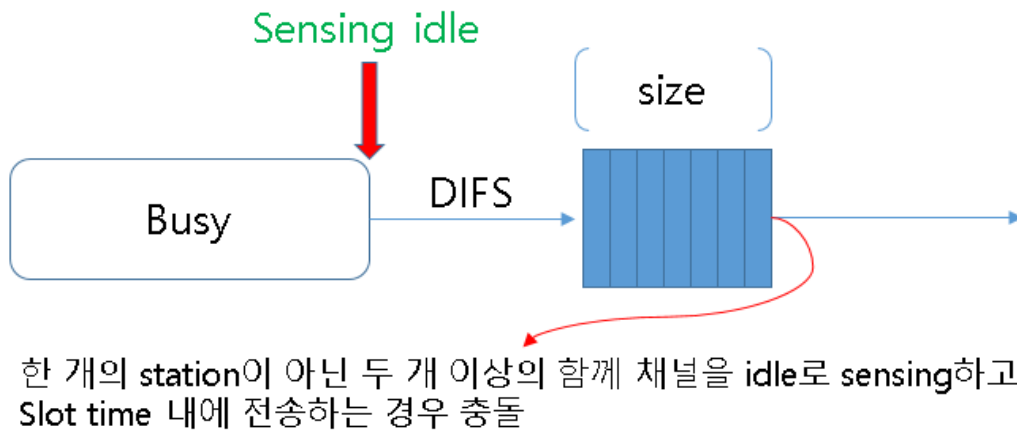
**Department: 컴퓨터정보공학부**

**Student ID: 2015722025**

**Student Name: 정용훈**

**1. Find and explain the equation of the probability  $p$  that a transmitted packet collides.**

과제의 요구사항  $p$ 는 전송된 packet의 충돌 확률이다. 우선 결론적인 논문의 식을 살펴 보면 다음과 같이 나타낼 수 있다.  $\rightarrow p = 1 - (1 - \tau)^{n-1}$  식에 쓰인 수식을 자세히 설명하면,  $\tau$ 는 "Slot time내에 한 station이 packet을 보내는 확률이다." 그렇다면, 위 식은 다음과 같은 설명으로 풀이 할 수 있다.  $1 - \tau$ 은 slot time내에 packet을 보내지 않을 확률이며,  $n-1$ 번 곱해주면서 "존재하는 station들이 모두 slot time내에서 packet을 전송하지 않는 확률"을 도출하였다.  $p$ 는 1에서 구한 식  $(1 - \tau)^{n-1}$ 을 뺀 확률로 다시 말하면, "slot time내에 나머지 station중 1개 이상의 station이 packet을 보내는 확률이다." 즉 이미 packet을 보내고 있는 station을 가정할 때 나머지 station에서 packet을 보내는 확률을 계산한 것이므로, **이는 packet이 충돌할 수 있는 확률**을 도출한 것이다.



**2. Find and explain the equation of the probability  $P_{tr}$**

주어진 논문을 참고하였을 때  $P_{tr}$ 은 주어진 station  $n$ 개에서 slot time내에 1개 이상의 station이 packet을 전송하는 확률을 뜻한다. 이는 1번 문항에서 구한식을 사용하면 되는데 1번 문항에서는  $n-1$ 에 대한 확률을 도출한 것이므로  $P_{tr}$ 은 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.  $P_{tr} = 1 - (1 - \tau)^n$  1번 식과 다른 점은  $n-1$ 의 값이  $n$ 으로 바뀐 부분이 다르다.

### 3. Find and explain the equation of the probability $P_s$

논문을 참고하였을 때  $P_s$  는 성공확률을 뜻한다. 위 항목에서 설명한 것을 토대로 CSMA에서 전송이 성공하기 위해서는  $n$ 개의 station중 한 개의 station만 전송을 해야 하며, 2개 이상의 station이 전송을 시도하면 packet이 충돌이 난다. 성공 확률을 말로 풀어 서 나타내면, “**한 개의 station만 packet을 보내는 확률 / 한 개 이상의 station이 packet을 보내는 확률**” → 다음과 같이 정의할 수 있다. 이는 조건부 확률로 나타낼 수 있는데 다음과 같이 표기할 수 있다.  $\rightarrow P(A|B) = \frac{p(A \cap B)}{P(B)}$  (조건부 확률이란 사건 B가 발생 하였을 경우 A가 발생하는 확률을 나타내는 것이다.)  $P(B)$ 는 위에서 구한  $P_{tr}$  즉,  $n$ 개의 station중 한 개 이상이 packet을 보내는 확률  $1 - (1 - \tau)^n$  이며,  $p(A \cap B)$ 은 사건 B가 일어나는 조건 중 station 한 개만 packet을 보내는 확률이다. 해당 확률은 성공, 실패 두 경우만 있으므로 베르누이 시행을 다르게 되고, 이를 식으로 나타내면 다음과 같이 나타 낼 수 있다.  $\rightarrow P(X = 1) = \binom{n}{1} \tau^1 (1 - \tau)^{n-1} = n\tau(1 - \tau)^{n-1}$  그러므로 최종적인 식은 논문에 나와있는 것처럼  $\frac{n\tau(1-\tau)^{n-1}}{P_{tr}} = \frac{n\tau(1-\tau)^{n-1}}{1-(1-\tau)^n}$  와 같은 식으로 나타낼 수 있다.

### 4. Find and explain the equation of $E[\Psi]$ .

논문에 의하면  $\Psi$ 는 r.v(random variable)이며, 연속적인 두 전송 사이의 연속적인 idle한 slot의 개수를 뜻한다. 즉  $\Psi$ 는 slot의 개수에 대한 random variable이라는 뜻이다. 그러므로  $E[\Psi]$ 는 해당 random variable의 평균을 뜻하며, 이는 slot개수의 평균을 뜻하게 된다. 이는 위에서 구한  $P_{tr}$ 을 이용하여 도출하는데, 연속적인 idle한 slot의 개수를 도출하는 것이므로 slot time내에 전송이 없는 확률  $1 - P_{tr}$  을 이용하게 된다. 해당 식이 성립하는 이유는 다음과 같다.  $\rightarrow$  확률이라는 것은 “특정 경우의 수 / 전체 경우의 수”를 뜻하게 된다. 이는 연속적인 slot이 1개부터 무한대까지 그 개수가 된다고 하였을 때 모든 경우의 수를 더하는  $\sum_{k=1}^{\infty} (1 - P_{tr})^k$  다음과 같은 식으로 나타낼 수 있으며, 이는 모든 특정 경우에 대하여 전체 경우의 수를 나누어 주게 되므로 평균값이 된다. 해당 식은  $0 \leq (1 - P_{tr}) < 1$  다음과 같은 범위로 나타낼 수 있으며, 이는 등비급수에 해당하므로, 등비급수 공식을 사용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.  $\rightarrow \frac{(\text{첫째항})}{1-(\text{등비})} = \frac{(1-P_{tr})}{1-(1-P_{tr})} = \frac{(1-P_{tr})}{P_{tr}} = \frac{1}{P_{tr}} - 1$  그러므로 최종적으로  $E[\Psi] = \frac{1}{P_{tr}} - 1$ 임을 알 수 있다.

## 5. Find and explain the equation of the normalized system throughput S.

Throughput은 지정된 시간 내에 처리되는 정보량으로 처리율이라 정의된다. 논문에서 제시된 throughput S는 일정 시간 내에 *Payload bit*을 성공적으로 전송할 수 있는 처리율을 뜻하며, S는 다음과 같은 식으로 정의 되어있다.

$$S = \frac{E[\text{구간에서 성공적으로 전송한 시간}]}{E[\text{구간이 갱신되는 길이(구간의 시간)}]}$$

쉽게 말해서 “**정해진 시간에서 성공에 걸린 시간 / 정해진 시간**”이라고 이해할 수 있다. 위에서 설명한 식 S는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{P_s * E[P]}{E[\Psi] + P_s * T_s + (1 - P_s) * T_c}$$

$E[P]$ 는 평균 packet의 길이를 뜻하며, packet길이에 위 항목에서 도출한 전송 성공확률인  $P_s$ 을 곱하면서, 구간에서 packet을 성공적으로 보내는 시간을 도출할 수 있으며, 아래와 같이 정의한다.

$$E[\text{구간에서 성공적으로 전송한 시간}] = P_s * E[P]$$

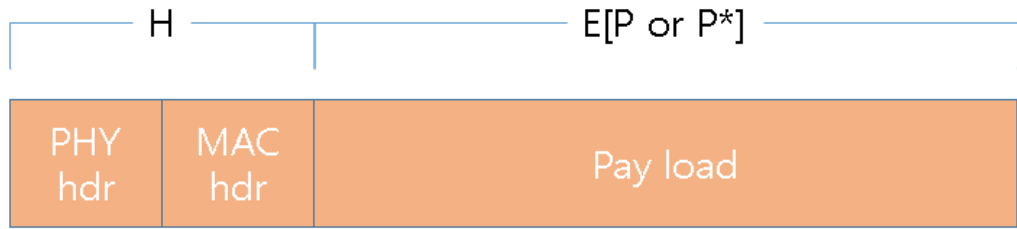
다음으로 평균 구간의 시간인데 이는 쉽게 “**비어있는 평균 slot time + 평균 전송 시간**” 다음과 같이 나타낼 수 있다. 논문 식에서 쓰인  $T_s$ 는 “성공적인 전송으로 채널이 sensing되는 시간”을 뜻하며,  $T_c$ 는 “충돌 전송에 의한 채널이 sensing되는 시간”을 뜻한다. 평균 전송시간은 “**성공 전송 + 실패 전송**”과 같이 나뉘며, 각각의 시간을 구하기 위해서는 “**성공확률 \* 성공 sensing시간**”, “**실패확률 \* 실패 sensing시간**” 정의할 수 있다. 해당 시간에 위 항목에서 구한 “**비어있는 slot의 개수  $E[\Psi]$** ”을 더해주면 한 interval에 대한 시간을 구할 수 있다. 즉 도출되는 식은 아래와 같다.

$$E[\text{구간이 갱신되는 길이(구간의 시간)}] = E[\Psi] + P_s * T_s + (1 - P_s) * T_c$$

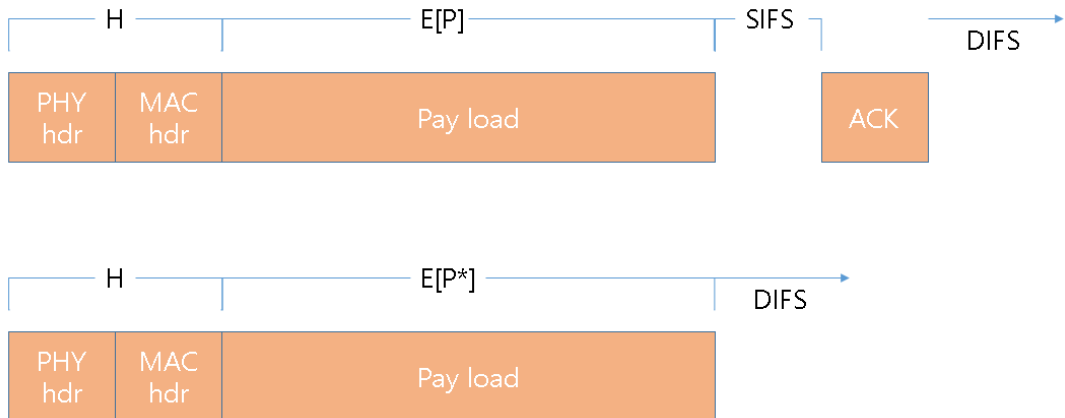
최종적으로 논문에서 제시된 S를  $\frac{P_s * E[P]}{E[\Psi] + P_s * T_s + (1 - P_s) * T_c}$  와 같이 정의할 수 있다.

6. Find and explain the equations of  $T_s^{bas}$  and  $T_c^{bas}$ , respectively.

위 항목에서 설명한  $T_s$ ,  $T_c$ 는 각각 전송된 data가 channel에서 성공, 충돌 하였을 때 sensing하는 시간을 나타낸다. 해당 항목에서는  $T_s^{bas}$ 와  $T_c^{bas}$  같이 나타냈으며, 이는 논문 (Fig. 1) Basic access mechanism에서 사용되기 때문이며, 실제 수업시간에서 배운 과정에서 time out과 같은 시간적 부분이 빠져있다. (무슨 시간인지 추가) 아래 그림은  $T_s^{bas}$ 와  $T_c^{bas}$ 가 공통적인 부분이다.



해당 시간에 busy로 sensing이 된다면, 충돌전송이거나, 성공전송 둘 다 해당하게 된다. 그 후 sensing되는 시간의 의미가 다른데 이는 다음과 같이 나뉘게 된다.



첫 번째 그림은 전송이 성공하여 SIFS를 통해 ACK을 받은 후 DIFS까지 실행되는 time이다. 이는 전송이 성공되는 경우로 해당 시간 안에 sensing이 이루어지면 성공 전송에 대한 sensing이 되는 것이다. 반면 두 번째 그림은 전송에 충돌이 나므로 ACK을 기다리지 않고 바로 DIFS가 실행되는 것을 볼 수 있으며, 해당하는 시간 안에 sensing이 이루어지면 충돌 전송에 대한 sensing이 된다고 할 수 있다. 각각의 과정을 논문을 참고하여 식을 도출한다면 아래와 같다.

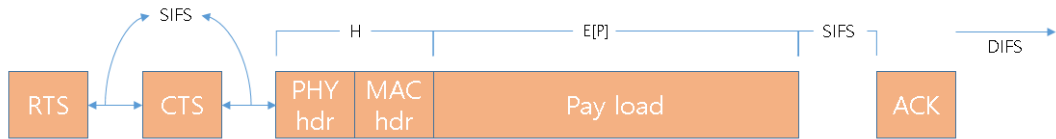
$$T_s^{bas} = H + E[P] + SIFS + \delta + ACK + DIFS + \delta$$

$$T_c^{bas} = H + E[p^*] + DIFS + \delta$$

식  $\delta$ 는 Propagation delay를 뜻하며,  $E[P] = E[P^*]$ 이므로 각각 sensing time을 설명할 수 있다.

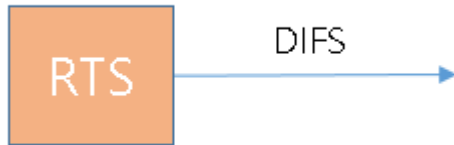
## 7. Find and explain the equations of $T_s^{rts}$ and $T_c^{rts}$ , respectively.

논문을 기반하였을 때  $T_s^{rts}$ 와  $T_c^{rts}$ 는 RTS를 보내는 경우 packet이 성공하는 경우의 time과 충돌이 발생하는 경우의 time을 나타낸 것이다. **첫째**로 전송이 성공하는 경우는 RTS를 보낸 후 SIFS만큼 기다린 후 전파지연  $\delta$ 이후에 CTS를 받게 되며, 다시 SIFS만큼 기다린 후 전파지연  $\delta$  + packet전송 시간이 걸리고, ACK을 받기 전 SIFS +  $\delta$  을 기다린다. 이후 과정이 모두 끝나므로 DIFS를 기다리며, slot time으로 돌입하게 된다. 해당 과정을 그림으로 나타내면 아래와 같다.



위 항목에서 설명한  $T_s^{bas}$  time에 hand shaking과정인 RTS와 CTS가 추가 된 것이 차이점이다.

**둘째**로 전송이 충돌 나는 경우 RTS의 와 CTS동작에 대한 time은 다음과 같다. 우선 CTS를 통해 전송여부를 send한 후 충돌 나는 경우이므로 바로 DIFS를 기다린 후 slot time에 돌입하는 것이라고 이해할 수 있다. 해당 과정을 그림으로 나타내면 아래와 같다.



비교적 간단하게 나타낼 수 있다. 종합적으로 위 내용을 살펴보면  $T_s^{rts}$ 와  $T_c^{rts}$ 는 다음과 같은 equation으로 나타낼 수 있다.

$$T_s^{rts} = RTS + SIFS + \delta + CTS + SIFS + \delta + H + E[P] + SIFS + \delta + ACK + DIFS + \delta$$

$$T_c^{rts} = RTS + DIFS + \delta$$

추가적으로 해당 항목에서 설명한 충돌에 대한 time은 RTS에 충돌이 판단되는 시간으로 이해할 수 있으며, 위 항목에서 다룬  $T_c^{bas}$  는 ACK을 받기 전 과정에서의 충돌로 인한 sensing busy될수 있는 time을 설명한 차이가 있다.

## 8. Reference

[1] 과제 전체적인 내용과 Equation에 대한 전반적 Idea

논문 → Bianchi\_IEEE+802.11 (Giuseppe Bianchi)

[2]  $P_s$  Equation에 대한 도출 과정

3-1 확률 및 통계 → 이항분포, 조건부 확률 내용 (이명숙 교수님)

[3] DIFS와, SIFS에 대한 내용

DIFS → [http://www.ktword.co.kr/abbr\\_view.php?m\\_temp1=2328](http://www.ktword.co.kr/abbr_view.php?m_temp1=2328)

DIFS & SIFS →

<https://m.blog.naver.com/PostView.nhn?blogId=knq1130&logNo=220666701921&proxyReferer=https%3A%2F%2Fwww.google.com%2F>