# 7 Der Abbildungsgrad modulo 2

**Definition 1** *Seien $M$ und $N$ Mannigfaltigkeiten.*

$$f, g : M \to N$$

*heißen* glatt homotop*, falls es eine glatte Abbildung*

$$F : M \times [0, 1] \to N$$

*mit*

$$F(\_, 0) = f \text{ und } F(\_, 1) = g$$

*gibt.*

*Ist $F(\_, t)$ für jedes $t$ ein Diffeomorphismus, so heißen $f$ und $g$* glatt isotop.

**Lemma 2** *Sei $M$ eine kompakte Mannigfaltigkeit ohne Rand, $N$ eine Mannigfaltigkeit mit $\dim N = \dim M$, $f, g : M \to N$ glatt homotop und $y$ ein regulärer Wert von $f$ und $g$. Dann gilt*

$$|f^{-1}(y)| \equiv |g^{-1}(y)| \pmod 2$$

**Lemma 3** *Sei $N$ eine glatte, zusammenhängende Mannigfaltigkeit und $x$ und $y$ innere Punkte. Dann gibt es einen zur Identität glatt isotopen Diffeomorphismus $h : N \to N$ mit*

$$h(x) = y$$

**Definition und Satz 4** *Sei $M$ eine kompakte Mannigfaltigkeit ohne Rand, $N$ eine zusammenhängende Mannigfaltigkeit mit $\dim M = \dim N$ und $f : M \to N$ glatt mit regulären Werten $y, z \in N$ Dann gilt*

$$|f^{-1}(y)| \equiv |f^{-1}(z)| \pmod 2$$

*und dieser Wert heißt* mod 2 Abbildungsgrad *von $f$.*

**Satz 5** *Der mod 2 Abbildungsgrad ist invariant unter glatter Homotopie.*