

1. 一个大学仓库收到了 25 台打印机, 其中 10 台是激光打印机, 剩下 15 台是喷墨打印机. 如果从这 25 台中随机选择 6 台, 所选打印机中正好有 3 台是激光打印机的概率是多少? (10 分)

2. 设一个人一年内患感冒的次数服从参数  $\lambda=5$  的泊松分布. 现有某种预防感冒的药对 75% 的人有效 (能将泊松分布的参数减少为  $\lambda=3$ ), 对另外的 25% 的人不起作用. 如果某人服用了此药, 一年内患了两次感冒, 那么该药对他有效的可能性是多少? (10 分)

3. 设随机变量  $X$  的概率密度为

$$f_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases},$$

求随机变量  $Y=e^X$  的概率密度  $f_Y(y)$ . (10 分)

4. 设随机变量  $(X,Y)$  的概率密度为

$$f(x,y) = \begin{cases} be^{-(x+y)}, & 0 < x < 1, 0 < y < \infty, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

- (1) 试确定常数  $b$  (3 分)  
 (2) 求边缘概率密度  $f_X(x), f_Y(y)$  (4 分)  
 (3) 求函数  $U = \max\{X,Y\}$  的分布函数 (3 分)

5. 设随机变量  $(X,Y)$  具有概率密度

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{8}(x+y), & 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2 \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

求  $E(X), E(Y), Cov(X,Y), \rho_{XY}, D(X+Y)$ . (10 分)

6. 一加法器同时收到 20 个噪声电压  $V_k (k=1,2,\dots,20)$ , 设它们是相互独立的随机变量, 且都在区间  $(0,10)$  上服从均匀分布, 记  $V = \sum_{k=1}^{20} V_k$ , 求  $P\{V > 105\}$  的近似值. (10 分)

7. 设  $X_1, X_2, \dots, X_{13}$  是来自总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  的一个容量为  $n=13$  的样本, 其样本均值为  $\bar{X}$ , 试求概率  $P\left\{\frac{\sum_{i=1}^{13}(X_i - \mu)^2}{\sum_{i=1}^{13}(X_i - \bar{X})^2} > 3.445\right\}$ . (10 分)

8. 设总体  $X$  的概率密度为:

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{1-\theta}, & \theta \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

其中 $\theta$ 为未知参数,  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 为来自该总体的简单随机样本。

- (1) 求 $\theta$ 的矩估计量;(5分)
- (2) 求 $\theta$ 的最大似然估计量。(5分)

9 做以下的实验以比较人对红光或绿光的反应时间(以s计).实验在点亮红光或绿光的同时,启动计时器,要求受试者见到红光或绿光时,就按下按钮,切断计时器,这就能测得反应时间,测量的结果如下表:

红光(x)	0.30	0.23	0.41	0.53	0.24	0.36	0.38	0.51
绿光(y)	0.43	0.32	0.58	0.46	0.27	0.41	0.38	0.61
d=x-y	-0.13	-0.09	-0.17	0.07	-0.03	-0.05	0.00	-0.10

设 $D_i = X_i - Y_i (i = 1, 2, \dots, 8)$ 是来自正态总体 $N(\mu_D, \sigma_D^2)$ 的样本,  $\mu_D, \sigma_D^2$ 均未知, 试检验假设(取显著性水平  $\alpha = 0.05$ )

$$H_0: \mu_D \geq 0, H_1: \mu_D < 0 \quad (10 \text{ 分})$$

10 某医院用光电比色计检验尿汞时, 得尿汞含量  $x$  (单位: mg/L) 与消光系数读数  $Y$  的结果如下表:

尿汞含量 $x$	2	4	6	8	10
消光系数读数 $Y$	64	138	205	285	360

试确定  $Y$  与  $x$  的回归直线方程。(10分)

1. 某罕见病的发病率为  $1/1000$ , 对该病感染者进行血液测试呈阳性概率为  $99\%$ , 而非感染者呈阳性的概率为  $2\%$ , 问: (10分)

- a. 随机选一人其血液测试为阳性的可能性是多少?
- b. 随机选一人且其血液测试为阳性, 问此人得该病的可能性是多少?

2. 求随机变量  $Y = e^x$  的概率密度 (10分)

- a. 若随机变量  $X$  是在区间  $(0,1)$  上的均匀分布;
- b. 若  $X \sim N(0,1)$ .

3. 随机变量  $(X,Y)$  的联合概率密度为  $f(x, y) = \begin{cases} k(x+y^2), & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{others} \end{cases}$  (15分)

分)

- a. 求参数  $k$
  - b. 计算  $P(\frac{1}{4} \leq Y \leq \frac{3}{4})$
  - c. 判断随机变量  $X, Y$  是否相互独立
4. 设随机变量  $X$  数学期望  $E(X) = \mu$ , 方差  $D(X) = \sigma^2$ , 则对于任意正数  $\varepsilon$ , 证明切比雪夫不等式成立

$$P\{|X - \mu| \geq \varepsilon\} \leq \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2} \quad (10 \text{ 分})$$

5. 对于一个学生而言, 来参加家长会的家长人数是一个随机变量, 设一个学生无家长、1 名家长、2 名家长来参加会议的概率分别是 0.05, 0.8, 0.15. 若学校共有 400 名学生, 设各学生参加会议的家长人数相互独立, 且服从同一分布, 求 (10 分)
- a. 参加会议的家长人数  $X$  超过 450 的概率;
  - b. 有 1 名家长来参加会议的学生人数不多于 340 的概率.
6. 随机选取 80 人, 分别在实验室里测量某种化合物的 pH 值. 各人测量的结果是随机变量, 它们相互独立, 服从同一分布, 数学期望为 5, 方差为 0.3, 求  $P\{4.9 < \bar{X} < 5.1\}$ . (5 分)
7. 求总体  $N(20, 3)$  的容量分别为 10, 15 的两个独立样本均值差的绝对值大于 0.3 的概率. (10 分)
8. 设  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu, \sigma^2$  是未知参数,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  是来自  $X$  的一个样本, 求 (15 分)
- a.  $\mu, \sigma^2$  的矩估计;
  - b.  $\mu, \sigma^2$  的极大似然估计;
  - c. 分析上述得到的估计量是否是无偏估计.
9. 某车间生产的螺钉, 其直径  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 由过去的经验知道  $\sigma^2 = 0.06$ , 今随机抽取 6 枚, 测得其长度 (单位 mm) 如下: (5 分)

14.7    15.0    14.8    14.9    15.1    15.2

试求  $\mu$  的置信度为 0.95 的置信区间.

10. 公司从生产商购买牛奶, 公司怀疑生产商在牛奶中掺水以谋利, 通过测定牛奶冰点, 可以检验出牛奶是否掺水, 天然牛奶的冰点温度近似服从正态分布, 均值  $\mu = -0.545$ , 标准差  $\sigma = 0.008$ , 牛奶掺水后冰点会升高接近 0 度. 现测得生产商提交的 5 批牛奶冰点温度平均值为 -0.535. 问是否可以认为生产商在牛奶中掺了水? 取  $\alpha = 0.05$ . (10 分)
11. 在钢线碳含量对电阻的效应研究中, 得到如下数据

(10 分)

碳含量 $x(\%)$	0.10	0.30	0.40	0.55	0.70	0.80	0.95
20 度时电阻 $y(\mu\Omega)$	15	18	19	21	22.6	23.8	26

a. 画出散点图;

b. 求出线性回归方程  $\hat{y} = a + bx$  .