

# PHYS1106 物理原理I第一次作□

董建宇

TOTAL POINTS

64 / 75

## QUESTION 1

### 1 第一□ 9 / 10

- 0 pts Correct
- 2 pts 答案不□/有□□未作答/□程不全
- 4 pts □程□□/漏□?
- 8 pts 大部分□□
- 10 pts 没得救的那种
- 6 pts 2.3□呢?
- ✓ - 1 pts 小□, 描述□□

## QUESTION 2

### 2 第二□ 9 / 10

- 0 pts Correct
- 2 pts 答案□□/漏□
- 4 pts □程□□/小□整体□□/漏□
- 8 pts 大部分□□
- 10 pts 没得救的那种
- ✓ - 1 pts 小□

## QUESTION 3

### 3 第三□ 10 / 10

- ✓ - 0 pts Correct
- 1 pts 小□, 描述□□
- 2 pts 答案□□
- 4 pts □程□□
- 8 pts 大部分□□
- 10 pts 没得救的那种

## QUESTION 4

### 4 第四□ 8 / 10

- 0 pts Correct
- ✓ - 2 pts 答案□□
- 4 pts □程□□/无分析
- 8 pts 大部分□□
- 10 pts 没得救的那种

## QUESTION 5

### 5 第五□ 12 / 15

- 0 pts Correct
- 2 pts 答案□□□程不□
- ✓ - 3 pts 小□或□程不□□
- 4 pts □程□□
- 6 pts 无□程
- 8 pts 大部分□□或少提
- 10 pts 没得救的那种
- 0 pts [Click here to replace this description.](#)

## QUESTION 6

### 6 第六□ 16 / 20

- 0 pts Correct
- ✓ - 1 pts 不□□
- 2 pts 内容乱 或小□
- ✓ - 3 pts 答案□□
- 4 pts 整体不□□ 或少提
- 5 pts [Click here to replace this description.](#)
- 6 pts □□略多
- 8 pts □程□□

- **10 pts** 大部分□□
- **12 pts** □□极多
- **20 pts** 没得救的那种
- **15 pts** 少好多提

1 第一 9 / 10

- 0 pts Correct

- 2 pts 答案不/有未作答/程不全

- 4 pts 程/漏？

- 8 pts 大部分

- 10 pts 没得救的那种

- 6 pts 2.3呢？

✓ - 1 pts 小，描述

## 2 第二 9 / 10

- 0 pts Correct
- 2 pts 答案/漏
- 4 pts 程/小整体/漏
- 8 pts 大部分
- 10 pts 没得救的那种
- ✓ - 1 pts 小

### 3 第三 10 / 10

✓ - 0 pts *Correct*

- 1 pts 小，描述

- 2 pts 答案

- 4 pts 程

- 8 pts 大部分

- 10 pts 没得救的那种

#### 4 第四 8 / 10

- 0 pts Correct

✓ - 2 pts 答案

- 4 pts 程/无分析

- 8 pts 大部分

- 10 pts 没得救的那种

5 第五 12 / 15

- 0 pts Correct

- 2 pts 答案程不

✓ - 3 pts 小或程不

- 4 pts 程

- 6 pts 无程

- 8 pts 大部分或少提

- 10 pts 没得救的那种

- 0 pts [Click here to replace this description.](#)

6 第六 16 / 20

- 0 pts Correct

✓ - 1 pts 不

- 2 pts 内容乱 或小

✓ - 3 pts 答案

- 4 pts 整体不 或少提

- 5 pts Click here to replace this description.

- 6 pts 略多

- 8 pts 程

- 10 pts 大部分

- 12 pts 极多

- 20 pts 没得救的那种

- 15 pts 少好多提



## 第一题

第一题: 1.  $a = \frac{dv}{dt} = -kv$  当  $t=0$  时  $v=v_0$

解得  $v = v_0 \cdot e^{-kt}$

$x = \int v \cdot dt = \int v_0 \cdot e^{-kt} dt = -\frac{v_0}{k} e^{-kt} + C$

当  $t=0$  时  $x=0$  得  $C = \frac{v_0}{k}$

得  $x = \frac{v_0}{k} - \frac{v_0}{k} e^{-kt}$

2.  $t=1s$  时  $x(1) = 1.876362 m$   
 $t=10s$  时  $x(10) = 2.999864 m$   
 $t=100s$  时  $x(100) = 3m$

3. 误差来源: 运动本身的加速度和速度时刻一直在改变。  
 而 2. 中假定极短时间内速度与加速度大小不变带来误差。

第三问: 极短时间内速度变小, 而第二问中假定速度为极短时间的初速度, 所以结果稍微偏大。

Matlab 脚本及输出结果 ( $t=0.01$ )

<pre> 1 — v=3;x=0;t=0.01;i=1; 2 — while i&lt;=100 3 —     x=x+v*t; 4 —     v=v-v*t; 5 —     i=i+1; 6 — end 7 — fprintf('x = %f', x);         </pre>	<pre> &gt;&gt; wu11 x = 1.901903&gt;&gt; wu11 x = 2.999870&gt;&gt; wu11 fx x = 3.000000&gt;&gt; t=0.001 x = 1.896914&gt;&gt; wu11 x = 2.999864&gt;&gt; wu11 fx x = 3.000000&gt;&gt;         </pre>	时
---	--	---

## 第二题

第二题 (1), 
$$e^{i\theta} = 1 + \frac{1}{1!}i\theta + \frac{1}{2!}i^2\theta^2 + \dots + \frac{1}{n!}(i\theta)^n + \dots$$
  

$$= i\left(\frac{1}{1!}\theta - \frac{1}{3!}\theta^3 + \dots\right) + \left(1 - \frac{1}{2!}\theta^2 + \frac{1}{4!}\theta^4 - \dots\right)$$
  

$$= i \cdot \sin\theta + \cos\theta$$
  
 即  $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$   
 当  $\theta = \pi$  时  $e^{i\pi} = \cos\pi + i\sin\pi = -1$

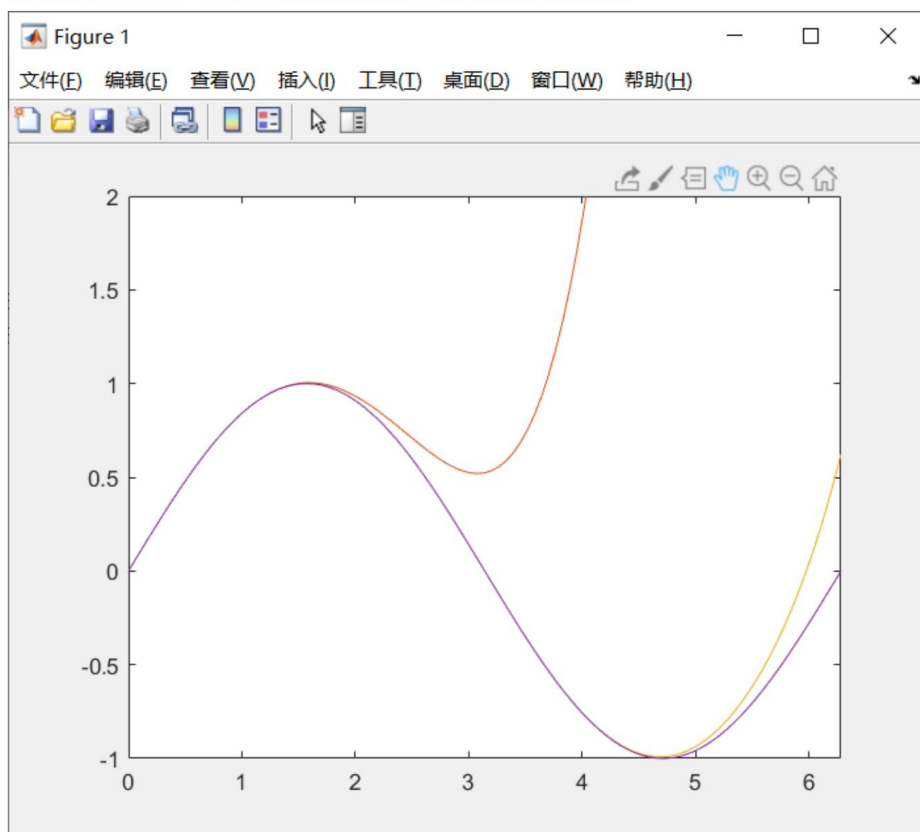
2. (a). 
$$f(x) = f\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{f'\left(\frac{1}{2}\right)}{1!} \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right)$$
  

$$= \left(1 + \sin\frac{1}{2}\right)x + \frac{3}{4} - \cos\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sin\frac{1}{2}$$

(b). 
$$f(x) = f\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{f'\left(\frac{1}{2}\right)}{1!} \left(x - \frac{1}{2}\right) + \frac{f''\left(\frac{1}{2}\right)}{2!} \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$
  

$$= -\frac{4}{3} + \left(-\frac{40}{9}\right) \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right)$$
  

$$= -\frac{40}{9}x + \frac{8}{9}$$



```
>> x=0:pi/50:2*pi;
y1=sin(x);
y2=x-x.^3/6+x.^5/120;
>> y3=x-x.^3/6+x.^5/120-x.^7/5040+x.^9/362880-x.^11/39916800+x.^13/6227020800;
>> y4=x-x.^3/6+x.^5/120-x.^7/5040+x.^9/362880-x.^11/39916800+x.^13/6227020800-x.^15/factorial(15)+x.^17/factorial(17)
>> plot(x, y1, x, y2, x, y3, x, y4)
>> axis([0, 2*pi, -1, 2])
fx >>
```

第三题

三题

①. 当  $h=0$  时 沿  $45^\circ$  角抛射最远 且距离大于 0

排除  $\frac{gh^2}{v^2} \sqrt{\frac{v^2}{g}}$

②. 当  $h \rightarrow \infty$  时 平抛运动 即可到最远  $h = \frac{1}{2}gt^2$   $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$   $x = v \cdot t = v \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$

当  $h \rightarrow \infty$  时  $\frac{v^2}{g} \sqrt{1 + \frac{2gh}{v^2}} = v \sqrt{\frac{2h}{g}}$

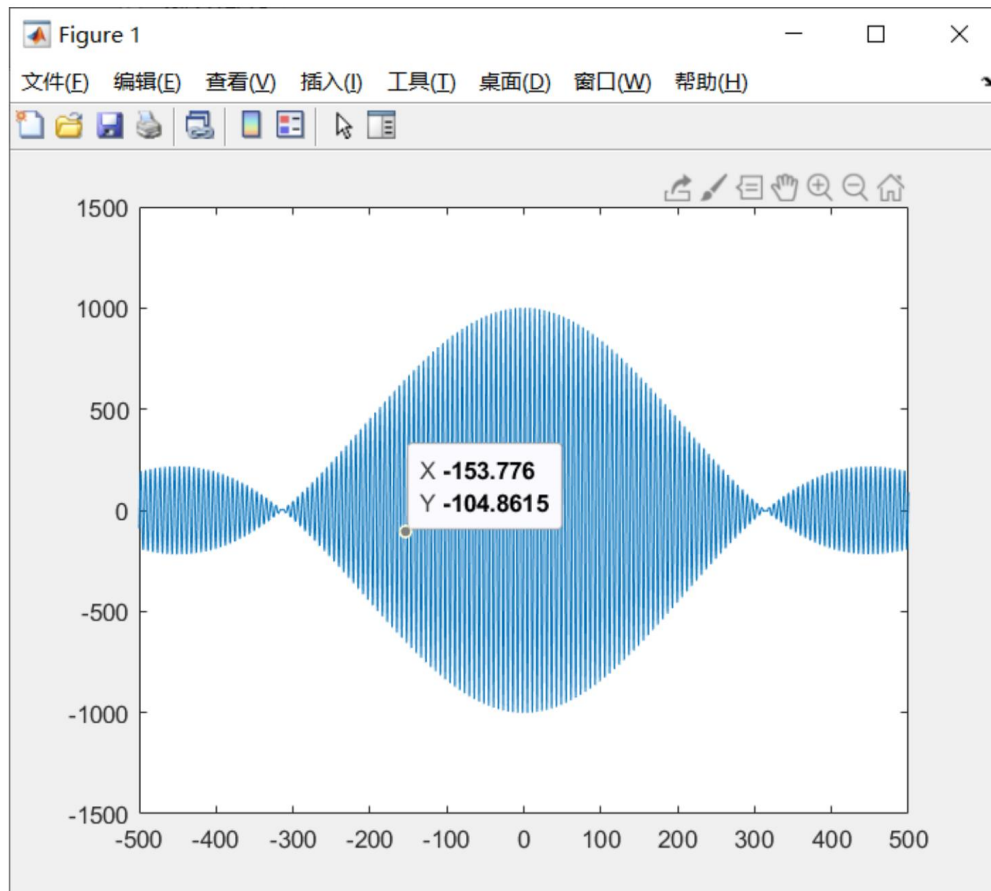
即抛出最远距离为  $\frac{v^2}{g} \sqrt{1 + \frac{2gh}{v^2}}$

$\frac{v^2}{g}$  与  $h$  无关 显然不成立 当  $h \rightarrow \infty$   $v \rightarrow 0$  时  $\frac{v^2}{1 - \frac{2gh}{v^2}}$  可能小于 0 舍去.

当  $h \rightarrow \infty$   $v \rightarrow 0$  时  $\frac{v^2}{g} \cdot (1 + \frac{2gh}{v^2}) = 2h$  与  $h$  无关 不成立 舍去.

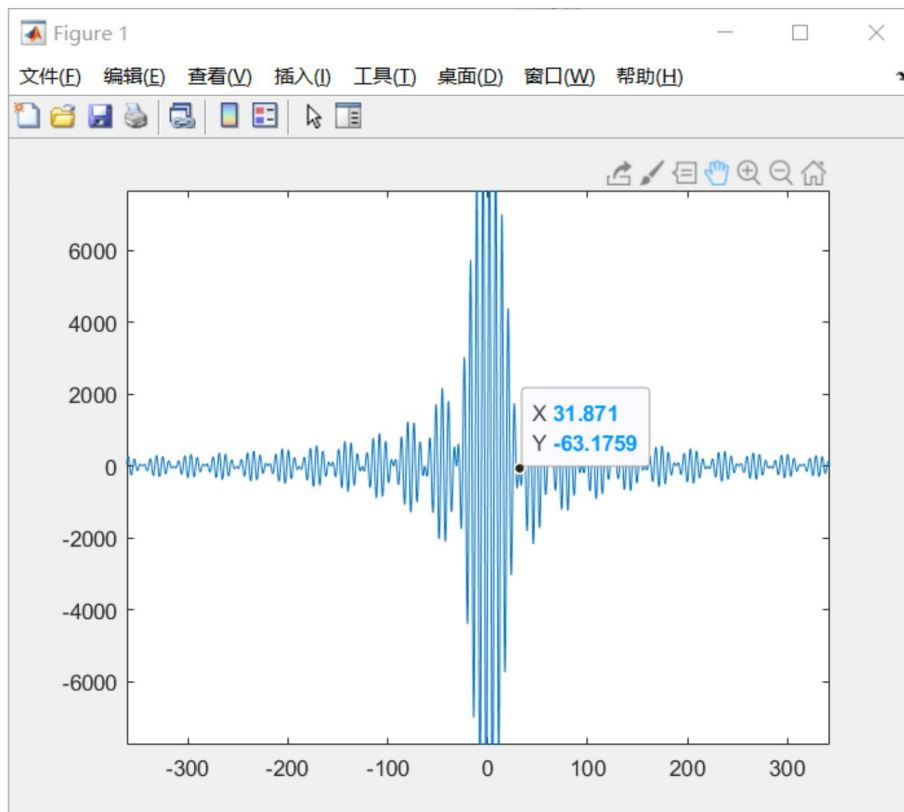
综上所述 最远距离为  $\frac{v^2}{g} \sqrt{1 + \frac{2gh}{v^2}}$ .

第四题



```
>> t=-500 : 0.001 :500;
x=0;
for k=0.99 : 0.00002 : 1.01
    y=sin(k*t);
    x=x+y;
end
>> plot(t,x)
>>
```

### 1. $\Delta t=628s$



```
t=-500 : 0.001 :500;
x=0;
for k=0.9 : 0.00002 : 1.1
    y=sin(k*t);
    x=x+y;
end
plot(t,x)
```

2.  $\Delta t=64s$  与 1 相比变小了

3. 找到当  $\Delta k=0.2$  时,  $\Delta t=30s$ , 此时  $\Delta k \cdot \Delta t$  最小为 6。



# 第五题

第五题: (1)  $\vec{A} + \vec{B} = 4\vec{i} + 3\vec{k}$  (2)  $\vec{A} - \vec{B} = -2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$  (3)  $\vec{A} \cdot \vec{B} = 3 - 1 + 2 = 4$

(4)  $\vec{A} \times \vec{B} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 4\vec{k}$

(5)  $x: (\frac{\sqrt{6}}{6}, \frac{\sqrt{6}}{6}, \frac{\sqrt{6}}{3})$   $y: (-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0)$   $z: (-\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3})$

(6)  $V = S \cdot h$  其中  $S = |\vec{B}| \cdot |\vec{C}| \cdot \sin \angle \vec{B}, \vec{C} = |\vec{B} \times \vec{C}|$

$h = |\vec{A}| \cdot \cos \angle \vec{A}, \vec{B} \times \vec{C} = \frac{V}{|\vec{B} \times \vec{C}|} = \frac{V}{|\vec{B} \times \vec{C}|} = \vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})$

(7) 令  $\vec{A} = (a_1, a_2, a_3)$   $\vec{B} = (b_1, b_2, b_3)$   $\vec{C} = (c_1, c_2, c_3)$

①  $\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = (a_1, a_2, a_3) \times (b_1 + c_1, b_2 + c_2, b_3 + c_3) = (a_2(b_3 + c_3) - a_3(b_2 + c_2), a_3(b_1 + c_1) - a_1(b_3 + c_3), a_1(b_2 + c_2) - a_2(b_1 + c_1))$

$\vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C} = (a_2 b_3 - a_3 b_2, a_3 b_1 - a_1 b_3, a_1 b_2 - a_2 b_1) + (a_2 c_3 - a_3 c_2, a_3 c_1 - a_1 c_3, a_1 c_2 - a_2 c_1)$   
 $= (a_2(b_3 + c_3) - a_3(b_2 + c_2), a_3(b_1 + c_1) - a_1(b_3 + c_3), a_1(b_2 + c_2) - a_2(b_1 + c_1)) = \vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C})$

②  $(\vec{A} \times \vec{B}) \times \vec{C} = (a_2 b_3 - a_3 b_2, a_3 b_1 - a_1 b_3, a_1 b_2 - a_2 b_1) \times (c_1, c_2, c_3)$

$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{A} \times (a_2 b_3 - a_3 b_2, a_3 b_1 - a_1 b_3, a_1 b_2 - a_2 b_1)$

③  $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = (a_1, a_2, a_3) \cdot (b_2 c_3 - b_3 c_2, b_3 c_1 - b_1 c_3, b_1 c_2 - b_2 c_1)$   
 $= (a_1(b_2 c_3 - b_3 c_2) + a_2(b_3 c_1 - b_1 c_3) + a_3(b_1 c_2 - b_2 c_1)) = a_1 b_2 c_3 + a_2 b_3 c_1 + a_3 b_1 c_2 - a_1 b_3 c_2 - a_2 b_1 c_3 - a_3 b_2 c_1$

$(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C} = (a_2 b_3 - a_3 b_2, a_3 b_1 - a_1 b_3, a_1 b_2 - a_2 b_1) \cdot (c_1, c_2, c_3)$   
 $= a_1 b_2 c_3 + a_2 b_3 c_1 + a_3 b_1 c_2 - a_1 b_3 c_2 - a_2 b_1 c_3 - a_3 b_2 c_1 = \vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})$

④  $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = (a_1, a_2, a_3) \times (b_2 c_3 - b_3 c_2, b_3 c_1 - b_1 c_3, b_1 c_2 - b_2 c_1)$   
 $= (a_2(b_3 c_1 - b_1 c_3) - a_3(b_1 c_2 - b_2 c_1), a_3(b_2 c_3 - b_3 c_2) - a_1(b_3 c_1 - b_1 c_3), a_1(b_2 c_3 - b_3 c_2) - a_2(b_3 c_1 - b_1 c_3))$

$\vec{B} \cdot (\vec{A} \times \vec{C}) - \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = (b_1, b_2, b_3) \cdot (a_1 c_1 + a_2 c_2 + a_3 c_3) - (c_1, c_2, c_3) \cdot (a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3)$   
 $= (a_1 c_1 + a_2 c_2 + a_3 c_3) b_1 - (a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3) c_1 + (a_1 c_1 + a_2 c_2 + a_3 c_3) b_2 - (a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3) c_2 + (a_1 c_1 + a_2 c_2 + a_3 c_3) b_3 - (a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3) c_3$   
 $= (a_2(b_1 c_2 - b_2 c_1) - a_3(b_1 c_3 - b_3 c_1) + a_1(b_2 c_3 - b_3 c_2)) - (a_2(b_3 c_1 - b_1 c_3) - a_3(b_2 c_2 - b_3 c_2) - a_1(b_1 c_2 - b_2 c_1))$   
 $= \vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C})$

⑤  $\vec{A} \times \vec{A} = (a_1, a_2, a_3) \times (a_1, a_2, a_3) = (a_2 a_3 - a_3 a_2, a_1 a_3 - a_3 a_1, a_1 a_2 - a_2 a_1) = \vec{0}$

⑥  $\vec{A} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = (a_1, a_2, a_3) \cdot (a_2 b_3 - a_3 b_2, a_3 b_1 - a_1 b_3, a_1 b_2 - a_2 b_1)$   
 $= a_1 a_2 b_3 - a_1 a_3 b_2 + a_2 a_3 b_1 - a_1 a_2 b_3 + a_1 a_3 b_2 - a_2 a_3 b_1 = 0$

## 第六题

第六题:

$$1. (a). \quad V = u \cdot \sqrt{1 + w^2 t^2} \quad a = \frac{dV}{dt} = \frac{uw^2 t}{\sqrt{1 + w^2 t^2}} \quad a_x = \frac{dV_x}{dt} = -u \sin(wt) - \frac{uw^2 t \cos(wt)}{\sqrt{1 + w^2 t^2}}$$

$$V_x = u \cos(wt) - wut \sin(wt)$$

$$V_y = u \sin(wt) + wut \cos(wt)$$

$$a_x = -2uw \sin(wt) - u \frac{w^2 t \cos(wt)}{\sqrt{1 + w^2 t^2}}$$

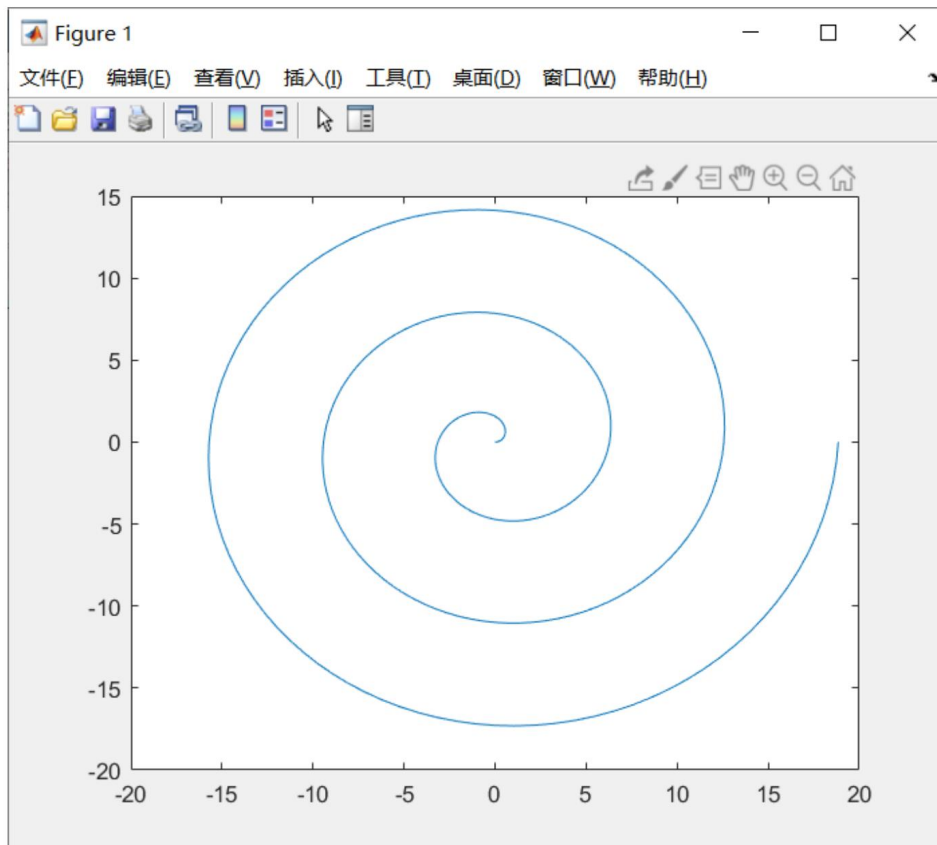
$$a_y = 2uw \cos(wt) - u \frac{w^2 t \sin(wt)}{\sqrt{1 + w^2 t^2}}$$

$$(b). \quad V_r = u \quad a_r = 0 \quad a_\theta = 0$$

$$V_\theta = wut \quad a_\theta = \frac{V_\theta^2}{ut} = uw^2 t$$

$$V = u \cdot \sqrt{1 + w^2 t^2} \quad a_c = 2wu$$

$$a = uw \cdot \sqrt{4 + w^2 t^2}$$



2.

3. 直杆的运动速度在垂直于杆与凸轮接触切面方向大小始终与凸轮该点垂直于切面方向的速度大小相等。

4. 以其中任意一个人为参考系, 追逐他的那人速率始终为  $v$

$$t = \frac{Q}{v}$$

5. 由于四人运动完全对称, 即四人在任意时刻位置连线围成正方形且正方形中心始终为极点。所以四人速度矢量与位移矢量始终成  $135^\circ$

6.  $-dr = v_r \cdot dt$        $-\frac{dr}{r} = d\theta$  两侧积分       $\ln r = -\theta + C$

$r \frac{d\theta}{dt} = v_\theta$        $\theta=0$  时  $r = \frac{\sqrt{2}}{2}a$        $\ln r = -\theta + \ln \frac{\sqrt{2}}{2}a$

$v_r = v_\theta$

得  $-dr = r \cdot d\theta$

得  $\vec{r} = \frac{\sqrt{2}}{2}a \cdot e^{-\theta} \vec{e}_r$        $b = -1$        $\vec{v} = -\frac{\sqrt{2}}{2}v \vec{e}_r + \frac{\sqrt{2}}{2}v \vec{e}_\theta$

$\arccos \frac{-1}{\sqrt{2}} = \frac{3\pi}{4}$

$\arccos \cos \theta = \frac{3\pi}{4} = \arccos \frac{-1}{\sqrt{2}}$

即  $\arccos \frac{b}{\sqrt{1+b^2}} = \arccos \frac{1}{b}$

$r = \frac{\sqrt{2}}{2}a \cdot e^{-\theta}$        $v = v$

$\cos \angle < \vec{r}, \vec{v} > = \frac{\vec{r} \cdot \vec{v}}{|\vec{r}| |\vec{v}|} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}v \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}a \cdot e^{-\theta}}{v \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}a \cdot e^{-\theta}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

即  $\angle < \vec{r}, \vec{v} >$  为  $\frac{3\pi}{4}$