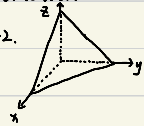
Homework 1

1-2.



证明：设光线的方向矢量为 $\vec{r}=a\vec{i}+b\vec{j}+c\vec{k}$　折第一次折射后 $\vec{r}_1=a_1\vec{i}+b_1\vec{j}+c_1\vec{k}$

由折射定律 $n\sin\theta_1=\sin\theta_0$ 介质折射率为 n

设该平面为 $Ax+By+Cz+D=0$

$\therefore \cos\theta_0=\dfrac{|aA+bB+cC|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\cdot\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$　$\sin\theta_0=\sqrt{1-\cos^2\theta_1}$

$\cos\theta_1=\dfrac{|a_1A+b_1B+c_1C|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\cdot\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$　$\sin\theta_1=\sqrt{1-\cos^2\theta_1}$

经过 xy. yz. zx 平面全反射后得到 $\vec{r}_2=a_2\vec{i}+b_2\vec{j}+c_2\vec{k}$

由全反射满足反射角等于入射角 $\therefore a_2=-a_1$　$b_2=-b_1$　$c_2=-c_1$　即 $\vec{r}_2=-\vec{r}_1$　$\therefore \sin\theta_2=\sin\theta_1$

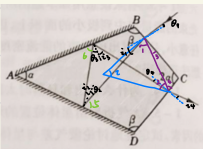
由折射定律 $n\cdot\sin\theta_2=\sin\theta_3$　$\therefore \sin\theta_3=\sin\theta_0$　$\theta_3\neq\theta_0$　$\therefore \theta_3+\theta_0=\pi$

同理，最终出射光线与最初入射光线与 x. y. z 轴夹角之和 $\alpha_0+\alpha_3=\pi$　$\beta_0+\beta_3=\pi$　$\gamma_0+\gamma_3=\pi$

$\therefore$ 出射光线的方向与入射光线相反

实际应用：自行车后面的反光灯。

1-3. (1)



证明：$\angle 3+\angle 4=\pi-2\alpha$

$\angle 1+\angle 2=(\frac{\pi}{2}-\theta_1-\angle 3)+(\frac{\pi}{2}-\angle 4+i_4)=2\alpha-\theta_1+i_4$

由折射定律 $\sin\theta_1=n\sin i_1$　$n\sin\theta_4=\sin i_4$

$\theta_2=\frac{\pi}{2}-\angle 5=\frac{\pi}{2}-[2\pi-(\beta+2\alpha+\frac{\pi}{2}-i_1)]=-\pi+\beta+2\alpha-i_1$　$i_2=\theta_2$

$\theta_3=\frac{\pi}{2}-\angle 6=\frac{\pi}{2}-[\pi-\alpha-(\frac{\pi}{2}-i_2)]=\alpha-i_2$

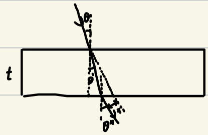
$\theta_4=\angle 2-(\frac{\pi}{2}-\angle 4)-i_4=\pi+i_1-2\alpha-\tau$

得 $\theta_4=i_1$　$\tau=\pi-2\alpha$

即偏向角 $\delta=\pi-\tau=2\alpha$

(2). 此情况下无色散.

1-4

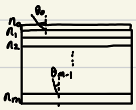


证明：由折射定律 $\sin\theta = n\cdot\sin\theta'$ $n\cdot\sin\theta'=\sin\theta''$ 得 $\theta''=\theta$ 即出射光线方向不变.

$x=\frac{t}{\cos\theta'}\cdot\sin(\theta-\theta')$ 当θ很小时 $\theta=n\cdot\theta'$ $\sin\theta'=\theta'$ $\sin\theta=\theta$ $\tan\theta'=\theta$ $\cos\theta=1$

得 $x=t\cdot(\sin\theta-\frac{\cos\theta\sin\theta'}{\cos\theta'})=t(\theta-\theta')=\frac{n-1}{n}\theta t$

1-5. 证明：

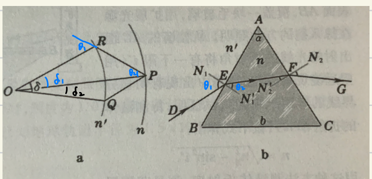


如图共m+1层介质 由折射定律 $n_0\sin\theta_0=n_1\sin\theta_1$ $n_1\sin\theta_1=n_2\sin\theta_2$ ⋯ $n_{m-1}\sin\theta_{m-1}=n_m\sin\theta_m$

得 $n_m\sin\theta_m=n_0\sin\theta_0$

即出射光线出射方向只与入射方向和两边折射率有关。

1-7 证明：



习题 1－7

由几何关系可知 (b) 中 第一次入射角与折射角关系如 (a) 由折射定律 $n'\sin\theta_1=n\sin\theta_2$ $\delta_1=\theta_1-\theta_2$

在(a) △ORP中 由正弦定理 $\frac{\overline{OR}}{\sin\theta_2}=\frac{\overline{OP}}{\sin(\pi-\theta_1)}$ $R\propto n$ 得 $n'\sin\theta_1=n\sin\theta_2$

在△ORP中 $\delta_1=\theta_1-\theta_2$

同理，第二次折射也满足图(a) 且 $\delta_2=\theta_4-\theta_3$

综上所述此法正确.

1-13 证明：由折射定律 $n_0\sin\theta_1=n_1\sin\theta_1'$

$\theta_2=\frac{\pi}{2}-\theta_1'$

满足全反射则 $\theta_2\geq\arcsin\frac{n_2}{n_1}$ 即 $n_1\sin\theta_2\geq n_2$ $\cos\theta_1'\geq\frac{n_2}{n_1}$

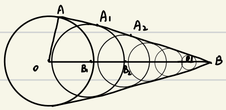
∴最大孔径角满足 $n_0\sin\theta_1=n_1\cdot\sqrt{1-(\frac{n_2}{n_1})^2}$ 即 $n_0\sin\theta_1=\sqrt{n_1^2-n_2^2}$

1-15 证明: 光线从棱镜出射位置处由折射定律 $n_g \sin\theta_1 = \sin i'$

该光线从液体入射棱镜位置处由折射定律 $n \sin\frac{\pi}{2} = n_g \sin(\frac{\pi}{2} - \theta_1)$

则 $n = n_g \cdot \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i'}{n_g^2}} = \sqrt{n_g^2 - \sin^2 i'}$

限制：只能测量折射率小于 n_g 的液体折射率.

1-19. 证明: 

如图 波源从O沿OB方向以v速率移动.

波前围成如图锥面.

$\sin\theta = \frac{OA}{OB} = \frac{ut}{vt} = \frac{u}{v}$

若电子以大于介质中光速的速度在介质中运动, 会产生发光的尾迹, 称为切伦科夫辐射.

1-25 证明: 理想漫射体可视为朗伯反射体. 满足余弦发光定律

$E = \frac{d\Phi'}{dS'} = \iint B\cos\theta \cdot \sin\theta \, d\Omega \, d\theta = B\int_0^{2\pi} d\Omega \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta\cos\theta \, d\theta = \pi B$

得反射光亮度 $B = \frac{E}{\pi}$