1. 解：线电荷密度：$\lambda=\frac{q}{2l}$

$$dE_{水平}=\frac{\lambda dz}{4\pi\varepsilon_0(r^2+z^2)}\frac{r}{\sqrt{r^2+z^2}}$$

$$E_{水平}=\int_{-l}^{l}\frac{\lambda dz}{4\pi\varepsilon_0(r^2+z^2)}\frac{r}{\sqrt{r^2+z^2}}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r\sqrt{r^2+l^2}}$$

由于对称性，$E_{竖直}=0$

所以，$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r\sqrt{r^2+l^2}}$

2. 解：（1）半无限长带电线，

$$dE_{水平}^{线}=\frac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0(R^2+x^2)}\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}$$

$$dE_{竖直}^{线}=\frac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0(R^2+x^2)}\frac{R}{\sqrt{R^2+x^2}}$$

积分区间 x：（0，∞）

$$tan\theta=-\frac{R}{x}，cos\theta=-\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}，sin\theta=\frac{R}{\sqrt{R^2+x^2}}，dx=\frac{R}{sin^2\theta}d\theta$$

$$\therefore dE_{水平}^{线}=\frac{\lambda d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R}cos\theta$$

$$dE_{竖直}^{线}=\frac{\lambda d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R}sin\theta$$

积分区间 θ：（arctan-∞ ， arctan0），即（-π/2，0）

1/4 圆弧，

$$dE_{水平}^{弧}=\frac{\lambda Rd\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}cos\theta=\frac{\lambda d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R}cos\theta$$

$$dE_{竖直}^{弧}=\frac{\lambda Rd\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}sin\theta=\frac{\lambda d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R}sin\theta$$

积分区间 θ：（-π/2，0）

因为$dE_{水平}^{线}=dE_{水平}^{弧}$，$dE_{竖直}^{线}=dE_{竖直}^{弧}$，且积分区间一致，所以题目得证。

（2）根据（1），进行对称性分析，得：E=0

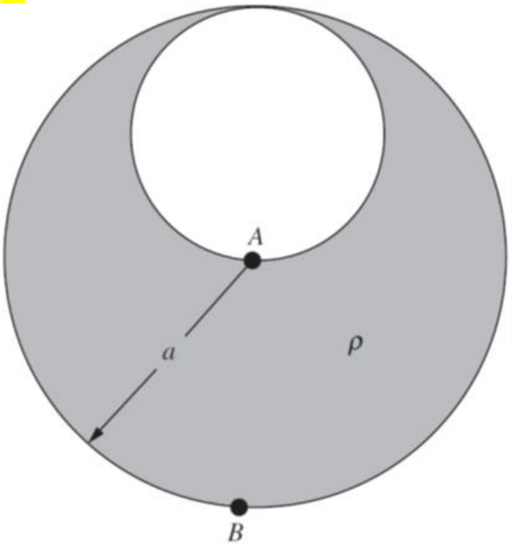
3. 解：以 A 为原点，用七个同样的立方体补齐剩下的七个卦限，组成一个大立方体，

根据高斯定理，大立方体表面的电通量：$\Phi=\frac{q}{\varepsilon_0}$

在原小立方体中，与 q 相对的三个面的占大立方体表面的 1/8，

所以与 q 相对的三个平面的电通量为$\frac{q}{8\varepsilon_0}$

4. 解：



规定$\overrightarrow{BA}$方向为正方向，根据矢量场叠加原理，A 点电场强度 E_A 等于大球在 A 点的电场 $E^A{}_{大}$加上带有相反电荷的小球在 A 点产生的电场 $E^A{}_{小}$，

$E_A=E^A{}_{大}+E^A{}_{小}$,

根据高斯定理，$E^A{}_{小}=\dfrac{\frac{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^3\rho}{\varepsilon_0}}{4\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\dfrac{a\rho}{6\varepsilon_0}$

由对称性分析，$E^A{}_{大}=0$,

所以，$E_A=E^A{}_{大}+E^A{}_{小}=\dfrac{a\rho}{6\varepsilon_0}$

A 点电场强度大小为$\dfrac{a\rho}{6\varepsilon_0}$，方向沿$\overrightarrow{BA}$方向；

同理，B 点电场强度 E_B 等于大球在 B 点的电场 $E_{大}$加上带有相反电荷的小球在 B 点产生的电场 $E_{小}$，

根据高斯定理，$E^B{}_{小}=\dfrac{\frac{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^3\rho}{\varepsilon_0}}{4\pi\left(\frac{3a}{2}\right)^2}=\dfrac{a\rho}{54\varepsilon_0}$

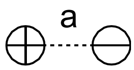
$E^B{}_{大}=-\dfrac{\frac{\frac{4}{3}\pi a^3\rho}{\varepsilon_0}}{4\pi a^2}=-\dfrac{a\rho}{3\varepsilon_0}$，

所以，$E_B=E^B{}_{大}+E^B{}_{小}=\dfrac{a\rho}{54\varepsilon_0}-\dfrac{a\rho}{3\varepsilon_0}=-\dfrac{17a\rho}{54\varepsilon_0}$

B 点电场强度大小为$\dfrac{17a\rho}{54\varepsilon_0}$，方向沿$\overrightarrow{A}B$方向。

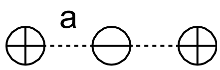
5. 解：设整个体系一共有 n (n→∞)个离子，整个体系的势能：

$$U=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j\neq i}\frac{q_iq_j}{4\pi\varepsilon_0 r_{ij}}$$



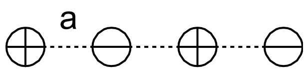
两个离子的势能为：

$$U_2=\frac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}$$



三个离子的势能为：

$$U_3=\frac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}+\frac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}+\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 2a}$$



四个离子的势能为：

$$U_4=\frac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}+\frac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}+\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 2a}+\frac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}+\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 2a}+\frac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0 3a}$$

$$\vdots$$

n 个离子的势能为：

$$\begin{aligned}U_n=&\frac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}+\frac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}+\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 2a}+\frac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}+\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 2a}+\frac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0 3a}+\cdots+\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}+\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 2a}\\&+\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 3a}+\cdots+\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 (n-1)a}\\&=-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\left[n-1-\frac{n-2}{2}+\frac{n-3}{3}-\cdots+\frac{1}{n-1}\right]\\&=-\frac{ne^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\left[1-\frac{1}{n}-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{n}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{n}\right)-\cdots+\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}\right)\right]\\&=-\frac{ne^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\cdots+\frac{1}{n-1}\right)\end{aligned}$$

根据$\ln(1+x)$的泰勒展开式：$\ln(1+x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\cdots+\frac{x^n}{n}$

得到：$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\cdots+\frac{1}{n-1}=ln2$

所以，$U_n=-ln2\frac{ne^2}{4\pi\varepsilon_0 a}$

所以，每一个离子的势能为$U=\frac{U_n}{n}=-\frac{ln2e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}$