

姓名:.....

学号:.....

学院:\_\_\_\_\_

年级:\_\_\_\_\_

上海科技大学

2022-2023 学年第一学期期末（延）考试卷

开课单位：物质科学与技术学院

授课教师：任海沧

考试科目：相对论量子场论

课程序号：PHYS2124

考生须知：

1. 请严格遵守考场纪律，禁止任何形式的作弊行为。
2. 参加闭卷考试的考生，除携带必要考试用具外，书籍、笔记、掌上电脑和其他电子设备等物品一律按要求放在指定位置。
3. 参加开卷考试的考生，可以携带教师指定的材料独立完成考试，但不准相互讨论，不准交换材料。

考试成绩录入表：

题目	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	总分
计分											
复核											

评卷人签名：                    复核人签名：

日期：                                日期：

**编写说明:**

1. 试卷内页和答题纸编排格式由各学院和出题教师根据实际需要自定，每页须按顺序标注页码（除封面外），要求排版清晰、美观，便于在页面左侧装订。为方便印刷归档，建议使用 A4 双面印刷（学校有印刷一体机提供）。
2. 主考教师编写试卷时尽可能保证试题科学、准确、合理，如考试过程中发现试题有误，主考教师需负责现场解释，此类情况学校将作为教学评估记录的一部分。

课堂上和作业里推导过的公式均不需要重新推导。

1. 对应于两个惯性参照系  $\Sigma$  和  $\Sigma'$  之间的 Lorentz 变换

$$\begin{cases} x'_1 = x_1 \cosh \theta - t \sinh \theta \\ x'_2 = x_2 \\ x'_3 = x_3 \\ t' = -x_1 \sinh \theta + t \cosh \theta \end{cases}$$

$\Sigma$  中的 Dirac 场  $\psi(x)$  和  $\Sigma'$  中的 Dirac 场  $\psi'(x')$  之间的变换为  

$$\psi'(x') = D(\theta)\psi(x)$$

证明 
$$D(\theta) = \cosh \frac{\theta}{2} - \alpha_1 \sinh \frac{\theta}{2} \quad (20 \text{ 分})$$

提示：可从无穷小变换出发，非无穷小变换可看作无穷多个无穷小变换乘积的极限。然后利用下列公式化简：

$$e^{M\xi} = \cosh \xi + M \sinh \xi$$

其中矩阵  $M$  满足条件  $M^2 = 1$ 。

2. QED 中的真空极化张量的严格定义为

$$\Pi_{\mu\nu}(x) = i\langle 0|T[J_\mu(x)J_\nu(0)]|0\rangle$$

其中电流密度  $J_\mu(x) = ie:\bar{\psi}(x)\gamma_\mu\psi(x):$ ,  $\bar{\psi}$  和  $\psi$  为电子场。所有算符和量子态都定义在 **Heisenberg 表象**。

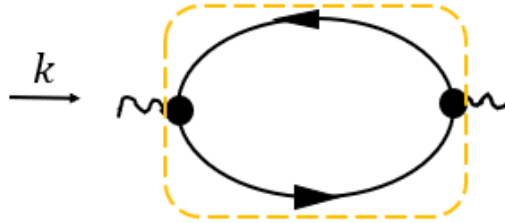
- 1) 证明  $\Pi_{\mu\nu}(x)$  的领头阶为  $\Pi_{\mu\nu}^{(0)}(x) = \langle 0|T[J_\mu(x)J_\nu(0)]|0\rangle$ , 其中所有的算符和量子态都定义在**相互作用表象**。(10 分)

- 2) 把  $\Pi_{\mu\nu}^{(0)}(x)$  用自由 Dirac 传播子表示出来。(10 分)

- 3) 证明

$$\int d^4x e^{-ikx} \Pi_{\mu\nu}^{(0)}(x)$$

对应于光子的自能函数，即以下 Feynman 图截掉外线的部分。(5 分)



3. 某一相互作用的标量场的 Lagrangian 密度为

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} \frac{\partial \varphi}{\partial x_\mu} \frac{\partial \varphi}{\partial x_\mu} - \frac{1}{2} m^2 \varphi^2 - \frac{\lambda}{4!} \varphi^4$$

其中  $m^2 > 0$ ,  $\lambda > 0$ 。

- 1) 计算下列散射过程在质心参照系中领头阶的微分截面和总截面。(20分)

$$\phi(k_1) + \phi(k_2) \rightarrow \phi(k'_1) + \phi(k'_2)$$

- 2) 给出以上散射过程次领头阶的 Feynman 图, 用 1,2,1',2' 标出初态与末态粒子(不需要标出各线的动量)。并讨论它们是否紫外发散。(5分)
- 3) 该场论的所有紫外发散是否可重整?(5分)

4. 如果在 QED Lagrangian 中加上一项, 即

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F_{\mu\nu} - \bar{\psi}\gamma_\mu\left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} - ieA_\mu\right)\psi - m_0\bar{\psi}\psi - e'F_{\mu\nu}\bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\psi$$

$$\text{其中 } \sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{2i}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$$

- 1) 该场论是否具有相对论不变性?(5分)
- 2) 该场论是否具有规范不变性, 即在下列变换下的不变性?(5分)

$$\psi \rightarrow e^{ie\theta}\psi \quad A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{\partial\theta}{\partial x_\mu}$$

- 3) 试推导  $A_\mu$ ,  $\psi$  和  $\bar{\psi}$  满足的场方程。(10分)
- 4) 该场论量子化后是否可重整, 给出你的理由。(5分)