

2024.11.15

KUGGLE

2장 퍼셉트론

밑바닥부터 시작하는 딥러닝 스터디

담당: 배지원

Contents

01. 퍼셉트론이란?

02. 단순한 논리회로(AND/NAND/OR 게이트)

03. 퍼셉트론의 구현

04. 퍼셉트론의 한계(XOR 게이트)

05. 연습 문제

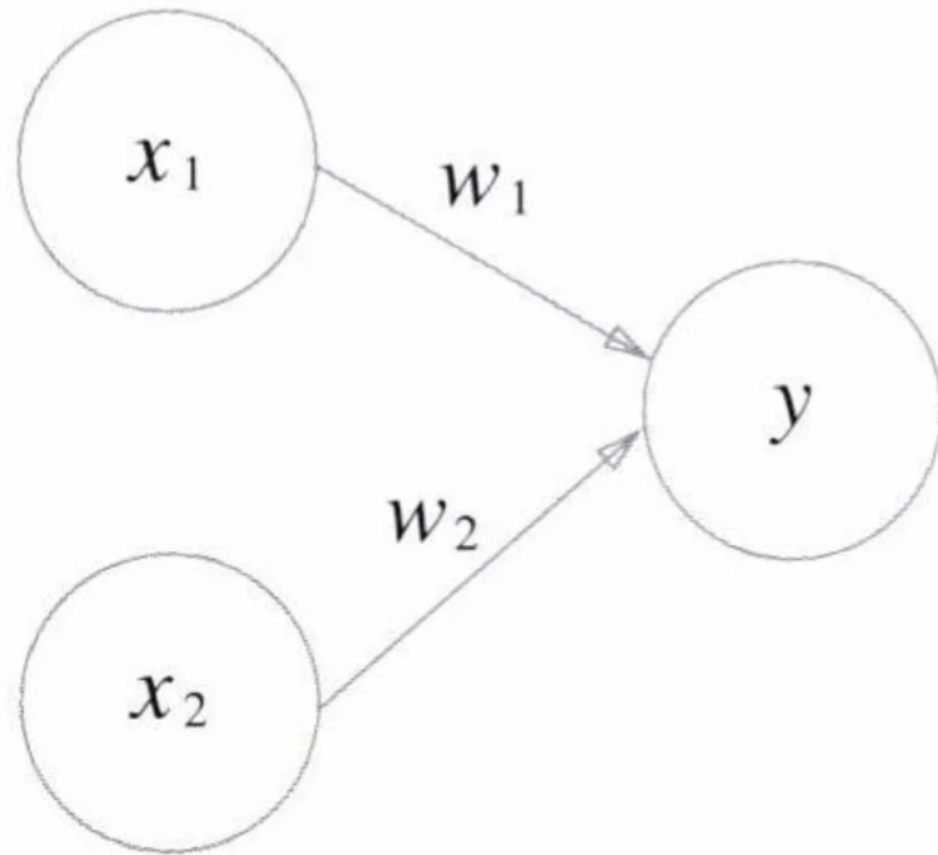
01.

퍼셉트론이란?

단층 퍼셉트론에 대한 내용을 중심으로

퍼셉트론

그림 2-1 입력이 2개인 퍼셉트론



입력이 2개인 퍼셉트론

다수의 신호를 입력으로 받아 하나의 신호를 출력하는 것
 x_1 과 x_2 는 입력 신호, y 는 출력 신호, w_1 과 w_2 는 가중치
그림의 원을 뉴런, 노드라고 부름
뉴런에서 보내온 신호의 총합이 정해진 한계를 넘어설 때만 1을 출력
이것을 "뉴런이 활성화한다"라고 표현

퍼셉트론 도식화

$$y = \begin{cases} 0 & (w_1x_1 + w_2x_2 \leq \theta) \\ 1 & (w_1x_1 + w_2x_2 > \theta) \end{cases} \quad \text{[식 2.1]}$$

한계를 임계값이라 하며 θ 로 표현

가중치는 각 신호가 결과에 주는 영향력을 조절하는 요소로 작용, 가중치 높음 \Rightarrow 신호 중요도 높음

02.

단순한 논리회로

AND/NAND/OR 게이트 내용을 중심으로

단순한 논리회로

2-2 AND 게이트의 진리표

x_1	x_2	y
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

입력: 두 개의 이진값 (0 또는 1)

출력: 두 입력이 모두 1일 때만 1, 그 외에는 0

진리표: 입력 신호와 출력 신호의 대응 표

이 AND 게이트를 퍼셉트론으로 표현하고 싶다면?

진리표대로 작동하게 만드는 (w_1, w_2, θ) 값을 정하기

ex) $(0.5, 0.5, 0.7)$, $(0.5, 0.5, 0.8)$

단순한 논리회로

2-3 NAND 게이트의 진리표

x_1	x_2	y
0	0	1
1	0	1
0	1	1
1	1	0

입력: 두 개의 이진값 (0 또는 1)

출력: 두 입력이 모두 1일 때만 0, 그 외에는 1

단순한 논리회로

2-4 OR 게이트의 진리표

x_1	x_2	y
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

입력: 두 개의 이진값 (0 또는 1)

출력: 두 입력 중 하나라도 1이면 1, 둘 다 0일 때만 0

퍼셉트론의 구조는 어느 게이트에서나 모두 똑같다.

다른 것은 매개변수(가중치, 임계값)의 값뿐

03.

퍼셉트론의 구현

AND/NAND/OR 게이트를 python으로 구현

퍼셉트론 간단 구현

```
1 def AND(x1, x2):
2     w1, w2, theta = 0.5, 0.5, 0.7
3     tmp = x1*w1 + x2*w2
4     if tmp <= theta:
5         return 0
6     elif tmp > theta:
7         return 1
```

```
1 print(AND(0, 0))
2 print(AND(1, 0))
3 print(AND(0, 1))
4 print(AND(1, 1))
```

```
0
0
0
1
```

가중치 w1, w2는 둘다 0.5로 설정

임계값 theta는 0.7로 설정

AND게이트의 진리표를 만족하는 것을 확인할 수 있다

퍼셉트론 간단 구현

$$y = \begin{cases} 0 & (w_1x_1 + w_2x_2 \leq \theta) \\ 1 & (w_1x_1 + w_2x_2 > \theta) \end{cases} \quad \text{[식 2.1]}$$

$$y = \begin{cases} 0 & (b + w_1x_1 + w_2x_2 \leq 0) \\ 1 & (b + w_1x_1 + w_2x_2 > 0) \end{cases} \quad \text{[식 2.2]}$$

[식 2.1]에서 θ 를 $-b$ 로 치환하면 [식 2.2]가 나옴

b 를 편향(bias)이라고 함

즉 해당 공식을 풀어서 설명하면...

퍼셉트론은 입력 신호에 가중치를 곱한 값과 편향을 합하여,
그 값이 0을 넘으면 1을 출력하고, 아니면 0 출력

퍼셉트론 간단 구현

```
import numpy as np

def AND(x1, x2):
    x = np.array([x1, x2])
    w = np.array([0.5, 0.5])
    b = -0.7
    tmp = np.sum(w * x) + b
    if tmp <= 0:
        return 0
    else:
        return 1
```

[식 2.2]를 기반으로 한 AND 게이트 코드

04.

퍼셉트론의 한계

XOR 게이트의 구현과 관련하여

XOR 게이트?

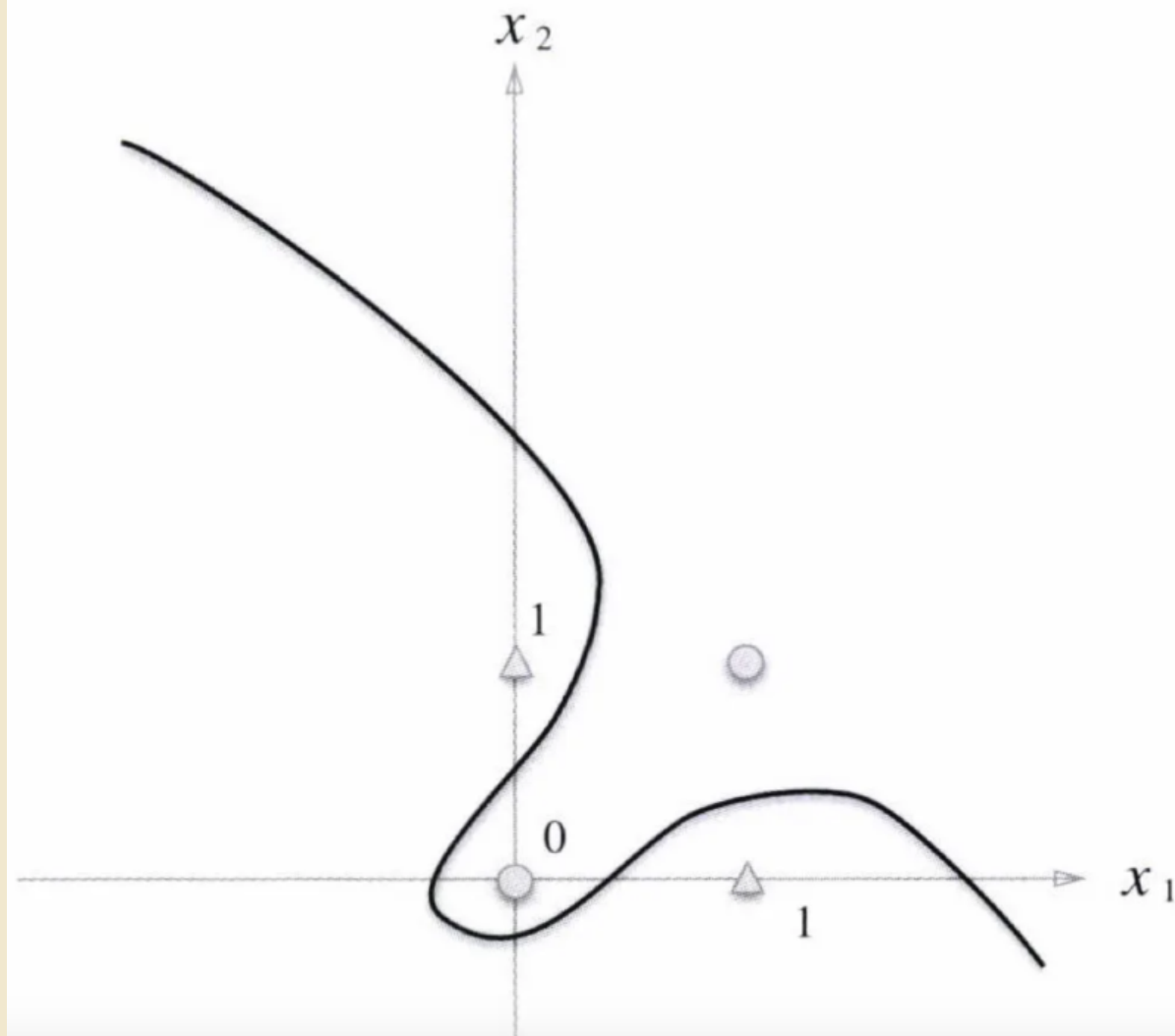
그림 2-5 XOR 게이트의 진리표

x_1	x_2	y
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0

입력 중 하나만 참일 때 출력이 참이 됨
그러면 XOR 게이트도 지금까지 본 퍼셉트론으로 풀 수 있을까?

XOR 게이트?

그림 2-8 곡선이라면 ○과 △을 나눌 수 있다.



여기서 동그라미는 0, 세모는 1을 의미함
직선 하나로는 동그라미와 세모를 나누는 영역을 만들 수 없음
=> 선형적으로 분리 불가능하다(linearly non-separable)

XOR 게이트 만들기

그림 2-9 AND, NAND, OR 게이트 기호

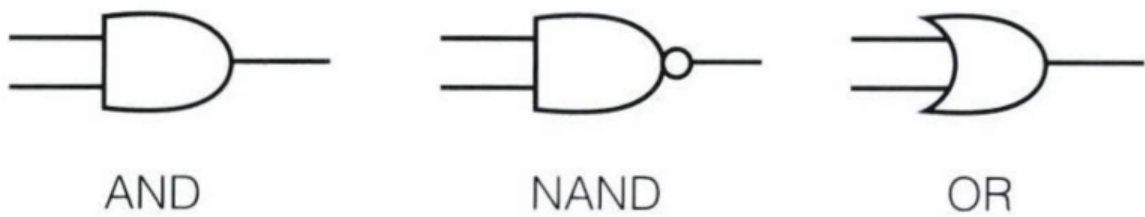


그림 2-10 AND, NAND, OR 게이트 하나씩을 '?'에 대입해 XOR를 완성하자!

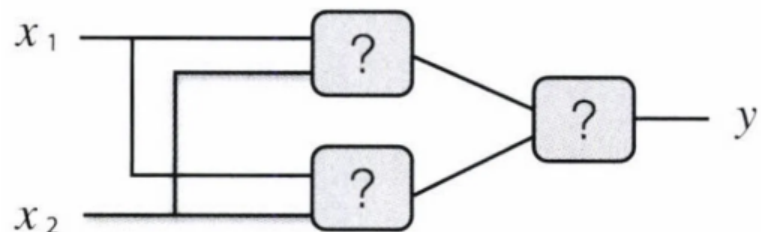
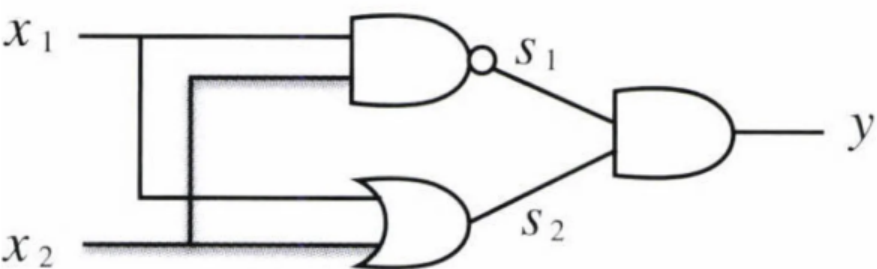


그림 2-11 AND, NAND, OR 게이트를 조합해 구현한 XOR 게이트



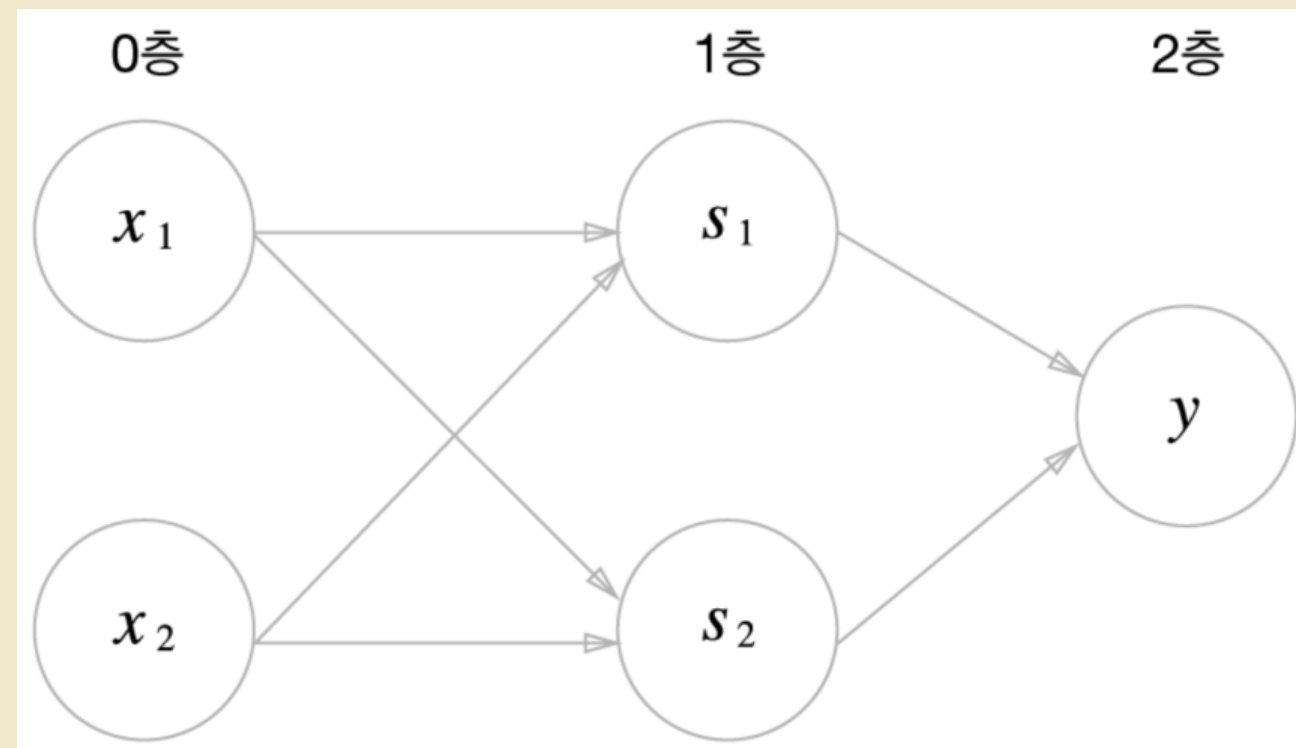
x_1	x_2	s_1	s_2	y
0	0	1	0	0
1	0	1	1	1
0	1	1	1	1
1	1	0	1	0

```
1 def XOR(x1, x2):
2     s1 = NAND(x1, x2)
3     s2 = OR(x1, x2)
4     y = AND(s1, s2)
5     return y
```

```
1 print(XOR(0, 0))
2 print(XOR(1, 0))
3 print(XOR(0, 1))
4 print(XOR(1, 1))
```

0
1
1
0

XOR 게이트 만들기



가중치를 갖는 층은 사실 2개(0~1층, 1~2층)뿐이니
이 책에서는 2층 퍼셉트론이라고 부름
구성 층의 수를 기준으로 하여 3층 퍼셉트론이라 하는 경우도 있음

동작:

1. 0층의 두 뉴런이 입력 신호를 받아 1층의 뉴런으로 신호를 보냄
2. 1층의 뉴런이 2층의 뉴런으로 신호를 보내고, 2층의 뉴런은 y 를 출력

05.

연습문제

XOR 게이트의 구현과 관련하여

연습문제 1

1. 다음 표를 만족하는 퍼셉트론을 구현해 보세요. 즉, 다음 식을 만족하는 w_1, w_2, b 를 구해서 파이썬 함수로 만들어 보세요.

$$y = \begin{cases} 0, & \text{if } w_1x_1 + w_2x_2 + b \leq 0 \\ 1, & \text{if } w_1x_1 + w_2x_2 + b > 0 \end{cases}$$

x_1	x_2	y
0	0	0
-1	0	1
-1	1	1
0	1	1

연습문제 1 정답 예시

```
1 import numpy as np
2 def prac1(x1, x2):
3     x = np.array([x1, x2])
4     w = np.array([0.6, 0.3])
5     b = -0.1
6     tmp = np.sum(w * x) + b
7     if tmp <= 0:
8         return 0
9     else:
10        return 1
11
12 print(prac1(0,0))
13 print(prac1(1,0))
14 print(prac1(0,1))
15 print(prac1(1,1))
```

```
0
1
1
1
```

연습문제 2

2. 다음 표를 만족하는 퍼셉트론을 구현해 보세요. 즉, 다음 식을 만족하는 w_1, w_2, b 를 구해서 파이썬 함수로 만들어 보세요.

$$y = \begin{cases} 0, & \text{if } w_1x_1 + w_2x_2 + b \leq 0 \\ 1, & \text{if } w_1x_1 + w_2x_2 + b > 0 \end{cases}$$

x_1	x_2	y
-1	-1	0
-1	1	1
1	-1	1
1	1	1

연습문제 2 정답 예시

```
1 import numpy as np
2 def prac2(x1, x2):
3     x = np.array([x1, x2])
4     w = np.array([0.6, 0.3])
5     b = 0.4
6     tmp = np.sum(w * x) + b
7     if tmp <= 0:
8         return 0
9     else:
10        return 1
11
12 print(prac2(-1,-1))
13 print(prac2(-1,1))
14 print(prac2(1,-1))
15 print(prac2(1,1))
16
```

```
0
1
1
1
```

연습문제 3

3. 다음 표를 만족하는 퍼셉트론이 가능한지를 판단하고, 가능하다면 다음 식을 만족하는 w_1, w_2, b 를 구해서 파이썬 함수로 만들어 보세요.

$$y = \begin{cases} -1, & \text{if } w_1x_1 + w_2x_2 + b \leq 1 \\ 1, & \text{if } w_1x_1 + w_2x_2 + b > 1 \end{cases}$$

x_1	x_2	y
0.3	0.6	-1
0.5	0.1	1
0.7	2	1
1.2	0.5	1

연습문제 3 정답 예시

```
1 import numpy as np
2 def prac3(x1, x2):
3     x = np.array([x1, x2])
4     w = np.array([0.6, 0.01])
5     b = 0.8
6     tmp = np.sum(w * x) + b
7     print(tmp)
8     if tmp <= 1:
9         return -1
10    else:
11        return 1
12
13 print(prac3(0.3,0.6))
14 print(prac3(0.5,0.1))
15 print(prac3(0.7,2))
16 print(prac3(1.2,0.5))
```

```
0.986
-1
1.101
1
1.24
1
1.525
1
```

Thank You