二维正方晶格伊辛模型的蒙特卡洛模拟

吴晋渊 18307110155

复旦大学物理学系

2021

Finite size scaling and data collapsing

确定有限大小的系统中可观测量的行为

- 独立参数：体系边长L和归一化温度$t = (T - T_c)/T_c$；等价地说，L和（$L \to \infty$时的）关联长度$\xi \propto |t|^{-\nu}$
- L足够长，系统足够接近临界点：正比于“系统中各个自由度求和”的物理量$Q \sim \int \mathrm{d}^d \boldsymbol{r}\, \phi^n (\nabla \phi)^m$也具有关于$L$的标度不变性：

$$Q(t, L) = L^\sigma f(\xi/L) = L^\sigma f(|t|^{-\nu}/L) = L^\sigma g(\underbrace{tL^{1/\nu}}_{=(\xi/L)^{-1/\nu} := x}).$$

- $L \to \infty$时$Q \sim |t|^{-\kappa}$，于是只能$g(tL^{1/\nu}) \sim (tL^{1/\nu})^{-\kappa}$；由于$Q$此时没有依赖$L$，只能是$\sigma = \kappa/\nu$。于是

$$Q(t, L) = L^{\kappa/\nu} g(tL^{1/\nu}). \tag{1}$$

Finite size scaling and data collapsing

有限大小的系统的伪临界点

- L有限时Q在$t=0$时并不出现真正的不连续性
- 单次蒙卡模拟时固定L扫描t：$Q(t,L)$在

$$t = t_{\max}, \quad t_{\max} L^{1/\nu} = x_{\max} \tag{2}$$

时最大（或者取零，例如Q为磁化强度，不发散时），其中$x_{\max}$让$g(x)$最大。

- L固定，$g(x)$最大则$Q(t,L)$最大，为

$$Q_{\max}(L) \sim L^{\kappa/\nu}, \quad t_{\max} L^{1/\nu} \sim 1 \Rightarrow t_{\max} \sim L^{-1/\nu}. \tag{3}$$

- 因此可以将固定L时$Q(t=(T-T_c)/T_c, L)$取最大值的T当成“伪临界点”，其上的scaling关系是关于L而不是关于ξ的。拟合

$$T = T_c + \alpha L^{-1/\nu} \tag{4}$$

可以得到T_c和ν两个参数。