

2018年普通高等学校招生全国统一考试 (北京卷).

数学(理工类).

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项

1. 若集合 $A = \{x | |x| < 2\}$, $B = \{x | -2, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$

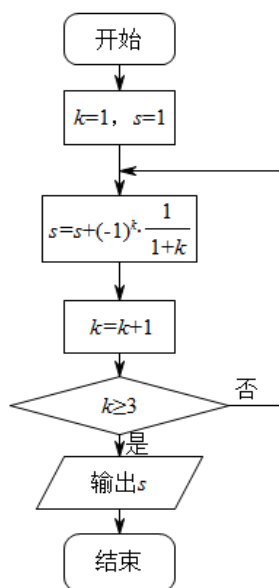
(A). $\{0, 1\}$ (B). $\{-1, 0, 1\}$ (C). $\{-2, 0, 1, 2\}$ (D). $\{-1, 0, 1, 2\}$

2. 在复平面内, 复数 $\frac{i}{1-i}$ 的共轭复数对应的点位于

(A). 第一象限 (B). 第二象限 (C). 第三象限 (D). 第四象限

3. 执行如图所示的程序框图, 输出的 s 值为().

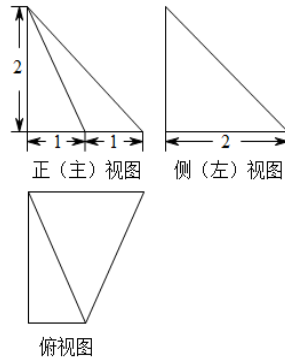
(A). $\frac{1}{2}$ (B). $\frac{5}{6}$ (C). $\frac{7}{6}$ (D). $\frac{7}{12}$



4. “十二平均律”是通用的音律体系, 明代朱载堉最早用数学方法计算出半音比例, 为这个理论的发展做出了重要的贡献十二平均律将一个纯八度音程分成十二份, 依次得到十三个单音, 从第二个单音起, 每一个单音的频率与它的前一个单音的频率的比都等于 $\sqrt[12]{2}$ 若第一个单音的频率为 f , 则第八个单音的频率为().

(A). $\sqrt[3]{2}f$ (B). $\sqrt[3]{2^2}f$ (C). $\sqrt[12]{2^5}f$ (D). $\sqrt[12]{2^7}f$

5. 某四棱锥的三视图如图所示, 在此三棱锥的侧面中, 直角三角形的个数为().



- (A).1 (B).2 (C).3 (D).4

6. 设 \vec{a} , \vec{b} 均为单位向量, 则 “ $|\vec{a} - 3\vec{b}| = |3\vec{a} + \vec{b}|$ ” 是 “ $\vec{a} \perp \vec{b}$ ” 的 ().

- (A).充分而不必要条件 (B).必要而不充分条件
(C).充分必要条件 (D).既不充分也不必要条件

7. 在平面直角坐标系中, 记 d 为点 $P(\cos \theta, \sin \theta)$ 到直线 $x - my - 2 = 0$ 的距离当 θ, m 变化时, d 的最大值为 ().

- (A).1 (B).2 (C).3 (D).4

8. 设集合 $A = \{(x, y) | x - y \geq 1, ax + y > 4, x - ay \leq 2\}$, 则

- (A).对任意实数 a , $(2, 1) \in A$ (B).对任意实数 a , $(2, 1) \notin A$
(C).当且仅当 $a < 0$ 时, $(2, 1) \notin A$ (D).当且仅当 $a \leq \frac{3}{2}$ 时, $(2, 1) \notin A$

二.填空

(9). 设 $\{a_n\}$ 是等差数列, 且 $a_1 = 3$, $a_2 + a_5 = 36$, 则 $\{a_n\}$ 的通项公式为。

(10). 在极坐标系中, 直线 $\rho \cos \theta + \rho \sin \theta = a (a > 0)$ 与圆 $\rho = 2 \cos \theta$ 相切, 则 $a =$

(11). 设函数 $f(x) = \cos(\omega x - \frac{\pi}{6})$ ($\omega > 0$)。若 $f(x) \leq f(\frac{\pi}{4})$ 对任意的实数 x 都成立, 则 ω 的最小值为

(12). 若 x, y 满足 $x + 1 \leq y \leq 2x$, 则 $2y - x$ 的最小值是

(13). 能说明 “若 $f(x) > f(0)$ 对任意的 $x \in (0, 2]$ 都成立, 则 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上是增函数” 为假命题的一个函数是

(14). 已知椭圆 $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 双曲线 $N: \frac{x^2}{m^2} - \frac{y^2}{n^2} = 1$ 。若双曲线 N 的两条渐近线与椭圆 M 的四个交点及椭圆 M 的两个焦点恰为一个正六边形的顶点, 则椭圆 M 的离心率为; 双曲线 N 的离心率为。

三.解答题

(15).(本小题13分).

在 $\triangle ABC$ 中, $a = 7$, $b = 8$, $\cos B = -\frac{1}{7}$ 。

(I).求 $\angle A$;

(II).求 AC 上的高

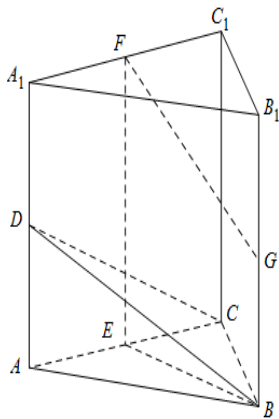
(16).(本小题14分).

如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $CC_1 \perp$ 平面 ABC , D, E, F, G 分别为 AA_1, AC, A_1C_1, BB_1 的中点, $AB = BC = \sqrt{5}, AC = AA_1 = 2$

(I).求证: $AC \perp$ 平面 BEF ;

(II).求二面角 $B - CD - C_1$ 的余弦值;

(III).证明: 直线 FG 与平面 BCD 相交



(17).(本小题12分).

电影公司随机收集了电影的有关数据, 经分类整理得到下表: 好评率是指: 一类电影中获得好评的部数与

电影类型	第一类	第二类	第三类	第四类	第五类	第六类
电影部数	140	50	300	200	800	510
好评率	04	02	015	025	02	01

该类电影的部数的比值假设所有电影是否获得好评相互独立

(1).从电影公司收集的电影中随机选取1部, 求这部电影是获得好评的第四类电影的概率;

(2).从第四类电影和第五类电影中各随机选取1部，估计恰有1部获得好评的概率；

(3).假设每类电影得到人们喜欢的概率与表格中该类电影的好评率相等，用“ $\xi_k = 1$ ”表示第 k 类电影得到人们喜欢，“ $\xi_k = 0$ ”表示第 k 类电影没有得到人们喜欢($k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$).写出方差 $D\xi_1, D\xi_2, D\xi_3, D\xi_4, D\xi_5, D\xi_6$ 的大小关系

(18).(本小题13分).

设函数 $f(x) = [ax^2 - (4a + 1)x + 4a + 3]e^x$ 。

(1).若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与 x 轴平行，求 a ；

(2).若 $f(x)$ 在 $x = 2$ 处取得极小值，求 a 的取值范围。

(19).(本小题14分).

已知抛物线 $C: y^2 = 2px$ 经过点 $P(1, 2)$.过点 $Q(0, 1)$ 的直线 l 与抛物线 C 有两个不同的交点 A, B ，且直线 PA 交 y 轴于 M ，直线 PB 交 y 轴于 N

(1).求直线 l 的斜率的取值范围；

(2).设 O 为原点， $\overrightarrow{QM} = \lambda \overrightarrow{QO}$ ， $\overrightarrow{QN} = \mu \overrightarrow{QO}$ ，求证： $\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu}$ 为定值

20.(本小题14分).

设 n 为正整数，集合 $A = \{\alpha | \alpha = (t_1, t_2, \dots, t_n), t_k \in \{0, 1\}, k = 1, 2, \dots, n\}$ 对于集合 A 中的任意元素 $\alpha = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 和 $\beta = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ ，记 $M(\alpha, \beta) = \frac{1}{2} [(x_1 + y_1) - |x_1 - y_1| + (x_2 + y_2) - |x_2 - y_2| + \dots + (x_n + y_n) - |x_n - y_n|]$

(1).当 $n = 3$ 时，若 $\alpha = (1, 1, 0)$ ， $\beta = (0, 1, 1)$ ，求 $M(\alpha, \alpha)$ 和 $M(\alpha, \beta)$ 的值；

(2).当 $n = 4$ 时，设 B 是 A 的子集，且满足：对于 B 中的任意元素 α, β ，当 α, β 相同时， $M(\alpha, \beta)$ 是奇数；当 α, β 不同时， $M(\alpha, \beta)$ 是偶数求集合 B 中元素个数的最大值；

(3).给定不小于2的 n ，设 B 是 A 的子集，且满足：对于 B 中的任意两个不同的元素 α, β ， $M(\alpha, \beta) = 0$ 写出一个集合 B ，使其元素个数最多，并说明理由